

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen = Swiss forestry journal = Journal forestier suisse

**Herausgeber:** Schweizerischer Forstverein

**Band:** 111 (1960)

**Heft:** 3

  

**Artikel:** Die Ermittlung der Massenzuwachssprozente mit Hilfe des Tariffdifferenzverfahrens

**Autor:** Emrovi, Borivoj

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-765621>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Eukalyptusproblem in Mißkredit gebracht werden. Erst muß eine andere, viel wichtigere Frage untersucht und geklärt werden, nämlich: «Ist es möglich, aus einzelnen frostunempfindlichen Arten des Eukalyptus durch Selektion oder Kreuzung *frostharte* und leistungsfähige zu züchten?»

Von entscheidender Bedeutung werden die Vorarbeiten sein, die sich in einzelnen Frostlagen der bisherigen Anbaugebiete des Eukalyptus, z. B. Südamerika, mit der Auswahl geeigneter Mutterbäume und der Saatzucht befassen. Dabei ist zu berücksichtigen, daß in Brasilien z. B. die meisten Eukalyptusarten im April Samen tragen. Die Arbeiten in den einzelnen Ländern Europas müssen in klimatisch geeigneten Gegenden (milde Winter) beginnen, um später auf andere ausgedehnt werden zu können.

Leider ist es mir nicht möglich, an dieser Stelle weitere Punkte eines riesigen Programms aufzuzeigen, das der europäischen Forstwirtschaft für die Zukunft bedeutende Aufgaben stellen wird. Die Probleme, die von großer Wichtigkeit auch für Europa sind, sollten schon den Studierenden nahegebracht werden. Sie erfordern Können und Wissen, wirtschaftliches Denken, Zähigkeit und Ausdauer und eine gemeinschaftliche Abstimmung, um Doppelarbeit zu verhindern und Erfolg zu garantieren.

## Die Ermittlung der Massenzuwachsprozente mit Hilfe des Tariffdifferenzverfahrens

Oxf. 562

Von Dr. Ing. Borivoj Emrović, Zagreb

1. Das Volumen des Stammes  $v = F(t)$  ist eine Funktion des Alters, beziehungsweise der Zeit  $t$ , während der laufende Massenzuwachs des Stammes  $Z_v$  die erste Ableitung des Volumens nach der Zeit ist:

$$Z_v = \frac{dv}{dt} = F'(t) \quad (1)$$

Sowohl die Funktion  $F(t)$  als auch der laufende Zuwachs  $F'(t)$  könnten durch Stammanalysen der Probestämme bestimmt werden, doch ist dieser Weg zu teuer und deshalb für die Praxis unverwendbar. Deswegen bedient man sich des Umweges über die Abhängigkeit des Volumens vom Brusthöhendurchmesser

$$v = F_1(x) \quad (2)$$

und der Tatsache, daß der Brusthöhendurchmesser ebenfalls eine Funktion der Zeit ist.

$$x = F_2(t) \quad (3)$$

Demnach kann man das Volumen des Stammes als eine zusammengesetzte Funktion der Zeit betrachten,

$$v = F_1 \left[ F_2 (t) \right] \quad (4)$$

woraus folgt, daß

$$Z_v = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot Z_x \quad (5)$$

Der erste Faktor der rechten Seite der Gleichung (5) ist die Ableitung (Steigung) der Tariflinie, die man leicht berechnen kann, auch wenn die Tariflinie (Gleichung [2]) nicht analytisch, sondern tabellarisch gegeben ist; nur muß man in diesem Falle eine tabellarische Differentiation anwenden. Der zweite Faktor ist die Ableitung des Brusthöhendurchmessers nach der Zeit, d. h. der laufende Durchmesserzuwachs, den man direkt durch Bohrspanproben ermitteln kann.

Das ist — wie bekannt — das Prinzip der Bestimmung des Bestandesmassenzuwachses mittels Bohrspanproben und der Tarife (siehe Meyer [1], Loetsch [2]).

## 2. Das Massenzuwachspr Prozent beträgt

$$p = \frac{Z_v}{v} \cdot 100 \quad (6)$$

bzw. wenn man  $Z_v$  nach der Gleichung (5) nimmt

$$p = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{1}{v} \cdot 100 Z_x \quad (7)$$

Demnach ist für die Bestimmung des Massenzuwachspr Prozents erforderlich, daß man den Durchmesserzuwachs, das Volumen nach Tarif und die Steigung der Tariflinie kennt. Alle drei Größen sind Funktionen des Brusthöhendurchmessers und müssen deshalb für jede Durchmesserstufe bestimmt werden.

Um das Volumen und die Steigung der Tariflinie für einen gegebenen Bestand zu bestimmen, ist es notwendig, eine passende Tariflinie zu ermitteln (d. h. zuerst wählt man die Familie der Tariflinien, die dem Typus des betreffenden Bestandes entspricht, und dann aus dieser Familie die entsprechendste Linie).

Die meisten der bekannten Tariflinienfamilien haben die Form

$$v = F_1 (x) = C \cdot f(x) \quad (8)$$

wo das  $f(x)$  die Grundtariflinie und das  $C$  irgendeine Konstante, welche

durch die Tarifnummer bestimmt wird, darstellen<sup>1</sup>. Bei solchen Tarifen fällt die Konstante  $C$  aus dem Ausdruck für das Prozent heraus, und es gilt:

$$p = \frac{df(x)}{dx} \cdot \frac{1}{f(x)} \cdot 100 Z_x \quad (9)$$

für die gesamte Tariflinienfamilie. Bezeichnen wir

$$\frac{df(x)}{dx} \cdot \frac{1}{f(x)} = \rho_1 \quad (10)$$

kann man die  $\rho_1$ -Beträge tabellieren, so daß dabei für jede Tariflinienfamilie nur eine einzige Reihe der  $\rho_1$ -Beträge genügt (siehe Tabelle 1).

3. Der «Tarif conventionnel unique pour l'application de la méthode du contrôle» gibt die Kubatur in konventionellen Einheiten (Silven) wieder. Wenn man den Inhalt in Kubikmetern ermitteln will, dann ist das Bestimmen des Reduktionsfaktors  $C$  erforderlich<sup>2</sup>.

$$C = \frac{\text{Volumen in Kubikmetern}}{\text{Volumen in Silven}} \quad (11)$$

Betrachtet man den Silventarif<sup>3</sup> als Grundtariflinie und den Reduktionsfaktor  $C$  (in der Formel [11]) als Konstante (in der Formel [8]), so ist die auf diese Weise erhaltene Tariflinienfamilie vom angeführten Typus, für den es nur eine Reihe  $\rho_1$ -Beträge zu errechnen gibt.

Inzwischen kann es vorkommen, daß der Faktor  $C$  nicht der gleiche ist

<sup>1</sup> Beispielsweise bei den Algan-Tarifen (siehe: Schaeffer [3]) ist

$$v = \frac{C}{1400} (x-5) (x-10) \longrightarrow f(x) = \frac{(x-5) (x-10)}{1400}$$

wobei  $C$  (=Volumen des Stammes, dessen Brusthöhendurchmesser 45 cm beträgt) als Konstante, welche die Tarifnummer bestimmt, zu betrachten ist. Spieckersche Tarife (siehe: Laer-Spiecker [4]) sind nicht analytisch, sondern tabellarisch gegeben. Dieselben sind auf gleiche Art gebaut, wobei die Konstante  $C$  (=Tarifnummer) die Bedeutung des fünfzigfachen Volumens (in Kubikmetern) jenes Stammes hat, dessen Brusthöhendurchmesser 36,35 cm beträgt. Zum Beispiel beträgt bei Tarif No. 50 das Volumen des Stammes mit dem Brusthöhendurchmesser  $x = 36,35$  cm 1,0 m<sup>3</sup>. Die Tariflinienfamilien, die mittels Massentafeln und Standardhöhenkurven konstruiert sind wie z. B. Krutzsch-Loetschsche Tarife (siehe: Loetsch [5]) oder die Halajschen Tarife (siehe: Halaj [6]) haben die Form der Gleichung (8) nur annähernd.

<sup>2</sup> Dieser Reduktionsfaktor ist um so sicherer bestimmt, je mehr Probestämme gefällt und sektionsweise kubiert wurden. Die erforderliche Anzahl der Stämme für eine zum voraus gewünschte Sicherheit kann auf Grund der Voraussetzung einer Standarddeviation (des Stammvolumens gleichen Brusthöhendurchmessers) von ca. 6–8 % errechnet werden.

<sup>3</sup> Allgemein kann man irgendeine Tariflinie als Grundtarif annehmen und nach der Formel (11) den Korrektionsfaktor  $C$  errechnen.

in jeder Durchmesserstufe, d. h. es kann sein, daß dieser Faktor ebenfalls eine Funktion des Brusthöhendurchmessers darstellt.

$$C = \varphi(x) \quad (12)$$

In diesem Falle ergibt sich:

$$v = \varphi(x) \cdot f(x) \quad (13)$$

$$Z_v = \left[ \frac{dC}{dx} \cdot f(x) + \frac{df(x)}{dx} \cdot C \right] Z_x \quad (14)$$

$$p = \left[ \frac{dC}{dx} \cdot \frac{1}{C} + \frac{df(x)}{dx} \cdot \frac{1}{f(x)} \right] \cdot 100 Z_x \quad (15)$$

$$p = (\rho_1 + \rho_2) \cdot 100 Z_x \quad (16)$$

wo  $\rho_1$  die gleiche Bedeutung wie in der Gleichung (10) hat, und

$$\rho_2 = \frac{d\varphi(x)}{dx} \cdot \frac{1}{\varphi(x)} = \frac{dC}{dx} \cdot \frac{1}{C} \quad (17)$$

4. Beim *Plenterwald* kann man voraussetzen, daß sich die Tariflinie im Laufe der Zeit nicht ändert. Beim gleichalterigen Bestand ist dieses nicht so. Infolge der bekannten Erscheinung der Verschiebung der Höhenkurve im Laufe des Bestandesalters kommt es freilich auch zur Tariflinienverschiebung, d. h. man kann annehmen, daß der Faktor  $C$  in der Formel (8) eine Funktion der Zeit ist. Demnach ist

$$C = \psi(t) \quad (18)$$

Ziehen wir die Gleichung (8), (18) und (3) in Betracht, so folgt:

$$v = C f(x) = \psi(t) \cdot f(x) \quad (19)$$

Der Massenzuwachs  $Z_v$  ist die erste Ableitung des Volumens nach der Zeit

$$Z_v = \frac{d\psi(t)}{dt} \cdot f(x) + \psi(t) \frac{df(x)}{dt} \quad (20)$$

$$Z_v = \frac{dC}{dt} \cdot f(x) + \frac{df(x)}{dx} \cdot C \cdot Z_x \quad (21)$$

und daraus erhalten wir durch die Multiplikation mit  $\frac{100}{v}$ :

$$p = \frac{dC}{dt} \cdot \frac{100}{C} + \frac{df(x)}{dx} \cdot \frac{100}{f(x)} \cdot Z_x \quad (22)$$

Den Zuwachs infolge der Tariflinienverschiebung bzw. infolge der Höhenkurvenverschiebung kann man — wie bekannt (siehe Laer-Spiecker [4],

Prodan [8]) — nur approximativ mit Hilfe der Ertragstafelangaben er-  
rechnen. In den Ertragstafeln finden sich die Angaben für den Brusthöhen-  
durchmesser, die Höhe und das Volumen des Mittelstammes <sup>1</sup>.

Das Volumen des Mittelstammes ist eine Funktion des Mittelstamm-  
durchmessers

$$v_a = K \Phi(x_a) \quad (23)$$

wobei  $x_a$  ebenfalls eine Funktion des Alters ist ( $K$  ist eine Konstante, die  
von der Bonität abhängig ist). Das Volumen dieses Mittelstammes erhält  
man auch mittels der Tariflinie, wenn man in die Formel (8)  $x = x_a$   
einsetzt. Setzen wir die zwei Volumen gleich, so ergibt sich

$$C = K \frac{\Phi(x_a)}{f(x_a)} = \Psi(t) \quad (24)$$

und weiter

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dt} &= \frac{dC}{dx_a} \cdot \frac{dx_a}{dt} = \frac{dC}{dx_a} \cdot Z_{x_a} = \\ &= K \frac{f(x_a) \cdot \Phi'(x_a) - f'(x_a) \cdot \Phi(x_a)}{[f(x_a)]^2} \cdot Z_{x_a} \end{aligned} \quad (25)$$

beziehungsweise

$$\frac{dC}{dt} \cdot \frac{1}{C} = \left[ \frac{\Phi'(x_a)}{\Phi(x_a)} - \frac{f'(x_a)}{f(x_a)} \right] Z_{x_a} \quad (26)$$

$$= \rho_3 \cdot Z_{x_a} \quad (27)$$

wenn man mit  $\rho_3$  den Ausdruck in der eckigen Klammer bezeichnet. Dem-  
nach wäre das Zuwachsprozent:

$$p = 100 \rho_1 Z_x + 100 \rho_3 Z_{x_a} \quad (28)$$

5. Der Betrag  $\rho_3$  kann — für die Praxis — mittels des logarithmi-  
schen Papiers errechnet werden. Nehmen wir an, daß die Tariflinie wenig-  
stens in der Umgebung des Mittelstammes die Form

$$v = Cf(x) = ax^b \quad (29)$$

und die Massenlinie nach den Ertragstafeln die Form

$$v_a = K \Phi(x_a) = Ax_a^B \quad (30)$$

hat, dann wird gemäß den Gleichungen (26) und (27)

<sup>1</sup> Falls das Volumen nicht angegeben ist, kann man es mittels der Massentafeln be-  
stimmen.

$$\rho_3 = \frac{1}{x_a} (B-b) \quad (31)$$

sein, d.h.  $\rho_3$  ist die Differenz der Steigungen der «Massengeraden» auf dem logarithmischen Papier, dividiert durch den Durchmesser des Mittelstammes.

*Beispiel:* In einem gleichalterigen Eichenbestand sei der Durchmesser des Mittelstammes  $x_a = 40$  cm. Angewendet werden die Spieckerschen Einheitsmassenkurven für die Eiche und die Schwappachschen Ertragstafeln (Schwappach [9]).

In den Schwappachschen Ertragstafeln finden sich die Angaben  $x_a$  und  $h_a$  für die einzelnen Alter. Wenn wir mit Hilfe der Schwappachschen Massentafeln für die Eiche (Schwappach [10]) die Massen dieser Mittelstämme errechnen (Derbholz) und diese Massen als Ordinaten der betreffenden  $x_a$  auf logarithmischem Papier auftragen, dann ergeben sich drei parallele Linien (für die drei Bonitäten), die in der Umgebung des  $x_a = 40$  cm, die Steigung  $B = 2,45$  haben. Die Spieckerschen Einheitsmassenkurven, aufgetragen auf dem logarithmischen Papier, ergeben ebenfalls parallele Linien, die in der Umgebung  $x = 40$  cm, die Steigung von ungefähr  $b = 2,25$  haben. Demnach ist

$$\rho_3 = \frac{1}{40} (2,45 - 2,25) = 0,005$$

Im Falle, daß der Durchmesserzuwachs 0,2 cm beträgt, wird der durch die Verlagerung verursachte Anteil des Massenzuwachsesprozent

$$100 \rho_3 Z_{x_a} = 0,1\%$$

betragen, und zwar so, daß darauf weder die Tarif- noch die Bonitätsnummer einen Einfluß ausüben.

#### Literatur

- [1] Meyer, H. A. and F. B. Nelson. 1952: Accuracy of forest growth determination based on the measurement of increment cores. Bul. 547. The Pennsylvania State College, School of Agriculture.
- [2] Loetsch, F.: Das Tariffdifferenzverfahren zur Massenzuwachsermittlung. Schweiz. Zeit. f. Forstwesen, 1954.
- [3] Schaeffer L.: Tarifs rapides et tarifs lents. Rev. for. française, 1949.
- [4] Laer W. — Spiecker M.: Massenberechnungstafeln zur Ermittlung von Vorrat und Zuwachs von Waldbeständen. Frankfurt a. M., 1951.
- [5] Loetsch F.: Der Einfluß von Höhenstufen und Holzarten auf einen einheitlichen Massentarif bei mitteleuropäischen Waldvorratsinventuren. Z. Weltforstw. 15, 1952.
- [6] Halaj J.: Tabulky jednotnych hmotovych kriviek. Bratislava, 1955.
- [7] Stoffels A.: De inhoudsbepaling van grovedennen-opstanden met behulp van standaardkrommen. Nederlandsch Boschbouw Tijdschrift 25, 1953.
- [8] Prodan M.: Messung der Waldbestände, 1951.
- [9] Schwappach: Untersuchungen über die Zuwachsleistungen von Eichen-Hochwaldbeständen in Preußen. Neudamm, 1905, 1920.
- [10] Schwappach: Formzahlen und Massentafeln für die Eiche. Berlin, 1905.



Tabelle 1

$$\rho_1 = \frac{df(x)}{dx} \cdot \frac{1}{f(x)}$$

Tariflinienfamilie	Brusthöhendurchmesser: Zentimeter															
	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Unique du control	0,164	0,117	0,092	0,082	0,073	0,062	0,052	0,045	0,039	0,035	0,032	0,029	0,026	0,024	0,022	0,020
Algan	0,300	0,167	0,117	0,090	0,073	0,062	0,054	0,047	0,042	0,038	0,035	0,032	0,030	0,028	0,026	0,024
Schaeffer	0,167	0,117	0,090	0,073	0,062	0,054	0,047	0,042	0,038	0,035	0,032	0,030	0,028	0,026	0,024	0,023
Krutzsch-Loetsch I-V*	0,164	0,120	0,093	0,075	0,062	0,052	0,044	0,037	—	—	—	—	—	—	—	—
„ VI-X*	0,160	0,118	0,092	0,075	0,063	0,054	0,046	0,040	0,036	0,033	0,030	0,027	0,025	—	—	—
„ XI-XV*	0,156	0,116	0,091	0,075	0,064	0,055	0,048	0,042	0,037	0,034	0,031	0,028	0,026	0,024	0,022	—
Spiecker	0,173	0,123	0,094	0,077	0,064	0,055	0,048	0,043	0,039	0,036	0,033	0,031	0,029	0,027	0,025	—
„ Buche	0,173	0,125	0,098	0,080	0,068	0,058	0,050	0,044	0,039	0,035	0,032	0,029	0,027	0,025	0,023	—
„ Tanne	0,165	0,120	0,094	0,074	0,062	0,053	0,046	0,041	0,036	0,033	0,030	0,027	0,025	0,023	0,022	—
„ Fichte	0,172	0,115	0,087	0,070	0,059	0,050	0,042	0,036	0,031	0,028	0,026	0,024	0,023	0,021	0,020	—

\* graphisch ausgeglichen



## Résumé

### La détermination du taux d'accroissement à l'aide de la méthode de la différence des tarifs

L'auteur détermine le taux d'accroissement, pour différents tarifs et pour différentes formes de peuplement, à l'aide des formules suivantes:

$$\begin{array}{ll} 1) & z_v = \frac{dv}{dx} \cdot z_x \\ & z_v = \text{accroissement en volume} \\ & \frac{dv}{dx} = \text{dérivée première d'un tarif} \\ 2) & p = \frac{z_v}{v} \cdot 100 \\ & z_x = \text{accroissement en diamètre courant} \\ & p = \text{taux d'accroissement} \\ & v = \text{volume d'un arbre} \end{array}$$

L'auteur utilise pour ses démonstrations les tarifs suivants: tarifs gradués d'Algan, tarifs de Schaeffer, tarifs de Krutzsch-Loetsch, tarifs de von Laer-Spiecker, tarif conventionnel unique pour l'application du contrôle.

Il déduit aussi la part d'accroissement due à un décalage de tarif dans le cas des forêts équiennes.

Farron

## MITTEILUNGEN - COMMUNICATIONS

### Indemnités pour peupliers de culture

Par F. Grivaz, Lausanne

Il a paru utile et nécessaire d'étudier cette question d'indemnités pour peupliers de culture dans un chapitre spécial, cette culture prenant toujours plus d'importance dans notre pays. On compte qu'en Suisse il s'en plante annuellement près de 70 000 sujets, tant dans nos plaines que sur le Plateau. Ces plantations sont particulièrement importantes en Suisse romande.

Ces indemnités sont d'autant plus faciles à calculer que l'âge de la révolution est courte et surtout qu'il n'y a pas de produits d'éclaircies au cours de celle-ci. Chez les autres essences forestières c'est ce qui complique le calcul de la perte d'avenir une révolution pouvant dépasser 200 ans. En outre il faut estimer et capitaliser des rendements d'éclaircies estimations toujours subjectives et toujours discutables.

Pour déterminer la valeur d'un peuplier ou d'un peuplement de peupliers il est nécessaire d'être bien au clair sur certains points, étant bien entendu qu'il s'agit de cultures sur des sols nettement à vocation de peupliers.

1. *Nombre de plants à l'hectare*: Il n'y a rien à gagner à planter trop serré; des plantations  $7 \times 7$  m (200 plants à l'hectare) sont au détriment de l'accroissement, celui-ci diminuant considérablement dès que les couronnes se touchent. Le maximum d'accroissement semble se produire avec un écartement de plantation de  $9 \times 9$  m.