Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen = Swiss foresty journal = Journal forestier suisse

Herausgeber: Schweizerischer Forstverein

Band: 155 (2004)

Heft: 5

Artikel: Stammholz-Volumenbestimmung über Mittendurchmesser und Mittenabholzigkeit

Autor: Felder, Stefan

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1098103

Stammholz-Volumenbestimmung über Mittendurchmesser und Mittenabholzigkeit

STEFAN FELDER

Keywords: Huber's formula; measurement error; log rules. FDK 52

Abstract: The volume of stemwood can be determined if in the middle of the log, measurements are taken from the diameter and from the shaft's slope. Huber's formula provides an exact measurement for stumps of the cylinder and the apollonian paraboloid, but underestimates the volume for stumps of the cone and the neiloid.

Abstract: Das Volumen des Stammholzes kann bestimmt werden, wenn in der Mitte neben dem Durchmesser die Steigung des Schaftes erhoben wird. Die Hubersche Formel ergibt eine genaue Messung für die Walze sowie für Stümpfe des apollonischen Paraboloids, unterschätzt jedoch das Volumen des Kegel- und des Neiloidstumpfs.

1. Einleitung

Wenn ein Einmesser ein liegendes Stammholz kubiert, so misst er in der Regel den Mittendurchmesser und die Länge.[1] Nach der Walzen- oder Zylinderformel ergibt sich dann das Volumen als $V_w = \pi \bar{y}^2 L$, d.h. als Produkt aus der Fläche des Mittenquerschnittes und der Länge. Die Mittenflächenformel war zwar schon im 17. und 18. Jahrhundert bekannt, wurde aber erst 1828 vom Bayerischen Salineninspektor Huber in die Forstwissenschaft eingeführt. Man spricht deshalb häufig auch von der Huberschen Formel. Die Formel ist eine Approximation des tatsächlichen Volumens, da die Walzenform bestenfalls auf die Mitte des Stammholzes zutrifft. Im unteren Abschnitt entspricht ein Baumstamm der Form eines Neiloids, oben herrscht die Kegelform vor (vgl. *Abbildung 1)*.

Mit der korrekten Kubierung von Stammholz beschäftigen sich die Forstwissenschaftler schon seit langem. Bekannt ist die Formel von SMALIAN (1837), die das Volumen aus dem Produkt der Länge und des arithmetischen Mittels der Flächen der beiden Endquerschnitte bestimmt. RIECKE (1840) hat die Newtonsche Formel in die Holzmesspraxis eingebracht. Sie berechnet das Volumen von Stammholz in Funktion der Flächen der Mitten- und Endquerschnitte sowie der Länge. Bei theoretischen Schaftkurven reicht es zur exakten Kubierung aus, neben der Länge die Aussendurchmesser zu berücksichtigen (vgl. PRODAN 1965, S. 54).

Der vorliegende Beitrag beschäftigt sich ebenfalls mit theoretischen Schaftkurven. Er zeigt im folgenden Kapitel 2, dass das Volumen über zwei Messungen bei der Stammholzmitte bestimmt werden kann. Es sind dies der Mittendurchmesser und die Mittenabholzigkeit. Mit Hilfe der hergeleiteten Volumenformeln wird in Kapitel 3 der Fehler der Huberschen Formel bei der Kubierung von Stümpfen bestimmt. Diese Fehlerberechnungen sind neu. In der Literatur gibt es bisher hierzu nur Angaben zu ganzen Körpern. Kapitel 4 gibt einen Ausblick.

2. Die Kubierung der Stümpfe mittels Mittenmessungen

In der Holzmesskunde ist folgende Formel für die Beschreibung des Verlaufs der Schaftkurve als Rotationskörper üblich:

$$y^2(x) = k(r)\, x^r, \tag{1}$$

wobei y den Radius des Stammquerschnittes in Funktion des Abstandes x vom Baumgipfel angibt und k eine Konstante, die von der Form des Rotationskörpers abhängt. Der Exponent r nimmt ganzzahlige Werte zwischen 0 und 3 an. r = 0 generiert für $x \geq 0$ die Schaftkurve einer Walze, r = 1 diejenige eines apollonischen Paraboloids, r = 2 diejenige eines Kegels und r = 3 diejenige eines Neiloids.

Das Volumen eines beliebigen Stammabschnitts mit oberen Abstand zum Gipfel x_o und unterem Abstand x_u erfolgt nach den Regeln der Volumenbestimmung von Stümpfen mit der Fläche eines Querschnittes $F(x) = \pi\,(f(x))^2$:

$$\begin{aligned} V(r) &= \int_{x_o}^{x_u} \pi\,(f(x))^2 dx = \pi k(r)^2 \left(\int_0^{x_u} x^r dx - \int_0^{x_o} x^r dx\right) \\ &= \pi k(r)^2 \left(\left|\frac{x^{r+1}}{r+1}\right|_0^{x_u} - \left|\frac{x^{r+1}}{r+1}\right|_0^{x_o} \right) = \frac{\pi k(r)^2}{r+1}\left(x_u^{r+1} - x_o^{r+1}\right). \end{aligned} \tag{2}$$

Satz: Mit den drei Messungen, $\bar{y}$ (Radius in der Mitte des Stammholzes), $\bar{a}$ (Steigung des Schaftes in der Mitte) und L (Länge des Stumpfholzes, $L = x_u - x_o$) lässt sich das Volumen der durch (1) beschriebenen Rotationskörper abschliessend bestimmen.

Beweis: Formal gilt für die Beziehung zwischen Radius bzw. Steigung des Stumpfschaftes und dem Abstand zum Gipfel $\bar{x}$:

$$\bar{y} = k\bar{x}^{r/2}, \tag{3}$$

$$\bar{a} = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=\bar{x}} = \frac{r}{2} k\bar{x}^{r/2-1}. \tag{4}$$

Dies stellt ein Gleichungs-System mit zwei Unbekannten dar, das sich leicht auflösen lässt:

$$k(r, \bar{y}, \bar{a}) = \left(\frac{2\bar{a}}{r}\right)^{r/2} \bar{y}^{1-r/2}, \tag{5}$$

$$\bar{x}(r, \bar{y}, \bar{a}) = \bar{y}\left(\frac{r}{2\bar{a}}\right). \tag{6}$$

Die Mitte des Abschnittes ist definitionsgemäss je eine halbe Abschnittslänge L vom oberen und unteren Ende entfernt, d.h. $x_o = \bar{x} - \frac{L}{2}$ und $x_u = \bar{x} + \frac{L}{2}$. Durch Einsetzen aller Ausdrücke in (2) folgt:

$$V(r, \bar{y}, \bar{a}, L) = \frac{\pi\left[k(r, \bar{y}, \bar{a})\right]^2}{r+1}\left[\left(\bar{x}(r, \bar{y}, \bar{a}) + \frac{L}{2}\right)^{r+1} - \left(\bar{x}(r, \bar{y}, \bar{a}) - \frac{L}{2}\right)^{r+1}\right], \tag{7}$$

womit der Satz bewiesen ist.

[1] Genau genommen misst ein Einmesser auf der Mitte den grössten und kleinsten Durchmesser und bildet das Mittel. Dieses Verfahren bietet sich an, weil der Stammholzquerschnitt nicht kreis-, sondern ellipsenförmig ist. Allerdings führt es zu einer fehlerhaften Volumenberechnung, da mit den beiden Kreisdurchmessern die Fläche des Ellipsenquerschnitts überschätzt wird (vgl. KUCERA 1981).

[2] Die Abholzigkeit wird in der Literatur als Abnahme des Durchmessers pro lfd. m definiert (vgl. PRODAN 1965, S. 71). Sie ist damit doppelt so gross wie das hier verwendete Mass $\bar{a}$.

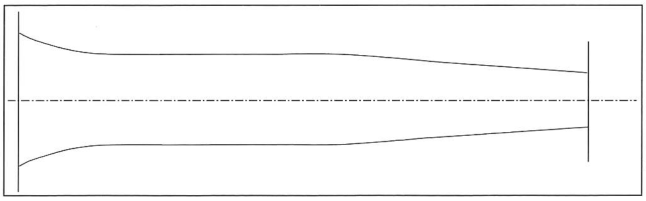

Abbildung 1: **Stilisierte Schaftkurve eines Stammholzes.**

Figure 1: Stylised shaft slope of a stem.

Für praktische Zwecke kann man sich zwei alternative Verfahren zur Bestimmung von $\bar{a}$ vorstellen.[2] Beim ersten misst der Einmesser mit Hilfe einer Wasserwaage auf der Mitte den Winkel der Abweichung zur Horizontalen. Damit bestimmt er zwar die Steigung einer Sekanten. Angesichts der vergleichsweise geringen Krümmung der Schaftkurve weicht allerdings die Steigung der Sekanten nur unwesentlich von jener der Tangenten auf der Mitte des Stammholzes ab. Wenn α den gemessenen Winkel bezeichnet, so gilt $\bar{a} \approx \tan \alpha$.

Beim alternativen Verfahren wird auf den Einsatz eines zweiten Gerätes verzichtet und dafür im Abstand von je 50 cm von der Stammmitte die Durchmesser genommen. In diesem Fall gilt:

$$\bar{a} \approx \frac{d_{\bar{x}-0.5} - d_{\bar{x}+0.5}}{2(\bar{x}-0.5-(\bar{x}+0.5))} = \frac{d_{\bar{x}-0.5} - d_{\bar{x}+0.5}}{2} = y_{\bar{x}-0.5} - y_{\bar{x}+0.5}. \quad (8)$$

Allerdings könnte dann das Volumen auch direkt über $d_{\bar{x}-0.5}$ und $d_{\bar{x}+0.5}$ ohne Bezug auf $\bar{a}$ und $\bar{y}$ bestimmt werden. Grundsätzlich reichen bei theoretischen Körpern neben der Längemessung nämlich zwei Messungen zur Kubierung aus.

Zur Berechnung der Volumen der einzelnen Körper auf der Grundlage von Mittenradius und Mittensteigung wird im Folgenden zur Vereinfachung der Notation die Hilfsvariable Z (r) $= x_u^{r+1} - x_o^{r+1}$ eingeführt.

Walze (r = 0): Z (r = 0) = L und k (r = 0) = $\bar{y}$. Somit ist V (r = 0) = $\pi\bar{y}^2 L$.

Apollonischer Paraboloidstumpf (r = 1) : Z (r = 1) = $\frac{L}{\bar{a}}\bar{y}$ und k (r = 1) = $\sqrt{2\bar{a}\bar{y}}$. Das Volumen ist V (r = 1) = $\pi\bar{y}^2 L$ und entspricht jenem der Walze.

Kegelstumpf (r = 2): $Z(r=2) = \left(\frac{\bar{y}}{\bar{a}} + \frac{L}{2}\right)^3 - \left(\frac{\bar{y}}{\bar{a}} - \frac{L}{2}\right)^3$ und $k(r=2) = \bar{a}$.

$$\begin{aligned} V(r=2) &= \frac{\pi}{3}\bar{a}^2 \left[\left(\frac{\bar{y}}{\bar{a}} + \frac{L}{2}\right)^3 - \left(\frac{\bar{y}}{\bar{a}} - \frac{L}{2}\right)^3\right] \\ &= \frac{\pi}{24\bar{a}}\left[(2\bar{y} + \bar{a}L)^3 - (2\bar{y}d - \bar{a}L)^3\right] \\ &= \frac{\pi}{24\bar{a}}\left[2L\bar{a}(12\bar{y}^2 + \bar{a}^2 L^2)\right] \\ &= \pi\bar{y}^2 L + \frac{\pi\bar{a}^2 L^3}{12} \end{aligned}$$

Das Volumen des Kegelstumpfes ist somit grösser als das Volumen der Walze.

$$Z(r=3) = \left[\bar{y}\left(\frac{3}{2\bar{a}}\right) + \frac{L}{2}\right]^4 - \left[\bar{y}\left(\frac{3}{2\bar{a}}\right) - \frac{L}{2}\right]^4 = \frac{6\bar{y}L}{\bar{a}}\left(\frac{9\bar{y}^2}{4\bar{a}^2} + \frac{L^2}{4}\right).$$

$$k(r=3) = \left(\frac{2\bar{a}}{3}\right)^{3/2} \bar{y}^{-1/2}.$$

$$\begin{aligned} V(r=3) &= \frac{\pi}{4}\left(\frac{2\bar{a}}{3}\right)^3 \bar{y}^{-1} \frac{6\bar{y}L}{\bar{a}}\left[\frac{9\bar{y}^2}{4\bar{a}^2} + \frac{L^2}{4}\right] \\ &= \frac{1}{9}\pi\bar{a}^2 L\left[\frac{9\bar{y}^2}{\bar{a}^2} + L^2\right] = \pi\bar{y}^2 L + \frac{\pi\bar{a}^2 L^3}{9}. \end{aligned}$$

Neiloidstumpf (r = 3):

Das Volumen des Neiloidstumpfs ist ebenfalls grösser als das Walzenvolumen.

Als weiterer theoretischer Körper bei Stammholz wird in der Forstwissenschaft das kubische Paraboloid diskutiert (KRAMER & AKÇA 2002, S. 49). Hier gilt

$$\bar{y} = k\bar{x}^{1/3}. \quad (9)$$

In diesem Fall (kP) resultiert für die Volumenformel:

$$V_{kP} = \frac{3\pi k^2}{5}\left(x_u^{5/3} - x_o^{5/3}\right). \quad (10)$$

Für die Steigung der Schaftkurve auf der Stammmitte gilt nach (9):

$$\bar{a} = \frac{k}{3}\bar{x}^{-2/3}. \quad (11)$$

Hier ergibt sich als Lösung für die zwei Unbekannten (k, $\bar{x}$):

$$k(\bar{a}, \bar{y}) = (\bar{y}^2 3\bar{a})^{1/3}, \quad (12)$$

$$\bar{x}(\bar{y}, \bar{a}) = \frac{\bar{y}}{3\bar{a}}. \quad (13)$$

Setzt man (12) und (13) in (10) ein, so resultiert unter Berücksichtigung des Zusammenhangs zwischen $\bar{x}$ und x_u bzw. x_o:

$$\begin{aligned} V_{kP} &= \frac{\pi 3^{5/3}\bar{a}^{2/3}\bar{y}^{4/3}}{5}\left[\left(\bar{x} + \frac{L}{2}\right)^{5/3} - \left(\bar{x} - \frac{L}{2}\right)^{5/3}\right] \\ &= \frac{\pi 3^{5/3}\bar{a}^{2/3}\bar{y}^{4/3}}{5}\left[\left(\frac{\bar{y}}{3\bar{a}} + \frac{L}{2}\right)^{5/3} - \left(\frac{\bar{y}}{3\bar{a}} - \frac{L}{2}\right)^{5/3}\right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Damit ist gezeigt, dass auch das Volumen des kubischen Paraboloidstumpfs mit den zwei Mittenmassen und der Länge berechnet werden kann.

3. Das Ausmass des Fehlers bei der Huberschen Formel

Der apollonische Paraboloidstumpf weist das gleiche Volumen auf wie eine Walze gleicher Länge. Somit misst die Hubersche Formel das Volumen in diesem Fall korrekt. Bei allen anderen Schaftformen ergeben sich bei einer Anwendung der Mittenflächenformel Fehler.

Aus einem Vergleich des Kegelstumpfes (K) mit der Walze (W) folgt:

$$V_K = V_W + \frac{\pi\bar{a}^2 L^3}{12} > 0. \quad (15)$$

Der Fehler nimmt somit kubisch mit der Länge und quadratisch mit der Neigung des Kegelstumpfs zu. Bei einem ganzen Körper gilt L = $2\bar{x}$, so dass man $\bar{a} = \frac{2\bar{y}}{L}$ schreiben kann. Setzt man dies in (15) ein, so resultiert $V_K - V_W = \frac{\pi}{3}\bar{y}^2 L$. Die Walzenformel unterschätzt den Kegel damit um einen Viertel (PRODAN 1965, S. 53, sowie KRAMER & AKÇA 2002, Tabelle 2, S. 50).

Beim Neiloidstumpf (N) berechnet man:

$$V_N = V_W + \frac{\pi\bar{a}^2 L^3}{9} > 0. \quad (16)$$

Wie beim Kegelstumpf steigt der Fehler kubisch in L und quadratisch in $\bar{a}$ an. Allerdings ist die Veränderung stärker: Der Fehler der Huberschen Formel ist beim Neiloidstumpf um einen Drittel grösser. Betrachtet man wiederum den ganzen

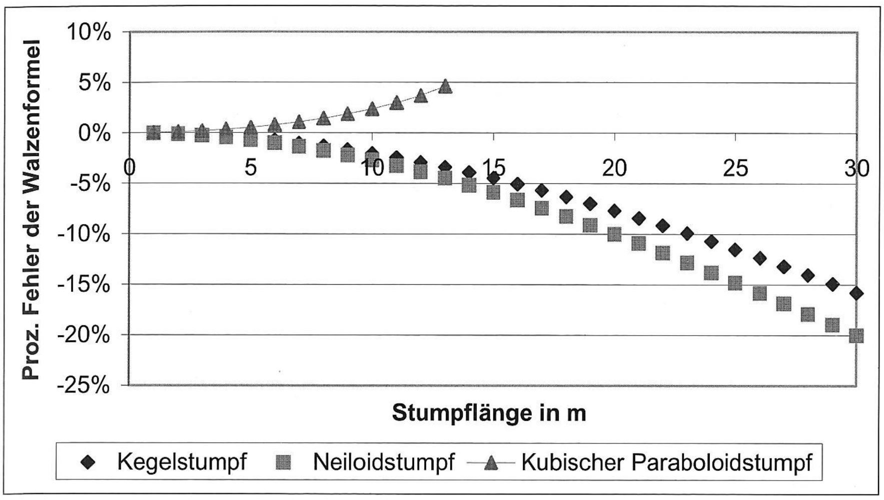

Abbildung 2: **Fehler der Huberschen Formel für Stümpfe des Kegels, des Neiloids und des kubischen Paraboloids in Abhängigkeit der Stumpflänge (Mittendurchmesser 80 cm, Mittenabholzigkeit 4 cm lfd. m).**

Figure 2: Failure of Huber's formula for the stump of the cone, the neiloid and the cubic paraboloid with shaft length dependency (mean diameter 80 cm, mean taper 4 cm per meter of length).

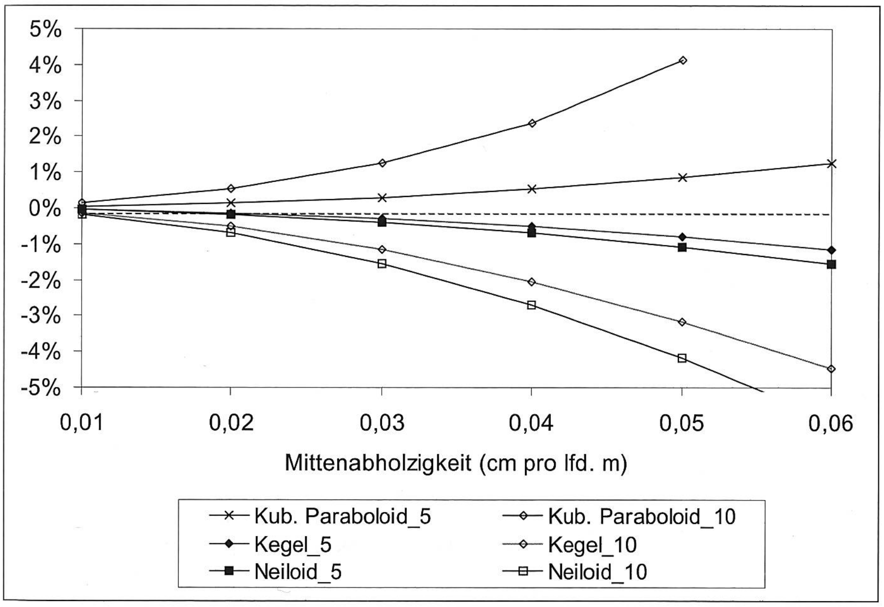

Abbildung 3: **Fehler der Huberschen Formel in Abhängigkeit der Mittenabholzigkeit für Stumpflängen von 5 und 10 m (Mittendurchmesser 80 cm).**

Figure 3: Failure of Huber's formula in dependency of stump length from between 5 to 10 m (mean diameter 80 cm).

Körper, so lässt sich zeigen, dass $\bar{a} = \frac{3\bar{y}}{L}$ gilt. Daraus ergibt sich $V_N = V_W + \pi\bar{y}^2L$. Die Walzenformel unterschätzt das Volumen des Neiloids um 50% (vgl. PRODAN 1965, S. 33) sowie KRAMER & AKÇA 2002, S. 50). Zudem gilt in diesem Fall $V_N = V_K + \frac{V_W}{4}$.

Die Volumenformel für den kubischen Paraboloidstumpf (14) kann man zunächst umschreiben zu:

$$V_{kP} = \pi\frac{3^{5/3}\bar{x}^{5/3}\bar{a}^{2/3}\bar{y}^{4/3}}{5}\left[\left(1+\frac{L}{2\bar{x}}\right)^{5/3}-\left(1-\frac{L}{2\bar{x}}\right)^{5/3}\right] \quad (17)$$

$$= V_W\frac{3^{5/3}\bar{x}^{5/3}\bar{a}^{2/3}\bar{y}^{-2/3}}{5L}\left[\left(1+\frac{L}{2\bar{x}}\right)^{5/3}-\left(1-\frac{L}{2\bar{x}}\right)^{5/3}\right].$$

(13) nach $\bar{a}$ aufgelöst und in (17) eingesetzt ergibt:

$$V_{kP} = V_W\frac{3\bar{x}}{5L}\left[\left(1+\frac{L}{2\bar{x}}\right)^{5/3}-\left(1-\frac{L}{2\bar{x}}\right)^{5/3}\right] \quad (18)$$

$$= V_W\frac{3}{10}\frac{2\bar{x}}{L}\left[\left(1+\frac{L}{2\bar{x}}\right)^{5/3}-\left(1-\frac{L}{2\bar{x}}\right)^{5/3}\right].$$

Die Länge des Abschnittes ist auf das Intervall ($0 \le L \le \bar{x}/2$) beschränkt. Es lässt sich zeigen, dass im Minimum ($L = 0$) $V_{kP} = V_W$ ist. Für das Maximum ($L/2 = \bar{x}$) folgt direkt aus (18)

$$V_{kP} = \frac{3\sqrt[3]{4}}{5}V_W \approx 0.952\,V_W.$$ [3]

Da der Fehler monoton verläuft, überschätzt die Hubersche Formel somit das Volumen des kubischen Paraboloidstumpfs.

Abbildung 2 illustriert die Fehler der Huberschen Formel in Abhängigkeit der Abschnittslänge für Stümpfe mit einem Mittendurchmesser von 80 cm und einer Mittenabholzigkeit von 4 cm pro lfd. m. Bei diesen Parameterwerten beträgt die Distanz von der Mitte des Abschnittes zum Gipfel ($\bar{x}$) beim Kegel 20 m, beim Neiloid 30 m und beim kubischen Paraboloid 6 2/3 m. Ein Fehler von 3% wird beim Kegelstumpf nach 14 m erreicht, beim Neiloidstumpf nach 12 m und beim kubischen Paraboloidstumpf nach 11 m. Danach steigen die Fehler beim Kegel- und Neiloidstumpf deutlich an, während beim kubischen Paraboloid der maximale Fehler auf 5% beschränkt bleibt. Für Stammhölzer kürzer als 5 m belaufen sich die Fehler auf Werte kleiner als 1%.

Abbildung 3 zeigt den Fehler der Huberschen Formel in Abhängigkeit der Mittenabholzigkeit für 5 und 10 m lange Stümpfe. Bei 5 m Stumpflänge liegen für eine Mittenabholzigkeit geringer als 5 cm pro lfd. m mit Ausnahme des Neiloidstumpfes die Fehler unter 1%. Bei 10 m Länge wird die 1% Fehlermarge dagegen bereits bei einer Mittenabholzigkeit von 3 cm pro lfd. m erreicht.

4. Ausblick

Abschliessend stellt sich die Frage der praktischen Bedeutung einer Messung der Mittenabholzigkeit. KUCERA (1981, S. 333f) weist darauf hin, dass zwar jedes Messen mit Fehlern verbunden sei, dass es aber darauf ankomme, systematische Fehler zu vermeiden. Es ist unzweideutig, dass die Hubersche Formel in der Regel zu einem nicht zufallsbedingten und damit systematischen Fehler führt. Insofern es sich bei dem zu messenden Stammholz in guter Annäherung um einen theoretischen Rotationskörper (Kegel, Neiloid oder kubischer Paraboloid) handelt, können entweder die beiden Enddurchmesser oder der Mittendurchmesser und die Mittenabholzigkeit bestimmt werden, um die Kubierung korrekt vorzunehmen. Für das zweite Verfahren spricht die Beobachtung, dass der Stammfuss häufig unregelmässig geformt ist, so dass die Kluppung in der Nähe des Stammfusses nicht einfach durchzuführen ist.

[3] $V_W \approx 1.05\,V_{kP}$. Damit überschätzt die Hubersche Formel das Volumen des kubischen Paraboloids um 5% (vgl. KRAMER & AKÇA 2002, S. 50).

Zudem haben die Messungen auf der Stammholzmitte den Vorteil, dass der Einmesser nicht gezwungen ist, seinen Standort dauernd zu wechseln.

Im Vergleich zum heutigen Vorgehen der Kluppung müsste zusätzlich der Winkel auf der Stammholzmitte bestimmt werden, etwa durch eine Wasserwaage. Alternativ bietet sich an, Messungen des Durchmessers je 50 cm von der Stammmitte durchzuführen, auf deren Grundlage das Volumen direkt bestimmt werden kann. Schliesslich muss der Einmesser angeben, um welche Schaftform es sich jeweils handelt. Die konkrete Berechnung des Volumens auf der Grundlage von Mittendurchmesser und Mittenabholzigkeit (bzw. von zwei Messungen des Durchmessers in Mittenähe) erscheint angesichts der Verbreitung elektronischer Rechner bzw. Kluppen mit integrierten Rechnern als unproblematisch.

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit hat für theoretische Schaftkurven des Stammholzes gezeigt, dass das Volumen bestimmt werden kann, wenn in der Mitte neben dem Durchmesser die Steigung des Schaftes erhoben wird. Dieses Ergebnis ist interessant für die Stümpfe des Kegels, des Neiloids und des kubischen Paraboloids, alles Körper, die nicht ausschliesslich mit der Länge und dem Mittendurchmesser kubiert werden können.

Die in der Praxis weit verbreitete Hubersche Formel approximiert das Volumen von Stammholz über die Walzenformel. Dies ist nicht nur für die Walze eine genaue Messung, sondern auch für den apollonischen Paraboloidstumpf, wie es seit langem in der Holzmesskunde bekannt ist. Die Hubersche Formel unterschätzt jedoch das Volumen der Stümpfe des Kegels und des Neiloids. Bei beiden Stümpfen ist der Fehler eine kubische Funktion der Länge und eine quadratische Funktion der Mittenabholzigkeit, wobei er beim Neiloid um einen Drittel grösser ist als beim Kegel. Ebenfalls untersucht wurde der Fehler der Huberschen Formel für den Stumpf des kubischen Paraboloids. In diesem Fall überschätzt die Mittelflächenformel das tatsächliche Volumen. Im Vergleich zu den anderen Körpern ist jedoch der Fehler beim kubischen Paraboloid auf maximal 5% beschränkt.

Summary

Determination of stemwood volume using mid-diameter and taper

The present paper shows that the volume for the theoretical shaft slopes of stemwood can be determined if in the middle of the log, besides the diameter, measurements are also taken and recorded from the shaft's slope. The result is interesting for the stumps of the cone, the neiloid and the cubic paraboloid, all solid bodies that can not only be cubed with the length and the mid-diameter.

Huber's formula, widely used in practice, approximates the volume of the stemwood using the cylinder formula. This is not only an exact measurement for the cylinder, but also for the apollonian paraboloid stump, something that has been known in dendrometry for a long time. However, Huber's formula underestimates the volume of the stumps of the cone and the neiloid. In both stumps the error is a cubic function of the length and a quadratic function of the middle taper, whereby it is 30 per cent higher for the neiloid than for the cone. The paper also examines the margin of error of Huber's formula for the stump of the cubic paraboloid. In this case the middle area formula overestimates the actual volume. In comparison with the other solid bodies, however, the margin of error for the cubic paraboloid is limited to a maximum of 5 per cent.

Translation: ANGELA RAST-MARGERISON

Résumé

Détermination du volume des grumes à l'aide du diamètre et de la conicité à mi-longueur

Le présent travail a montré pour les courbes théoriques de la tige que le volume peut être déterminé en mesurant à mi-longueur la décroissance de la tige en plus du diamètre. Ce résultat est intéressant pour les tronçons de cône, de néloïde et de paraboloïde cubique qu'il n'est pas possible de cuber uniquement à l'aide de la longueur totale et du diamètre à mi-longueur.

La formule de Huber, largement utilisée dans la pratique, permet de calculer approximativement le volume d'une grume à l'aide de la formule du cylindre. En plus d'être précise pour le cylindre, cette mesure convient également pour le tronçon de paraboloïde d'Apollonius, comme la dendrométrie l'a déjà constaté depuis longtemps. La formule de Huber sous-estime cependant le volume des tronçons de cône et de néloïde. Dans les deux cas, l'erreur est une fonction cubique de la longueur et une fonction quadratique de la conicité à mi-longueur. Elle est cependant un tiers plus élevée pour le néloïde que pour le cône. L'erreur de la formule de Huber a également été étudiée pour le tronçon de paraboloïde cubique. Dans ce cas, la formule surestime le volume réel. Par rapport aux autres corps, l'erreur n'atteint pourtant que 5% au plus dans le cas du paraboloïde cubique.

Traduction: CLAUDE GASSMANN

Literatur

HUBER, F.X. 1828: Hilfstabellen für Bedienstete des Forst- und Baufachs zunächst zur leichten und schnellen Berechnung des Massengehaltes roher Holzstämme usw. München.

KRAMER, H.; AKÇA, A. 2002: Leitfaden zur Waldmesslehre. 4. Auflage, J.D. Sauerländer Verlag, Frankfurt a.M.

KUCERA, L. 1981: Ein Fehler der Stammholz-Volumenbestimmung. Schweiz. Z. Forstwes. 132, 5: 319–338.

PRODAN, M. 1965: Holzmesslehre. J.D. Sauerländer Verlag, Frankfurt a.M., 644 S.

RIECKE, F. 1840: Über die Berechnung des körperlichen Inhalts unbeschlagener Baumstämme. Stuttgart.

SMALIAN, H.L. 1837: Beitrag zur Holzmesskunst. Stralsund.

Dank

Ich danke Herrn Dr. Adrian Lanz (WSL Birmensdorf) für Literaturhinweise und eine intensive Diskussion sowie meinen mit dem Forstwesen verbundenen Verwandten, die mich auf das Thema aufmerksam machten.

Autor

Prof. Dr. STEFAN FELDER, Institut für Sozialmedizin und Gesundheitsökonomie, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg, Leipziger Strasse 44, DE-39120 Magdeburg. E-Mail: stefan.felder@medizin.uni-magdeburg.de.