

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen = Swiss forestry journal = Journal forestier suisse  
**Herausgeber:** Schweizerischer Forstverein  
**Band:** 144 (1993)  
**Heft:** 4

**Artikel:** Zur Berechnung der Stichprobenfehler bei Waldschadeninventuren  
**Autor:** Köhl, Michael / Kaufmann, Edgar  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-767096>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Zur Berechnung der Stichprobenfehler bei Waldschadensinventuren

Von Michael Köhl und Edgar Kaufmann

FDK 48: 524.637; UDK 519.22

## 1. Einleitung

Die Zuverlässigkeit der Ergebnisse von Forstinventuren kann nur beurteilt werden, wenn für die einzelnen Schätzwerte der Fehler, mit dem diese hergeleitet wurden, quantifiziert wird. Bei Forstinventuren wird meist nur der Stichprobenfehler angegeben. Dieser berücksichtigt allerdings nur den Fehlerbetrag, der dadurch entsteht, daß von einem kleinen Teil der Population – der Stichprobe – auf die gesamte Population geschlossen wird. Die Formeln zur Berechnung der Stichprobenfehler für verschiedene Stichprobendesigns finden sich in Lehrbüchern (*Cochran*, 1977, *Kish*, 1965, *Sukhatme*, 1984).

Neben dem Stichprobenfehler existiert eine Reihe zusätzlicher zufälliger und systematischer Fehlerquellen. So beeinflussen Messfehler, Interpretationsfehler oder Fehler, die auf der Anwendung von Modellen (zum Beispiel Volumenfunktionen) beruhen, die Genauigkeit der Ergebnisse. Bleiben diese Fehlerkomponenten in der Fehlerrechnung unberücksichtigt, kann der Gesamtfehler, mit welchem eine Aussage behaftet ist, erheblich unterschätzt werden (*Cunia*, 1981, *Gertner*, 1981, *Gertner und Köhl*, 1992). Während durch eine Erhöhung des Stichprobenumfangs der Stichprobenfehler verringert werden kann, beeinflusst die Anzahl Stichproben einseitige Verzerrungen, die als Bias bezeichnet werden, nicht. Der Bias bleibt konstant. Somit steigt sein relativer Beitrag zum Gesamtfehler mit zunehmendem Stichprobenumfang. Gerade grossräumige Erhebungen mit grossen Stichprobenumfängen reagieren daher sehr sensibel auf einseitige Verzerrungen.

Bei Waldschadensinventuren wird der Nadel-/Blattverlust und die Nadel-/Blattverfärbung am Einzelbaum von Beobachtern geschätzt. Inventurresultate beziehen sich auf diese Schätzungen. Obwohl niemand bezweifelt, dass der Fehler solcher Schätzungen weitaus grösser ist als bei Messungen, fliessen Beobachterfehler bei nationalen Waldzustandsinventuren nicht in die Fehlerrechnung ein. Auf die Problematik des Beobachterfehlers wurde an verschiedenen Stellen hingewiesen (zum Beispiel *Schöpfer*, 1985, *Schlaepfer et*

al., 1985, Innes, 1988, Köhl, 1991); seine exakte Quantifizierung ist aber problematisch, da der «wahre» Nadel-/Blattverlust bzw. der «wahre» Grad der Verfärbung nicht bekannt ist. Die Vorstellung eines Modells zur Beschreibung des Beobachterfehlers, das nicht auf einem wahren Wert basiert, wird in einer gesonderten Abhandlung erfolgen (Köhl, im Druck). Die Verbindung der beiden Fehlerarten wird eine realistischere Beurteilung der Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Ergebnisse von Waldschadensinventuren erlauben.

Wir beschränken uns hier auf die Diskussion des Stichprobenfehlers. Bei Waldschadensinventuren werden Prozentwerte und kategoriale Daten ausgewertet. Die Auswertemethoden für kategoriale Daten unterscheiden sich von denjenigen für Daten mit metrischer Skalierung. Aufbauend auf Methoden zur Herleitung von Stichprobenfehlern wird eingehend auf die Problematik von Vertrauensintervallen eingegangen. Die Konstruktion von Vertrauensintervallen macht statistisch gesicherte Schlüsse über Veränderungen zwischen verschiedenen Jahren möglich. Wir behandeln zunächst die Schätzung des mittleren Nadel-/Blattverlustes (NBV) und der Anteile von zwei oder mehreren Verlichtungsklassen. Es wird jeweils auf Beobachtungen an Einzelbäumen und auf Probeflächen eingegangen.

Unserer Untersuchung liegt die Schweizer Waldschadensinventur 1991 zugrunde. Für die Erhebung und die Bereitstellung der Daten sowie die akribische Vorbereitung und Durchführung der Kontrollaufnahmen möchten wir uns bei den Herren Hans-Rudolf Stierlin, Andreas Schwyzer und Markus Rath bedanken.

## **2. Stichprobenfehler für den mittleren NBV**

Der tatsächliche Gesundheitszustand eines Baumes schwankt zwischen den Extremen «gesund» und «abgestorben». Dazwischen liegen unendlich viele Abstufungen, welche die Übergänge vom gesunden Baum über alle Stadien einer Erkrankung bis zum Absterben charakterisieren. Zur Beschreibung der Zustände kann somit ein stetiges, metrisch skaliertes Merkmal definiert werden, das durch die Extremwerte Null und Eins beschränkt ist. Da eine direkte Erfassung des Gesundheitszustandes nicht möglich ist, müssen Hilfsvariable, die eine möglichst enge Beziehung zum tatsächlichen Gesundheitszustand haben, verwendet werden. Als ein derartiges Merkmal wird der NBV angesehen. Da eine Messung des NBV nicht möglich ist, wird er geschätzt. Köhl (1991) diskutiert die sich daraus ergebende Problematik. In dieser Abhandlung gehen wir davon aus, dass der NBV fehlerfrei erfasst wird.

Das Ausmass der Waldschäden kann durch verschiedene Parameter beschrieben werden. Für die statistische Analyse ist die Skalierung des Parameters von entscheidender Bedeutung. Ob eine bestimmte statistische Kenn-

zahl Gültigkeit hat, hängt von der Skalierung der betrachteten Variablen ab (siehe *Tabelle 1*).

*Tabelle 1.* Zulässige charakteristische Grössen bei verschiedenen Skalenarten (nach O'svath et al., 1979).

Skalenart:	nominal	ordinal	metrisch intervall	absolut
	<.....Modalwert, Modus, Maximumstelle, Dichtemittel.....>			
	<.....Median, Zentralwert, Halbwert.....>			
	<.....arithmetisches Mittel.....>			
	<.....Spannweite, Variationsbreite.....>			
	<.....Standardabw., Varianz.....>			
	<.....Variationskoeffizient>			
	<.....Kontingenz.....>			
	<.....Spearman's Rangkorrelationskoeffizient.....>			
	<.....Pearson's Produkt-Moment-Korrelationskoef.>			

Soll der mittlere NBV in Prozent (Wertebereich: 0 bis 100) ausgewertet werden, stellt sich die Frage, ob eine metrisch skalierte Variable vorliegt. Da der NBV in 5 %-Stufen erfasst wird, könnte davon ausgegangen werden, dass es sich hierbei um eine in 20 Klassen unterteilte Variable handelt. Nach Schöpfer und Hradetzky (1983) kann von einer linearen Beziehung zwischen dem tatsächlichen, relativen Nadel-/Blattverlust und der okularen Schätzung ausgegangen werden, weshalb die Schätzung der Kronentransparenz in 5 %-Stufen eine Analyse auf metrischem Skalenniveau erlaubt.

Die Herleitung des Mittelwertes  $\bar{X}$  und des Standardfehlers  $S_{\bar{X}}$  kann über die Einzelbäume erfolgen, sofern diese unabhängig voneinander ausgewählt werden, das heisst nicht als Gruppe von Bäumen auf Probeflächen.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \text{arithmetischer Mittelwert}$$

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \text{Varianz}$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \text{Standardfehler}$$

mit

$x_i$  = Beobachtung bei Baum i

n = Anzahl Bäume

## Das Vertrauensintervall

$$\bar{x} - t s_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + t s_{\bar{x}}$$

gibt den Bereich an, in dem der wahre Wert  $\mu$  mit einer definierten Wahrscheinlichkeit  $1-\alpha$  liegt. Ein  $100(1-\alpha)\%$ -Vertrauensintervall besagt somit, dass in  $100\alpha\%$  aller Stichproben der unbekannte Parameter  $\mu$  ausserhalb dieses Intervalls liegt.

Die Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  fliesst bei der Konstruktion der Vertrauensintervalle über den t-Wert ein, der mit  $n-1$  Freiheitsgraden für die gewünschte Irrtumswahrscheinlichkeit aus der t-Tabelle entnommen werden kann. Die t-Verteilung gilt nur, wenn die Beobachtungen annähernd normalverteilt sind und der Umfang der Population gegen unendlich geht. Falls der Stichprobenumfang grösser als 50 ist, können die folgenden Werte für t verwendet werden:

Irrtumswahrscheinlichkeit (%):	20	10	5	1
t-Wert	1,28	1,64	1,96	2,58

Der mittlere NBV der Schweizer Waldschadensinventur 1991 ist zusammen mit den Standardfehlern und den Vertrauensintervallen für verschiedene Aussageeinheiten in *Tabelle 2* zusammengestellt. Die Einzelbäume wurden nicht unabhängig voneinander, sondern als Gruppen von Bäumen auf Probeflächen ausgewählt. Die Anwendung der oben gezeigten Formeln ist daher nicht korrekt, da eine unabhängige Auswahl vorausgesetzt wird. Die Herleitung von *Tabelle 2* dient vor allem zum Vergleich der Ergebnisse mit der korrekten Herleitung (siehe *Tabelle 4*).

*Tabelle 2.* Mittlerer Nadel-/Blattverlust (%), berechnet über Einzelbäume.

	<i>n</i>	<i>Mittelwert</i>	<i>Nadel-/Blattverlust</i>	
			<i>Standardfehler</i>	<i>95 %-Vertrauensintervall</i>
Alle Baumarten	7980	19,4	0,20	19,0 $\leq \mu \leq$ 19,8
Fichte	3351	19,3	0,30	18,7 $\leq \mu \leq$ 19,9
Tanne	892	19,8	0,65	18,5 $\leq \mu \leq$ 21,1
Lärche	376	18,7	0,84	17,1 $\leq \mu \leq$ 20,3
Buche	1467	16,0	0,34	15,3 $\leq \mu \leq$ 16,7

### 3. Stichprobenfehler für den mittleren, gewichteten NBV

Bei der oben beschriebenen Herleitung des arithmetischen Mittelwertes erhalten alle Bäume das gleiche Gewicht. Bei Waldschadensinventuren soll aber häufig stärkeren Baumdimensionen ein grösseres Gewicht zugeordnet

werden, da diese ein grösseres Kronenvolumen aufweisen. Daher ist es üblich, die NBV mit der Basalfläche der Einzelbäume zu gewichten. Das gewichtete arithmetische Mittel wird wie folgt berechnet:

$$\bar{x}_w = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i} = \text{gewichteter arithmetischer Mittelwert}$$

$$s_w^2 = \frac{\sum w_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum w_i - 1} = \text{Varianz}$$

$$s_{\bar{x}_w} = \frac{s_w}{\sqrt{n}} = \text{Standardfehler}$$

$$\bar{x}_w - t s_{\bar{x}_w} \leq \mu \leq \bar{x}_w + t s_{\bar{x}_w}$$

mit

$$w_i = \text{Gewicht} = bhd^2$$

$n$  = Anzahl Bäume

Probeflächen am Waldrand haben eine geringere bestockte Fläche als solche im Bestand. Dies wird berücksichtigt, wenn die Basalflächen auf Hektarwerte hochgerechnet werden. Die Resultate der Berechnungen mit Gewichtung des NBV durch die Basalfläche sind in *Tabelle 3* zusammengefasst.

*Tabelle 3.* Gewichteter, mittlerer Nadel-/Blattverlust (%), berechnet über Einzelbäume.

	$n$	NBV gewichtet mit der Basalfläche		
		Mittelwert	Standardfehler	95 %-Vertrauensintervall
Alle Baumarten	7980	20,3	0,16	20,0 $\leq \mu \leq$ 20,6
Fichte	3351	20,8	0,25	20,3 $\leq \mu \leq$ 21,3
Tanne	892	21,7	0,56	20,6 $\leq \mu \leq$ 22,8
Lärche	376	19,3	0,67	18,0 $\leq \mu \leq$ 20,6
Buche	1467	17,2	0,27	16,7 $\leq \mu \leq$ 17,7

  

	$n$	NBV gewichtet mit der Basalfläche/ha		
		Mittelwert	Standardfehler	95 %-Vertrauensintervall
Alle Baumarten	7980	19,8	0,17	19,5 $\leq \mu \leq$ 20,1
Fichte	3351	20,1	0,26	19,6 $\leq \mu \leq$ 20,6
Tanne	892	20,8	0,57	19,7 $\leq \mu \leq$ 21,9
Lärche	376	19,2	0,72	17,8 $\leq \mu \leq$ 20,6
Buche	1467	16,7	0,28	16,2 $\leq \mu \leq$ 17,2

#### 4. Berücksichtigung der Auswahl von Bäumen auf Probeflächen

Bis hierher wurde bei der Herleitung der Ergebnisse die Tatsache ignoriert, dass die Probebäume nicht einzeln und unabhängig voneinander ausgewählt werden, sondern als Gruppe von Bäumen auf einer Probefläche. Die Auswahl der Bäume ist daher nicht streng zufällig. Aus der Sicht der Inventurstatistik handelt es sich bei Probeflächenaufnahmen um einstufige Gruppenstichproben. Die Herleitung der Mittelwerte und insbesondere die Berechnung der Standardfehler verlangt die Berücksichtigung der probeflächenweisen Auswahl.

Bei Gruppenstichproben muss zwischen Gruppen einheitlicher Grösse und Gruppen ungleicher Grösse unterschieden werden. Wird an den Probeorten immer die gleiche Anzahl Bäume ausgewählt, wie zum Beispiel bei den Stammabstandsverfahren, liegt ein einstufiges Gruppenstichprobendesign mit gleicher Gruppengrösse vor. Da bei der Aufnahme von Proben mit fester Fläche die Anzahl der Elemente in den einzelnen Probeflächen variiert, sind hier Verfahren mit uneinheitlicher Gruppengrösse anzuwenden. Dies gilt analog für Winkelzählproben.

Die Anzahl der Elemente in der  $j$ -ten Gruppe (= Probefläche) sei  $M_j$ ; die durchschnittliche Anzahl Elemente einer Gruppe in der Stichprobe ist dann

$$\bar{m} = \frac{\sum_{j=1}^n M_j}{n}$$

mit

$n$  = Anzahl Probeflächen

Der Mittelwert  $\bar{y}_r$  eines beobachteten Merkmals  $x_{ij}$  berechnet sich nach

$$\bar{y}_r = r = \frac{\bar{x}_s}{\bar{m}} = \frac{\sum_{j=1}^n X_j}{\sum_{j=1}^n M_j}$$

mit

$$\bar{x}_s = \frac{\sum_{j=1}^n X_j}{n}$$

und

$$X_j = \sum_{i=1}^{M_j} x_{ij} = \bar{x}_j M_j = \text{Summe der Beobachtungen in Probefläche } j$$



$$\bar{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^{M_j} x_{ij}}{M_j} = \text{Mittelwert der Probefläche } j$$

$x_{ij}$  = Beobachtung bei Element  $i$  in Probefläche  $j$

Die Berechnung des Mittelwertes bei einstufigen Gruppenstichproben mit ungleicher Gruppengrösse ist gleich der Berechnung über die einzelnen Elemente:

$$\bar{y}_r = r = \frac{\sum_{j=1}^n X_j}{\sum_{j=1}^n M_j} = \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{M_j} x_{ij}}{\sum_{j=1}^n M_j}$$

Falls  $n/N$  vernachlässigbar ist, das heisst, der Stichprobenumfang im Verhältnis zur Anzahl Elemente in der Population gering ist, kann die Varianz des Mittelwertes nach

$$\text{var}(\bar{y}_r) = \frac{\sum_{j=1}^n M_j^2 (\bar{x}_j - \bar{y}_r)^2}{n\bar{m}^2 (n-1)}$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^n (M_j \bar{x}_j)^2 - 2\bar{y}_r \sum_{j=1}^n (M_j^2 \bar{x}_j) + \bar{y}_r^2 \sum_{j=1}^n M_j^2}{n\bar{m}^2 (n-1)}$$

berechnet werden. Die letzte Gleichung vereinfacht die Berechnung. Der Standardfehler ist

$$s_{\bar{y}_r} = \sqrt{\text{var}(\bar{y}_r)}$$

Die Konstruktion der Vertrauensintervalle erfolgt analog zu dem oben beschriebenen Ansatz. Die Ergebnisse der Berechnungen sind in *Tabelle 4* zusammengefasst.

Werden die NBV der Einzelbäume mit der Basalfläche gewichtet, wird zur Herleitung des Verhältnisschätzers der gewichtete mittlere NBV der einzelnen Probeflächen berechnet. Statt  $\bar{x}_s$  wird somit



$$\bar{x}_{wij} = \frac{\sum_{i=1}^{M_j} g_{ij} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{M_j} g_{ij}}$$

eingesetzt, mit

$g_{ij}$  = Basalfläche von Baum  $i$  auf Probefläche  $j$

In *Tabelle 4* und *5* sind die Ergebnisse für die Schätzung des mittleren NBV mit und ohne Gewichtung dargestellt. Es ist offensichtlich, dass die Mittelwerte nur wenig von der einzelbaumweisen Berechnung abweichen, die Standardfehler jedoch wesentlich grösser und damit die Vertrauensintervalle entscheidend weiter sind.

*Tabelle 4.* Nadel-/Blattverlust (%), einstufige Gruppenstichprobe mit ungleichen Gruppengrössen.

	$n$	Mittelwert	NBV ungewichtet Standardfehler	95 %-Vertrauensintervall
Alle Baumarten	682	19,4	1,2	17,0 $\leq \mu \leq$ 21,8
Fichte	461	19,3	1,7	15,9 $\leq \mu \leq$ 22,7
Tanne	191	19,8	2,7	14,4 $\leq \mu \leq$ 25,2
Lärche	112	18,7	3,1	12,5 $\leq \mu \leq$ 24,9
Buche	291	16,0	1,7	12,6 $\leq \mu \leq$ 19,4

*Tabelle 5.* Nadel-/Blattverlust (%) mit Basalfläche gewichtet, einstufige Gruppenstichprobe mit ungleichen Gruppengrössen.

	$n^*$	Mittelwert	NBV, mit Basalfläche gewichtet Standardfehler	95 %-Vertrauensintervall
Alle Baumarten	680	19,8	1,2	17,4 $\leq \mu \leq$ 22,2
Fichte	459	19,9	1,6	16,7 $\leq \mu \leq$ 23,1
Tanne	188	21,2	2,8	15,6 $\leq \mu \leq$ 26,8
Lärche	112	17,7	3,0	11,7 $\leq \mu \leq$ 23,7
Buche	287	15,3	1,6	12,1 $\leq \mu \leq$ 18,5

\* Die Unterschiede in der Anzahl Probeflächen zwischen *Tabelle 4* und *Tabelle 5* sind bedingt durch fehlende Durchmessermessungen.

## 5. Auswertung von Verlichtungsklassen durch Anteilschätzer

Die ECE schlägt in ihren Weisungen vor, die Nadel-/ Blattverluste zu Verlichtungsklassen zusammenzufassen. Die Klassen werden wie folgt definiert:

Klasse 1:	0–10 %
Klasse 2:	11–25 %
Klasse 3:	26–60 %
Klasse 4:	61–99 %
Klasse 5:	100 %

Da Klasse 5 meist schwach besetzt ist, werden die Klassen 4 und 5 in der Regel zusammengefasst. Aus der Einteilung der NBV in Verlichtungsklassen resultiert eine ordinale Skalierung. Der Median charakterisiert die Verteilung ordinaler Skalen, falls genügend viele Klassen vorliegen. Für den Median ist ein Vertrauensintervall herleitbar. Da bei Waldschadensinventuren aber nur 4 bis 5 Klassen gebildet werden, ist der Median ein ungeeignetes Lagemass und wird daher nicht ausgewiesen. Wesentlich aussagekräftiger bei wenigen Klassen ist die Schätzung der Anteile der einzelnen Klassen.

Die einfachste Form der Anteilschätzung liegt im Fall von zwei Klassen vor, also beispielsweise bei der Einteilung der Bäume in die beiden Kategorien «gesund» und «geschädigt». Eine solche Einteilung haben *Mandallaz et al.* (1986) verwendet, um die Abhängigkeit des Gesundheitszustandes der Wälder mit Hilfe eines logistischen Modells zu beschreiben. Die Betrachtung von zeitlichen Entwicklungen muss aber auf einer möglichst differenzierten Skalierung beruhen, damit Übergänge des Gesundheitszustandes zu erkennen sind. Daher wird hier zwar der Sonderfall der binären Klassifizierung als Einführung in die Problematik der Anteilschätzung behandelt, die Betrachtung dann aber auf den Fall von mehr als zwei Klassen ausgeweitet.

Fällt jedes Element der Population in eine der beiden Klassen  $K$  und  $K'$ , folgt:

Anzahl der Elemente

Population	Stichprobe
$A$	$a$

Anteil der Elemente in Klasse  $K$

Population	Stichprobe
$P = A/N$	$p = a/n$

Der Schätzwert für den Anteil  $p$  einer Klasse  $K$  definiert immer einen Schätzwert für den Anteil  $q=1-p$  der Klasse  $K'$ . Es genügt also, einen Schätzwert für  $P$  zu bestimmen und für diesen ein Vertrauensintervall herzuleiten.

Wird eine Variable  $y$  definiert, die den Wert 1 annimmt, falls das Element in die Klasse  $K$  fällt, und andernfalls den Wert 0, kann der Anteil  $p$  wie folgt geschätzt werden:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{a}{n} = p$$

mit der Varianz

$$s^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{n}{n-1} pq$$

Die Varianz und der Standardfehler von  $p$  werden durch

$$\text{var}(p) = \frac{pq}{n-1}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{pq}{n-1}}$$

gegeben.

Die Vertrauensintervalle hängen von der Verteilung von  $p$  ab. Für eine genauere Betrachtung sei auf die Literatur verwiesen (Cochran, 1977, Kish, 1965). Eine Form der Annäherung mit Hilfe der Normalverteilung für die Grenzen des Vertrauensintervalls von  $p$  ist:

$$p \pm \left[ t \sqrt{\frac{pq}{n-1}} + \frac{1}{2n} \right]$$

Der letzte Term auf der rechten Seite ist die Kontinuitätskorrektur, die notwendig wird, weil  $p$  keine stetige Variable ist. Nach Cochran (1977) führt der Verzicht auf die Kontinuitätskorrektur zu Vertrauensintervallen, die zu schmal sind. Eine ausführliche Diskussion der Möglichkeiten zur Konstruktion von Vertrauensintervallen für  $p$  findet sich bei Dees (1987) und Burk (1991). Normalapproximierte binomiale Vertrauensintervalle sind nur dann hinreichend genau, wenn  $p_i$  und  $n$  nicht zu klein sind. Cochran (1977, S. 58) listet die kleinsten Werte für  $np$  auf, für welche die Normalapproximation noch zulässig ist.

Auch bei der Anteilschätzung muss berücksichtigt werden, dass die Bäume als Gruppen auf Probeflächen aufgenommen werden. Die Gruppengrösse ist nicht konstant, so dass für die Schätzung von  $p$  und der Varianz von  $p$  folgt:

$$p = \frac{\sum a_i}{\sum m_i}$$

$$\text{var}(p) = \frac{1}{n\bar{m}^2} \frac{\sum a_i^2 - 2p\sum a_i m_i + p^2 \sum m_i^2}{n-1}$$

mit

$a_i$  = Anzahl der Elemente in Klasse  $K$  auf Probefläche  $i$

$m_i$  = Anzahl der Elemente auf Probefläche  $i$

$n$  = Anzahl Probeflächen

$$\bar{m} = \frac{\sum m_i}{n} = \text{durchschnittliche Anzahl Elemente pro Probefläche}$$

Die Schätzung der Anteile von mehr als zwei Klassen kann als Sonderfall der Schätzung der Anteile von zwei Klassen gesehen werden, indem angenommen wird, dass gleichzeitig  $k$  Schätzungen für jeweils zwei komplementäre Klassen durchgeführt werden. Für die vier Verlustklassen lassen sich die Anteile daher wie folgt herleiten:

Schätzung 1:	$0 \leq p \leq 10 \%$	$q = > 10 \%$
Schätzung 2:	$11 \leq p \leq 25 \%$	$0 \leq q \leq 10 \%$ und $q > 25 \%$ ;
Schätzung 3:	$26 \leq p \leq 60 \%$	$0 \leq q \leq 25 \%$ und $q > 60 \%$ ;
Schätzung 4:	$p > 60 \%$	$q \leq 60 \%$ ;

Die Varianzen der Schätzwerte werden wie oben beschrieben berechnet.

Bei der Herleitung der Konfidenzintervalle für  $k$  Klassen muss berücksichtigt werden, dass simultan Genauigkeitsaussagen für  $k$  Klassen getroffen werden. Dies bedingt, dass die globale Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  auf die  $k$  Intervallschätzungen verteilt wird. Multinomiale Vertrauensintervalle wurden von *Gold* (1963), *Quesenberry* und *Hurst* (1964) und *Goodman* (1964, 1965) beschrieben. Die vorgestellten Methoden beruhen alle auf der Normalapproximation. Der Unterschied zwischen den verschiedenen Methoden besteht in der Herleitung der simultanen Wahrscheinlichkeitsaussage. Wir beschränken uns hier auf die Bonferroni-Methode (*Miller*, 1981), die auch für die Adjustierung des testbezogenen Signifikanzniveaus bei multiplen Signifikanztests in der schliessenden Statistik verwendet wird (*Köhl*, 1990).

Die Bonferroni-Methode verteilt die Irrtumswahrscheinlichkeit der Gesamtaussage, die sogenannte globale Irrtumswahrscheinlichkeit, gleich auf die einzelnen Klassen, so dass gilt

$$\alpha_z = \frac{\alpha}{k}$$

und

$$\alpha = \sum \alpha_z$$

mit

$\alpha_z$  = adjustierte Irrtumswahrscheinlichkeit in Klasse  $K$  ( $z = 1 \dots K$ )

$k$  = Anzahl Klassen

Bei einer globalen Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha = 0,05$  beträgt die adjustierte Irrtumswahrscheinlichkeit bei 4 Klassen somit  $\alpha = 0,05/4 = 0,0125$ . Für die Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 0,0125$  ist der entsprechende t-Wert aus der t-Tabelle (zum Beispiel Sachs, 1982, S. 111) mit der entsprechenden Anzahl Freiheitsgrade abzulesen und in die Formel zur Herleitung der Vertrauensgrenzen einzusetzen. In *Tabelle 6* sind auszugsweise Werte der t-Verteilung und der Standardnormalverteilung zusammengestellt.

*Tabelle 6.*  $\alpha$ -Quantile der t-Verteilung.

$\alpha$	$t_{\infty}; \alpha, 2\text{seitig}$	$t_{120}, \alpha, 2\text{seitig}$
0,1	1,645	1,658
0,05	1,960	1,980
0,025	2,250	2,300
0,02	2,326	2,358
0,0125	2,510	2,600
0,01	2,576	2,617
0,005	2,810	2,900
0,0025	3,030	3,100
0,002	3,090	3,160

Bei der Herleitung der Anteilschätzwerte in den einzelnen Verlichtungsklassen ist zu unterscheiden, ob der Stammzahlanteil oder der Basalflächenanteil in den Klassen bestimmt werden soll. In *Tabelle 7* sind die Basalflächenanteile, in *Tabelle 8* die Stammzahlanteile jeweils gesamthaft für alle Baumarten zusammengestellt.

*Tabelle 7.* Basalflächenanteile (alle Baumarten).

Verlichtungsklasse	Anteil	Standardfehler (%)	$p-$	$p+$
0–10 %	31,4	1,2	28,4	34,5
11–25 %	49,5	1,0	46,9	52,1
26–60 %	17,1	0,8	15,1	19,1
> 60 %	2,0	0,2	1,5	2,6

*Tabelle 8.* Stammzahlanteile (alle Baumarten).

Verlichtungsklasse	Anteil	Standardfehler (%)	$p-$	$p+$
0–10 %	40,7	1,4	35,4	42,1
11–25 %	43,1	1,1	41,7	47,2
26–60 %	12,3	0,7	11,2	14,5
> 60 %	3,9	0,4	3,1	4,9

Die Konfidenzintervalle wurden für eine 5 %-Irrtumswahrscheinlichkeit berechnet. Die Interpretation der Vertrauensintervalle erlaubt inferenzstati-

stische Aussagen über tatsächliche Veränderungen des Nadel-/Blattverlustes zwischen verschiedenen Inventurzeitpunkten durch den Vergleich der Anteilsschätzungen mit den entsprechenden Vertrauensgrenzen.

## **6. Zusammenfassung und Schlussfolgerungen**

Die vorliegende Arbeit behandelt die Herleitung von Stichprobenfehlern bei Waldschadensinventuren. Neben dieser Fehlerkomponente werden die Ergebnisse zusätzlich durch Beobachterfehler überlagert, auf die hier allerdings nicht näher eingegangen wird.

Die Auswertung von Waldschadensinventuren kann sich auf verschiedene Fragestellungen beziehen. Einerseits sind Mittelwerte oder gewichtete Mittelwerte herzuleiten, wobei unterschieden werden muss, ob es sich um die Betrachtung von Einzelbäumen oder Probeflächen handelt; andererseits sind kategoriale Daten auszuwerten, wobei zwischen zwei und mehr als zwei Klassen zu unterscheiden ist. Diese Fragestellungen bedingen jeweils angepasste Verfahren zur Herleitung der Stichprobenfehler und der Vertrauensintervalle, die vorgestellt und an Beispielen diskutiert werden.

Bei der Herleitung von Vertrauensintervallen für  $k$  Klassen ist zu berücksichtigen, dass simultane Genauigkeitsaussagen für die Schätzung in  $k$  Klassen getroffen werden. Die globale Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  muss somit auf die  $k$  Klassen verteilt werden.

Die hier vorgestellten Methoden zur Berechnung von Stichprobenfehlern und Vertrauensintervallen erleichtern die Interpretation von Inventurergebnissen und erlauben eine abgesicherte Entscheidung bei der Frage, ob Veränderungen zwischen zwei Inventurzeitpunkten signifikant sind oder ob die Veränderungen im Bereich der Zufallsschwankungen liegen.

## **Résumé**

### **Calcul de l'erreur d'échantillonnage lors des inventaires des dégâts aux forêts**

Ce travail étudie les méthodes de calcul des erreurs d'échantillonnage qui se produisent au cours des inventaires des dégâts aux forêts. Les résultats de ces inventaires sont influencés par cette composante d'erreur à laquelle s'ajoutent les erreurs d'observation, un facteur qui n'a cependant pas été approfondi dans cette étude.

La mise en valeur des données d'inventaires de dégâts aux forêts permet de traiter plusieurs problèmes. On l'utilise d'une part pour calculer les valeurs moyennes, ou les valeurs moyennes pondérées, une opération qui doit se faire en distinguant si l'observation porte sur un arbre en particulier ou sur une placette d'essai. Elle permet d'autre



part d'interpréter des données catégorielles pour autant que l'on sépare les cas de deux classes et ceux de trois classes ou plus. Chacun de ces problèmes doit être traité à l'aide des méthodes appropriées au calcul des erreurs d'échantillonnage et des intervalles de confiance, deux composantes qui sont présentées dans ce travail et expliquées, exemples à l'appui.

Le calcul des intervalles de confiance des données catégorielles à  $k$ -classes requiert l'emploi de techniques pour comparaisons multiples. La probabilité d'erreur globale a doit ainsi être distribuée dans les  $k$ -classes.

Ces méthodes de calcul des erreurs d'échantillonnage et des intervalles de confiance facilitent l'interprétation des résultats des inventaires. Elles apportent aussi une réponse fiable à la question de savoir si les variations entre deux inventaires sont significatives ou si elles restent dans la marge des fluctuations aléatoires.

Traduction: *Monique Dousse*

#### *Literatur*

- Burk, R., 1991: Kategoriale Datenanalyse unter komplexem Design, Universität Freiburg, Mitteilungen der Abteilung Forstliche Biometrie, 91–5, 221 S.
- Cochran, W. G., 1977: Sampling Techniques, John Wiley & Sons, New York, 428 S.
- Cunia, T., 1981: Some theory on reliability of volume estimates in a forest inventory sample, *Forest Sci.* 11 (1): 115–128.
- Dees, M. G., 1987: Beiträge zur Auswertungsmethodik von Waldschadensinventuren, Diplomarbeit, Universität Freiburg, Abteilung Forstliche Biometrie.
- Dees, M. G., 1988: Einfache statistische Analyse bei ordinaler Skalierung der Schadensvariablen und einer Auswahl der Bäume in Probekreisen, in: Forstliche Biometrie und Informatik, Vorträge anlässlich der 2. Sektionstagung, Mitteilungen der FVA Baden-Württemberg, Heft 142: 85–99.
- Gertner, G. Z., 1981: Effects of measurement errors on the reliability of sample estimates, paper presented at the In-Place Resource Inventory Workshop, University of Maine, Orono, 9.–14. August 1981.
- Gertner, G. Z., Köhl, M., 1992: An assessment of some nonsampling errors in a national survey using an error budget, *Forest Sci.* 38 (3): 525–538.
- Gold, R. Z., 1963: Tests auxiliary to Chi-squared tests in a Markov chain, *Ann. Math. Statist.* 34: 56–74.
- Goodman, L. A., 1964: Simultaneous confidence intervals for contrasts among multinomial proportions, *Ann. Math. Statist.* 35: 716–725.
- Goodman, L. A., 1965: On simultaneous confidence intervals for multinomial proportions, *Technometrics* 7 (2): 247–254.
- Innes, J. L., 1988: Forest health surveys: problems in assessing observers objectivity, *Can. J. For. Res.* 59: 43–47.
- Kish, L., 1965: Survey sampling, J. Wiley & Sons, New York, 643 S.
- Köhl, M., 1990: Sind «statistisch signifikante» Ergebnisse wirklich signifikant? oder: Gedanken zur Anwendung statistischer Methoden in der forstlichen Forschung, *AFJZ* 161 (12): 226–231.
- Köhl, M., 1991: Waldschadensinventuren: mögliche Ursachen der Variation der Nadel/Blattverlustschätzung zwischen Beobachtern und Folgerungen für Kontrollaufnahmen, *AFJZ* 162 (11/12): 210–221.
- Köhl, M., 1993: Quantifizierung der Beobachterfehler bei der Nadel-/Blattverlustschätzung, *AFJZ* (im Druck).
- Mandallaz, D., Schlaepfer, R., Arnould, J., 1986: Dépérissement des forêts: essai d'analyse des dépendances, *Ann. Sci. For.* 43 (4): 441–458.
- Miller, R. G., 1981: Simultaneous statistical inference, Springer Verlag, Heidelberg, 299 S.



- O'svath, J., Peil, H., Geidel, H.*, 1979: Über das Messen und die Skalenarten im Pflanzenschutzversuchswesen, Biologische Bundesanstalt für Land- und Forstwirtschaft, Berlin, Heft 192, 86 S.
- Quesenberry, C. P., Hurst, D. C.*, 1964: Large sample simultaneous confidence intervals for multinomial proportions, *Technometrics* 6 (2): 191–195.
- Sachs, L.*, 1982: *Angewandte Statistik*, Springer Verlag, Heidelberg, 552 S.
- Schlaepfer, R., Mandallaz, D., Commarmot, B., Günter, R., Schmid, B.*, 1985: Der Gesundheitszustand im Revier Schaffhausen, Zur Methodik und Problematik der Erhebung auf Betriebsebene, *Schweiz. Z. Forstwes.*, 136 (1): 1–18.
- Schöpfer, W.*, 1985: Zur Genauigkeit terrestrischer Waldschadensinventuren, *Der Forst- und Holzwirt* 40 (8): 221–224.
- Schöpfer, W., Hradetzky, J.*, 1983: Zielsetzung, Methoden und Probleme der terrestrischen Waldschadensinventur Baden-Württemberg 1983, Mitteilungen der Forstlichen Versuchs- und Forschungsanstalt Baden-Württemberg, Heft 107.
- Sukhatme, P. V., Sukhatme, B. V., Sukhatme, S., Asok, C.*, 1984: *Sampling theory of surveys applications*, Iowa State University Press, Ames, Iowa, 526 S.

KRAMER, W.:

**Die Weisstanne (*Abies alba*) in Ost- und Südeuropa**

224 Abbildungen, 195 Tabellen, 405 Seiten, etwa A4-Format, G. Fischer Verlag, 1992, DM 238,-, kartoniert

Untersucht wurden 87 tannenreiche bis tannendominierte Waldungen, davon 39 detailliert, zum Beispiel mit Bestandesaufrissen und Situationen auf Flächen von 10 mal 100 m. Die Wälder befinden sich oft in den Randzonen der natürlichen Tannenverbreitung (NE-, E-, SE-Grenze), weil man unter anderem Anhaltspunkte für mögliches Verhalten der Tanne anderwärts in Europa erhalten wollte. Es wurden meist sehr naturnahe Bestockungen, mehrmals Reservate, ausgewählt, und zwar Bergmischwälder sowie Bestände an der oberen Waldgrenze in der Slowakei, in Rumänien, Bulgarien, Jugoslawien, Kalabrien/Italien, ausserdem, mit aridem Klima und quartären Muttergesteinen, im polnischen Tiefland.

Die Gebiete, ohne die polnischen, sind in Stichworten wie folgt charakterisierbar: Klima ziemlich tannenfreundlich. Muttergesteine 59% Silikate, 19% Karbonate, 22% Flysche. Böden hauptsächlich gut durchlüftet, locker. Bodenvegetation, im Buch nur angedeutet: auf Silikat geprägt von Heidelbeere und Wald-Hainsimse, auf Karbonat von Waldmeister, Brom- und Heidelbeere. Waldbestände 81% stufig, 19% schichtig. Die Stammzahlverteilung nach Ober-/Mittel-/Unterschicht je Untersuchungsort sehr verschieden. Abholzigkeit der Tannen, gemessen bei den Bäumen mit BHD 40 bis 50 cm, erwartungsgemäss in hohen Lagen und bei schlechten Bonitäten; in der Mehrzahl der Fälle allerdings vollholzige Stämme.

Bei den Objekten mit einem Tannenanteil grösser als 81% liegen die Stammzahlmaxima in der Unterschicht. Bei einem Anteil unter 48%, also mit stärkerer Buchen- oder/und Fichtenbeteiligung, ist die Stammzahlverteilung nach Schichten ausgeglichener, was auf plenterige Bestandesbilder hinweist. Diese kommen vor in abgelegenen, schwer erschliessbaren und sonstwie wenig genutzten Orten, wo namentlich seit langem keine Kahlschläge erfolgten. Spätfrostschäden und Forstschädlinge haben in solchen Strukturen offen-

sichtlich kaum Einfluss: Naturwälder mit Schirmschutz für die jungen Tannen bzw. ausgesprochene Mischwälder mit Stufenschluss. Wild- und Weideschäden, fast ausschliesslich Verbissschäden, können dagegen beträchtlich sein. Leider werden keine Konsequenzen gezogen: Wald-/Weide-Ausscheidungen und Wildbestands-Reduktionen. Wie bei uns hat die Beweidung nicht immer eine Ausmerzungen der Tanne zur Folge.

Die Tannen der Oberschicht haben im Untersuchungsgebiet selten die zu «Storch-nestern» abgeflachten Kronen. Auf zwei Fünftel der Flächen besitzen die Tannen höchstens abgerundete Kronen; sie sind jedoch weniger als 100 Jahre alt, was der Autor mit tiefer Ortslage und früheren Kahlschlagspraktiken erklärt. Bei drei Fünftel der untersuchten Wälder sind die Kronen spitz und die Bäume über 100 Jahre alt. Wenn auch in jedem Bereich Streuungen üblich sind, so sind doch viele Kronen der *Abies alba* in den westlichen Karpaten spitz-breit, in den Ost-Karpaten spitz-schmal, in Bulgarien und Kalabrien spitz-gedrun-gen und in Jugoslawien sogar spitz-säulig. Schematisierend ausgedrückt verzüngen sich die spitzkegelig gebliebenen Tannen der Oberschicht auch auf Freiflächen ohne Beschirmung; sie verfügen anscheinend über eine höhere Frost- und Dürresistenz als bei uns sowie mancherorts über eine höhere Regenerationsfähigkeit der Stämme. Die ökologische Variabilität und Anpassungsfähigkeit der Weisstanne dürfte daher grösser sein als allgemein angenommen wird. Trotzdem wird diese Baumart noch lange als sehr eigenwillig bezeichnet werden, weil zahlreiche Fragen unbeantwortet sind.

Der Waldbau in den beschriebenen Regionen berücksichtigt mehr und mehr die natürlichen Gegebenheiten, das heisst bei der Tanne wohl zugleich Plenterstruktur und Plenterung. Selbst der Wortschatz des Autors passt sich dieser Wandlung an. Die Resultate der Arbeit sind selbstverständlich bedeutend umfangreicher, die Folgerungen vielseitiger als hier darstellbar. Das Werk ist systematisch und übersichtlich gegliedert und eignet sich zum Nachschlagen. Es ist Forstleuten der näheren Betrachtung wert.

R. Kuoch