

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen = Swiss forestry journal = Journal forestier suisse

Herausgeber: Schweizerischer Forstverein

Band: 105 (1954)

Heft: 5-6

Artikel: Das Tarifdifferenzverfahren zur Massenzuwachsermittlung [Schluss]

Autor: Loetsch, F.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-766658>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

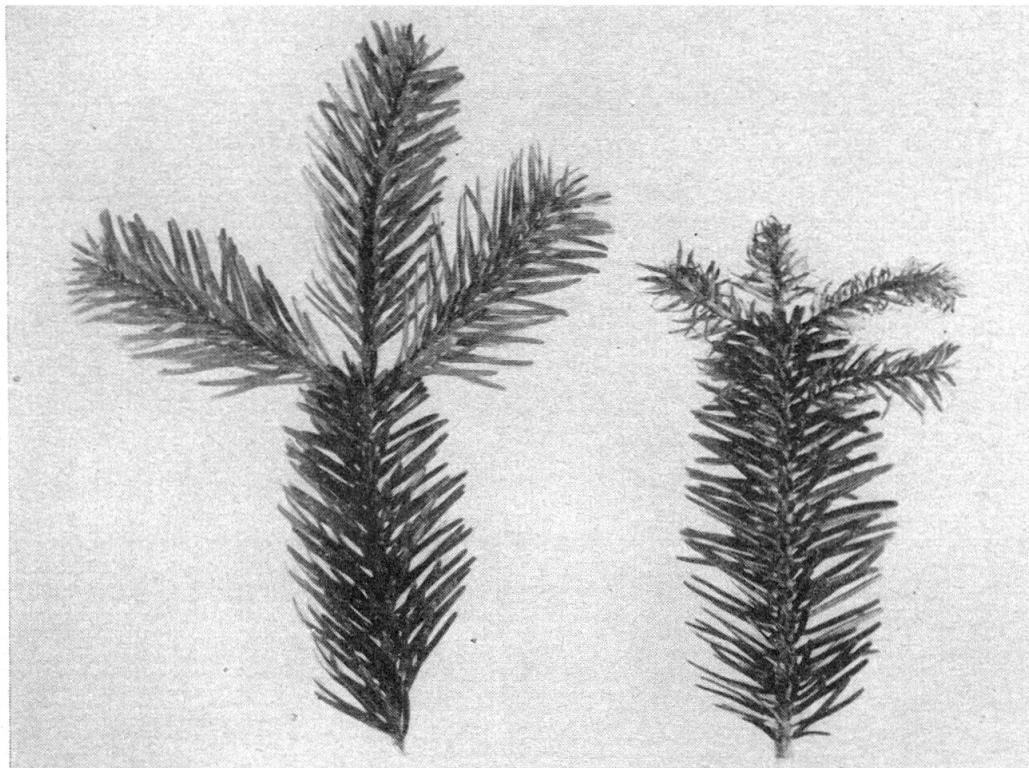


Abbildung 7

Links gesunder, rechts von Tannentreiblaus befallener Zweig

Für den Bezug von größeren Spritz- oder Stäubegeräten wende man sich direkt an die Herstellerfirmen: Berthoud & Cie., Vevey; Birchmeier & Cie., Künten; Wettstein & Co., Zürich; Maxim GmbH, Zizers.

Das Tarifdifferenzverfahren zur Massenzuwachsermittlung

Anwendung in der forstlichen Praxis und im Versuchswesen

Von Dr. ing. F. Loetsch
Professor an der Bundesforschungsanstalt für Forst- und Holzwirtschaft in Reinbeck

(Schluß)

(56.2)

III. Die Fehlermöglichkeiten bei Massenzuwachsberechnungen

Im folgenden Abschnitt III werden die teils durch mathematische Überlegungen, teils auch gutachtlich gefundenen Fehlergrößen hergeleitet, die zur Zusammenstellung der Tabelle 11 führen. Die Diskussion über die Ergebnisse der Tabelle 11 erfolgt in Abschnitt IV.

$$1. \text{ Genauigkeitsprüfung der Formel } lz_v = \frac{1}{n} (V_E - V_A + N)$$

In dieser Formel können sämtliche in der Klammer stehenden Größen fehlerhaft sein. Anfangs- und Endvorrat werden anlässlich von Inventuren größtenteils durch für Waldaufnahmen besonders geschulte Fachkräfte (zum Beispiel durch Forsteinrichtungsämter) aufgenommen. Daher liegt auch genügend Erfahrungsmaterial über die dabei auftretenden Fehlerquellen vor, welches in der Fachliteratur (zum Beispiel 1, 9, 13 u. a.) verarbeitet wurde. Die Erfassung der während der Periode jahrweise anfallenden Ernten wird durch die örtlichen Verwaltungen ausgeführt. Hierbei ergeben sich in der Praxis zusätzliche Fehlerquellen und Schwierigkeiten, die manchmal so groß sind, daß die Durchführung dieser Aufgabe mit der erforderlichen Genauigkeit technisch undurchführbar wird. Ferner spielen die durch Diebstahl entnommenen Stämme, die überhaupt nicht erfaßt werden, gelegentlich auch eine bedeutungsvolle Rolle. Die Praxis hat somit gezeigt, daß sich bei der Erfassung von N fallweise sehr viel größere Fehlerquellen auftun können, als sie bei den Vorratsaufnahmen zu unterstellen sind. Hierüber liegen jedoch keine zahlenmäßigen Unterlagen vor. Wir betrachten daher zunächst die Fehlerquellen in einer Periode ohne Ernte und versuchen dann durch einen vorsichtigen gutachtlichen Zuschlag der durch den Faktor N entstehenden Fehlerquelle gerecht zu werden. Schon aus diesem Grunde können die im folgenden durchgeführten Genauigkeitsüberprüfungen nur den Charakter eines mathematisch so weit als möglich fundierten Gutachtens haben.

Über die Fehler des Massenzuwachses $z_v = \frac{V_E - V_A}{n}$ hat u. a.

Krenn gearbeitet (2, S. 252). Die von ihm abgeleitete Formel für den prozentualen mittleren Fehler des Massenzuwachses lautet, umgeschrieben nach den hier angewandten Symbolen,

$$\Delta\%_{z_v} = \frac{\Delta\%_v \sqrt{V_A^2 + V_E^2}}{V_E - V_A},$$

wobei $\Delta\%_v$ für Anfangs- und Endvorrat als gleich unterstellt wurde. Nehmen wir ferner an, daß bei nicht zu großen Periodenlängen die Zuwachsprozente p_v für den Anfangs- wie für den Endvorrat näherungsweise gleich sind, so können wir V_A als Funktion von V_E und p_v

ausdrücken und erhalten $V_A = \frac{V_E}{(1,0 p_v) n}$. Setzen wir diesen Wert von

V_A in den Zähler der obigen Formel ein und formen gleichzeitig den Nenner $V_E - V_A$ gemäß $lz_v = \frac{V_E - V_A}{n}$ um in $lz_v \cdot n$, so ergibt sich

$$\Delta\%_{zv} = \frac{\Delta\%_v \sqrt{\left(\frac{V_E}{(1,0 p_v)^n}\right)^2 + V_E^2}}{l_{zv} \cdot n}$$

Für l_{zv} können wir unter Einführung des Zuwachsprozentes schreiben $\frac{V_E \cdot p_v}{100}$, so daß sich unter Verwendung dieses Ausdrucks im Nenner und gleichzeitiger Umformung des Zählers nunmehr ergibt

$$\Delta\%_{zv} = \frac{100 \cdot \Delta\%_v \cdot V_E \sqrt{1 + \left(\frac{1}{1,0 p_v^n}\right)^2}}{n \cdot p_v \cdot V_E}$$

V_E kürzt sich heraus, so daß die endgültige Formel für den prozentualen Fehler des Massenzuwachses lautet

$$\Delta\%_{zv} = \frac{\Delta\%_v \cdot 100}{n \cdot p_v} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{1,0 p_v^n}\right)^2} \quad (17)$$

Diese Formel besitzt wegen der Unterstellung desselben p_v für V_A und V_E nur den Charakter einer Näherungsformel, gibt aber für die im vorliegenden Fehlergutachten benötigten Rahmenwerte genügend genaue Angaben über die zu erwartenden Fehlerdimensionen.

Tabelle 9

Der prozentuale mittlere Zuwachsfehler bei einer Zuwachsberechnung

$$\text{nach } l_{zv} = \frac{V_E - V_A}{n}$$

n = 5							n = 10							
$\Delta\%_v \rightarrow$	0,05	0,1	0,5	1	2	3	4	0,05	0,1	0,5	1	2	3	4
$p_v \%$	1,38	2,76	13,8	27,6	55,2	82,8	110,4	0,675	1,35	6,75	13,5	27,0	40,5	54,0
1	0,675	1,35	6,75	13,5	27,0	40,5	54,0	0,323	0,645	3,225	6,45	12,9	19,35	25,8
2	0,44	0,88	4,4	8,8	17,6	26,4	35,2	0,207	0,415	2,075	4,15	8,3	12,45	16,6
3	0,325	0,65	3,25	6,5	13,0	19,5	26,0	0,15	0,3	1,5	3,0	6,0	9,0	12,0
4	0,255	0,51	2,55	5,1	10,2	15,3	20,4	0,117	0,235	1,175	2,35	4,7	7,05	9,4

$$\text{errechnet nach } \Delta\%l_{zv} = \frac{\Delta\%_v \cdot 100}{n \cdot p_v} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{1,0 p_v^n}\right)^2}$$

Für die beiden Periodenlängen $n = 5$ und $n = 10$, für die Zuwachsprozente $p_v = 1—5\%$ und für die prozentualen mittleren Massenfehler $\Delta\%_v 0,05—4\%$ sind die nach der Formel (17) sich ergebenden prozentualen mittleren Massenzuwachsfehler in Tabelle 9 errechnet wor-

den. Die bekannten Tendenzen (Fallen des relativen Zuwachsfehlers bei steigendem Zuwachsprozent und steigender Periodenlänge sowie bei Abnehmen des prozentualen Massenfehlers) gehen klar aus dieser Tabelle hervor.

In Tabelle 11 sind die Ergebnisse der im folgenden durchgeföhrten Fehlerkalkulationen für verschiedene Fälle zusammengestellt. Aus ihr geht die Einteilung dieser Fälle wie folgt hervor:

- A. Zuwachsermittlung für wissenschaftliche Zwecke (markierte Meßstelle, Millimeterkluppe, nummerierte Bäume).
- B. Zuwachsermittlung für die Praxis.

Jeder dieser beiden Hauptabschnitte ist in der Tabelle unterteilt in zwei Teile gemäß Zuwachsberechnung nach Formel

$$(I) \quad lz_v = \frac{1}{n} (V_E - V_A + N)$$

$$(II) \quad lz_v = \sum_1^m z_{D_i} \cdot \frac{dv_i}{dD_i}$$

In der nachfolgenden Besprechung der Errechnungsgrundlagen dieser Fehlermöglichkeiten ist, um methodisch Einheitliches in einem Zuge ohne Wiederholungen entwickeln zu können, eine Umkehr der Gliederung dieser Unterteilungen vollzogen worden. Es wird also zunächst

- I. nach A und B und dann
- II. nach A und B abgehandelt.

Bei den weiteren Unterteilungen von A und B wird zur Vereinfachung im Text auf die diesbezüglichen Spaltennummern der Tabelle 11 verwiesen.

Zu I A:

Zuwachsermittlung für wissenschaftliche Zwecke.

$$\text{Fehlerdiskussion der Formel } lz_v = \frac{1}{n} (V_E - V_A + N)$$

Der relative Massenfehler $\Delta\% v$, der als Eingangsgröße zur Tabelle 9 benötigt wird, setzt sich im wesentlichen aus zwei Komponenten zusammen:

- a) Durchmesserfehler
- b) Höhenkurvenfehler

Formzahlfehler sollen hier nicht diskutiert werden, weil diese Größe in den seltensten Fällen noch durch Messung direkt ermittelt wird. Der durch falsche Erfassung der Formigkeit bei Anwendung einer Massentafel oder eines Tarifes entstehende Fehler wirkt sich gleichsinnig bei beiden Methoden unter I und II aus.

Weiterhin wird unterstellt, daß bei beiden Zuwachsermittlungsverfahren I und II zur Herleitung der Massen die nach Höhenstufen gegliederten 60teiligen Tarifsysteme von von Laer-Spiecker verwendet werden. Vergleiche zwischen I und II hätten auch mit Hilfe des Massentafelverfahrens («Spezialtarif») durchgeführt werden können, wobei allerdings die Anwendung von Einheitshöhenkurven Voraussetzung gewesen wäre, weil die zusätzlich durch Freihandhöhenkurven entstehenden Fehler nicht mit besprochen werden.

Zunächst muß sonach $\Delta\%_v$ aus seinen zwei Komponenten gefunden werden, damit man dann unter Benutzung von Tabelle 9 den prozentualen Massenzuwachsfehler $\Delta\%_{lzv}$ ablesen kann.

a) Durchmesserfehler zu IA.

Unter Bezug auf die Untersuchungen von Prodan (13, S. 82—99) können bei Millimeterklappierungen etwa folgende Fehler der Kreisfläche angenommen werden:

Stufeneinteilungsfehler	+ 0,03 %
Beobachtungsfehler	+ 0,03 %
Abrundungsfehler	+ 0,01 %

Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ergibt sich hiernach ein Kreisflächenfehler von $\pm 0,04\%$. Da $\Delta\%_v = 1,25 \Delta\%_g$ ist, ergibt sich ein $\Delta\%_v$ von $\pm 0,05\%$.

b) Höhenfehler zu IA.

Die Höhenmessung erfolgt sowohl im Versuchswesen als auch in der Praxis durch eine Stichprobenmessung. Näslund gibt (nach Prodan, 13, S. 103) als Annäherung für den Höhenfehler eine Formel an, die, nach den hier verwendeten Symbolen geschrieben, lautet:

$$\Delta\%_h \cong \pm \frac{1,3 s\%}{\sqrt{P}}$$

s ist die mittlere relative Streuung, die Näslund mit 7—12 % und Krenn mit 4,5—11,5 % ermittelt haben. Setzen wir demzufolge ein mittleres s % von 9 in die Näslund'sche Formel ein, so erhalten wir für verschiedene P folgende Werte für

P (Anzahl der Höhenmessungen)	10	20	30	40	50	100
$\Delta\%_h$	$\pm 3,7\%$	$\pm 2,6\%$	$\pm 2,1\%$	$\pm 1,9\%$	$\pm 1,6\%$	$\pm 1,2\%$

Von Laer-Spiecker (3, S. 6) rechnen mit einem mittleren Höhenfehler von $\pm 3\%$, welcher etwa 10 bis 20 Messungen entspricht.

Im Versuchswesen können wir eine größere Anzahl von Höhenmessungen annehmen (im Durchschnitt bis zu 50) und bekommen somit für den Fall I ein mittleres Δ_h von zirka $\pm 1,5\%$. Der prozentuale Fehler der Höhenkurve überträgt sich in voller Höhe auf die Bestandesmasse (vgl. z. B. auch Prodan, 13, S. 104). Da die von Laer-Spiecker-schen Tarife sich von Reihe zu Reihe massenmäßig um $2,5\%$ bis 1% , im Durchschnitt $\pm 1,5\%$, unterscheiden, so muß man bei 50 Höhenmessungen mit einem mittleren Schwankungsbereich von zwei bis drei Reihen rechnen. Der Durchmesserfehler und der Höhenfehler vereinigen sich unter dem Fehlerfortpflanzungsgesetz wie folgt:

$$\Delta\%_v = \sqrt{0,05^2 + 1,5^2} = \pm 1,51\%$$

Der Durchmesserfehler spielt also bei der genauen Messung der Versuchsanstalt, wie bereits allgemein bekannt, keine nennenswerte Rolle. Gemäß Tabelle 9 lassen sich mit diesem $\Delta\%_v$ von $\pm 1,5\%$ die in Spalte 1, Tabelle 11, angegebenen mittleren Fehler herleiten.

Finden bei sog. stationären Wäldern (z. B. Plenterwald) keine Verlagerungen der Zustandskurven innerhalb der Periode statt, so ist für V_A und V_E die gleiche Massenreihe (Tarifkurve) zuständig. Δ_v ist dann bei V_A und V_E gleichsinnig entweder positiv oder negativ. Es gilt dann zum Beispiel für gleichsinnige positive Δ_v :

$$z_v + \Delta z_v = (V_E + \Delta V_E) - (V_A + \Delta V_A),$$

woraus sich unter Ersetzung von z_v durch $V_E - V_A$ ergibt:

$$\Delta z_v = \Delta V_E - \Delta V_A.$$

Bei Unterstellung eines für V_E und V_A gleichen $\Delta\%_v$ ist dann

$$\Delta z_v = \frac{\Delta\%_v}{100} (V_E - V_A) = \frac{\Delta\%_v \cdot z_v}{100}.$$

Setzen wir $z_v = 100$, so erhalten wir den prozentualen mittleren Massenzuwachsfehler

$$\Delta\%_{z_v} = \Delta\%_v.$$

Unter diesen Voraussetzungen ist somit der prozentuale Zuwachsfehler gleich dem prozentualen Massenfehler. Zum gleichen Ergebnis kommt auch Prodan (13, S. 215).

Für Wälder mit stationärem Charakter würde somit bei Fall A I, Spalte 3, ein Massenzuwachsfehler von $\pm 1,5\%$ auf Konto des Höhenfehlers zu veranschlagen sein. Der durch die Durchmesserermittlung verursachte relative Massenfehler sei wie bei Spalte 1 $\Delta\%_v = 0,05\%$. Aus Tabelle 9 leiten sich hierfür die mittleren Massenzuwachsfehler wie folgt ab:

$$\begin{aligned} \text{für } p_v = 1 \text{ ein } \Delta \text{ } \% \text{ } l_{zv} \text{ von } 0,67 \text{ } \% \\ p_v = 3 \quad \Rightarrow \quad \Delta \text{ } \% \text{ } l_{zv} \quad \Rightarrow \quad 0,21 \text{ } \% \\ p_v = 5 \quad \Rightarrow \quad \Delta \text{ } \% \text{ } l_{zv} \quad \Rightarrow \quad 0,12 \text{ } \% \end{aligned}$$

Unter der Fehlerfortpflanzung vereinigen sich diese Werte mit dem durch Höhenmessung verursachten Anteil des Zuwachsfehlers von 1,5 % zu den in Spalte 3 angeführten Fehlerprozenten. Auch hier zeigt sich der Höhenfehler als allein maßgebend für den Massenzuwachsfehler. Da der Anteil des Höhenfehlers am Zuwachsfehler in diesen Wäldern mit stationärem Charakter auch bei den Folgeinventuren immer wieder gleichsinnig, d. h. mit demselben Vorzeichen behaftet ist, so wird er beim Zuwachsvergleich (Feststellung einer Zuwachserhöhung oder Erniedrigung) eliminiert, und es bleibt dabei nur noch der oben angegebene geringe Anteil des Durchmesserfehlers am Zuwachsfehler zu berücksichtigen.

Da die Ernten bei den Flächen der Versuchsanstalten mit ganz besonderer Genauigkeit aufgemessen werden und da auch evtl. Diebstahlsstämme infolge der Numerierung immer noch mit ziemlicher Sicherheit massenmäßig bestimmt werden können, so habe ich diese Fehlerquelle im Falle A I, Spalten 1—3, nicht zahlenmäßig besonders in Rechnung gestellt.

Zu I B:

Zuwachsermittlung für die Praxis

$$\text{Fehlerdiskussion der Formel } l_{zv} = \frac{1}{n} (V_E - V_A + N)$$

a) Durchmesserfehler zu I B

Nach Prodán (13, S. 99) muß man mit einem mittleren Fehler von $\pm 0,5\text{--}1\%$ bei der Bestandeskreisfläche rechnen. Multipliziert mit 1,25 ergibt sich ein mittlerer Massenfehler von rund $\pm 1\%$. Bei Bestandesgrößen über 10 ha kann nach H. A. Meyer dieser Fehler auf $\pm 0,5\%$ herabsinken (nach Knuchel, 1, S. 137).

b) Höhenfehler zu I B

Unterstellen wir hier den oben bereits erwähnten mittleren Höhenfehler von $\pm 3\%$, den von Laer-Specker angeben. Er entspricht einer mittleren Schwankung von etwa vier bis fünf Tarifreihen. Krutsch-Loetsch haben übrigens bereits 1937 ganz ähnliche Erfahrungen gesammelt und, um keine unerreichbaren Genauigkeiten vorzutäuschen, das Tarifsystem des Klüppfestmeters nur 15teilig angelegt. Der Rahmen von vier von Laer-Speckerschen Reihen entspricht somit etwa demjenigen einer Höhenstufe nach Krutsch-Loetsch (4). Vereinigen wir Durchmesser- und Höhenfehler unter der Fehlerfortpflanzung, so ergibt sich $\Delta \text{ } \% \text{ } v = \sqrt{0,5^2 + 3^2} = 3,04\%$. Also auch hier ist der Durchmesserfehler bedeutungslos. Die durch

Erntevermessung usw. entstehenden zusätzlichen Fehler bringe ich nur vorsichtig so in Rechnung, daß ich $\Delta\%_v$ auf $\pm 3,5\%$ erhöhe. Nach Tabelle 9 ergeben sich nunmehr durch Interpolation die in Spalte 5, Tabelle 11, verzeichneten mittleren prozentualen Massenzuwachsfehler.

Bei stationären Wäldern ist, wie oben gezeigt, $\Delta\%_h$ gleich $\Delta\%_v$. Unterstellen wir hier wiederum wie bei Spalte 5 $\pm 3\%$ mittleren Höhenfehler. Als Durchmesserfehler wird ebenfalls $\pm 0,5\%$ angenommen. Nach Tabelle 9 ergibt ein $\Delta\%_v$ von $0,5\%$ folgende prozentualen Massenzuwachsfehler:

$$\begin{aligned} \text{bei } p_v \text{ von } 1\% \text{ ein } \Delta\%_{lzv} \text{ von } \pm 6,7\% \\ \Rightarrow p_v \quad \Rightarrow \quad \Delta\%_{lzv} \quad \Rightarrow \quad \pm 2,1\% \\ \Rightarrow p_v \quad \Rightarrow \quad \Delta\%_{lzv} \quad \Rightarrow \quad \pm 1,2\% \end{aligned}$$

Diese Fehlergrößen stimmen übrigens im wesentlichen überein mit denen, die H. A. Meyer (nach Knuchel, a. a. O.) in Tabellenform veröffentlicht hat. Bei einem Zuwachsvergleich aus einer Inventurserie sind nur diese letztgenannten Fehler zu berücksichtigen. Im Vergleich zum «wahren Zuwachs» muß der Höhenfehler noch einbezogen werden, der unter der Fehlerfortpflanzung zusammen mit dem Durchmesserfehler die in Spalte 7 aufgeführten Fehlergrößen ergibt.

Um bei der Zuwachsberechnung nach Formel (16) im Altersklassenwald den so unangenehmen Höhenfehler abzuschwächen, sind einige Möglichkeiten, zumeist unter Zuhilfenahme von ertragstafelmäßigen «normalen» Wachstumsverläufen, gefunden worden.

Nach von L a e r - S p i e c k e r wird zum Beispiel bei V_E und V_A grundsätzlich die gleiche Tarifreihe benutzt, an V_E jedoch ein aus einer Tabelle abzulesender Zuschlag angelegt (3, S. 88). In ganz ähnlicher Weise wirkt sich auch die von P r o d a n als Fortschreibung der Zustandskurve bezeichnete Maßnahme aus, zu der auch die Anwendung der K r e n n s c h e n Tarife zu rechnen ist. P r o d a n kommt auf mehr oder weniger gutachtlichem Wege nach diesem Verfahren zu einem mittleren Zuwachsfehler von ± 5 bis 10% (13, S. 225), die ich für Spalte 6, Tabelle 11, übernommen und bei den Versuchsanstaltsmessungen gutachtlich auf ± 3 bis 5% herabgesetzt habe (Spalte 2, Tabelle 11). Die durch die Ernteverbuchung zusätzlich entstehenden Fehlerquellen sind bei Spalte 6 nicht mit berücksichtigt worden, so daß der hier angegebene Fehlerrahmen als unterster Grenzwert anzusehen ist.

Wie schon oben erwähnt, sind die Fortschreibungen der Zustandskurven bzw. die Zuschläge zu V_E an Ertragstafeltendenzen gebunden. Diese Verfahren engen somit sicherlich in allen den Fällen den Fehlerrahmen des Massenzuwachses im Altersklassenwald erheblich ein, in denen sich die Höhenkurve genau gemäß Ertragstafel verlagert. Sobald jedoch der spezielle Wachstumsablauf wesentlich von der Ertragstafel

abweicht, müssen höhere Fehlerrahmen als in Spalte 6 angegeben erwartet werden.

Wird der Vorrat nicht durch Vollkluppung, sondern im Wege der Stichprobeninventur erhoben, so treten bei der Errechnung von $\Delta\%_v$ noch zusätzlich die sog. Probenahmefehler in Erscheinung. Unterstellen wir bei unserer Fehlerkalkulation einen durchschnittlichen Variationskoeffizienten $s\% = 40$ und eine Probenzahl = 50, so errechnet sich der mittlere Probenahmefehler nach der bekannten Formel $S\% = \frac{s\%}{\sqrt{P}}$

mit $\pm 5,7\%$. Für Spalte 5 fanden wir ein $\Delta\%_v$ mit $\pm 3,5\%$, welches unter der Fehlerfortpflanzung mit $\pm 5,7\%$ sich erhöht auf rund $\pm 6,5\%$. Nach Tabelle 9 finden sich nunmehr durch Extrapolation die in Spalte 8 angegebenen Fehlergrößen.

Da der Probenahmefehler bei weitem das größte Gewicht hat, so ändern auch die in Spalten 6 und 7, Tabelle 11, behandelten Sonderfälle nicht viel an der sehr hohen Rahmengröße des hier gefundenen mittleren Massenzuwachsfehlers.

$$2. \text{ Genauigkeitsprüfung der Formel } lz_v = \sum_1^m z_{D_i} \frac{dv_i}{dD_i}.$$

In dieser Formel können fehlerhaft sein:

- a) die Steigungsfaktoren durch falsche Tarifreihen und durch falsche Durchmesser als Eingangswerte in die Steigungsfaktorenreihe;
- b) die Stärkezuwächse (Fehler der Stärkezuwachsgeraden bzw. der Formel $z_D = \frac{D_E - D_A}{n}$ im Versuchswesen). Im Falle der Zuwachssbohrung kann ferner noch der Rindenfaktor falsch sein. Außerdem können wie oben unter a) die Durchmesser als Eingangswerte in die Stärkezuwachskurve fehlerhaft sein;
- c) die Größe \sum_1^m als Ausdruck für die Anzahl der Zuwachsträger kann falsch sein.

Die folgende Diskussion dieser Fehlermöglichkeiten soll deren jeweilige Bedeutung klären; gemäß Einteilung der Tabelle 11 in II A (Spalte 4) und II B (Spalten 9 und 10) soll ferner ihr Zusammenwirken unter der Fehlerfortpflanzung in Gestalt von prozentualen mittleren Massenzuwachsfehlern errechnet werden.

Zu a):

Die Fehlerprozente, die als $\Delta\%_v$ der Tarifreihe anhaften, treten in der zahlenmäßig gleichen Größenordnung auch als Massenzuwachsfehlerprozente $\Delta\% z_v'$ bei der ersten Ableitung auf. Als zahlenmäßiges Beispiel hierzu dient die Tabelle 10.

Tabelle 10

Vergleich zwischen den prozentualen Unterschieden der Tarifreihen und ihrer ersten Ableitungen

von Laer-Spieckersche Bu-Tarifreihe Nr. Spalte	Stammfunktion (Tarif)		1. Ableitung (Tarifdifferenz)	
	Festmeterinhalt je Stamm bei $\varnothing 50$ cm fm	Prozentualer gemittel- ter Unterschied zweier benachbarter Reihen	Steigungsfaktor bei $\varnothing 50$ cm fm	Prozentualer gemittel- ter Unterschied zweier benachbarter Reihen
	1	2	3	4
B_{40}	1,66	2,4 %	0,0725	2,7 %
B_{50}	2,07	2,0 %	0,0925	1,9 %
B_{60}	2,48	1,7 %	0,1100	1,6 %
B_{70}	2,90	1,4 %	0,1275	1,6 %
B_{80}	3,31	1,2 %	0,1475	1,2 %
B_{90}	3,73	1,1 %	0,1650	1,1 %

Für den Durchmesser in Brusthöhe 50 cm — für jeden andern Durchmesser gilt Gleichsinniges — sind in Spalte 1 der Tabelle 10 die Volumenwerte des Einzelstamms jeder zehnten Tarifreihe von Buche nach von Laer-Spiecker angegeben. Die Differenz zwischen zehn Reihen beträgt bis auf kleine Auf- und Abrundungsunterschiede gleichmäßig 0,41 fm, daher die Differenz von Reihe zu Reihe 0,041 fm. Dieser Wert in Prozenten von Spalte 1 ergibt die prozentualen Unterschiede zweier benachbarter Tarifreihen. Dieser Unterschied nimmt von den niedrigen Tarifreihen (2,4 %) bis zu den höchsten (1,1 %) ab und liegt im Mittel bei $\pm 1,5\%$. In Spalte 3 sind die entsprechenden Steigungsfaktoren errechnet und in Spalte 4 in gleicher Weise wie in Spalte 2 die prozentualen Unterschiede zweier benachbarter Steigungsfaktorenreihen gebildet worden. Diese Wertereihe verläuft fast gleich der Spalte 2. Die kleinen Differenzen sind auf «Unebenheiten» der Tarifreihen zurückzuführen. Es ist somit bei dem Steigungsfaktor als eine Komponente für $\Delta\% z_v$ das $\Delta\% \theta_h = \Delta\% \theta_v$ der Tarifreihe in Anwendung zu bringen.

Prüfen wir nunmehr die Einwirkung von Fehlern innerhalb der Durchmesserverteilung auf die Steigungsfaktoren. Da die ersten Ableitungen der Tarifkurven fast geradlinig verlaufen, so kann unterstellt werden, daß eine a -prozentige Veränderung des Durchmessers auch eine a -prozentige Veränderung des Steigungsfaktors hervorruft. Im Vorangegangenen unter 1. war unterstellt worden, daß der Durchmesserfehler bei Aufnahmen für wissenschaftliche Zwecke einen mittleren Kreisflächenfehler von 0,04 % verursacht. Da bekanntlich $\Delta\% D = \frac{\Delta\% g}{2}$ ist, so muß für den Fall II A der Tabelle 11 mit einem mittleren prozentualen Durchmesserfehler von 0,02 % gerechnet werden. Dies

würde bedeuten, daß nach der bekannten Formel $s\% = S\% : \sqrt{P}$ bei hundert Stämmen einer Versuchsfläche und einem mittleren Durchmesser von 50 cm jeder Stamm um $\pm 0,2\%$, das ist ± 1 mm, fehlerhaft gemessen worden ist. Man ist also berechtigt, diese geringe Fehlerinwirkung auf den Gesamtwachstum im Fall II A zu vernachlässigen.

Für den Fall II B der Tabelle 11 (Messungen für die Praxis) unterstellen wir wie oben unter I B einen durch Durchmesserfehler hervorgerufenen mittleren prozentualen Kreisflächenfehler von $\pm 0,5\%$ und erhalten analog einen mittleren prozentualen Durchmesserfehler von $0,25\%$. Auch dieser Fehler spielt für den Gesamtwachstum keine wesentliche Rolle. Nennenswerten Einfluß auf den Steigungsfaktor hat daher lediglich die durch fehlerhafte Höhenmessung erhaltene fehlerhafte Tarifkurve.

Zu b):

Untersuchen wir zunächst die Fehler, die bei der Errechnung der Stärkezuwächse durch $\frac{D_E - D_A}{n}$ im Falle II B der Tabelle 11 entstehen.

Sinngemäß kann hierfür die Formel (17) Anwendung finden, die, auf den Durchmesserzuwachs umgeschrieben, dann lautet:

$$\Delta\%z_D = \frac{\Delta\%D \cdot 100}{n \cdot p_D} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{1,0 p_D^n}\right)^2}$$

Um in Tabelle 11 die entsprechenden Werte für die angegebenen Eingangsgrößen von p_v zu erhalten, unterstellen wir $p_v = 3 p_D$, demnach $p_D = \frac{p_v}{3}$. Diese Unterstellung gilt bekanntlich für den Fall, daß der prozentuale Höhenzuwachs gleich dem prozentualen Durchmesserzuwachs ist.

Als $\Delta\%D$ benutzen wir den soeben gefundenen Wert von $\pm 0,02\%$ und erhalten durch Einsetzen in die Formel bei $n = 10$ folgende Fehlerprozente bei

$$\begin{aligned} p_v &= 1; \quad p_D = 0,33 \quad \text{ergibt} \quad \Delta\%D = \pm 0,9\% \\ p_v &= 3; \quad p_D = 1 \quad \Rightarrow \quad \Delta\%D = \pm 0,3\% \\ p_v &= 5; \quad p_D = 1,67 \quad \Rightarrow \quad \Delta\%D = \pm 0,1\% \end{aligned}$$

Bei Zuwachsvergleichen mehrerer Inventuren in stationären Wäldern sind dies die einzigen zu berücksichtigenden Zuwachsfehler im Falle II A, da die Tarifreihe immer dieselbe ist und ihr im Vorzeichen stets gleichsinniger Fehler, wie oben bereits erläutert, eliminiert wird.

In Altersklassenwäldern tritt auch beim Zuwachsvergleich der Fehler der Tarifreihe unter der Fehlerfortpflanzung noch hinzu.

Wie im Falle I A unterstellen wir einen $\Delta\%h = \Delta\%v$ von $\pm 1,5\%$, welches — wie oben bewiesen — bei der Tarifdifferenzmethode gleich-

zeitig auch $\Delta\% z_v$ darstellt. Unter der Fehlerfortpflanzung errechnen sich dann die in Spalte 4 von Tabelle 11 aufgeführten prozentualen Zuwachsfehler. Aus den Zahlen ersieht man, daß nur bei $p_v = 1\%$ der Durchmesserfehler geringen Einfluß besitzt, bei größeren p_v jedoch bedeutungslos bleibt.

Betrachten wir nunmehr den durch Bohrung und Stärkezuwachskurve entstehenden Anteil am prozentualen Massenzuwachsfehler. Da hier niemals wie in den Versuchsflächen der Stärkezuwachs jedes vorhandenen Baumes ermittelt, sondern die Bohrung stets durch Stichproben durchgeführt wird, sind die hierbei auftretenden Fehler durch mathematisch-statistische Methoden zu errechnen. Voraussetzung hierbei ist lediglich, daß die Stichprobe statistisch einwandfrei, also repräsentativ, gewonnen wurde. In Tabelle 7 wurde an einem Beispiel gezeigt, wie man die durch den Punktschwarm (Abbildung 5) zu legende «beste» Gerade und ihren mittleren Fehler für die Einzelmessung $s_{xy} = 0,155 \text{ cm}$ errechnet. Der Variationskoeffizient beträgt im Beispiel 29,1 %. Nach meinen bisherigen Erfahrungen schwankt er im mitteleuropäischen Wald zwischen 25 % und 45 %. Im Beispielsfall war jeder Baum an drei Stellen im Abstand von 180° in Brusthöhe angebohrt und als z_D das doppelte Mittel aus den drei Spanauswertungen gewonnen worden. Wie ich in (5) näher ausgeführt habe, erhöht sich der V_K um 5 bis 10 %, wenn man nur einen Bohrspan je Stamm zieht. Eine Stratifikation in Kronenklassen kann den V_K nicht unerheblich senken. Für die Fehlerdiskussion von II B, Spalten 9 und 10, sind die beiden Grenzwerte für V_K von 25 % und 45 % unterstellt worden.

Nach der Formel $S\% = \frac{s\%}{\sqrt{P}}$ ergibt sich als Stichprobenkomponente α für den prozentualen Massenzuwachsfehler folgende Übersicht:

P	$s\% = 25$	$s\% = 45$
30	$\pm 4,6 \%$	$\pm 8,2 \%$
50	$\pm 3,5 \%$	$\pm 6,4 \%$
100	$\pm 2,5 \%$	$\pm 4,5 \%$
500	$\pm 1,1 \%$	$\pm 2,0 \%$
1000	$\pm 0,8 \%$	$\pm 1,4 \%$

Als weitere wesentliche Komponente β tritt der prozentuale Fehler der Tarifreihen dazu, der, wie in IB, mit $\pm 3\%$ unterstellt wurde. Ferner ist noch der mittlere prozentuale Fehler γ des Rindenfaktors zu berücksichtigen, den ich in der vorgenannten Arbeit ebenfalls ausführlich besprochen habe. Dieser Fehler ist sehr geringfügig, kann bei Be-

nutzung des schwedischen Rindenmessers praktisch annuliert werden und ist bei Gebrauch von Tabellen auf etwa $\pm 1\%$ zu veranschlagen. Zum Schluß ist noch der geringfügige Fehler δ zu erwähnen, der durch die fehlerhafte Durchmesserverteilung sowohl bei der Steigungsfaktorenreihe als auch bei der Zuwachsgeraden entsteht. Wir haben ihn oben bereits mit $\pm 0,25\%$ veranschlagt. Da er zweimal Einwirkung hat, so muß er verdoppelt werden.

Nach der Fehlerfortpflanzung sind die in Spalte 9, Tabelle 11, eingetragenen Massenzuwachsfehlerprozente errechnet worden. Es ist ersichtlich, daß bei geringer Zahl von Bohrungen der Probenahmefehler einen erheblichen Einfluß auf den prozentualen Zuwachsfehler besitzt. Je mehr sich die Anzahl der Bohrungen erhöht, um so geringer wirkt der Repräsentativfehler. Bei tausend Bohrungen ist der Fehler a fast einflußlos geworden. Beherrschend bleibt dann nur noch der Tariffehler. Da sich das durch tausend Bohrungen erfaßte Waldgebiet aus verschiedenen Beständen mit verschiedenen Tarifen zusammensetzt, so unterliegen in der Praxis auch die verschiedenen Tariffehler dem Fehlerausgleich. Dieses Moment, welches sich bei Waldvorratsinventuren sehr wesentlich auswirkt, führt zu einer weiteren Verringerung der mittleren prozentualen Zuwachsfehler. Es wurde bei dem vorliegenden Fehlervergleich der Tabelle 11 nicht in Rechnung gestellt, weil es beide Methoden (I und II) gleichsinnig beeinflußt.

Zu c):

Bei Spalte 9 wurde unter Voraussetzung einer sorgfältigen Vollkluppung angenommen, daß die unter c) zu beurteilende Fehlermöglichkeit der Summe der vorhandenen Zuwachsträger als zu geringfügig außer Betracht gelassen werden konnte.

In Spalte 10 von Tabelle 11 liegt die Annahme zugrunde, daß der Vorrat nach Stichprobenverfahren ermittelt worden ist. Hier treten noch zusätzlich die prozentualen Stichprobenfehler des Vorrats hinzu, die nach H. A. Meyer (8) und Loetsch (5) unter der Fehlerfortpflanzung mit dem bereits ermittelten Zuwachsfehlerprozent (Spalte 9) die prozentualen Zuwachsfehler von Spalte 10 ergeben. Hierbei sind als V_K für die Vorratsermittlung ein Niedrigstwert von 30 % und ein Höchstwert von 60 % bei einer Recheneinheit von je zwei Kreisprobeflächen im Durchschnitt zu je $3a = 6a$ unterstellt worden. Diese Rahmengrößen fußen auf den bisherigen Erfahrungen der «Forschungsstelle für Holzvorratsinventur» in mittteleuropäischen Wäldern. Auch in Spalte 10 zeigt sich dasselbe Gesetz wie in Spalte 9: Bei einer Anzahl von Bohrungen und auch einer Anzahl von Stichprobeflächen über 500 treten die Repräsentativfehler hinter die andern Fehlerkomponenten zurück.

Die Höhe des Zuwachsprozentes p_v hat, im Gegensatz zu den Spalten 5 bis 8, bei der Tarifdifferenzmethode keinen Einfluß auf $\Delta\%$ zv.

IV. Schlußbetrachtung

In Tabelle 11 sind die im Abschnitt III hergeleiteten mittleren prozentualen Massenzuwachsfehler zusammengestellt worden. Betrachten wir zunächst den Teil A (*Zuwachsermittlung für wissenschaftliche Zwecke*).

Die Spalten 1 bis 3 geben die mittleren Fehler der bisher üblichen Vorratsdifferenzmethode, Spalte 4 die der Tarifdifferenzmethode an. Die Spalte 1 gibt Einblick in die zu erwartenden mittleren Fehler bei jeweiliger Höhenmessung von V_E und V_A . Besonders bei niedrigen Zuwachsprozenten unter $p_v = 3\%$ sind diese Fehler von ± 6 und mehr Prozent für wissenschaftliche Untersuchungen nicht mehr tragbar. In Abbildung 6, Kurve 2 a, sind als Beispiel hierfür die Massenzuwächse nach Tabelle 4, Spalte 16, gezeichnet worden. Der Gesamtverlauf dieser Kurve unterscheidet sich wesentlich von dem der beiden andern Kurven, was sich in der Hauptsache aus diesen hohen Fehlerwerten erklärt, da die Kurven 1 und 2 b sehr viel geringere mittlere Fehler erwarten lassen und dadurch dem wahren Zuwachs näherliegen als Kurve 2 a. In Spalte 4 von Tabelle 4 sind die mittleren Höhen der einzelnen Inventurjahre vermerkt. Während für die Perioden bis 1941 ein $\Delta\%$ von nur $\pm 1,5\%$

Tabelle 11

Der prozentuale mittlere Massenzuwachsfehler

A. Zuwachsermittlung für wissenschaftliche Zwecke (markierte Meßstelle, über Kreuz messen mit Millimeterkluppe, nummerierte Bäume)

Bei Zuwachsprozent p_v von	Massenzuwachsberechnung nach			
	I. $Iz_v = \frac{1}{n} (V_E - V_A + N); n = 10$. Vorratsdifferenzmethode	II. $Iz_v = \sum_1^m zD_i \frac{dv_i}{dD_i}$	Plenterwald (stationär)	Tarifdifferenzmethode
	Altersklassenwald mit Verlagerung der Zustandskurven		Plenterwald (stationär)	
	Tarifreihe für V_E und V_A nach jeweiliger Höhenmessung gesondert bestimmt	V_E und V_A gleiche Tarifreihen V_E mit «Zuschlag» gemäß von Laer-Spiecker (3) S. 88	V_E und V_A gleiche Tarifreihen	Jeder D_E und D_A im Mittel ± 1 mm fehlerhaft $\Delta\%$ der Tarifreihe $= \pm 1,5\%$
	1	2	3	4
1 %	$\pm 20\%$	$\left. \begin{array}{c} \\ \end{array} \right\} \pm 3-5\%$	$\pm 1,6\%$	$\pm 1,7\%$
3 %	$\pm 6\%$		$\pm 1,5\%$	$\pm 1,5\%$
5 %	$\pm 3,5\%$		$\pm 1,5\%$	$\pm 1,5\%$

B. Zuwachsermittlung für die Praxis

Bei Zuwachsprozent p_v von	Massenzuwachsberechnung nach							
	I. $lz_v = \frac{1}{n} (V_E - V_A + N); n = 10$. Vorratsdifferenzmethode Vollkluppung von V_E und V_A							
	Altersklassenwald mit Verlagerung der Zustandskurven	Plenterwald (stationär)	Stichproben- inventuren von V_A und V_E bei Annahme von $s\% = 40$ $P = 50$					
Tarifreihe für V_E und V_A nach jeweiliger Höhenmessung gesondert bestimmt	V_E und V_A gleiche Tarifreihen V_E mit «Zuschlag» gemäß von Lär-Spiecker (3) S. 88	V_E und V_A gleiche Tarifreihen	5	6	7			
1 %	$\pm 47\%$	$\pm 5-10\%$	$\pm 7,5\%$	$\pm 3,5\%$	$\pm 88\%$			
3 %	$\pm 14,5\%$							
5 %	$\pm 7\%$							
Massenzuwachsberechnung nach								
		II. $lz_v = \sum_1^m zD_i \frac{dv_i}{dD_i}$ Tarifdifferenzmethode						
Vollkluppung von V_E		Stichprobeninventur von V_E ; $V_K = 30-60\%$						
		$\Delta\% h$ der Tarifreihe = $\pm 3\%$						
9		10						
Anzahl der Bohrungen	V_K		Anzahl der Bohrungen	Anzahl der Stichprobeflächen (je 0,06 ha)				
	25 %	45 %		30	50	100	500	1000
30	$\pm 5,6\%$	$\pm 8,8\%$	30	$\pm 7,8-$ $14,1\%$				
50	$\pm 4,7\%$	$\pm 7,1\%$	50		$\pm 6,3-$ $11,1\%$			
100	$\pm 4,1\%$	$\pm 5,5\%$	100			$\pm 5,1-$ $8,1\%$		
500	$\pm 3,4\%$	$\pm 3,8\%$	500				$\pm 3,6-$ $4,7\%$	
1000	$\pm 3,3\%$	$\pm 3,5\%$	1000					$\pm 3,4-$ $4,0\%$

— wie in Spalte 1 unterstellt — auch nach der normalen Höhenentwicklung angenommen werden kann, ist der große Sprung zwischen 1941 (30,0 m) und 1951 (33,3 m) nur durch ein wesentlich höheres $\Delta\% h$ etwa von $+ 10\%$ zu erklären. Auch mit solchen, nicht mehr zufälligen Fehlern muß also — allerdings als Ausnahme — im Versuchswesen gerechnet werden, die dann bei der Anwendung der Methode von Spalte 1 zu dem völlig unbrauchbaren Zuwachswert der Kurve 2 a im Jahre 1951 von 12,16 fm/ha führen.

Die Spalte 2 von Tabelle 11 gibt die Fehlerwerte an, die nach dem «Zuschlagsverfahren» von von Laer-Spiecker gutachtlich erwartet werden müssen (± 3 bis $\pm 5\%$). Als Beispiel hierzu dient die Kurve 2 b von Abbildung 6, die aus Spalte 18 von Tabelle 4 erhalten wurde.

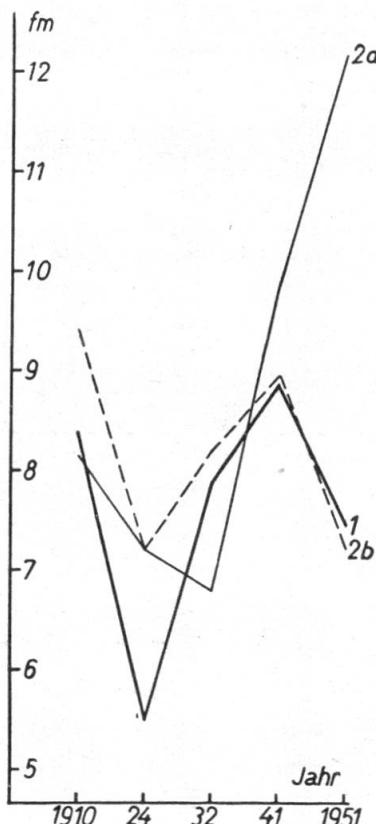


Abbildung 6

Nach verschiedenen Methoden errechnete Massenzuwächse des in Tabelle 4 dargestellten Bu-Lichtwuchsbestandes.

Kurve Nr. 1: Tarifdifferenzverfahren nach jeweils ermittelter Tarifreihe (Sp. 19, Tabelle 4).

Kurve Nr. 2 a: Formel $\frac{1}{n} (V_E - V_A + N)$ nach jeweils ermittelter Tarifreihe (Sp. 16, Tabelle 4).

Kurve Nr. 2 b: Dieselbe Formel unter Anwendung der von Laer-Spieckerschen Zuschläge (Sp. 18, Tabelle 4).

Kurve 1 von Abbildung 6 gibt die Tarifdifferenzmethode nach Spalte 19, Tabelle 4, wieder. Sie ist genau wie bei Kurve 2 a unter jeweiliger Verwendung der gemessenen Höhen und entsprechenden Tarifreihen gefunden worden. Trotzdem sich von 1941 bis 1951 die Tarifreihe von Nr. 74 auf Nr. 82 (Spalte 5, Tabelle 4) verändert hat, hat dieser Sprung von acht Reihen bei weitem nicht dieselben hohen Zuwachsfehler wie in Kurve 2 a zur Folge.

In Spalte 4 von Tabelle 11 sind die mittleren Fehler bei der Tarifdifferenzmethode (Altersklassen- und Plenterwald) angegeben, die sich ziemlich genau mit denen von Spalte 3, Tabelle 11 (Vorratsdifferenzmethode im Plenterwald), decken.

Der mittlere Fehler der Tarifdifferenzmethode erreicht somit auch für den Altersklassenwald bei Zuwachsermittlungen für wissenschaftliche Zwecke dieselbe Genauigkeit wie im günstigsten Fall (Plenterwald) der Vorratsdifferenzmethode.

Dies erklärt sich im wesentlichen daraus, daß der bei der Vorratsdifferenzmethode im Altersklassenwald so störende Höhenmeßfehler keine überragende Rolle mehr spielt.

Betrachten wir nunmehr Tabelle 11, *Teil B, Zuwachsermittlung für die Praxis*.

Die Vorratsdifferenzmethode ist in den Spalten 5 bis 7 nach denselben Möglichkeiten überprüft worden wie im Teil A, Spalten 1 bis 3. Die hohen mittleren Fehler (± 7 bis $\pm 47\%$) der Spalte 5 haben dazu geführt, daß man der Vorratsdifferenzmethode im Altersklassenwald mit Recht bisher wenig Vertrauen entgegenbrachte. Dies führte zu den «Zuschlags»- und «Fortschreibungs»-Verfahren, deren mittlere Fehler in Spalte 6 mit ± 5 bis $\pm 10\%$ wesentlich unter denen von Spalte 5 liegen. Dies gilt jedoch nur für die Fälle, in denen die Verlagerung der Zustandskurve ertragstafelmäßig erfolgte.

Spalte 7 mit den niedrigen mittleren Fehlern von ± 3 bis $\pm 7,5\%$ bestätigt die bekannte Erfahrung, daß für den Plenterwald auch in der großen Praxis die Vorratsdifferenzmethode recht brauchbare Genauigkeiten vermittelt.

Die hohen Fehlerprozente von Spalte 8 zeigen, daß die Stichprobeninventuren des Vorrats für eine Zuwachsberechnung nach der Vorratsdifferenzmethode zum mindesten für kleinere Waldteile völlig ungeeignet ist. Aus diesem Grunde ist wohl auch die in Mitteleuropa zurzeit noch weitverbreitete Ablehnung gegen die Inventur nach der «Methode des repräsentativen Querschnitts» zu erklären, wie ich in früheren Veröffentlichungen die Stichprobeninventur des Vorrats genannt habe.

Die *Tarifdifferenzmethode* mittels Zuwachsbohrung ist in den Spalten 9 und 10 überprüft worden.

In Spalte 9 wurde eine Vorratsaufnahme durch Vollinventur, in Spalte 10 durch Stichprobeninventur unterstellt. Die mittleren Fehlerprozente liegen in Spalte 9 etwa im gleichen Rahmen wie die der beiden günstigen Fälle der Vorratsdifferenzmethode (Spalten 6 und 7). 30 bis 50 Bohrungen sind demnach für kleinere Waldteile (Bestände) auch im Altersklassenwald ausreichend, um noch befriedigende Genauigkeiten zu erreichen. Mit zunehmender Zahl der Bohrungen sinkt das Fehlerprozent. Man hat es bei dieser Methode durch eine Fehlervorkalkulation

in der Hand, für jede gewünschte Waldfläche das Maß der Genauigkeit durch die Anzahl der Bohrungen entscheidend zu beeinflussen. Hinsichtlich Einzelheiten hierzu darf ich wiederum auf meine schon mehrfach zitierte Veröffentlichung (5) hinweisen.

Die Fehlerprozente der Spalte 10 zeigen, daß die Tarifdifferenzmethode eine zusätzliche Belastung durch Stichprobeninventur von V_E weit besser verträgt als die Vorratsdifferenzmethode (Spalte 8). Von 50 Vorrats- und Bohrspanproben an aufwärts liegen auch diese Fehlerprozente in dem Rahmen, den die Spalten 6 und 7 der Vorratsdifferenzmethode angeben.

Da die Stichprobeninventur des Vorrats ebenfalls zu jedem erwünschten Fehlerrahmen vorauskalkuliert werden kann und außerdem erhebliche methodische (qualitative Erfassung des Vorrates), organisatorische und damit kostenmäßige Vorteile bietet, möchte ich auf Grund der geringen mittleren Zuwachsfehler von Spalte 10 ihre verstärkte Anwendung in dafür geeigneten mitteleuropäischen Wäldern erneut zur Diskussion stellen.

Zusammenfassung

Fassen wir die Gesamtbeurteilung der *Genauigkeitsprüfung* der *Tarifdifferenzmethode* wie folgt zusammen: Für Versuchsflächen mit wissenschaftlicher Bearbeitung besitzt sie im Altersklassenwald den kleinsten Fehlerrahmen bisher bekannter Zuwachsermittlungsmethoden und kann im Plenterwald mit demselben Fehlerrahmen wie die Vorratsdifferenzmethode angewendet werden. Für die Zuwachsermittlung der Praxis liegen ihre Fehler im Rahmen der am genauesten arbeitenden Varianten der Vorratsdifferenzmethode. Sie bietet zudem noch weitgehend die Möglichkeit, von der Stichprobenmethode des Vorrats Gebrauch zu machen, was der Vorratsdifferenzmethode versagt bleibt.

Als weitere wesentliche Merkmale der Tarifdifferenzmethode hatten sich am Schluß der Abschnitte I und II herausgestellt:

1. Ernte und V_A werden nicht zur Zuwachsberechnung benötigt.
2. Sie liefert als «Zuwachspotenz» einen zahlenmäßigen Ausdruck für das Zuwachsvermögen des Vorrates im Inventurjahr.
3. Diese Zuwachspotenz, in Stärkeklassen gegliedert, fällt als Inventurergebnis bereits bei der Erstinventur an.
4. Die technische Durchführung bietet keine Schwierigkeiten und läßt sich in einem Arbeitsgang zusammen mit der Vorratserhebung im Walde bewerkstelligen.

Auf Grund dieser Tatsachen möchte ich annehmen, daß die Tarifdifferenzmethode nicht nur in den USA, wo sie durch H. A. Meyer (7 bis 9) bereits Eingang gefunden hat, sondern auch in Europa größere Beachtung als bisher verdient.

Sie kann als Werkzeug für die Massenzuwachsermittlung dazu berufen sein, den genialen Kontrollgedanken Gurnaud-Biology (stetige Kontrolle der Forstwirtschaft durch Vergleich der periodisch gemessenen Vorräte, Zuwüchse und Ernten) auf breiterer Basis zu verwirklichen, als es bisher durch die Vorratsdifferenzmethode möglich war.

Symbole

die im folgenden abweichend von der allgemein bekannten forstlichen Schreibweise verwendet wurden, weil sonst einige Zeichen Doppelbedeutung erhalten hätten:

$\frac{dy}{dx}$	= Differentialquotient, z. B. als $\frac{dv}{dD}$
D_E, D_A	= Brusthöhendurchmesser am Ende und Anfang einer Periode
m	= Stammanzahl des Vorrates
e	= Stammanzahl der geernteten Stämme
N	= Nutzung in Holzmasse innerhalb einer Periode
n	= Anzahl der Jahre einer Periode
z_v	= Massenzuwachs
lz_v	= laufender Massenzuwachs
z_g	= Kreisflächenzuwachs
z_D	= Durchmesserzuwachs
p_v	= Massenzuwachsprozent (sinngemäß p_D, p_g)
Δv	= Abweichung der Masse vom wahren Wert (sinngemäß $\Delta D, \Delta h, \Delta z_v$)
$\Delta^{0/0} v$	= prozentualer Massenfehler (sinngemäß $\Delta^{0/0} h, \Delta^{0/0} z_v, \Delta^{0/0} D$)
P	= Anzahl der Proben bzw. Messungen
s	= mittlere Streuung der Einzelprobe
$s^{0/0}$	= Variationskoeffizient
S	= mittlerer Fehler des arithmetischen Mittels

Schrifttum

1. Knuchel, H.: Planung und Kontrolle im Forstbetrieb. Sauerländer & Co., Aarau 1950, 346 S.
2. Krenn, K.: Die Hohenadlschen Mittelstämme als Zuwachsmittelstämme und ihre Bedeutung für die Praxis der Zuwachsermittlung an Beständen. Allg. Forst- und Jagdztg., **117** (8—10), 1941, 213 ff.
3. v. Laer-Spiecker: Massenberechnungstafeln zur Ermittlung von Vorrat und Zuwachs von Waldbeständen. Sauerländer, Frankfurt a. M. 1951.
4. Loetsch, F.: Der Einfluß von Höhenstufen und Holzarten auf einen einheitlichen Massentarif bei mitteleuropäischen Waldvorratsinventuren. Ztschr. für Weltforstw., **15** (5), 1952.
5. Loetsch, F.: Massenzuwachsermittlung durch Bohrspanproben unter Anwendung mathematisch-statistischer Methoden. Ztschr. für Weltforstw., **16** (3), 1953.
6. Loetsch, F.: Die Schneidersche Zuwachsprozentformel (eine Stellungnahme zu zwei Arbeiten von M. Prodan und G. Speidel). Forstwissenschaftliches Centralblatt (1 und 2), 1954, S. 29.
7. Meyer, H. A.: Methods of Forest Growth Determination. Bulletin 435, Pennsylvania State College, School of Agriculture (12), 1942.
8. Meyer, H. A.: Accuracy of Forest Growth Determination Based on the Measurement of Increment Cores. Bulletin 547, Pennsylvania State College, School of Agriculture (3), 1952.

9. Meyer, H. A.: Forest Mensuration. Pennsylvania, Penns Valley Publishers, 1953.
10. Michailow, I.: Über die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate bei der Aufstellung von Massentafeln mit einem Eingange. Annuaire de la Faculté d'agronomie et de sylviculture de l'Université de Skoplje, Tome III, Année 1949/50, 69 S.
11. Michailow, I.: Mathematische Formulierung des Gesetzes für Wachstum und Zuwachs der Waldbäume und Bestände. Schweiz. Ztschr. für Forstwesen, (9/10), 1952.
12. Prodan, M.: Die Bestimmung des Massenzuwachses von Beständen mit Hilfe des Massenzuwachsprozentes. Forstw. Centralblatt, **68** (5), 1949, 292—299.
13. Prodan, M.: Messung der Waldbestände. Sauerländer, Frankfurt a. M. 1951.
14. Schober, R.: Ertragstafeln und Forsteinrichtung. Forstw. Centralblatt, **72** (1—2), 1953, 1—13.
15. Spiecker, M.: Vorrats- und Zuwachskontrolle mit Massenberechnungstafeln. Allg. Forstztg., **8** (29/30), 1953, 331—333.

Résumé

La méthode de la différence des tarifs pour la détermination de l'accroissement en volume

Application dans la pratique et la recherche forestières

Si l'on représente graphiquement les données d'un tarif d'aménagement on obtient une courbe dont l'équation est

$$y \cong k \cdot D^b \text{ (d'après H.-A. Meyer)}$$

ou plus exactement l'équation d'une parabole du troisième degré de la forme

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3$$

(d'après Michailow et Biolley, de Blonay et Jobez).

Löetsch analyse l'allure des courbes représentant un des tarifs gradués d'Algan (n° 13) et un de ceux de von Laer-Spiecker (BT 60). Il en détermine la dérivée première et constate qu'il s'agit de paraboles aplatis (voir figure 1).

Il est possible d'établir pour chaque valeur de x (diamètre) une valeur correspondante indiquant la croissance (quotient différentiel) de ces courbes. (La détermination approximative de ces valeurs à l'aide de la méthode des différences finies a déjà été démontrée par H.-A. Meyer dans ses diverses publications.) Löetsch prouve que la plupart de ces valeurs demeurent dans le cadre de l'erreur due au fait que les mesures sont arrondies par défaut, c'est-à-dire que la détermination approximative est pratiquement utilisable.

L'accroissement courant en volume peut ainsi être établi par le produit de l'accroissement en diamètre et du facteur de croissance de la courbe résultant du tarif adopté. L'accroissement en diamètre avec écorce sera déterminé par des sondages à l'aide de la tarrière (formules 8 et 9). L'importance de ce procédé réside dans le fait qu'à l'aide d'un seul inventaire et de l'accroissement en diamètre, il est possible de déterminer l'accroissement en volume probable pour la période à venir, sans avoir besoin pour ce calcul d'un inventaire initial et des exploitations effectuées depuis lors.

Dans la seconde partie de son article, L o e t s c h expose en détails l'application pratique de cette méthode et montre qu'il est possible de la simplifier par l'utilisation de tableaux de certains facteurs. L'établissement de l'équation de la courbe de l'accroissement en diamètre à l'aide de la méthode des moindres carrés est lié à quelques difficultés, cependant ce calcul peut également être facilité par le moyen de quelques tableaux ad hoc.

L o e t s c h analyse dans la troisième partie de sa publication les erreurs qui entachent ce procédé de calcul de l'accroissement. Il prouve qu'elles ne sont pas plus importantes que celles qui se présentent lors du calcul de l'accroissement par la méthode de la différence des inventaires successifs.

Les résultats de la calculation d'erreurs sont composés dans le tableau 11, A et B, où les possibilités d'erreurs de la méthode de la différence des inventaires successifs sont comparées à celles de la méthode de la différence des tarifs. Généralement la méthode de la différence des tarifs montre les erreurs les plus petites.

Dans sa conclusion l'auteur espère que la méthode de la différence des tarifs soit également prise en considération en Europe et non pas seulement aux USA où, grâce aux travaux de H.-A. Meyer, elle a déjà trouvé un champ d'application. Cette méthode peut, comme moyen pour la détermination de l'accroissement en volume, réaliser encore mieux l'idée géniale du contrôle de G u r n a u d développée par Biolley (contrôle permanent des opérations sylvicoles par la comparaison périodique du matériel sur pied, de l'accroissement et des réalisations) que la méthode de la différence des inventaires successifs augmentée des bois exploités dans l'intervalle.

Zur Phänologie der Laubbäume, insbesondere der Buche

2. Mitteilung¹

Von H. Leibundgut

[176.1] (Aus dem Institut für Waldbau der Eidg. Techn. Hochschule, Zürich)

Laubbäume

Einleitung

(12.15.6)

Das Phänomen des Ergrünens unserer Bäume beeindruckt den Waldbauer jedes Jahr von neuem. Bei keiner andern Lebenserscheinung zeigen sich die durch Art, Rasse, individuelle Anlage und Umwelt verursachten Unterschiede im Lebensablauf so offensichtlich. Die Phänologie ist deshalb eines der aufschlußreichsten, wenn auch noch ganz ungenügend benützten Mittel zur ökologischen und genetischen Erforschung unserer Waldbäume.

Obwohl der Botaniker N o r d h a u s e n² schon 1903 nachgewiesen hat, daß die anatomischen Eigentümlichkeiten der Licht- und Schatten-

¹ 1. Mitteilung in Schweiz. Ztschr. f. Forstw., 1952, S. 29.

² N o r d h a u s e n , M.: Über Sonnen- und Schattenblätter. Ber. der Dtsch. Bot. Ges., XXI, 1903.