

Zeitschrift: Wasser Energie Luft = Eau énergie air = Acqua energia aria
Herausgeber: Schweizerischer Wasserwirtschaftsverband
Band: 81 (1989)
Heft: 7-8

Artikel: Le béton des barrages : perspectives de recherches en relation avec la théorie de la mécanique de la rupture
Autor: Lafitte, Raymond
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-940491>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 10.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Le béton des barrages:

perspectives de recherches en relation avec la théorie de la mécanique de la rupture

Raymond Lafitte

1. Introduction

L'utilisation dans la construction de matériaux ne résistant pas à la traction a suscité l'imagination des ingénieurs, parfois jusqu'au génie.

Dès l'antiquité, les exigences techniques et stylistiques conduisirent à l'arc, à la voûte ou à la coupole, souvent contrebutés ou munis de tirants. En 1865, un jardinier de Versailles, *Monier*, déposa des brevets pour la fabrication de «caisses et bassins mobiles en fer et ciment applicables à l'horticulture». Plus proche de nous, c'est à *Freyssinet*, en 1928, que revint le mérite de promouvoir l'invention du béton précontraint.

Les constructeurs de barrages, quant à eux, faute de pouvoir armer ou précontraindre en grand leurs ouvrages, se sont fait une raison de devoir composer avec les tractions et souvent avec les fissures dans le béton.

Des conditions de non fragilité ont cependant été posées, face aux *forces extérieures* (y compris les sous-pressions). Pour les *barrages-poids*: proscription des tractions, en particulier sur le parement amont (règle de *Maurice Lévy*). Pour les *barrages voûtes*, dans lesquels on ne peut éviter des zones tendues, mais qui n'en sont pas affectés de façon grave en raison de leur hyperstaticité: limitation du rapport entre les contraintes de traction et de compression sur les deux parements.

Par ailleurs, des dispositions constructives, telles que des joints de contraction et refroidissement du béton, sont prévues pour lutter contre les tractions dues à des *efforts internes* engendrés par des phénomènes thermiques ou des variations volumiques, ou pour permettre sans dommages des *tassements différentiels*.

Mais une idée importante, prometteuse, est apparue il y a une dizaine d'années: c'est la possibilité d'appliquer au béton, armé ou non, la *théorie de la mécanique de la rupture*.

La technique nucléaire y fait un large appel, principalement et de longue date, pour l'analyse du comportement statique et dynamique de composants métalliques (cuves de réacteur, conduites) puis, plus récemment, pour certaines structures en béton armé ou précontraint (enceintes de confinement, caissons de réacteurs). D'importantes conférences internationales se sont tenues sur ce sujet¹, donnant lieu à de nombreuses publications.

Mon propos, dans ce qui suit, sera, après avoir rappelé très brièvement les bases de la mécanique de la rupture, de montrer ce que l'on peut en attendre dans la technique des barrages et de tracer les perspectives de recherches qui en résultent sur le béton de ces ouvrages.

2. Bref rappel sur la mécanique de la rupture

2.1 Mécanique linéaire de la rupture

C'est *Griffith* [1]² qui, en 1920, a posé les bases de la mécanique de la rupture. Elle est dite «linéaire» car elle concerne le comportement de matériaux élastiques, homogènes et isotropes.

a) Contrainte critique provoquant l'accroissement d'une fissure

Considérons une plaque mince, infinie, d'épaisseur b unitaire (figure 1) soumise dans la direction y à une contrainte de traction uniforme.

Lorsqu'une fissure de longueur $2a$ apparaît dans la direction x , une certaine quantité T_i d'énergie élastique de déformation accumulée dans la plaque se trouve libérée. Par ailleurs, la création de la fissure a nécessité la mise en jeu (et la dissipation), sur ses lèvres, d'une *énergie de surface* T_s . Enfin, le phénomène a un caractère dynamique et une *énergie cinétique* T_c est créée.

Le principe de la conservation de l'énergie du système permet d'écrire, en appelant T_e la variation du travail des forces extérieures (σ) due à la création de la fissure:

$$T_e = T_i + T_s + T_c \quad (2.1)$$

Supposons que l'on ait rendu fixes, dans la direction x , les bords de la plaque tendue: T_e est alors nul et l'on a:

$$T_i + T_s + T_c = 0 \quad (2.2)$$

Lorsque la fissure se propage d'une longueur da , on peut donc écrire:

$$\frac{d}{da} (T_i + T_s + T_c) = 0 \quad (2.3)$$

La propagation va se poursuivre si la variation d'énergie cinétique

$\frac{dT_c}{da}$ est positive, c'est à dire si:

$$\frac{dT_i}{da} + \frac{dT_s}{da} \leq 0 \quad (2.4)$$

En appliquant la théorie de l'élasticité, on peut calculer T_i pour une fissure de longueur $2a$; ainsi, pour un état de contraintes planes, on a:

$$T_i = -\frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} \quad (2.5)$$

Le signe moins signifie que l'énergie T_i est libérée³: la plaque se détend un peu du fait de l'apparition de la fissure. E est le module d'élasticité du matériau.

Par ailleurs, l'énergie T_s nécessaire pour ouvrir cette fissure (elle a 2 faces) s'exprime par:

$$T_s = 4 a \gamma \quad (2.6)$$

γ est l'énergie de rupture (dissipée) par unité de surface; elle peut être déterminée expérimentalement ou théoriquement par le calcul des forces de séparation des molécules qui constituent le matériau.

En dérivant (2.5) et (2.6) et en les portant dans (2.4), on obtient la *contrainte critique* qui, appliquée aux bords de la plaque, provoque l'extension de la fissure de longueur initiale $2a$:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2 \gamma E}{\pi a}} \quad (2.7)$$

Elle caractérise selon *Griffith* l'instabilité d'une fissure dans une plaque infinie en traction.

¹ En particulier à Lausanne en 1986: *Fracture Mechanics of Concrete*, RILEM, et en 1987: *Structural Mechanics in Reactor Technology* – SMIRT.

² Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin de texte.

³ La signification physique de l'équation 2.4 peut s'exprimer comme suit: la fissure se propage lorsque l'énergie élastique dT_i libérée par l'accroissement de la fissure est supérieure à l'énergie de surface dT_s nécessaire à son accroissement.

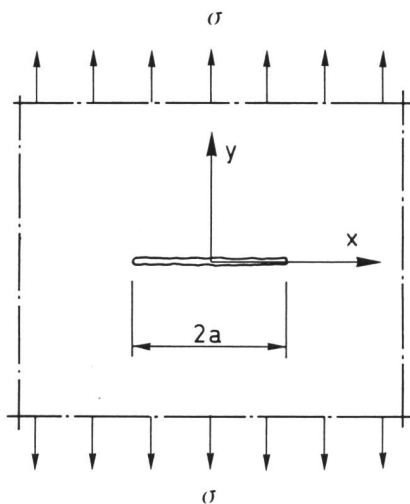


Figure 1. Fissure dans une plaque infinie élastique, homogène et isotrope.

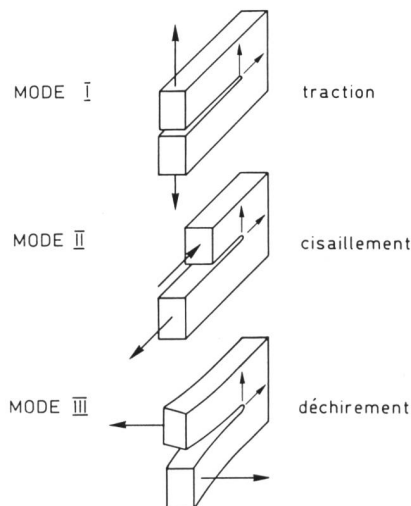


Figure 2. Modes de sollicitation d'une fissure.

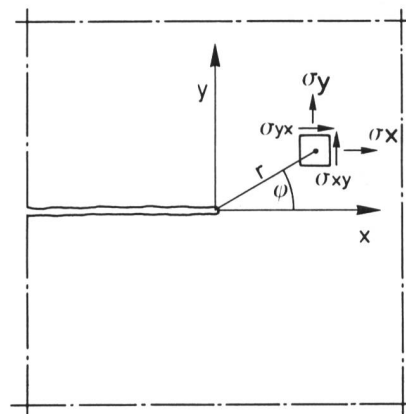


Figure 3. Plaque infinie, élastique.

Cette relation, valable pour un matériau très cassant, peut être encore utilisée pour un matériau ductile comme l'acier, si la zone de plastification est de faible étendue à la pointe de la fissure, le reste du corps demeurant élastique. On doit cependant ajouter à γ une quantité qui correspond au travail de déformation de la zone plastifiée.

La valeur de l'énergie élastique T_I et de sa variation ne peut être déterminée analytiquement que pour des éléments à géométrie et sollicitation simples. Dans la pratique, les cas que l'on rencontre sont déjà compliqués et l'on ne peut calculer qu'une solution approchée. On constate cependant que la variation d'énergie survient principalement dans les environs de la fissure et c'est donc cette zone qui va nous intéresser plus particulièrement.

Précisons encore que la variation d'énergie élastique dT_I lors de la croissance da de la fissure est égale au travail qui serait nécessaire pour refermer la longueur da en « luttant » contre les contraintes qui règnent aux alentours de la fissure. La détermination de cet état de contrainte constitue donc un élément essentiel de la mécanique de la rupture.

b) Champ de contraintes aux alentours de la fissure

La figure 2 montre les trois modes caractéristiques de sollicitation créant une fissure. Le mode I est le cas de la traction pure, les modes II et III ceux de cisaillement.

En appliquant la théorie de l'élasticité, on détermine les contraintes autour d'une fissure dans une plaque infinie chargée selon les trois modes précités. Dans un système de coordonnées polaires (figure 3), le tenseur des contraintes est:

$$\sigma_{\varphi} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} [K_I f^I(\varphi) + K_{II} f^{II}(\varphi) + K_{III} f^{III}(\varphi)] \quad (2.8)$$

Les fonctions f , sans dimensions, ne dépendent que du mode de sollicitation et de l'angle φ . Les coefficients K_I , K_{II} et K_{III} (en $N/m^{3/2}$) sont appelés *facteurs d'intensité de contraintes*. Ils se présentent, en général sous la forme:

$$K = Y \sigma \sqrt{a} \quad (2.9)$$

Y est un coefficient qui ne dépend que de la géométrie de la pièce fissurée, des conditions aux limites (appuis) et des charges; σ caractérise l'état de contrainte dans le corps non fissuré; a est la longueur de la fissure de bord (ou la demi-longueur d'une fissure intérieure).

Les facteurs d'intensité de contraintes sont déterminés soit analytiquement, soit numériquement⁴, soit encore expéri-

mentalement. A titre d'exemple, pour les cas simples des plaques infinies de la figure 4, on a:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (2.10) \text{ et } K_{II} = \tau \sqrt{\pi a} \quad (2.11)$$

En se référant à la figure 5, on peut calculer à partir de l'équation (2.8) la contrainte σ_y en avant de la fissure et perpendiculaire à sa direction ($\varphi = 0$), pour le seul mode de sollicitation I (K_{II} et $K_{III} = 0$)

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}} \quad (2.12)$$

Cette relation montre que, théoriquement, la contrainte tend vers l'infinie quand on se rapproche de la pointe de la fissure.

c) Facteur critique d'intensité de contraintes

Si, dans (2.10), on pose que σ est la contrainte critique de Griffith, celle qui provoque l'extension de la fissure, on peut définir un *facteur critique d'intensité de contrainte* $K_{IC} = \sigma_c \sqrt{\pi a}$ et, en remplaçant σ_c par sa valeur tirée de (2.7), on obtient:

$$K_{IC} = \sqrt{2 E \gamma} \quad (2.13)$$

Il apparaît donc, d'une façon plus générale, que l'instabilité de la fissure se produit lorsque:

$$K_I \geq K_{IC} \quad (2.14)$$

K_{IC} est une caractéristique de matériau, qui peut être déterminée par des essais sur des éprouvettes, en simulant une sollicitation de mode I. On démontre que le facteur critique d'intensité de contrainte pour les modes de sollicitation en cisaillement s'exprime aussi en fonction de K_{IC} .

d) Taux de variation de l'énergie de surface

On appelle $G = \frac{dT_s}{da}$ (2.15)

taux de variation de l'énergie de surface lors de l'accroissement da de la fissure.

Dans le cas de la plaque infinie, les équations (2.15) et (2.6)

⁴ K_I et K_{II} peuvent en particulier être calculés à partir d'une intégrale de surface définie autour de la pointe de la fissure. Une thèse récente [9] a démontré que cette intégrale de surface était basée sur l'intégrale au contour J et sur l'expression des champs de déplacement autour de la fissure.

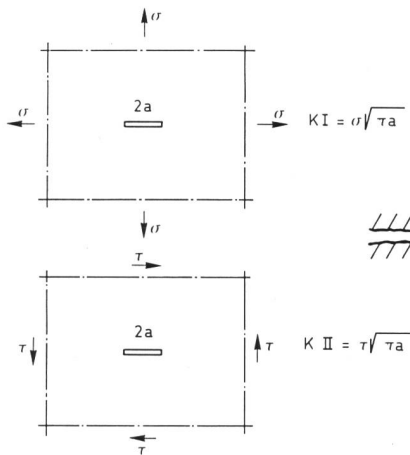


Figure 4. K_I et K_{II} dans des plaques infinies.

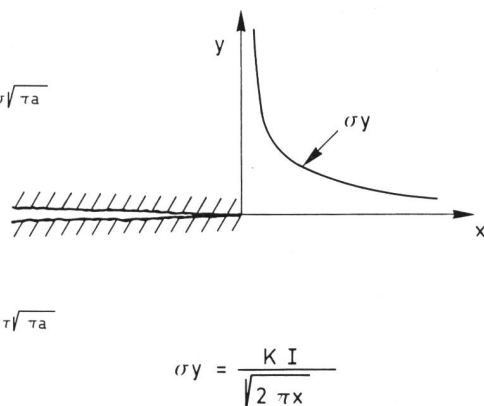


Figure 5. Contraintes au front de la fissure dans une plaque infinie, sollicitée en mode I.

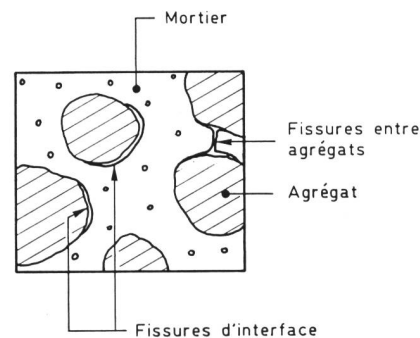


Figure 6. Fissures dans le béton non chargé.

permettent d'écrire, lors de l'extension de la fissure en mode I, et en ne considérant que l'énergie dissipée à une seule de ses extrémités:

$$G_{IC} = 2 \gamma \quad (2.16)$$

G_{IC} est une caractéristique du matériau et peut aussi être utilisé comme un critère de stabilité de la fissure. Celle-ci se propage si:

$$G \geq G_{IC} \quad (2.17)$$

Mais nous avons vu que pour qu'il y ait accroissement de la fissure, l'énergie élastique libérée dT_i dans la plaque devait être égale ou supérieure à l'énergie de surface dT_s nécessaire à son accroissement. Il résulte donc de (2.4), (2.5) et (2.15) la relation:

$$G_{IC} = \frac{\sigma^2 \pi a}{E} \quad (2.18)$$

On établit aussi, à partir de (2.13) et (2.16), en état de contraintes planes, que:

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2}{E} \quad (2.19)$$

2.2 Mécanique non linéaire de la rupture

a) Processus de fissuration du béton

A l'évidence, le comportement du béton est fort différent de celui du matériau élastique que nous venons de décrire. La fissuration du béton a été étudiée dès la fin des années 20, mais les premières applications ont été proposées par Neville [2] en 1959 et Kaplan [3] en 1961.

Avant même que le béton ne soit sollicité, il comporte des microfissures, principalement au contact des agrégats et du liant (figure 6). On les explique par le retrait lors de l'hydratation du ciment et par la formation de lentilles d'eau sous les agrégats au moment du coulage du béton [4]. Sous une charge, traction ou compression, on observe tout d'abord un agrandissement des micro-fissures, dû à des concentrations de contraintes autour des agrégats. Puis, la charge augmentant, des micro-fissures de liaison apparaissent dans la pâte, entre les micro-fissures de contact; de véritables fissures se forment ainsi, entraînant la rupture du béton.

Ce comportement se traduit par une courbe contraintes-déformations, en traction, très caractéristique (figure 7 – Essai en traction directe contrôlé par les déformations afin d'avoir une courbe stable): non-linéarité à partir de 80 % de la contrainte maximale f_t , puis décroissance graduelle avec augmentation de la déformation. Il n'y a pas de phénomène d'écoulement comme dans l'acier, mais par contre un effet

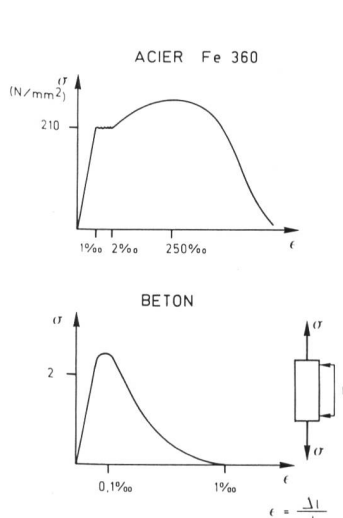


Figure 7. Courbes contraintes-déformations (schématiques) en traction uniaxiale.

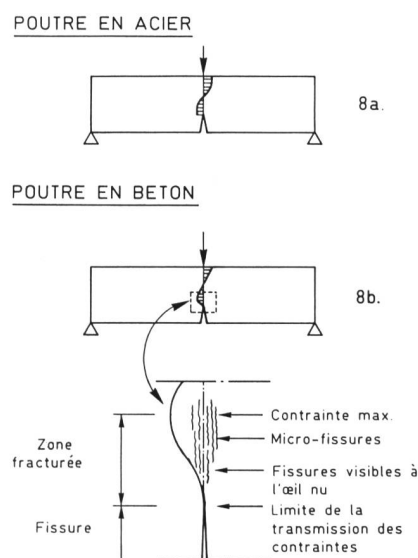


Figure 8. Contraintes au front d'une fissure.

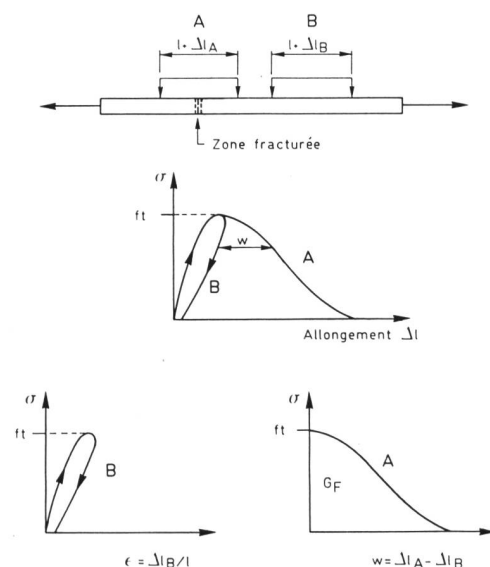


Figure 9. Modèle de la «fissure fictive».

de *radoucissement* qui confère au matériau encore une résistance au-delà de la contrainte maximale qu'il peut supporter.

Dans le cas d'une poutre simple en *acier* (figure 8a), lorsque la charge augmente, les contraintes dans la zone du front de la fissure sont constantes ou croissent très peu (cette zone est plastifiée), jusqu'au moment où une rupture locale survient, entraînant la progression de la fissure. Précisons que l'écoulement est accompagné d'une forte contraction de la poutre, dans sa largeur à l'endroit de la fissure, qui montre que l'on se trouve dans un état de contraintes planes.

Dans une poutre simple en *béton* (figure 8b), la fissure proprement dite est précédée d'une zone fracturée. Depuis l'extrémité de la fissure réelle, les contraintes peuvent encore se transmettre jusqu'à la valeur maximale f_t . L'extrémité proprement dite n'est pas facilement observable; il n'y a pas à proprement parler une pointe de fissure comme dans un métal. Relevons aussi que la contraction de la poutre en béton dans sa largeur est négligeable; on se trouve ici dans un état de déformations planes.

Des essais effectués sur un béton de structure montrent que la longueur de la zone fracturée est de l'ordre de 50 à 100 mm, ou plus.

b) Modèle de la «fissure fictive»

Afin de pouvoir tenir compte, dans le processus de fissuration du béton, de la zone fracturée en avant de la fissure, *Hillerborg* et ses collaborateurs ont proposé en 1976 [5] le modèle suivant dit de la «fissure fictive».

Une éprouvette est soumise à une traction directe contrôlée par les déformations, afin de pouvoir suivre la branche descendante de la courbe contraintes-déformations jusqu'au zéro (figure 9). Les déformations sont mesurées par des jauges placées dans les deux zones A et B. L'éprouvette étant supposée homogène et de section constante, la partie ascendante des courbes A et B est identique jusqu'à ce que la sollicitation maximale soit atteinte. Au-delà, il se forme, quelque part dans l'éprouvette (zone A par exemple), une fracture; sa largeur est limitée dans la direction de la traction. Au fur et à mesure qu'elle se développe, la déformation de l'éprouvette s'y localise, la force de traction diminue et la déformation dans la zone adjacente B décroît.

Le graphique de la figure 9 montre les déformations des zones A et B. Celles de B sont représentées par une courbe classique contraintes-déformations de charge et décharge. Celles de la zone A comprennent en plus les allongements de la partie fracturée. Ceux-ci sont la différence entre les abscisses des branches descendantes A et B. En définitive,

les déformations de l'éprouvette peuvent être représentées par deux courbes:

- en dehors de la zone fracturée, courbe contraintes-déformations spécifiques, $\sigma = f(\epsilon)$, y compris décharge;
- dans la zone fracturée, courbe contraintes-allongements $\sigma = f(w)$.

On peut, avec ces deux courbes, calculer la déformation Δ/l de n'importe quel tronçon l_0 :

- dans une zone non fracturée $\Delta/l = \epsilon/l_0$
- dans une zone fracturée $\Delta/l = \epsilon/l_0 + w$

On constate que la largeur de la zone fracturée n'intervient pas dans les relations précitées. On peut faire l'hypothèse que cette largeur est, à l'origine, nulle⁵. Lors du processus de fracturation, la largeur totale de la zone fracturée est alors w . C'est dans cette largeur que peuvent encore se transmettre des contraintes σ , selon une loi $\sigma = f(w)$. C'est cette représentation simplifiée de la zone fracturée qui est appelée «fissure fictive».

L'énergie dissipée durant l'essai, par unité de surface de la section de l'éprouvette, est représentée par la surface de la courbe $\sigma = f(\epsilon)$. Pour un matériau parfaitement élastique, cette énergie est nulle.

De même, l'énergie dissipée dans la zone de la fissure fictive est représentée par la surface sous la courbe $\sigma = f(w)$. C'est l'énergie spécifique de fracture G_F .

c) Propagation d'une fissure

Le modèle que nous venons de décrire peut être utilisé pour le cas de la propagation d'une fissure, par exemple dans une poutre en flexion (figure 10). Dans la zone de la fissure fictive, la relation $\sigma = f(w)$ s'applique. Au-delà, le comportement du matériau est régi par $\sigma = f(\epsilon)$.

Lorsque la déformation croît, les contraintes au front de la fissure existante augmentent créant une zone de fracture, c'est-à-dire une fissure fictive. Dès que la contrainte f_t est atteinte, toute augmentation de la déformation crée un allongement de la fissure fictive. A un certain moment, la valeur maximale de w est atteinte à la pointe de la fissure existante et celle-ci progresse. Le long de la fissure fictive, l'énergie G_F a été dissipée.

Précisons que, d'une façon générale, les courbes $\sigma = f(\epsilon)$ et $\sigma = f(w)$ à appliquer, ne sont pas nécessairement les mêmes que celle résultant de l'essai de traction directe car l'état de contrainte dans l'élément sollicité n'est pas nécessairement le même.

⁵ Une autre hypothèse consiste à admettre une largeur w_c proportionnelle à la dimension des agrégats et une déformation spécifique constante dans cette largeur.

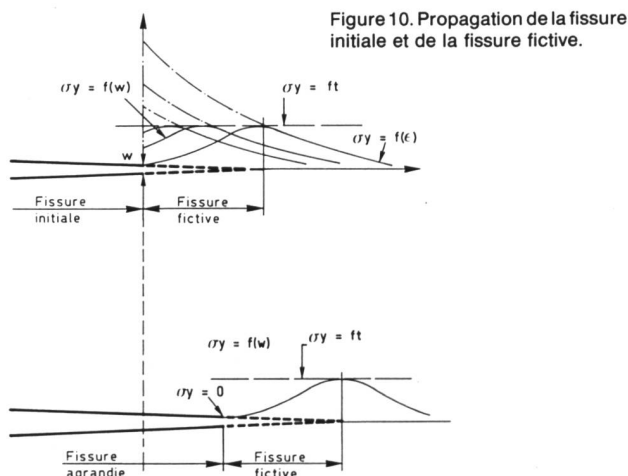


Figure 10. Propagation de la fissure initiale et de la fissure fictive.

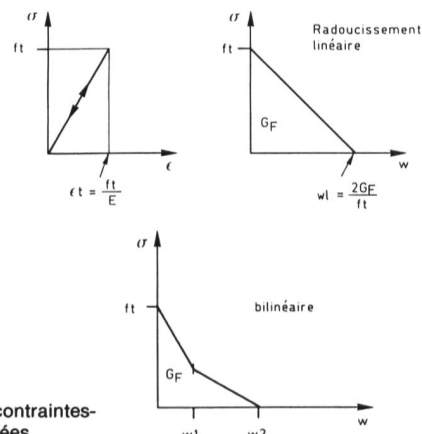


Figure 11. Courbes contraintes-déformations simplifiées.

Figure 12. Modèles de fissures.

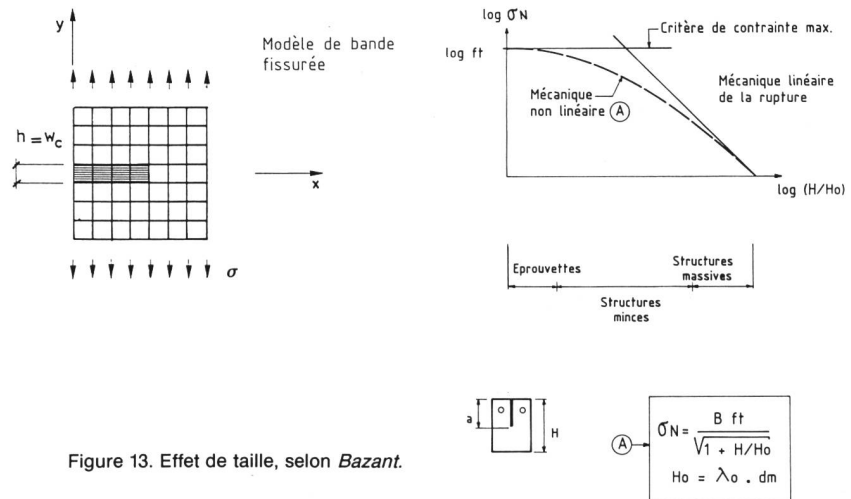
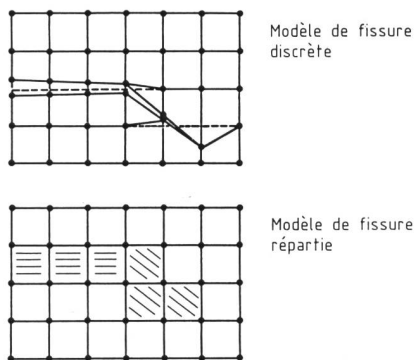


Figure 13. Effet de taille, selon Bazant.

Dans les calculs, on va simplifier les courbes précitées en les linéarisant (figure 11.). La courbe de radoucissement peut aussi être bilinéaire afin de cerner de plus près la réalité.

Avec ces courbes, le comportement du matériau est entièrement défini par la contrainte de rupture en traction ft , le module d'élasticité E et l'énergie de fracture G_F .

On détermine aussi une longueur caractéristique l_{ch} qui combine l'allongement maximal du radoucissement w_l et la déformation spécifique maximale élastique ε_t , soit:

$$l_{ch} = \frac{w_l}{2 \varepsilon_t} = \frac{E G_F}{ft^2} \quad (2.20)$$

Cette longueur est souvent approximativement proportionnelle à celle de la zone fracturée.

Précisons enfin que la courbe $\sigma = f(w)$ peut être déterminée en laboratoire par un essai de traction sur éprouvette, en prenant des dispositions pour assurer la stabilité de la branche descendante du radoucissement. En outre, la valeur de G_F peut aisément être obtenue par un essai de flexion sur une poutre simple comportant une entaille.

2.3 Modélisation numérique de la propagation d'une fissure dans le béton

On recourt à la méthode des éléments finis pour calculer les contraintes et déformations dans la structure. Les modèles existants diffèrent principalement par les critères de propagation de fissure admis et par la façon dont on modifie les caractéristiques des éléments finis qui se fissurent.

a) Critères de propagation de fissure

Le premier qui vient à l'esprit est la *résistance à la traction* du béton. Il est souvent utilisé pour l'étude du comportement jusqu'à la ruine du béton armé ou précontraint; la fissuration y est « contrôlée » par l'armature et la rupture intervient par écrasement du béton. Il a été démontré qu'en général ce critère n'était pas bien adapté au béton non armé et que le résultat du calcul était influencé par la dimension des éléments finis.

On a donc pensé judicieux de faire intervenir des considérations d'énergie libérée ou dissipée à la pointe de la fissure, c'est-à-dire de tenir compte de la variation des contraintes et des déformations.

Tout d'abord, en utilisant la *mécanique linéaire élastique de la rupture*, on détermine en tous points les facteurs d'intensité de contrainte K_I , K_{II} , K_{III} ⁶, dont il a été question au pa-

⁶ Il ne s'agit pour ce dernier que d'une intention car les développements pour cerner un comportement tridimensionnel restent à faire.

ragraphe 2.1.b. (Rappelons qu'ils ne dépendent que de la géométrie de la structure, des conditions aux limites et des charges.) Ces valeurs ou leurs combinaisons sont comparées à un facteur critique K_{IC} propriété du matériau considéré. Leur dépassement entraîne la propagation de la fissure, dont la direction est calculée par une fonction des valeurs de K .

On peut aussi utiliser, comme critère, le taux de variation de l'énergie de surface G et sa valeur critique G_C .

Mais si l'on veut modéliser la zone fracturée au front de la fissure, on doit alors recourir à la *mécanique non linéaire de la rupture*. La zone fracturée est représentée par une fissure fictive sur les lèvres de laquelle on introduit, perpendiculairement, des forces de cohésion fonction de l'écartement w selon la courbe de radoucissement $\sigma = f(w)$. Le critère de propagation de la fissure fictive est le dépassement à la pointe de celle-ci de la résistance à la traction ft du matériau (figure 10). Le critère de propagation de la fissure réelle est, quant à lui, le dépassement de la valeur maximale de la déformation w_l (figure 11) au début de la fissure fictive. D'une façon plus globale, la propagation se produit lorsque dans la zone fracturée, l'énergie G_F est dépassée.

b) Fissuration discrète ou répartie

La *fissure discrète* est modélisée simplement par la « déconnexion » des nœuds des éléments finis, de chaque côté des lèvres de la fissure (figure 12a). On peut ainsi assez bien déterminer la singularité du champ de contraintes à la pointe de la fissure. Cependant, sa propagation impose, à chaque pas de calcul, la redéfinition du maillage (c'est-à-dire de la matrice de rigidité), rendue d'autant plus complexe que la fissure peut se propager dans une direction qui ne coïncide pas nécessairement avec les lignes de nœuds du réseau initial).

Dans le modèle de *fissuration répartie*, (figure 12b), seule la rigidité des éléments traversés par la fissure est modifiée: elle est rendue localement anisotrope, dans la direction perpendiculaire à la fissure. Cette méthode, simple, présente l'inconvénient de maintenir certaines liaisons entre des nœuds séparés par la fissure, entraînant un comportement peu satisfaisant de l'élément lorsqu'il est sollicité en cisaillement.

Les critères de propagation de fissure qui sont basés sur la résistance à la traction ft ou sur les facteurs critiques d'intensité de contrainte K_C s'appliquent aussi bien aux modèles de fissure répartie que discrète (modèle *Skikerud* par exemple [6]). Par contre, ce dernier est bien adapté au critère de la mécanique non linéaire, basé sur l'énergie de fracture G_F , car on peut aisément modéliser la fissure fictive

en avant de la fissure réelle (modèles de *Hillerborg* [5] et de *Chappuis* [7]).

Afin de combiner les avantages des fissurations discrète et répartie, le modèle de la *bande fissurée* a été proposé [8]. On admet que la zone fracturée a une largeur non nulle w_c (figure 12c). Celle-ci serait, d'après les observations, approximativement égale à trois fois la dimension maximale des granulats du béton. L'énergie de fracture G_F est dissipée sur cette largeur w_c . En se référant au paragraphe 2.2.c, on peut poser: $w = \varepsilon w_c$ et par conséquent (compte tenu des coordonnées de la figure 12c), l'énergie de fracture s'écrit:

$$G_F = w_c \int_0^{\varepsilon_0} \sigma_y d\varepsilon \quad (2.21)$$

L'intégrale représente le travail des contraintes de traction par unité de longueur de la fissure. G_F ainsi calculé est utilisé comme critère de fissuration de l'élément fini de hauteur $h = w_c$, qui est alors rendue anisotrope dans la direction perpendiculaire à la fissure.

Précisons que si l'élément fini choisi a une hauteur différente de w_c , une correction est apportée à ft ou à la pente de la droite de radoucissement pour maintenir G_F constant.

Bien entendu, les chercheurs se sont attachés à développer des éléments spéciaux afin de mieux cerner la réalité et des travaux se poursuivent sur ce sujet. Nous citons en particulier les éléments à fissure discrète, avec frottement entre les lèvres [6] et ceux à fissuration répartie mais avec des fonctions de forme discontinues et critère de rupture, en mécanique linéaire, basé sur une intégrale de surface⁷ (modèle de *Droz* [9]).

3. Application de la mécanique de la rupture au calcul des barrages

3.1 Intérêt du recours à la mécanique de la rupture

De façon classique, le calcul d'un barrage est effectué dans le *domaine linéaire*, manuellement ou à l'ordinateur selon la complexité de la structure. On contrôle la stabilité et la résistance de l'ouvrage; on cherche à écarter le risque de fissures et si l'on ne peut les éviter localement, on s'assure qu'elles restent dans les limites admissibles, compte tenu de l'expérience. Le résultat est fort satisfaisant et l'on s'autorise à construire sur cette base.

Pourquoi alors rechercher de nouvelles méthodes de calcul recourant notamment à la mécanique de la rupture? Nous y voyons quatre raisons.

- A l'évidence, sous des sollicitations très fortes, telles qu'un séisme, un tassement important de fondation, le comportement du barrage est non linéaire en raison de la fissuration du béton (ou, pour certains ouvrages, de l'ouverture des joints) et des contraintes de compression élevées. Les phénomènes de fluage, de gonflement, de vieillissement du béton peuvent aussi être la cause d'un comportement non linéaire.
- Les moyens de calcul puissants dont on dispose aujourd'hui devraient permettre d'analyser le comportement du barrage jusqu'à la ruine⁸, afin de mieux apprécier la réserve de sécurité à l'état de service.
- Les essais sur modèle en laboratoire conduisent, certes, d'atteindre le but précité. Mais le développement de mo-

⁷ voir note infrapaginale 4.

⁸ en augmentant les charges qui peuvent l'être physiquement (séisme par exemple), ou en diminuant la résistance des matériaux et des fondations.

dèles numériques non linéaires peut permettre de préciser les lois de similitude et ainsi, de mieux assurer la représentativité des essais sur modèle par rapport à la réalité.

- Enfin, de nombreux barrages sont affectés par des fissures survenues lors de la construction ou après la mise en service⁹.

Une fissure est la première manifestation d'une faiblesse possible et il est important de pouvoir déterminer ses causes, sa propension à se propager, les conséquences qui en résulteraient et, le cas échéant, l'efficacité des réparations¹⁰.

Des modèles numériques dans le domaine *non-linéaire élastique* ont donc tout d'abord été développés. Le calcul, itératif ou direct, consiste simplement à relâcher les tractions dans le béton pour simuler la rupture de celui-ci lorsqu'il est tendu. On procède de façon semblable pour tenir compte de l'ouverture des joints dans un barrage-voûte.

Un pas de plus a été fait en recourant à la *mécanique de la rupture*. Citons, parmi d'autres cas, ceux des barrages de Fontana [10], Zhexi [11], Pine Flat [12] et Zervreila [13]. Des recherches se poursuivent dans ce domaine sur les modèles numériques et sur les matériaux. Une question importante se pose, à laquelle des éléments de réponse ont déjà été apportés: peut-on utiliser dans le calcul des barrages la mécanique *linéaire* de la rupture ou doit-on appliquer la mécanique *non linéaire*?

3.2 Mécanique linéaire de la rupture ou non linéaire?

Il est tout d'abord intéressant de relever que la mécanique linéaire peut être considérée comme le cas limite de la mécanique non linéaire lorsque, dans le matériau, la zone fracturée à la pointe de la fissure devient nulle. Ainsi, l'énergie spécifique de fracture G_F (paragraphe 2.2 b) n'est autre que le G_{IC} (paragraphe 2.1c) d'un corps élastique.

G_F n'est pas, à proprement parler, une caractéristique du matériau, comme l'est G_{IC} , car sa valeur dépend de la longueur de la fissure, et de celle de la zone fracturée, par rapport à la dimension de la structure. Ce résultat attendu est constaté par des essais sur des éprouvettes.

Il y a donc un effet d'échelle et *Bazant* [14] a proposé une relation qui donne la contrainte nominale de rupture σ_n d'une éprouvette en fonction de sa taille:

$$\sigma_n = \frac{B ft}{\sqrt{1 + \frac{H}{H_0}}} \quad (3.1) \quad H_0 = \lambda_0 dm$$

ft est la résistance à la traction, dm le diamètre maximal des granulats, B et λ_0 des constantes empiriques, identique chacune pour des éprouvettes géométriquement semblables, H une dimension caractéristique de l'éprouvette (figure 13).

Si H devient très petit et tend vers zéro, on a:

$$\sigma_n = B ft \quad (3.2)$$

⁹ La question a été traitée en détail lors du 15^e Congrès de la Commission Internationale des Grands Barrages, à Lausanne en 1985.

¹⁰ Les fissures dues à des efforts internes (variation de volume, mouvements des fondations) ne sont en général pas dangereuses car elles entraînent la disparition des auto-contraintes qui les ont créées. Elles peuvent l'être cependant si, étant en communication avec la retenue, l'eau s'y infiltre et les met en pression. Elles peuvent l'être aussi dans les structures hyperstatiques, telles que les barrages-voûtes, car elles modifient leur rigidité, entraînant une redistribution des efforts dus aux charges extérieures et sollicitant ainsi des zones au-delà de ce qu'elles peuvent supporter.

Les fissures dues à des charges extérieures (poussée de l'eau, séisme), dans des systèmes isostatiques ou hyperstatiques, peuvent, quant à elles, être dangereuses pour les deux raisons précitées.

Au contraire, si H devient très grand:

$$\sigma_n = \frac{B ft}{\sqrt{\frac{H}{H_0}}} \quad (3.3)$$

Les relations précitées, exprimées en logarithme, sont reportées sur le graphique de la figure 13. Trois zones dans lesquelles s'appliquent des critères de rupture différents apparaissent:

- selon (3.2), pour de petits échantillons ($H/H_0 < 0,1$), c'est la résistance à la traction ft qui s'applique;
- selon (3.3) pour les structures massives ($H/H_0 > 10$), la mécanique linéaire de la rupture s'impose;
- selon (3.1), pour les structures minces, ($0,1 < H/H_0 < 10$), c'est la mécanique non linéaire de la rupture qui doit être retenue.

En bref, en exprimant qualitativement ces considérations, la mécanique linéaire de la rupture ne s'applique que dans les conditions suivantes:

longueur de la fissure	»	longueur de la zone fracturée	»	dimension des granulats
---------------------------	---	-------------------------------------	---	-------------------------------

Des essais très remarquables ont été effectués sur des bétons de barrage au Laboratoire des matériaux de construction de l'EPFL et publiés récemment [15]. Ils concluent à l'application de la mécanique linéaire de la rupture pour des épaisseurs de béton de barrage supérieures à 20 m environ. Les barrages-poids sont en général dans ce cas, mais non pas les barrages-voûtes ni les barrages à contreforts. Relevons enfin, en confirmation du point 3.1 c, qu'en raison de l'effet de taille précité, le processus de rupture d'un modèle en laboratoire peut être fort différent de la réalité.

4. Conclusion: perspectives de recherches

À l'évidence, la modélisation numérique du comportement d'un ouvrage ne peut que se baser sur une connaissance approfondie des phénomènes physiques et en particulier des propriétés des matériaux¹¹.

C'est principalement sur celles-ci que les recherches devraient se poursuivre, mais en étroite collaboration avec les analystes afin de choisir les lois constitutives et les paramètres les mieux appropriés à la construction d'algorithmes.

Il convient donc d'étudier les lois de comportement du béton en tenant compte:

- a) de son hétérogénéité et de son anisotropie possible;
- b) de la présence de l'eau;
- c) de sollicitations bi ou tridimensionnelles;
- d) de sollicitations dynamiques.

Les questions que l'on se pose, en regard de chacun de ces divers aspects, sont par exemple:

- Qu'en est-il de la résistance du béton dans les *joints de reprise* (considérés habituellement comme des points faibles)?
- Que se passe-t-il au *contact de la fondation* du barrage?
- Quelle est l'influence de l'eau interstitielle sur la résistance à la fissuration et de l'eau dans les fissures?
- Quelle est l'influence de la *température* sur cette résistance?

¹¹ Rappelons cette intéressante pensée du grand Terzaghi: «Mathematicians are useful animals who should be kept in a golden cage and fed with problems judiciously.»

- Quelles sont les valeurs des facteurs critiques d'intensité de contrainte K_C et de l'énergie spécifique de fracture G_F , dans des états de *sollicitation triaxiale*? (Les cas biaxial comporte encore, quant à lui, des inconnues.)
- Comment les fissures se propagent-elles dans un *milieu tridimensionnel sous sollicitation triaxiale*?
- Quelle est la résistance à la fissuration sous des *sollicitations dynamiques uni, bi ou triaxiales*? Quelles sont les influences de la vitesse de charge et des phénomènes de fatigue?
- Quelle est la *vitesse de propagation* des fissures sous sollicitation dynamique?

Nous ne parlons pas, ici, des recherches sur la *détection et de l'auscultation des fissures*, en laboratoire ou sur les ouvrages. Des développements importants ont été faits dans ce domaine et se poursuivent.

Pour ce qui est de la *modélisation numérique*, ne devrait-on pas rechercher des algorithmes pouvant traiter dans une même structure les zones de fissuration qui ressortent aussi bien de la mécanique linéaire de la rupture que la mécanique non linéaire? Il semble à cet égard, que les modèles dérivés de la méthode de la bande fissurée et ceux utilisant un critère de propagation basé sur une intégrale de surface soient les mieux adaptés.

Par ailleurs, des recherches sur la *théorie des dommages* [16] sont très prometteuses. Celle-ci consiste, non pas à s'occuper localement (ainsi qu'on le fait en mécanique de la rupture) de la propagation d'une fissure dans une zone fortement sollicitée, en supposant que le milieu environnant reste mécaniquement intact, mais à quantifier la dégradation irréversible de la cohésion du matériau sous l'effet des sollicitations. La détérioration du matériau est ainsi exprimée en terme de milieu continu défectueux.

Le lecteur voudra bien pardonner l'auteur de le quitter sur des questions plutôt que sur des réponses.

«La critique est aisée, mais l'art est difficile», dit-on. Il en est de même dans la technique et n'est-il pas plus facile, aussi, de dresser le catalogue de ses «chefs-d'œuvre» futurs que de les exposer à l'admiration du public...?

Remerciements

Qu'il me soit permis de marquer ici mon estime au Professeur F. H. Wittmann dont les importants travaux et les publications sur la technologie du béton font autorité.

Je tiens en outre à remercier le Dr P. Droz et le Dr T. Zimmermann dont les explications sur la mécanique de la rupture m'ont été précieuses.

Je remercie enfin le Dr E. Brühwiler qui m'a aimablement invité à faire partie du Jury de sa remarquable thèse sur les essais de béton des barrages.

Références bibliographiques

- [1] Griffith: The phenomena of rupture and flow in solids. Philos. Trans. Soc. London, A 221 (1921)
- [2] Neville: Some aspects of the strength of concrete. Civil Engineering, London, 54 (1959)
- [3] Kaplan: Crack propagation and the fracture of concrete. Journal of the American Concrete Institute, 58 (1961)
- [4] Ziegeldorf: Phenomenological aspect of fracture of concrete. Fracture mechanics of concrete. F. H. Wittmann edit, Elsevier (1983)
- [5] Hillerborg, Modeer, Peterson: Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. Cement and Concrete Research, 6 (1976)
- [6] Skikerud: Modelle und Berechnungsverfahren für das Rissverhalten von unarmierten Betonbauten unter Erdbebenbeanspruchung. IBK ETH-Zürich, Diss. Nr. 7071 (1982)
- [7] Chappuis: Modélisation non-linéaire du comportement du béton sous des sollicitations dynamiques. IBK ETH-Zürich, Diss. n° 155 (1987)
- [8] Bazant and Oh: Crack band theory for fracture of concrete materials and structure. Rilem, Paris, vol. 16 (1983)
- [9] Droz: Modèle numérique de comportement non-linéaire d'ouvrages massifs en béton non armé. EPF Lausanne, Thèse n° 682 (1987)

- [10] *Ingraffea*: Case studies of simulation of fracture in concrete dams. International conference on fracture and damage of concrete and rock – paper XII-5. Vienna (1988)
- [11] *Tu Chuanlin*: A study of the cracking of Zhexi diamond head buttress dam and its strengthening measures. Q57, R38, CIGB Lausanne (1985)
- [12] *Chappuis, Rebora, Zimmermann*: Numerical approach of crack propagation analysis in gravity dams during earthquakes. Q57, R26, CIGB Lausanne (1985)
- [13] *Dungar*: Comparison of physical and finite element models. Q57-4, vol. V, CIGB Lausanne (1985)
- [14] *Bazant*: Size effect in blunt fracture: concrete, rock metal. Journal of Engineering Mechanics, ASCE 110, n° 4 (1984)
- [15] *Brühwiler*: Bruchmechanik von Staumauerbeton unter quasi-statischen und erdbebendynamischen Belastungen – Thèse EPFL – Département des matériaux (1988)
- [16] *Lorrain and Loland*: Damage theory applied to concrete. Fracture mechanics of concrete. F. H. Wittmann edit, Elsevier (1983)

Adresse de l'auteur: *Raymond Lafitte*, prof., EPF Lausanne, Bonnard & Gardel ingénieurs-conseils S.A., avenue de Cour 61, CH-1001 Lausanne.

Conférence tenue lors des Journées d'études de Flims-Waldhaus: comportement, contrôle et entretien du béton. Ces Journées en juin 1988 ont été organisées par le Groupe de travail pour l'observation des barrages du Comité national suisse des grands barrages.

Die Rottachtalsperre

Studenten-Exkursion der Professur für Wasserbau nach Bayern

Wie jedes Jahr, führte die Professur für Wasserbau an der ETH Zürich (vom 7. bis 10. Juni 1989) auch heuer unter der Leitung von Prof. Vischer eine dreieinhalbtägige Exkursion für die Studenten der Vertiefungsrichtung Wasserbau durch. Es zog uns ins nahe Bayern, wo wir fünf Ziele ansteuerten: die nachstehend kurz beschriebene Rottachtalsperre, zwei Lechkraftwerke, die Schleuse Hilpoltstein als Teilbauwerk des Main-Donau-Kanals – dessen Inbetriebnahme ist für den Herbst 1992 vorgesehen – und schliesslich das Brombachspeichersystem, das als Bestandteil des Überleitungssystems Wasser aus dem wasserreichen Süden des Freistaates nach dem trockeneren Norden bringen soll.

Bei allen Objekten handelt es sich um Bauwerke, die in dieser Form oder in der jeweiligen Zielsetzung für die Schweiz ungewöhnlich sind. So auch bei der rund 10 km südsüdöstlich von Kempten im Allgäu gelegenen Rottachtalsperre, die kurz vor ihrer Fertigstellung steht: Ihre Aufgabe wird es sein, die Iller und die Donau zwischen Iller- und Lech-Mündung in Trockenzeiten mit zusätzlichem Wasser zu alimentieren.

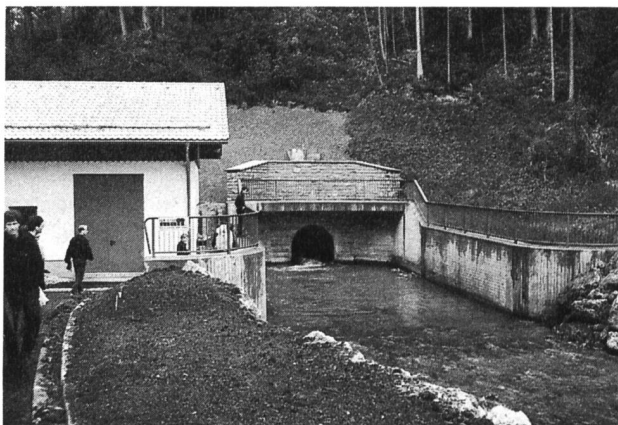


Bild 1. Rottachtalsperre: Auslauf des kombinierten Stollens von Hochwasserentlastung und Grundablass, links im Bild das Zentralengebäude.

Das wurde nötig, weil die beiden Flüsse bei Niedrigwasser als Vorfluter von entwicklungsträchtigen Regionen schon heute überfordert sind. Mit einem Nutzinhalt von 20 Mio m³ kann der Speicher zwei Monate lang 5 m³/s abgeben. Das Kernstück bilden der 38,5 m hohe Damm, die auf der linken Seite gruppierten Nebenanlagen und ein Kleinwasserkraftwerk mit Durchströmturbine. Der Damm selbst besteht zwar aus je einem äusseren Stützkörper aus Felstrümmern und einer Art Kern aus schluffigem Kies; gedichtet wird er aber durch eine Dichtungswand aus Asphaltbeton, die unten in den Kontrollgang eingebunden ist. Mit einem Dammvolumen von nur 270 000 m³ ergibt sich ein sehr günstiges Verhältnis Nutzinhalt zu Dammvolumen von 73. Aus geologischen Gründen wurden sowohl der Grundablass wie die Hochwasserentlastung im linken Widerlager angeordnet. Für die Zusammenführung der entsprechenden Freilaufgerinne im Stollenbereich waren Modellversuche erforderlich. Im Sohlbereich ist die Rohrleitung für das Kleinwasserkraftwerk einbetoniert. Der gleiche Trockenschacht dient sowohl als Schieberschacht für den Grundablass wie auch als Fassungsturm für das Triebwasser.

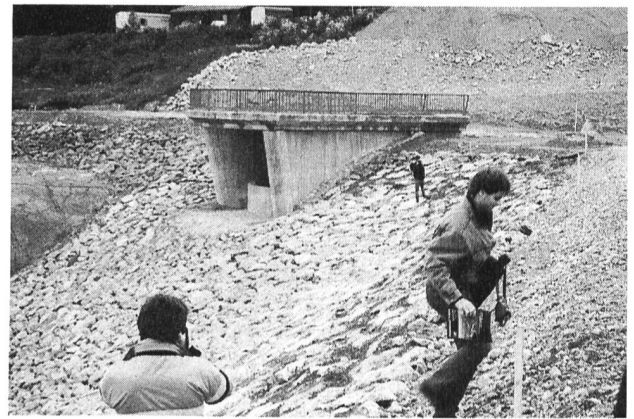


Bild 2. Rottachtalsperre: Einlauf zur Hochwasserentlastung.

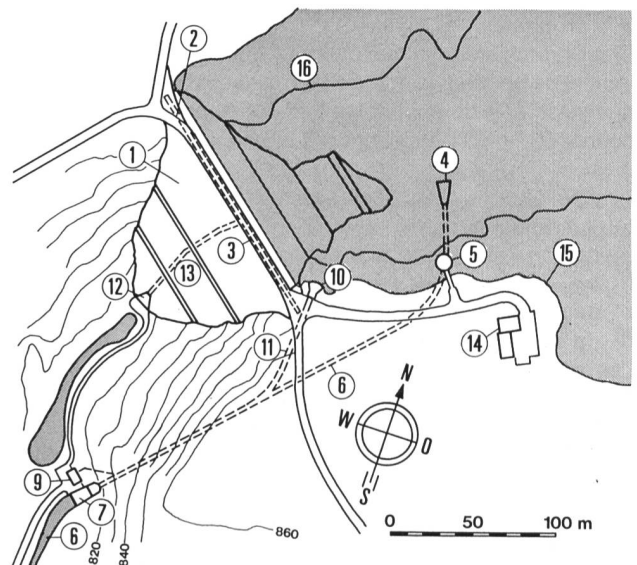


Bild 4. Rottachtalsperre: Situation (nach einem Faltblatt des Wasserwirtschaftsamtes Kempten/Allgäu)

1 Absperrdamm, 2 Herdmauer, 3 Kontrollgang, 4 Einlaufbauwerk Grundablassstollen, 5 Schieberturm, 6 Grundablassstollen, 7 Tosbecken, 8 Unterwassergerinne, 9 Kleinkraftwerk, 10 Einlaufbauwerk Hochwasserentlastung, 11 Hochwasserentlastungsstollen, 12 Zugangsstollen zum Kontrollgang, 14 Betriebsgebäude, 15 Normalstauhöhe, 16 Absenziel.