

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen = Swiss forestry journal = Journal forestier suisse

Herausgeber: Schweizerischer Forstverein

Band: 154 (2003)

Heft: 3-4

Artikel: Die antizipierte Varianz : ein Werkzeug für die Optimierung von Waldinventuren

Autor: Mandallaz, Daniel

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1098167>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 01.05.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Die antizipierte Varianz: ein Werkzeug für die Optimierung von Waldinventuren¹

DANIEL MANDALLAZ

Keywords: Forest inventory; optimization; anticipated variance. FDK 524.6 : 56 : UDK 519

1. Einführung

Angesichts der knapper werdenden finanziellen Mittel und des steigenden Bedarfs an Information kommt der Optimierung von Waldinventuren eine besondere Bedeutung zu. Obwohl statistische Verfahren seit rund siebzig Jahren in der Waldinventur eine rasante Entwicklung sowohl im theoretischen wie auch im empirischen Bereich durchgemacht haben, fehlte bis vor kurzem ein einheitlicher Ansatz zur mathematischen Optimierung von Stichprobenplänen. In den letzten sieben Jahren wurde an der Professur für Forsteinrichtung und Waldwachstum der ETH Zürich schrittweise ein solcher Ansatz entwickelt, der nun eine gewisse Reife erlangt hat und durch Publikationen den Spezialisten zur Verfügung steht. Dieser Aufsatz gibt eine kurze, nicht mathematische Einführung in die Begriffsbildung und fasst qualitativ die wichtigsten Resultate zusammen. Daten aus den ersten und zweiten schweizerischen Forstinventuren illustrieren die Theorie. Interessierte, welche diesen Ansatz in die Praxis umsetzen wollen, müssen auf die Originalarbeiten zurückgreifen (MANDALLAZ 1995, 1997, MANDALLAZ & YE 1999, MANDALLAZ 2001, MANDALLAZ & LANZ 2001, MANDALLAZ 2002). Der technische Bericht (MANDALLAZ 2001) gibt die umfangreichste, weitgehend in sich geschlossene und aktuellste Darstellung und ist zudem auf dem Web erhältlich. In einem ersten Schritt sollte man die Ausführungen auf den technisch viel einfacheren Fall der einfachen Stichprobe (im Vergleich zur Traktstichprobe) konzentrieren. Die mathematischen Herleitungen sind teilweise recht anspruchsvoll, die Endresultate bestehen jedoch aus leicht berechenbaren algebraischen Formeln, auch wenn sie auf den ersten Blick etwas abschreckend wirken können.

2. Problemstellung

Wir betrachten zweiphasige zweistufige Inventuren mit Trakt-Stichproben. Das Untersuchungsgebiet (z.B. die ganze Schweiz) wird in Teilgebiete unterteilt (z.B. die fünf Produktionsregionen: Jura, Mittelland, Voralpen, Alpen, Südalpen), welche bezüglich der Waldstrukturen und Erhebungskosten als relativ homogen betrachtet werden können. Die erste Phase (z.B. Luftbildinterpretation) wird mit einer im ganzen Gebiet konstanten Traktdichte durchgeführt (dies erfolgt in der Praxis mit einem Gitter). Die geometrische Struktur des Trakts ist ebenfalls konstant. In jedem Punkt des Trakts werden Merkmale erhoben, welche zur Stratifizierung benutzt werden. In der zweiten Phase wird aus der Menge der Trakte der ersten Phase eine Teilmenge gemäss einer terrestrischen Traktdichte ausgewählt, welche zwischen den Teilgebieten variieren kann (dies erfolgt mit Verfeinerungen des Gitters der ersten Phase). In jedem Punkt eines terrestrischen Trakts wird eine zweistufige Auswahl der Bäume durchgeführt: In der ersten Stufe werden Bäume mittels konzentrischer Kreisproben ausgewählt. Die Anzahl Kreise und die zugehörigen BHD-Schwellenwerte sind innerhalb eines Gebiets konstant. Für jeden Baum i der ersten Stufe wird eine billige Approxima-

tion Y_i^* der exakten Y_i Zielgrösse bestimmt (z.B. Volumen des Baumes auf Grund einer Volumenfunktion, welche nur vom BHD und der Baumart abhängt). Die Bäume der zweiten Stufe werden innerhalb der Bäume der ersten Stufe unabhängig voneinander und mit individueller Aufnahmewahrscheinlichkeit ausgewählt. Für die Bäume der zweiten Stufe wird mittels zusätzlicher Messungen die exakte Zielgrösse Y_i bestimmt (z.B. Volumen auf Grund des BHDs, der Baumart, des Durchmesser in sieben Meter Höhe und der Höhe des Baumes). In jedem Punkt eines terrestrischen Trakts kann die sogenannte verallgemeinerte lokale Dichte berechnet werden (sie besteht aus der üblichen Schätzung mit den Y_i^* und aus einem Korrekturterm mit den Residuen $|Y_i - Y_i^*|$ gemäss Formel 4.2.1 in MANDALLAZ 1995).

Die Kosten für die Messungen an Bäumen in der ersten Stufe sowie die zusätzlichen Kosten für Messungen an Bäumen in der zweiten Stufe sind innerhalb eines Teilgebietes konstant. Im Prinzip können die Transportkosten von Trakt zu Trakt innerhalb eines Teilgebietes beliebige Funktionen sein (welche jedoch aus geometrischen Gründen etwa mit der Quadratwurzel der Anzahl Trakts zunehmen). In der Praxis ist die Modellierung der Transportkosten meistens nur sehr grob möglich, so dass lineare Approximationen davon wohl genügen. Mit linearen Transportkosten, und nur mit solchen, sind analytische Lösungen verfügbar.

3. Schätzverfahren

In jedem Teilgebiet werden poststratifizierte Schätzer konstruiert. Die Stratifizierung erfolgt gemäss sogenannter Arbeitstraten. Die Zuordnung von jedem Punkt zu seinem Arbeitstratum (z.B. Entwicklungsstufe) wird als fehlerfrei angenommen. Der Schätzer in jedem Teilgebiet ist die Summe des Mittelwertes der Prognosen in den Punkten der ersten Phase und des Mittelwertes der Residuen aller Punkte der zweiten Phase. In jedem Punkt ist die Prognose der Mittelwert aller lokalen Dichten der Punkte der zweiten Phase, welche in demselben Arbeitstratum liegen. Die Residuen, nur für die Punkte der zweiten Phase erhältlich, sind in jedem Punkt als Differenz zwischen den berechneten lokalen Dichten und den Prognosen definiert. Jeder Teilgebietschätzer ist asymptotisch biasfrei. Man merke, dass ein Trakt Punkte in verschiedenen Arbeitstraten haben kann, und dass die Anzahl Punkte pro Trakt im Wald eine Zufallsvariable ist. Der Schätzer für das ganze Gebiet ist das gewichtete Mittel aller Teilgebietschätzer, wobei das Gewicht eines Teilgebietes als der relative Anteil der Punkte der ersten Phase im Teilgebiet definiert ist. Der Schätzer hat somit eine klare intuitive Interpretation und ist asymptotisch biasfrei. Die Varianz kann ebenfalls asymptotisch biasfrei geschätzt werden (MANDALLAZ 2001, 2002).

¹ Nach einem Referat, gehalten am 11. November 2002 im Rahmen der Montagskolloquien des Departements Forstwissenschaften der ETH Zürich.

4. Die antizipierte Varianz und das Optimalitätskriterium

In der klassischen Stichprobentheorie (design-based) gibt es keine Möglichkeiten, vernünftige Optimalitätskriterien zu definieren. Im Rahmen der Waldinventur ist die Begründung dieses negativen Resultats darin zu suchen, dass die Varianz von der relativen Lage der Bäume abhängt. Wenn die Bäume, bei sonst gleichbleibenden Grössen, nur ein bisschen hin und her verschoben werden, ändert sich die Varianz, was die Existenz eines uniformen besten Schätzers verunmöglicht (MANDALLAZ 1997). Vernünftige Optimalitätskriterien können nur unter Einführung von Modellen gewonnen werden, welche die jeweilige untersuchte Population als eine bestimmte Realisierung eines stochastischen Prozesses erscheinen lässt. In unserem Fall werden nur die Ortskoordinaten der Bäume als Realisierung eines stochastischen Prozesses aufgefasst, alle anderen Grössen (BHD, Höhe usw.) sind fest.

Gedanklich setzen wir voraus, dass jedes Teilgebiet in sogenannte Poisson-Straten zerlegt ist. Die effektive Lage der Bäume in einem Poisson-Stratum wird als Realisierung eines stochastischen Modells betrachtet, unter welchem die Bäume unabhängig voneinander uniform in den Poisson-Straten verteilt sind. Im Gegensatz zu den Arbeitstraten muss die geographische Lage der Poisson-Straten nicht bekannt sein: Nur ihre Existenz wird postuliert. Am besten stellt man sich jedes bekannte Arbeitstratum als Vereinigung von unbekanntem Poisson-Straten vor. Dieses Modell, das sogenannte lokale Poisson-Modell, schliesst Abstossung- und Aggregationsmechanismen zwischen Bäumen aus und kann deshalb nur als grobe erste Approximation gelten, obwohl unter systematischen Stichproben diese Annahme zum Teil gerechtfertigt werden kann (MANDALLAZ 1997).

Die antizipierte Varianz wird nun als Mittel der stichprobentheoretischen Varianz (welche von der jeweiligen Lage der Bäume abhängt) über alle möglichen Realisierungen des räumlichen stochastischen Modells definiert. Es stellt sich heraus, dass unter dem obigen lokalen Poisson-Modell, die antizipierte Varianz von zweiphasigen zweistufigen Traktinventuren asymptotisch tatsächlich analytisch berechnet werden kann (MANDALLAZ 2001). Berechnungen unter anderen Modellen sind zurzeit nicht verfügbar und stellen eine sehr schwierige mathematische Herausforderung dar. Erste Simulationen und Validierungen (MANDALLAZ 1999, 2002) zeigen jedoch, dass die berechnete antizipierte Varianz das Verhalten der wahren empirischen Varianz sehr gut widerspiegelt, was für die optimale Wahl der Stichprobenpläne genügt, auch wenn die Prognose der Varianz nicht sehr genau sein sollte.

Die antizipierte Varianz enthält folgende Komponenten:

1. Gewichtete Summe der Varianzen der Ziehungen der zweiten Stufe in jedem Teilgebiet.
2. Gewichtete Summe der antizipierten Varianzen der ersten Stufe in jedem Teilgebiet. Dabei werden die antizipierten Varianzen so berechnet, wie wenn alle Teilgebiete aus einem einzigen Poisson-Stratum bestünden.
3. Gewichtete Summe der Lack of Fit Terme in jedem Teilgebiet. Diese positiven Terme sind null, wenn die Poisson- und Arbeitstraten übereinstimmen.
4. Variabilität zwischen allen Arbeitstraten.

Die Gewichte sind proportional zu den relativen Flächenanteilen der Teilgebiete.

Abschliessend muss betont werden, dass die antizipierte Varianz eines beliebigen Stichprobenplans geschätzt werden kann, wenn Inventurdaten verfügbar sind, welche mit einem zweiphasigen Stichprobenplan mit bekannten Aufnahmewahrscheinlichkeiten gewonnen wurden. Ferner brach-

te die Einführung der Lack of Fit Terme (MANDALLAZ 2001, 2002) eine wesentliche Verbesserung.

Das Optimierungsproblem kann nun formuliert werden: Unter allen zweiphasigen zweistufigen Plänen mit vorgegebener Traktstruktur soll der Plan bestimmt werden, welcher die antizipierte Varianz bei vorgegebenen Kosten minimiert. Bis auf Proportionalitätskonstanten ist dieses Problem äquivalent zur dualen Aufgabe der Minimierung der Kosten bei vorgegebener antizipierter Varianz. Dabei können Nebenbedingungen über die Anzahl Trakts in beiden Phasen sowie über die Anzahl konzentrischer Kreise und die Anzahl Bäume in der ersten Stufe gestellt werden.

Bevor die Hauptresultate im nächsten Abschnitt zusammengefasst werden, muss die Konstruktion der optimalen Schwellenwerte für die konzentrischen Kreise kurz erläutert werden. In jedem Teilgebiet betrachtet man eine feste Anzahl Klassen C_i für die approximierte Zielgrösse Y_i^* . Diese Klassen sind auf Grund von Schwellenwerten für Y_i^* definiert (diese hängen meistens vom BHD ab). Man führt dann in jedem Teilgebiet die stückweise konstante Funktion $g(Y_i^*) = \sqrt{E(Y_i^{*2} | Y_i^* \in C_i)}$ ein, wobei die bedingte Erwartung bezüglich der diskreten Verteilung der Y_i^* berechnet wird. Diese Funktion hat somit so viele verschiedene Werte wie es Kreise und Schwellenwerte (inklusive Kluppschwelle) gibt. Sie ist die beste stückweise konstante Approximation zur exakt proportionalen Funktion $f(Y_i^*) = Y_i^*$. Es gilt $E[Y_i^{*2} \cdot g(Y_i^*)] = \tilde{\gamma} E(Y_i^*)$ mit $\tilde{\gamma} \geq 1$. Die beste Auswahl der Klassen (d.h. der Schwellenwerte) ist diejenige, welche den kleinsten $\tilde{\gamma}$ liefert (MANDALLAZ 2001). Dies geschieht numerisch auf Grund einer empirischen Verteilung der Y_i^* . In der Praxis kann der bestmögliche Wert $\tilde{\gamma} = 1$ nur mit der Winkelzählprobe im Falle der Grundfläche $Y_i = Y_i^*$ als Zielgrösse erreicht werden oder mit einem einzigen Kreis für die Stammzahl ($Y_i = Y_i^* = 1$). Die absolute untere Schranke für die antizipierte Varianz nimmt mit $\tilde{\gamma}^2$ zu.

5. Resultate

Qualitativ kann man die charakteristischen Merkmale der optimalen Pläne wie folgt zusammenfassen:

1. Die terrestrische Stichprobendichte ist in jedem Teilgebiet eine zunehmende Funktion des Lack of Fit, des mittleren Wertes der Zielgrösse und des mittleren Prognosefehlers in der zweiten Stufe.
2. Die Aufnahmewahrscheinlichkeiten der Bäume der ersten Stufe (und somit die Kreisflächen) sind in jedem Teilgebiet proportional zur Grösse $g(Y_i^*)$. Der optimale Plan verwendet somit die beste diskrete Approximation einer PPP-Auswahl (Probability Proportional to Prediction).
3. Die Aufnahmewahrscheinlichkeiten der Bäume der zweiten Stufe sind proportional zum Fehler $|Y_i - Y_i^*|$. Der optimale Plan verwendet somit eine exakte PPE-Auswahl (Probability Proportional to Error) für die zweite Stufe.

Die jeweiligen Konstanten hängen von den Nebenbedingungen und der Variabilität zwischen den Arbeitstraten ab. Sie sind zudem im Allgemeinen umgekehrt proportional zur Quadratwurzel der relevanten Kostenparameter. Die exakten Formeln findet man in MANDALLAZ 2001, 2002.

In der klassischen Stichprobentheorie, wo die antizipierte Varianz unter Superpopulationsmodellen berechnet wird (die Y_i^* sind nicht fest, sondern selber Zufallsvariablen), werden oft PPS-Pläne (Probability Proportional to Size) als optimal gepriesen. Der hier dargestellte Ansatz approximiert einen PPS-Plan durch Kombination von PPP- und PPE-Verfahren unter Berücksichtigung des Lack of Fit.

Die obigen Regeln haben eine klare intuitive Bedeutung und es ist schwer, sich vorzustellen, unter welchen Bedingungen sie qualitativ falsch wären. Im nächsten Abschnitt soll ein Beispiel die Theorie kurz illustrieren.

6. Beispiel

Zur Illustration der Methode betrachten wir ein Beispiel, das auf dem ersten und dem zweiten schweizerischen Landesforstinventar (LFI1, LFI2) beruht. Details findet man in (KÖHL 1994) und (MANDALLAZ 2001, 2002). Das LFI1 ist eine einfache einphasige zweistufige Inventur, welche zwei konzentrische Kreise verwendet: 200 m² und 500 m² mit BHD-Schwellenwerten von 12 (Kluppschwelle) bzw. 36 cm. 10 974 Probestellen auf einem Gitter von 1 km x 1 km sind verfügbar und die mittlere Anzahl Bäume in der ersten Stufe ist $m_1 = 11.7$. Die zweistufige Ziehung erfolgt im wesentlichen mit konstanter Wahrscheinlichkeit $\pi_1 = 0.33$ mit einer mittleren Anzahl von $m_2 = 4$ Bäumen. LFI2 ist eine zweiphasige zweistufige Inventur mit denselben konzentrischen Kreisen, jedoch nur mit der Hälfte der Proben auf dem Teilgitter $\sqrt{2}$ km x $\sqrt{2}$ km. Die erste Phase für die Luftbildinterpretation beruht auf dem 0.5 km x 0.5 km verfeinerten Gitter. Insgesamt sind $n_1 = 51\,296$ Proben in der ersten Phase und $n_2 = 6412$ in der zweiten Phase verfügbar. Für die Ziehung in der zweiten Stufe wurde ein PPE Verfahren implementiert, welches die mittlere Anzahl Bäume im Vergleich zum LFI1 auf $m_2 = 2$ halbiert. Die Arbeitstraten sind auf Grund der im Luftbild ermittelten mittleren Baumhöhe definiert. Dies führt zu fünf Arbeitstraten 0, 0–10, 10–20, 20–30, >30 m in jedem der fünf Teilgebiete (Jura, Mittelland, Voralpen, Alpen und Südalpen). Die empirische Verteilung des BHD wurde mit den LFI1-Daten geschätzt, während Kosten, Lack of Fit und die Variabilität zwischen den Arbeitstraten mit den LFI2-Daten ermittelt wurden. Das Gesamtbudget von 44 307 Mann/Stunden entspricht den variablen Kosten im LFI2. Das Bestimmtheitsmass für das Prognosemodell war etwas ent-

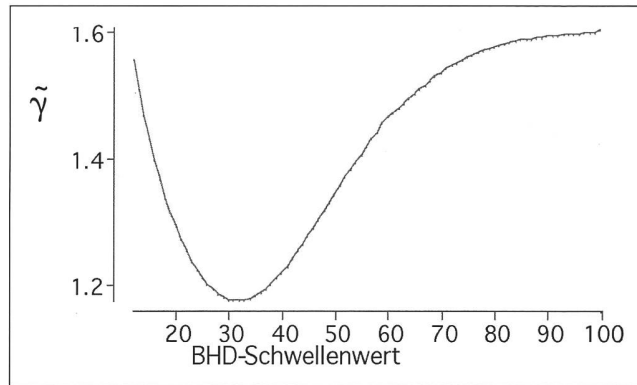


Abbildung 1: Koeffizient $\tilde{\gamma}$ für das Volumen und für zwei Kreise als Funktion des BHD-Schwellenwertes (ganze Schweiz).

täuschend, nämlich $R^2 = 0.20$. Der optimale zweite BHD-Schwellenwert für das Volumen mit zwei konzentrischen Kreisen ist in allen Teilgebieten praktisch gleich 31 cm. Im Vergleich ist der optimale $\tilde{\gamma}$ -Wert gleich 1.1 für drei konzentrische Kreise (mit Schwellenwerten bei 12 cm, 24 cm und 41 cm) und 1.67 für einen einzigen Kreis. Der Wechsel von einem zu zwei Kreisen bringt somit eine entscheidende Verbesserung, während die Erhöhung von zwei auf drei Kreise keinen grossen Gewinn bringt.

Abbildung 1 zeigt die Abhängigkeit des Koeffizienten $\tilde{\gamma}$ vom gewählten BHD-Schwellenwert. Im Bereich 25 cm bis 40 cm ist der Einfluss auf die antizipierte Varianz eher klein. Tabelle 1 zeigt die optimalen Schwellenwerte und $\tilde{\gamma}$ -Werte für die fünf Teilgebiete sowie die entsprechenden Werte der diskreten PPP-Approximation. Tabelle 2 zeigt die Charakteristiken des optimalen Stichprobenplans mit einer zwischen den fünf Teilgebieten variablen terrestrischen Stichprobendichte. Tabelle 3 zeigt die optimalen Stichprobenpläne mit und ohne Bedingung auf die Anzahl m_1 der Bäume der ersten Stufe, wenn man eine konstante terrestrische Stichprobendichte ver-

Tabelle 1: Die optimalen Proben mit zwei konzentrischen Kreisen.

	Schwellenwert	$\tilde{\gamma}$	$g_1(Y_1^*)$	$g_2(Y_1^*)$
	cm		m ³	m ³
Jura	31	1.18	0.33	2.00
Mittelland	31	1.17	0.33	2.07
Voralpen	32	1.17	0.36	2.18
Alpen	32	1.19	0.35	2.29
Südalpen	31	1.25	0.28	2.44
Schweiz	31	1.19	0.32	2.15

Tabelle 2: Der optimale Stichprobenplan für D = 5 Teilgebiete.

	Kleiner Kreis	Grosser Kreis	m_1	m_2	n_1	n_2	$\frac{n_2}{n_1}$	Relativer antizipierter Fehler
	(m ²)	(m ²)					%	(%)
Jura	226	1368	26.5	2.1	4154	999	24	1.73
Mittelland	170	1067	24.3	1.8	4846	1547	32	1.49
Voralpen	192	1162	26.1	2.3	4385	1319	30	1.69
Alpen	217	1418	21.5	2.2	6924	1749	25	1.88
Südalpen	319	2783	25.4	2.9	2769	380	14	4.01
Schweiz					23079	5995		0.85

Tabelle 3: Optimale Pläne für die Schweiz mit D = 1.

	Kleiner Kreis	Grosser Kreis	m_1	m_2	n_1	n_2	$\frac{n_2}{n_1}$	Relativer antizipierter Fehler
	(m ²)	(m ²)					%	(%)
m_1 frei	207	1393	25.6	2.2	23668	5859	25	0.86
$m_1 = 11.7$	95	636	11.7	1.9	22878	6393	28	0.89

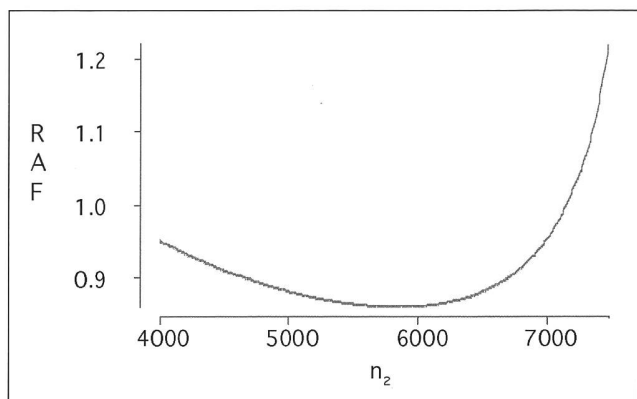


Abbildung 2: Relativer antizipierter Fehler (RAF) in % für den optimalen Plan mit D = 1 als Funktion der Anzahl terrestrischer Stichproben n_2 .

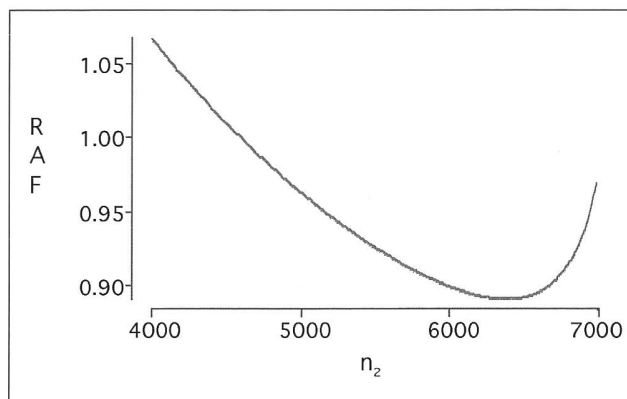


Abbildung 3: Relativer antizipierter Fehler (RAF) in % für den optimalen Plan mit D = 1 und $m_1 = 11.7$ als Funktion der Anzahl terrestrischer Stichproben n_2 .

Tabelle 5: Relative empirische (REF) und antizipierte Fehler (RAF) in %.

	LF11	LF12	Optimal D = 5	Optimal D = 1	Optimal D = 1 $m_1 = 11.7$
	REF	REF	RAF	RAF	RAF
Jura	1.81	1.81	1.73	1.70	1.80
Mittelland	1.72	1.71	1.49	1.64	1.73
Voralpen	1.88	1.87	1.69	1.81	1.84
Alpen	1.88	1.88	1.87	1.86	1.86
Südalpen	3.18	3.18	4.01	3.06	3.15
Schweiz	0.89	0.89	0.85	0.86	0.89

wendet. $m_1 = 11.7$ entspricht dem beobachteten Wert im LF11. *Abbildung 2* zeigt den relativen antizipierten Fehler für den optimalen Plan als Funktion der Anzahl terrestrischer Proben n_2 , wenn die Anzahl Luftbildproben für gegebenes n_2 optimal ist. Das Optimum ist sehr flach. Man merke, dass die Fläche der jeweiligen optimalen konzentrischen Kreise ebenfalls von n_2 abhängt, während das Verhältnis der Kreisflächen durch die optimalen Schwellenwerte gegeben ist und somit konstant bleibt. *Abbildung 3* zeigt dasselbe mit der Nebenbedingung $m_1 = 11.7$. *Tabelle 5* fasst die erreichten relativen Fehler zusammen.

Bemerkungen:

1. Der optimale Plan mit D = 5 liefert Kreise, welche wegen Rand- und Hangkorrekturen eindeutig zu gross für die Feldarbeit sind, vor allem in den Alpen. Im Vergleich zum LF12 ist die Verkleinerung des Fehlers (3.5%) durch die variable terrestrische Stichprobendichte praktisch irrelevant.
2. Dasselbe gilt weitgehend für den optimalen Plan mit der Schweiz als einziges Gebiet.
3. Der optimale Plan mit der Nebenbedingung $m_1 = 11.7$ ist bezüglich des relativen Fehlers besonders nahe am LF12. Die Anzahl Luftbilder sowie die Fläche des kleinen Kreises werden hingegen ungefähr halbiert. In diesem Sinne ist das LF12 bemerkenswert «optimal».

4. Vom praktischen Standpunkt ist das Optimum sehr flach. Der relative Fehler variiert wenig in einer grossen «Umgebung» (hinsichtlich der Parameter) des optimalen Plans, was beruhigend ist.
5. Die einzige praktische Möglichkeit, das LF12 zu verbessern, besteht somit darin, die Anpassungsgüte des Prognosemodells mit dem Luftbild zu erhöhen, von $R^2 = 0.2$ auf etwa $R^2 = 0.4$.

7. Schlussfolgerungen

Die antizipierte Varianz liefert eine flexible mathematische Methode zur analytischen Bestimmung der optimalen Stichprobenpläne für zweiphasige zweistufige Traktinventuren. Die resultierenden Auswahlregeln haben zudem eine klare intuitive Bedeutung, welche bei linearen Transportkosten nur relativ einfache algebraische Formeln benötigen. Alle erforderlichen Parameter können durch eine beliebige vorhandene zweiphasige Inventur geschätzt werden. Mit diesem Ansatz lassen sich zahlreiche Stichprobenpläne für verschiedene Zielgrössen mit den optimalen Plänen und untereinander in kurzer Zeit rein mathematisch vergleichen. Simulationen und Validierungen zeigen, dass die antizipierte Varianz das Verhalten der empirischen Varianz sehr gut widerspiegelt. Es scheint, dass die opti-

malen Pläne robust sind, so dass relativ grosse Abweichungen vom mathematischen Optimum nur einen geringen Einfluss auf den resultierenden Fehler haben, was für die Praxis von grosser Bedeutung ist. Ferner wurde gezeigt, dass beim LF12 das Design bemerkenswert nahe ans mathematische Optimum kommt. Zukünftige Forschung sollte die Berechnung der antizipierten Varianz unter komplexeren Modellen als dem lokalen Poisson-Modell für die räumliche Verteilung der Bäume in Angriff nehmen, die multivariate mathematische Optimierung nach mehreren Zielgrössen ausarbeiten und die Stabilität des Optimums mathematisch und empirisch untersuchen.

Zusammenfassung

Diese Arbeit präsentiert ohne Mathematik eine Übersicht über den Begriff der antizipierten Varianz, welche die vollständige Optimierung von zweiphasigen zweistufigen Traktstichproben erlaubt. Die antizipierte Varianz ist das Mittel der stichprobentheoretischen Varianz unter einem lokalen Poisson-Modell für die räumliche Verteilung der Bäume. Die resultierenden Auswahlregeln haben eine direkte intuitive Bedeutung und brauchen zur Implementierung nur einfache Algebra. Alle zur Durchführung der Berechnungen erforderlichen Parameter können mittels einer beliebigen verfügbaren Inventur bestimmt werden. Daten aus dem schweizerischen Landesforstinventar illustrieren die Methode.

Summary

The anticipated variance: a tool for the optimization of forest inventory

This paper gives a non-mathematical review of the concept of anticipated variance which allows to solve entirely the optimization problem for two-phase two-stage forest inventories with cluster or simple random sampling, in the sense that the anticipated variance is minimised for given costs. The anticipated variance is the average of the design-based variance under a local Poisson-model for the spatial distribution of the trees. The resulting sampling rules have a clear intuitive background and require only simple algebra to be implemented. The required parameters can be estimated from any pre-existing two-phase inventory. An example based on the Swiss National Inventory illustrates the method.

Résumé

La variance anticipée: un outil pour l'optimisation des inventaires forestiers

Cet article expose de façon non mathématique le concept de variance anticipée qui permet de déterminer dans un cadre très général les plans de sondage optimaux pour les inventaires à deux phases et deux degrés, avec échantillonnage simple ou en satellite. La variance anticipée est la moyenne sous le plan de sondage par rapport à un modèle poissonnien local pour la distribution spatiale des arbres. Les plans optimaux, c'est à dire minimisant la variance anticipée pour un coût donné, admettent une interprétation intuitive et ne requièrent pour leur utilisation que des formules algébriques somme toute assez simples. De plus, le calcul peut s'effectuer dès lors que l'on dispose d'un inventaire préalable quelconque à deux phases. Des données basées sur l'inventaire forestier national suisse illustrent la théorie.

Literatur

- KÖHL, M. (1994): Statistisches Design für das zweite Schweizerische Landesforstinventar: Ein Folgeinventurkonzept unter Verwendung von Luftbildern und terrestrischen Aufnahmen. Mitt. Eidgenöss. Forsch. Wald, Schnee und Landschaft Bd. 69, Heft 1, 141 S.
- MANDALLAZ, D. (1995): «Le hasard fait bien les choses»: statistische Methoden für die Waldinventur. Schweiz. Z. Forstwes. 146 (12): 1015–1032.
- MANDALLAZ, D. (1997): The anticipated variance: a tool for the optimization of forest inventory. Lehrstuhl für Forsteinrichtung und Waldwachstum, ETH Zürich, 73 p. Verfügbar auch unter <http://e-collection.ethbib.ethz.ch>.
- MANDALLAZ, D., YE, R. (1999): Optimal sampling schemes based on the anticipated variance. Can. J. For. Res. 29 (11): 1691–1708.
- MANDALLAZ, D., LANZ, A. (2001): Further results for optimal sampling schemes based on the anticipated variance. Can. J. For. Res. 31 (10): 1845–1853.
- MANDALLAZ, D. (2001): Optimal sampling schemes based on the anticipated variance with lack of fit. Lehrstuhl für Forsteinrichtung und Waldwachstum, ETH Zürich, 59 p. Verfügbar auch unter <http://e-collection.ethbib.ethz.ch>.
- MANDALLAZ, D. (2002): Optimal sampling schemes based on the anticipated variance with lack of fit. Can. J. For. Res. 32 (12): 2236–2243.

Autor

PD Dr. DANIEL MANDALLAZ, Professur Forsteinrichtung und Waldwachstum, D-Fowi, ETH-Zentrum, 8092 Zürich. E-Mail: mandallaz@fowi.ethz.ch.