

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen = Swiss forestry journal = Journal forestier suisse

**Herausgeber:** Schweizerischer Forstverein

**Band:** 101 (1950)

**Heft:** 9

  

**Artikel:** Die Berechnung des mittleren Abrundungsfehlers bei der sektionsweisen Inhaltsermittlung liegender Stämme

**Autor:** Stoffels, I.A.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-766007>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 03.05.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

être remplacés dans une certaine mesure par le pin et le mélèze. La hêtraie peut accueillir une proportion plus forte d'épicéa et de sapin que celle que la nature lui a dévolue.

L'auteur conclut ses considérations comme suit:

1° C'est la nécessité de maintenir constamment et de façon soutenue en bon état de santé tous les éléments de production de la station qui constitue la base essentielle pour le choix des essences et qui lui assigne ses limites.

2° Dans le cadre de ces limites, d'ailleurs point toujours étroites, il est possible d'améliorer sensiblement le rendement économique de la forêt naturelle en y augmentant la proportion de certaines essences spontanées ou en y introduisant à titre d'hôtes des essences de haute valeur technologique.

3° Les points de vue de la biologie et de l'économie ne sont donc nullement en contradiction. Au contraire, les conceptions sylviculturales actuelles tendent à satisfaire à la longue toutes les exigences économiques justifiées, car elles garantissent la production soutenue maximum de matière ligneuse de qualité aussi bonne que possible. La diversité des stations, qui permet de cultiver les essences les plus variées, nous autorise à prévoir que l'écoulement des bois sera toujours assuré, même si la demande relative à l'une ou l'autre de nos essences devait se modifier.

4° Jusqu'ici, les possibilités de production de nos forêts n'ont été utilisées que très incomplètement et elles ont été même souvent diminuées par une culture trop extensive et un choix erroné des essences. Ce fait doit nous faire réfléchir plus que les craintes selon lesquelles les conceptions actuelles pourraient conduire à une production non conforme aux besoins de l'économie.

*Ed. R.*

## Die Berechnung des mittleren Abrundungsfehlers bei der sektionsweisen Inhaltsermittlung liegender Stämme

Von Forstmeister *Ir. A. Stoffels*, Haarlem (Holland)

Bei wissenschaftlichen Untersuchungen wird man oft das liegende Holz sektionsweise, d. h. in mehreren Stücken von je gleicher Länge (z. B. 1 oder 2 Meter) messen und den Inhalt der ganzen Stämme als Summe dieser einzelnen Stücke berechnen.

Theoretisch kann die Vermessung verschiedenartig bewerkstelligt werden, doch wird der Inhalt der Sektionen meistens nach dem Verfahren von *H u b e r* (Multiplikation der Mittenfläche mit der Sektionslänge) oder nach *S m a l i a n* (Multiplikation der Summe beider Endflächen mit der halben Sektionslänge) bestimmt.

### 1. Ermittlung des Sektionsinhaltes nach der Formel von Huber :

Benennen wir die Länge der Sektionen mit  $a$  und die Querschnittsflächen in den Entfernungen von  $\frac{1}{2}a$ ;  $\frac{3}{2}a \dots$  vom unteren Ende des Stammes mit  $g \frac{1}{2}a$ ;  $g \frac{3}{2}a \dots$ , so werden wir nach dem Verfahren von *H u b e r* den Inhalt des Stammes wie folgt berechnen :

$$v = ag_{\frac{1}{2}a} + ag_{\frac{3}{2}a} + \dots + bg_r, \tag{1}$$

wobei die Länge des übrigbleibenden Zopfstückes mit  $b$  und die Mittenfläche dieses Stückes mit  $g_r$  bezeichnet wird.

Falls wir zur Bestimmung der Querschnittflächen die jeweiligen Durchmesser messen und daraus die entsprechenden Kreisflächen rechnen, so werden wir uns sofort fragen, welchen Fehler wir durch das Abrunden der Durchmesser bei der Inhaltsbestimmung begehen.

Nennen wir den mittleren Fehler einer Durchschnittsbestimmung  $\sigma_d$  und den mittleren Fehler der dazu gehörenden Kreisfläche  $\sigma_g$ , so ist:

$$\sigma_g = \frac{1}{2} \pi d \sigma_d,$$

da  $\frac{1}{2} \pi d$  den Differentialquotienten von  $\frac{1}{4} \pi d^2$  darstellt.

Die Abhängigkeit des  $\sigma_d$  vom Durchmesserintervall  $c$  ist schon bekannt:

$$\sigma_d = \frac{c}{2\sqrt{3}}$$

und nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz können wir den mittleren Fehler  $\sigma_v$  des Inhaltes  $v$  auf einfache Art berechnen:

$$\begin{aligned} \sigma_v &= \sqrt{a^2 \sigma_{g_{\frac{1}{2}a}}^2 + a^2 \sigma_{g_{\frac{3}{2}a}}^2 + \dots + b^2 \sigma_{g_r}^2} \\ \sigma_v &= c \sqrt{\frac{\pi}{12} (a^2 g_{\frac{1}{2}a} + a^2 g_{\frac{3}{2}a} + \dots + b^2 g_r)} \\ \sigma_v &= c \sqrt{\frac{\pi}{12} S} \end{aligned} \tag{2}$$

wobei wir die vielteilige Größe der Einfachheit halber mit  $S$  bezeichnet haben.

| Entfernung vom unteren Ende<br>m | Durchmesser<br>cm | Kreisfläche m <sup>2</sup> | Inhalt m <sup>3</sup> | S            |
|----------------------------------|-------------------|----------------------------|-----------------------|--------------|
| 0,5                              | 21                | 0,0346 × 1                 | = 0,0346 × 1          | = 0,0346     |
| 1,5                              | 19                | 0,0284 × 1                 | = 0,0284 × 1          | = 0,0284     |
| 2,5                              | 18                | 0,0254 × 1                 | = 0,0254 × 1          | = 0,0254     |
| 3,5                              | 16                | 0,0201 × 1                 | = 0,0201 × 1          | = 0,0201     |
| 4,5                              | 15                | 0,0177 × 1                 | = 0,0177 × 1          | = 0,0177     |
| 5,5                              | 14                | 0,0154 × 1                 | = 0,0154 × 1          | = 0,0154     |
| 6,5                              | 13                | 0,0133 × 1                 | = 0,0133 × 1          | = 0,0133     |
| 7,5                              | 11                | 0,0095 × 1                 | = 0,0095 × 1          | = 0,0095     |
| 8,5                              | 11                | 0,0095 × 1                 | = 0,0095 × 1          | = 0,0095     |
| 9,5                              | 10                | 0,0079 × 1                 | = 0,0079 × 1          | = 0,0079     |
| 10,5                             | 10                | 0,0079 × 1                 | = 0,0079 × 1          | = 0,0079     |
| 11,5                             | 9                 | 0,0064 × 1                 | = 0,0064 × 1          | = 0,0064     |
| 12,5                             | 9                 | 0,0064 × 1                 | = 0,0064 × 1          | = 0,0064     |
| 13,5                             | 8                 | 0,0050 × 1                 | = 0,0050 × 1          | = 0,0050     |
| 14,5                             | 8                 | 0,0050 × 1                 | = 0,0050 × 1          | = 0,0050     |
| 15,4                             | 8                 | 0,0050 × 0,8               | = 0,0040 × 0,8        | = 0,0032     |
|                                  |                   | $v$                        | = 0,2165              | $S$ = 0,2157 |

Zur Berechnung des mittleren Fehlers ist also hauptsächlich die Bestimmung von  $S$  erforderlich; diese kann jedoch gemeinsam mit der Inhaltsbestimmung sehr leicht vorgenommen werden. Als Beispiel sei ein Stamm gewählt, der beim Durchmesser von 7 cm in einer Länge von 15,80 m abgezopft wurde. Als Sektionslänge wurde 1 m gewählt, und die Durchmesser wurden auf ganze Zentimeter auf- und abgerundet.

Unter Zuhilfenahme einer Quadratzahlen- oder Logarithmentafel läßt sich nun der mittlere Fehler leicht berechnen :

$$\frac{\pi}{12} = 0,2618 \text{ und } \log \frac{\pi}{12} = 0,41797 - 1$$

$$\text{daher } \sigma_v = 0,01 \sqrt{0,2618 \cdot 0,2157} = 0,00238$$

und deshalb findet man als Endergebnis der sektionsweisen Volumenbestimmung

$$v = 0,2165 \pm 0,0024 \text{ m}^3.$$

Es stellt sich jedoch die Frage, ob es praktisch zu verantworten wäre,  $S$  nach dem oben angegebenen Verfahren zu berechnen. Da das Endstück im allgemeinen nicht von großer Bedeutung ist, darf die Näherungsgleichung

$$S \cong av$$

ohne Bedenken benutzt werden. Die Formel für den mittleren Fehler des Inhaltes lautet dann :

$$\sigma_v = c \sqrt{\frac{\pi}{12} av} \quad (3).$$

## 2. Inhaltsermittlung der Sektionen mit der Formel von Smalian :

Bezeichnen wir die Querschnittsflächen in den Entfernungen  $o, a, 2a, \dots na$ , vom unteren Stammende mit  $g_o, g_a, g_{2a}, \dots g_{na}$ , so finden wir als Inhalt des Stammes:

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{2} a (g_o + g_a) + \frac{1}{2} a (g_a + g_{2a}) + \dots + \frac{1}{2} a (g_{(n-1)a} + g_{na}) + \frac{1}{2} b (g_{na} + g_t) \\ &= \frac{1}{2} a g_o + a g_a + a g_{2a} + \dots + \frac{1}{2} (a + b) g_{na} + \frac{1}{2} b g_t \end{aligned} \quad (4)$$

worin  $g_t$  die Endfläche am Zopf bedeutet. Wird die totale Schaftmasse bestimmt, so ist  $g_t = o$ . Aber wir können uns auch vorstellen, daß z. B. das Reisig außer Betracht bleibt. Die Endfläche stimmt dann mit der zum Durchmesser von 7 cm gehörenden Kreisfläche überein.

Der mittlere Fehler  $\sigma_v$  des Inhaltes wird, falls wir die vierteilige Größe gleich  $T$  stellen, folgendermaßen berechnet:

$$\begin{aligned} \sigma_v &= \sqrt{\frac{1}{4} a^2 \sigma_{g_o}^2 + a^2 \sigma_{g_a}^2 + \dots + \frac{1}{4} (a+b)^2 \sigma_{g_{na}}^2 + \frac{1}{4} \sigma_{g_t}^2} \\ &= c \sqrt{\frac{\pi}{12} \left\{ \frac{1}{4} a^2 g_o + a^2 g_a + \dots + \frac{1}{4} (a+b)^2 g_{na} + \frac{1}{4} b^2 g_t \right\}} \\ &= c \sqrt{\frac{\pi}{12} T} \end{aligned} \quad (5)$$

Die Berechnung dieses mittleren Fehlers kann auch hier mit der Inhaltsberechnung kombiniert werden, wie das nachfolgende Beispiel zeigt:

| Entfernung vom unteren Ende<br>m | Durchmesser<br>cm | Kreisfläche m <sup>2</sup> | Inhalt m <sup>3</sup> | T          |
|----------------------------------|-------------------|----------------------------|-----------------------|------------|
| 0                                | 24                | 0,0452 × 0,5               | = 0,0226 × 0,5        | = 0,0113   |
| 1                                | 20                | 0,0314 × 1                 | = 0,0314 × 1          | = 0,0314   |
| 2                                | 18                | 0,0254 × 1                 | = 0,0254 × 1          | = 0,0254   |
| 3                                | 17                | 0,0227 × 1                 | = 0,0227 × 1          | = 0,0227   |
| 4                                | 15                | 0,0177 × 1                 | = 0,0177 × 1          | = 0,0177   |
| 5                                | 15                | 0,0177 × 1                 | = 0,0177 × 1          | = 0,0177   |
| 6                                | 13                | 0,0133 × 1                 | = 0,0133 × 1          | = 0,0133   |
| 7                                | 12                | 0,0113 × 1                 | = 0,0113 × 1          | = 0,0113   |
| 8                                | 11                | 0,0095 × 1                 | = 0,0095 × 1          | = 0,0095   |
| 9                                | 11                | 0,0095 × 1                 | = 0,0095 × 1          | = 0,0095   |
| 10                               | 10                | 0,0079 × 1                 | = 0,0079 × 1          | = 0,0079   |
| 11                               | 9                 | 0,0064 × 1                 | = 0,0064 × 1          | = 0,0064   |
| 12                               | 9                 | 0,0064 × 1                 | = 0,0064 × 1          | = 0,0064   |
| 13                               | 8                 | 0,0050 × 1                 | = 0,0050 × 1          | = 0,0050   |
| 14                               | 8                 | 0,0050 × 1                 | = 0,0050 × 1          | = 0,0050   |
| 15                               | 8                 | 0,0050 × 0,9               | = 0,0045 × 0,9        | = 0,0041   |
| 15,8                             | 7                 | 0,0038 × 0,4               | = 0,0015 × 0,4        | = 0,0006   |
|                                  |                   | v                          | = 0,2178              | T = 0,2052 |

Ohne Schwierigkeiten berechnen wir nun

$$\sigma_v = 0,01 \sqrt{0,2618 \cdot 0,2052} = 0,00232$$

und zuletzt können wir den Inhalt des Stammes wiedergeben:

$$v = 0,2178 \pm 0,0023 \text{ m}^3.$$

Auch hier dürfen wir

$$T \cong av$$

setzen. Diese näherungsweise Berechnung kommt zwar dem richtigen Resultat nicht so nahe wie im ersten Fall, der berechnete mittlere Fehler wird etwas zu groß, doch ist diese Differenz unwesentlich.

### 3. Bestimmung der erforderlichen Genauigkeit bei Aufnahmen :

In vielen Fällen wird man zum voraus die erforderliche Genauigkeit feststellen und alsdann die anzuwendende Arbeitsmethode entsprechend wählen, resp. die Sektionslänge und Durchmesserintervalle bestimmen.

Hat man den Auftrag, den Inhalt einiger Stämme sektionsweise zu ermitteln, schätzt man diesen Inhalt durchschnittlich auf 1,20 m<sup>3</sup> und wünscht man, daß der mittlere Abrundungsfehler 1 % nicht überschreiten soll, so ist:

$$\sigma_v = c \sqrt{\frac{\pi}{12} av}$$
$$c^2 = \frac{12\sigma_v^2}{\pi av} \quad (6)$$

In unserem Fall ist bei einer Sektionslänge von 1 m

$$c^2 = \frac{12 \cdot 0,012^2}{3,14 \cdot 1,20} = 0,00046$$

was bedeutet, daß wir Durchmesserstufen von 2 cm anwenden dürfen.

#### Zusammenfassung

In ziemlich einfacher Weise kann man den mittleren Fehler der Inhaltsbestimmung liegenden Holzes bei sektionsweiser Messung berechnen, wenn nur der Fehler gesucht wird, der durch das Abrunden der Durchmesser entsteht; und umgekehrt ist es möglich, aus einer gewünschten Genauigkeit des Ergebnisses die entsprechende Größe der Durchmesserstufen zu bestimmen.

#### Résumé

Lorsqu'on calcule le volume du bois abattu par la formule de la section médiane multipliée par la longueur des tronçons de la grume, on peut déterminer aisément la faute moyenne du cubage: il suffit de chercher la faute obtenue en arrondissant le diamètre. Inversement, on peut déterminer la grandeur correspondante des catégories de diamètre, en partant de la précision qu'on désire donner aux résultats du cubage.

#### Schrifttum

*Petrini, S.*: « Sektionskuberingsens noggranhet (Zusammenfassung: Die Genauigkeit der sektionsweisen Kubierung). » Meddelanden från statens skogsförsöksanstalt, 1928, Seite 167—186.

— « Accuracy in measuring the volume of felled trees. » Proceedings of the international congress of forestry experimental stations, Stockholm, 1929, Seite 233—235.

*Stoffels, A.*: « De berekening van de middelbare afrondingsfout in de totale cirkelvlakke van proefvakken (Zusammenfassung: Die Berechnung des mittleren Abrundungsfehlers der Gesamtkreisfläche). » Nederlandsch Boschbouw-Tijdschrift, 1941, Seite 210—214.

*Tischendorf, W.*: « Lehrbuch der Holzmassenermittlung. » Berlin, 1927.

### MITTEILUNGEN · COMMUNICATIONS

## Professor Dr. Otto Schneider-Orelli 70jährig

Am 10. August 1950 feierte Professor Otto Schneider-Orelli in voller körperlicher und geistiger Frische seinen 70. Geburtstag. Die schweizerischen Forstleute benützen gerne diesen Anlaß, um dem hochverehrten und bei Studierenden und Praktikern gleich beliebten Vertreter der Entomologie und Schädlingsbekämpfung an der Eidgenössischen Technischen Hochschule für all das zu danken, was er der Forstwissenschaft und Forstwirtschaft wäh-