

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen = Swiss forestry journal = Journal forestier suisse
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerischer Forstverein
<b>Band:</b>	84 (1933)
<b>Heft:</b>	3
<b>Artikel:</b>	Eine mathematisch-statistische Untersuchung über den Aufbau des Plenterwaldes [Fortsetzung]
<b>Autor:</b>	Meyer, H. Arthur
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-767771">https://doi.org/10.5169/seals-767771</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Eine mathematisch-statistische Untersuchung über den Aufbau des Plenterwaldes.

Von H. Arthur Meyer, Forstingenieur.

(Fortsetzung.)

## II.

Nach der unter I entwickelten mathematisch-statistischen Methode zur Charakterisierung des Vorratsaufbaues einer ungleichchaltrigen waldbaulichen Betriebsart wurde eine größere Anzahl von typischen Plenterwäldern des Emmentales untersucht. Herr Oberförster E. Flück in Sumiswald stellte mir in liebenswürdiger Weise die Aufnahmeprotokolle der Wirtschaftspläne der Waldungen von Sumiswald, Sperbelgraben und Eriswil zur Verfügung. Von Sumiswald benutzte ich die Aufnahmen von 1912, 1922 und 1932; es können somit für diese Waldungen einige interessante Angaben über die Veränderung des Waldaufbaus im Verlaufe von zwei zehnjährigen Wirtschaftsperioden gemacht werden. In allen Waldungen wurden nur die von Herrn Oberförster Flück als typisch angesprochenen Abteilungen (von denen jede für sich als eine ganze Betriebsklasse aufgefaßt werden kann) untersucht. Von diesen mußten wiederum einige wenige mit noch allzu unregelmäßiger, unausgeglichener Stammzahlverteilung von der Untersuchung ausgeschlossen werden. Außerdem wurden zwei unter der Leitung von Herrn Prof. Knuchel mit der schweizerischen Forstschule durchgeföhrte Aufnahmen einbezogen. Für die Beschaffung des Materials und für zahlreiche wertvolle Auskünfte möchte ich Herrn Oberförster Flück meinen besten Dank aussprechen.

a) Kurze Beschreibung der untersuchten Wälder. Mit Ausnahme der von Herrn Prof. Knuchel im Jahre 1931 im französischen Gemeindewald Esserval-Tatre durchgeföhrten Bestandesaufnahme befinden sich alle untersuchten Plenterwälder im untern Emmental, in einem Umkreis von zirka 10 km von der Ortschaft Sumiswald entfernt. Die geologische Unterlage des hügeligen, von zahlreichen « Gräben » durchzogenen Gebietes bildet Nagelfluh der obern Süßwassermolasse, welche einen mineralkräftigen, guten Boden abgibt (Braunerde). Während die Nagelfluh reichlich mit Steinen, Grus und Sand durchsetzte Tonböden liefert, die aber gegen Bloßstellung sehr empfindlich sind und leicht verhärten, entstehen auf den anstehenden Mergelschichten zu dichter Lagerung und Vernässung (Quellenhorizonte) geneigte Lehmböden. Für das ziemlich rauhe, niederschlagsreiche Klima der in einer Meereshöhe von etwa 900—1200 m ü. M. gelegenen Wälder sind die feuchten, der Waldvegetation günstigen Sommer typisch. Die mittlere jährliche Regenmenge beträgt etwa 1400—1500 mm, die mittlere Monatstemperatur im Januar —(2—3)<sup>o</sup>, im Juli 14—16<sup>o</sup>, die mittlere Jahrestemperatur 6—7<sup>o</sup>.

Es folgt nachstehend eine spezielle Beschreibung der einzelnen Abteilungen. Zu den zahlenmäßigen Angaben über Stammzahl, Masse

und Kreisfläche in Brusthöhe, welche in der weiter hinten stehenden Tabelle 2 zusammen mit den berechneten Koeffizienten  $\alpha$  und  $k$ , sowie der mittleren obern Grenze der stärksten Stämme  $b$  enthalten sind, ist zu bemerken, daß die Kluppierungsschwelle der Aufnahmen von 1912 und 1922 in Sumiswald und von 1926 in Eriswil 20 cm beträgt; dagegen gehen die Aufnahmen im Sperbelgraben (1925), die neuesten Aufnahmen von Sumiswald, sowie die Aufnahmen von Herrn Prof. Knuchel bis auf 16 cm Brusthöhendurchmesser. Damit die gesamte Stammzahl, Kreisfläche und Masse der einzelnen Abteilungen miteinander vergleichbar sind, beziehen sich alle diesbezüglichen Angaben in der genannten Tabelle auf das Material über 20 cm Brusthöhendurchmesser; dasselbe gibt für die prozentuale Holzartenvertretung nach *Stammzahlen*, welche zu Beginn der speziellen Beschreibung jeder Abteilung angeführt ist. (In bezug auf die Masse wäre der prozentuale Anteil der Buche geringer) — Selbstverständlich wurde bei der Berechnung von  $\alpha$  und  $k$  wo immer möglich auch die Durchmesserstufe 16—20 cm berücksichtigt. Ebenso werden die später zu berechnenden Mittelwerte auf die übliche Kluppierungsschwelle von 16 cm zurückgreifen.

Die Abteilungen, deren Stammzahlverzeichnisse den Originalprotokollen zu den betreffenden Wirtschaftsplänen entnommen wurden, gehören zu drei verschiedenen Waldungen, von denen jede einer andern Besitzeskategorie angehört.

#### 1. Waldungen der Burgergemeinde Sumiswald.

Abteilungen A 1.	15.86 ha	Ta. 49 %,	Fi. 21 %,	Bu. 30 %.
A 2.	22.70 ha	Ta. 59 %,	Fi. 10 %,	Bu. 31 %.
A 3.	7.48 ha	Ta. 58 %,	Fi. 13 %,	Bu. 29 %.

Obere Süßwassermolasse mit polygener Nagelfluh bildet den geologischen Untergrund. Schmale Mergelterrassen (Quellenhorizonte) verschiedener Mächtigkeit sind durch dazwischenliegende Steilhänge von Nagelfluh miteinander verbunden. Der Boden ist ein frischer bis schwerer Lehm, gelockert durch reichliche Steinbeimengung. (Bon. I—II, in A 2. eher besser als in A 1. und A 3., im übrigen stellenweise verschieden.) Nordhänge, weniger Ost- und Südosthänge. Einzelplenterwald mit eingestreuten Gruppen; die Buche ist reichlich vertreten.

Abteilung A 5.	15.26 ha	Ta. 49 %,	Fi. 29 %,	Bu. 22 %.
----------------	----------	-----------	-----------	-----------

Geologie wie oben. Steile Südost-, Nord- und Nordosthänge. Die hintern Waldpartien wurden vor zirka 100 Jahren kahlgeschlagen und das Holz wurde zum Teil infolge schwierigen Abtransportes auf dem Platze verkohlt. Heute eher gruppenförmiger Plenterwald.

Abteilung A 7.	7.22 ha	Ta. 51 %,	Fi. 14 %,	Bu. 35 %.
----------------	---------	-----------	-----------	-----------

Schwererreichbare Lage im Hintergrund eines langen Grabens; wird infolgedessen nur alle 6—10 Jahre durchschlagen. Mehr gruppenweise Plenterung. Vorratsextensiv infolge Übernutzung.

Abteilung B 2.	11.88 ha	Ta. 54 %,	Fi. 12 %,	Bu. 34 %.
----------------	----------	-----------	-----------	-----------

In den obern Partien flachgründige, unten tiefgründige Lehmböden (Bon. II—III). Einzelplenterung bei mittlerer Vorratshöhe.

Abteilung B 3.	11.49 ha	Ta. 66 %,	Fi. 5 %,	Bu. 29 %.
----------------	----------	-----------	----------	-----------

Abteilungen C 1.	17.00 ha	Ta. 59 %,	Fi. 10 %,	Bu. 31 %.
------------------	----------	-----------	-----------	-----------

- C 2. 29.08 ha Ta. 62 %, Fi. 7 %, Bu. 31 %.  
 C 3. 39.63 ha Ta. 58 %, Fi. 8 %, Bu. 34 %.  
 C 4. 24.71 ha Ta. 61 %, Fi. 4 %, Bu. 34 %.

Allgemeine Orientierung Südwest; Ost- und Westeinhänge gegen die in obere Süßwassermolasse eingeschnittenen Wildbachgräben. Der Boden ist mittel- bis tiefgründig; schlechte Partien sind seltener. Typische Einzelplenterung in allen, hinsichtlich der Holzartenzusammensetzung sehr ähnlichen Abteilungen; deshalb starkes Fehlen der Fichte, welche von der Tanne verdrängt wird. Die Buche ist gut vertreten, wenn auch ungleich verteilt. Der Vorrat beträgt in allen Abteilungen etwas über 300 m<sup>3</sup> pro ha.

Abteilung C 5. 8.02 ha Ta. 63 %, Fi. 11 %, Bu. 26 %.

Auf der gegenüberliegenden Talseite der Abteilungen C 1.—C 4. Boden wie vorher. Gewisse Partien der Abteilung sind gleichaltrig, entstanden als erste Be- stockung auf früherem Weideland. Vorrat unter 300 m<sup>3</sup> pro ha, weil die nahe der Straße gelegene Abteilung früher überholzt wurde, wobei namentlich die Fichte stark ausgehauen wurde. Die Buche ist ebenfalls etwas zu schwach vertreten. Einzelplenterung.

## 2. Staatswald Sperbelgraben.

Abteilungen 4 (a. Einteilg.) 8.37 ha Ta. 44 %, Fi. 12 %, Bu. 44 %.  
 5 » 5.66 ha Ta. 54 %, Fi. 7 %, Bu. 39 %.

Der geologische Untergrund im Sperbelgraben (bekannt durch die Versuche Englers über den Einfluß des Waldes auf den Stand der Gewässer) ist obere Süßwassermolasse (polygene Nagelfluh). Steile Nordwest- und Südwesthänge durchzogen von schmalen Mergelterrassen. Der lehmige Boden ist gelockert durch reichliche Kies- und Steinbeimengung. Nicht besonders typische Plenterbestände; verhältnismäßig größere Altholzgruppen neben Verjüngungsgruppen. Stellenweise wurde im Mittelholz vor etwa 60 Jahren zu stark durchforstet. Heute ist der Vorratsaufbau wieder ziemlich ausgeglichen, mit Ausnahme kleinerer Partien.

## 3. Unaufgeteilter Privatwald (Rechtsamewald) Eriswil.

Liegt in der Gemeinde Luthern, Kanton Luzern, ist aber realrechtlich Bauernhöfen in der bernischen Gemeinde Eriswil zugeteilt.

Abteilungen 10 16.79 ha Ta. 53 %, Fi. 12 %, Bu. 35 %.  
 11 21.86 ha Ta. 60 %, Fi. 16 %, Bu. 24 %.

Teil von Abt. 11 (Aufnahme Prof. Knuchel) 11.11 ha.

Geologisch befinden wir uns in der Übergangszone von Nagelfluhfelsen und Sandsteinfelsen; erstere sind nur noch in schmalen Zungen vorhanden. Der Boden ist ein frischer, sandiger Lehm (Bon. I—II). Nordosthänge mit eingeschnittenen Gräben, unten steil, oben flach. In beiden Abteilungen treffen wir eine typische Gruppenplenterung an, mit Vorräten etwas über 300 m<sup>3</sup> pro ha. Die Buche ist überall ziemlich stark vertreten, und zwar in ausnehmend schönen Formen; Plenterwaldfichten von schönstem Wuchs !

## 4. Gemeindewald Esserval-Tatre, Frankreich.

Série IB 7.94 ha Ta. 65 %, Fi. 35 %.

Die auf einer Hochfläche mit zerklüftetem Jurafelsen gelegene Abteilung besitzt einen außerordentlich hohen Vorrat von über 500 m<sup>3</sup> pro ha. Die Klimafaktoren sind dem Baumwuchs günstig. Charakteristisch für diesen Plenterwald ist das Fehlen des Laubholzes. (Vgl. Schweiz. Zeitschrift für Forstwesen 1931, Seite 235.)

Die totale Fläche der beschriebenen Waldungen beträgt 282 ha; davon wurden von den Abteilungen A 1, B 2, C 1, C 2, C 3 und C 4 mit einer Fläche von 138 ha je drei verschiedene, zehn Jahre auseinanderliegende Aufnahmen benutzt, so daß die dem Untersuchungsmaterial zugrunde liegende gesamte Waldfläche eigentlich 558 ha ausmacht.

b) Die ermittelten Koeffizienten der Verteilungsfunktion  $V(x) = k \cdot e^{-\alpha x}$ . Die für eine gegebene Stammzahlverteilung wesentlichen Koeffizienten  $\alpha$  und  $k$ , sowie die obere Intervallgrenze  $b$ , welche für die verschiedenen Plenterwälder berechnet wurden, sind in den letzten drei Spalten der Tabelle 2 zusammengestellt. Je zwei bzw. drei zusammengehörende Werte charakterisieren den Vorratsaufbau eines ausgeglichenen, « normalen » Plenterwaldes. Angesichts der relativ großen Variabilität dieser Werte kann man sich einen Begriff davon bilden, wie verschieden ein ausgeglichener Aufbau eines Plenterwaldes aussehen kann. Erinnern wir uns erstens an die abgeleitete Bedeutung von  $\alpha$  als Maß für die prozentuale Stammzahlabnahme pro Durchmesser (Intensität der Stammzahlabnahme), so erkennen wir, daß sich dieselbe in den untersuchten Wäldern zwischen 5,5 und 7,5 % bewegt, wenn wir die extremsten Werte außer acht lassen. Zweitens konstatieren wir bei näherer Betrachtung der zusammengehörenden Werte von  $\alpha$  und  $k$ , daß einem kleinen Wert von  $\alpha$  ein relativ kleiner Wert von  $k$  entspricht. Drittens entspricht einem kleinen Wert von  $\alpha$  eine relativ eher höhere obere Intervallgrenze  $b$  und umgekehrt. Um diese vorerst noch unklaren Zusammenhänge deutlicher zu machen, sind in Fig. 3 die verschiedenen Werte von  $k$ , sowie die Werte von  $b$  als Ordinate auf den zugehörigen Werten von  $\alpha$  als Abszisse aufgetragen. Man erkennt nun sofort, daß mit wachsendem  $\alpha$  ebenfalls  $k$  zunimmt, und zwar erscheint dieser Zusammenhang funktionell durch eine *Gerade* sehr gut darstellbar. Eine größere Streuung um die eingezeichnete Gerade zeigen die Werte von  $b$ , welche mit zunehmendem  $\alpha$  schwach abnehmen.

Der Grad dieser graphisch erläuterten Zusammenhänge oder Wechselbeziehungen zwischen  $\alpha$ ,  $k$  und  $b$  kann mit Hilfe der in den nächsten Abschnitten berechneten *Korrelationskoeffizienten* zwischen  $\alpha$  und  $k$  einerseits, und  $\alpha$  und  $b$  anderseits, in objektiver Weise geprüft werden. Ein solcher Korrelationskoeffizient ( $r$ ) ist gegeben durch die Gleichung :

$$\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot r = \sum x_k \cdot y_k : N - b_1 \cdot b_2$$

In dieser Formel bedeuten  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  die mittlere Streuung der beiden miteinander zu vergleichenden Reihen; sie wird unter Zu-hilfenahme eines provisorischen Mittels  $M_o^{(1)}$  und  $M_o^{(2)}$  berechnet, so daß die arithmetischen Mittelwerte selbst gegeben sind durch

$$M_1 = M_o^{(1)} + b_1, \quad M_2 = M_o^{(2)} + b_2$$

Die Wahl eines provisorischen Mittels dient lediglich der Erleichterung der numerischen Rechnungen; im übrigen ist die Bedeutung

**Tabelle 2.**  
**Zahlenmässige Charakterisierung der untersuchten Plenterwälder.**

Abteilung und Jahr der Aufnahme	Fläche ha	Stamm- zahl	Kreis- fläche pro ha m <sup>2</sup>	Masse m <sup>3</sup>	Koeffizienten		Obere Intervall- grenze b cm
					$\alpha$	$k$	
<b>Sumiswald</b>							
A 1, 1912	15,86	300	28,0	300	0,076	110	72
— 1922	15,86	340	30,2	320	0,074	104	73
— 1932	15,86	280	29,8	—	0,058	54	73
A 2, 1912	22,70	290	29,2	330	0,063	63	74
A 3, 1912	7,48	300	30,5	340	0,063	70	71
A 5, 1912	15,26	340	29,0	300	0,079	132	63
A 7, 1912	7,22	270	21,7	220	0,087	133	66
B 2, 1912	11,88	270	26,3	290	0,065	65	69
— 1922	11,88	270	28,7	330	0,059	55	73
— 1932	11,88	230	25,3	—	0,058	44	73
B 3, 1922	11,49	230	29,6	390	0,040	22	77
C 1, 1912	17,00	300	28,4	330	0,072	89	74
— 1922	17,00	290	29,0	340	0,070	82	80
— 1932	17,00	270	28,4	—	0,064	64	79
C 2, 1912	29,08	300	26,5	300	0,079	116	71
— 1922	29,08	300	28,8	330	0,072	92	72
— 1932	29,08	300	30,5	—	0,064	74	71
C 3, 1912	39,63	290	28,4	330	0,068	75	75
— 1922	39,63	290	29,3	340	0,066	73	77
— 1932	39,63	290	30,3	—	0,064	68	75
C 4, 1912	24,71	290	29,0	340	0,063	65	72
— 1922	24,71	280	30,2	360	0,057	51	73
— 1932	24,71	280	30,9	—	0,059	57	74
C 5, 1912	8,02	290	23,9	270	0,087	148	64
<b>Sperbelgraben</b>							
4, 1925	8,37	190	20,3	230	0,062	40	85
5, 1925	5,66	290	33,5	380	0,058	55	85
<b>Eriswil</b>							
10, 1926	16,79	310	28,5	330	0,073	101	75
11, 1926	21,86	290	29,9	350	0,064	70	75
Teil von 11	11,11	270	28,8	340	0,067	73	80
<b>Esserval-Tatre</b>							
I, B, 1931	7,94	210	35,1	550	0,048	25	116

der obigen Gleichung aus der im folgenden Abschnitt enthaltenen vollständigen Berechnung des Korrelationskoeffizienten zwischen  $\alpha$  und  $k$  ohne weiteres ersichtlich.

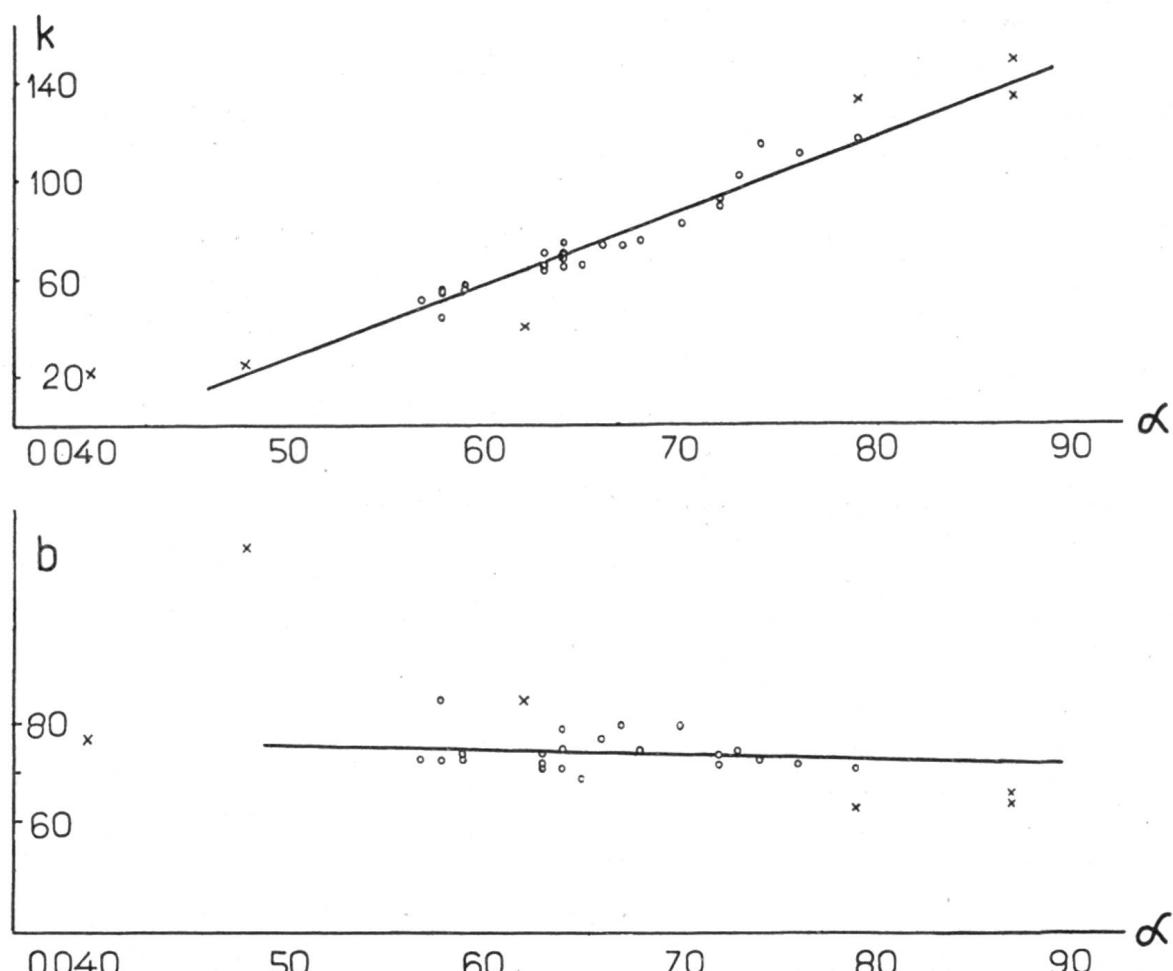


Fig. 3. Darstellung des Zusammenhanges zwischen  $\alpha$  und  $k$  und  $\alpha$  und  $b$ .

Die mathematische Analyse ergibt, daß der Korrelationskoeffizient ( $r$ ) selbst einen Wert zwischen  $-1$  und  $+1$  besitzen muß. Ein Maß für die Intensität des Zusammenhanges zweier statistischer Erscheinungen (in unserem Fall zwischen  $\alpha$  und  $k$ ) ist er in dem Sinne, als mit wachsendem *absoluten* Betrage von  $r$  dieser Zusammenhang enger wird, mit abnehmendem geringer; ist  $r=0$ , so bedeutet das, daß die beiden untersuchten statistischen Erscheinungen nichts miteinander zu tun haben. Ist  $r$  positiv, so wächst im allgemeinen das Attribut der einen statistischen Reihe, wenn das der andern Reihe wächst, und umgekehrt. Ist  $r=\pm 1$ , so entspricht einem bestimmten Wert der einen statistischen Reihe ein ganz bestimmter Wert der andern Reihe.

Mit Hilfe des Korrelationskoeffizienten ist es ferner möglich, den *wahrscheinlichsten* Wert eines Elementes der einen Reihe zu berechnen, wenn das entsprechende Element der andern Reihe gegeben ist; die Formel für diese Berechnung, welche wir ebenfalls im nächsten Abschnitt benutzen, lautet :

$$X - M_1 = r \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_2} (Y - M_2)$$

$X$  und  $Y$  bedeuten darin zwei zueinander gehörende Elemente der korrelierten statistischen Reihen.<sup>1</sup>

c) **Korrelation zwischen  $\alpha$  und  $k$ .** In Tabelle 3 ist die vollständige Berechnung des Korrelationskoeffizienten zwischen  $\alpha$  und  $k$  mitgeteilt. Es wurde der sehr hohe Wert

$$r = 0,976 \pm 0,010$$

gefunden. Das heißt also, daß die Koeffizienten  $\alpha$  und  $k$  der Verteilungsfunktion *in hohem Grade voneinander abhängig sind*. Ist  $\alpha$  gegeben, so ist auch der ihm entsprechende Wert von  $k$  relativ genau bestimmt. Die Berechnung des wahrscheinlichsten Wertes von  $k$  zu gegebenem  $\alpha$  gestaltet sich nach der angegebenen Formel wie folgt (Zahlenwerte siehe Tabelle 3) :

$$k - 73,75 = + 0,976 \cdot \frac{18,92}{6,08} (\alpha - 65,67)$$

Daraus findet man für  $k$  als « Funktion » von  $\alpha$  :

$$k = 303,7 \cdot \alpha - 125,7.$$

(Der Koeffizient von  $\alpha$  mußte noch mit 1000 multipliziert werden, weil bei der Berechnung des Korrelationskoeffizienten mit den 1000-fachen Werten von  $\alpha$  operiert wurde.) — Die zuletzt hingeschriebene Gleichung ist die Gleichung der in Fig. 3 eingezeichneten *Geraden*. Man könnte also im Hinblick auf den gefundenen hohen Korrelationskoeffizienten die Verteilungsfunktion in der Form schreiben:

$$V(x) = (303,7 \cdot \alpha - 125,7) \cdot e^{-\alpha x}$$

Die Vorratsverteilungen ausgeglichenener Plenterwälder könnten damit durch eine *einige Zahl* ( $\alpha$ ) vollständig charakterisiert werden.

In einem andern Wuchsgebiet würden die Koeffizienten in der Beziehungsgleichung für  $k$  jedoch kaum dieselben sein, so daß die obige Gleichung nur für das untersuchte Wuchsgebiet gilt. Es ist z. B. zu erwarten, daß auf schlechteren Standorten bei gleicher Stammzahlabnahme (gleichbleibendes  $\alpha$ ) die relative Bestandesdichte, gegeben durch  $k$ , geringer wäre. Die Koeffizienten der linearen Bestimmungsgleichung für  $k$  könnten daher für eine bestimmte waldbauliche Betriebsart (Plenterwald) bei ähnlicher Vertretung der Holzarten einen zahlenmäßigen Ausdruck für die Standortsgüte darstellen. — In dieser Beziehung läßt sich ein interessanter Vergleich mit einigen Zahlen aus dem erwähnten französischen Buche « *Sapiènnes* » anstellen. Auf Seite 75 sind dort die Stammzahlverteilungen von vier « *types gradués de peuplements en équilibre* » angeführt. Der Koeffizient  $q$  der geometrischen Reihe, gebildet aus der Anzahl Stämme aufeinanderfolgender 5 cm-Stufen und der Wert  $A$  (Anzahl

<sup>1</sup> Die vorangehenden Ausführungen sind dem Buche von C. V. L. Charlier, *Die Grundzüge der mathematischen Statistik*, Lund 1920, entnommen.

Tabelle 3. Korrelation zwischen  $\alpha$  und  $k$ .<sup>1</sup>

$N = 24$ ,  $M_{\alpha}^{(1)} = 70$ ,  $M_k^{(2)} = 70$ .

Abteilung	$X = 1000 \cdot \alpha$	$Y = k$	$x$	$y$	$x^2$ +	$y^2$ +	$xy$	$x + y$	$(x+y)^2$ +
A 1, 1912 . .	76	110	+ 6	+ 40	36	1600	+ 240	+ 46	2.116
— 1922 . .	74	104	+ 4	+ 34	16	1156	+ 136	+ 38	1.444
— 1932 . .	58	54	- 12	- 16	144	256	+ 192	- 28	784
A 2, 1912 . .	63	63	- 7	- 7	49	49	+ 49	- 14	196
A 3, 1912 . .	63	70	- 7	0	49	0	0	- 7	49
B 2, 1912 . .	65	65	- 5	- 5	25	25	+ 25	- 10	100
— 1922 . .	59	55	- 11	- 15	121	225	+ 165	- 26	676
— 1932 . .	58	44	- 12	- 26	144	676	+ 312	- 38	1.444
C 1, 1912 . .	72	89	+ 2	+ 19	4	361	+ 38	+ 21	441
— 1922 . .	70	82	0	+ 12	0	144	0	+ 12	144
— 1932 . .	64	64	- 6	- 6	36	36	+ 36	- 12	144
C 2, 1912 . .	79	116	+ 9	+ 46	81	2116	+ 414	+ 55	3.025
— 1922 . .	72	92	+ 2	+ 22	4	484	+ 44	+ 24	576
— 1932 . .	64	74	- 6	+ 4	36	16	- 24	- 2	4
C 3, 1912 . .	68	75	- 2	+ 5	4	25	- 10	+ 3	9
— 1922 . .	66	73	- 4	+ 3	16	9	- 12	- 1	1
— 1932 . .	64	68	- 6	- 2	36	4	+ 12	- 8	64
C 4, 1912 . .	63	65	- 7	- 5	49	25	+ 35	- 12	144
— 1922 . .	57	51	- 13	- 19	169	361	+ 247	- 32	1.024
— 1932 . .	59	57	- 11	- 13	121	169	+ 143	- 24	576
Sperbelgraben 5	58	55	- 12	- 15	144	225	+ 180	- 27	729
Eriswil	10	73	101	+ 3	+ 31	9	961	+ 93	+ 34
"	11	64	70	- 6	0	36	0	0	6
" T. v. 11	67	73	- 3	+ 3	9	9	- 9	0	0
Summe			-104	+ 90	1338	8932	2306	- 14	14.882

$$b_1 = -104 : 24 = -4,33, M_1 = 70 - 4,33 = 65,67;$$

$$b_2 = +90 : 24 = +3,75, M_2 = 70 + 3,75 = 73,75$$

$$\sigma_1^2 = 1338 : 24 - (4,33)^2 = 55,75 - 18,75 = 37,00; \sigma_1 = 6,08$$

$$\sigma_2^2 = 8932 : 24 - (3,75)^2 = 372,17 - 14,06 = 358,11; \sigma_2 = 18,92$$

$$r \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 = 2306 : 24 + 4,33 \cdot 3,75 = 96,08 + 16,24 = 112,32 = 115,03 \cdot r$$

$$r = 0,976; \varepsilon(r) = \frac{1 - r^2}{\sqrt{N}} = \frac{1 - 0,9526}{4,90} = 0,010$$

$$\underline{r = 0,976 \pm 0,010.}$$

Anmerkung: Die beiden letzten Kolonnen der Tabelle dienen zur Kontrolle der Rechnung.

<sup>1</sup> Bei dieser und allen folgenden Rechnungen wurden sechs in Tabelle 2 noch enthaltene Abteilungen mit sehr extremen Werten für  $\alpha$  und  $k$  (in Fig. 3 mit einem  $\times$  bezeichnet) weggelassen; die Anzahl der im folgenden noch berücksichtigten Abteilungen reduziert sich damit auf 24.

Stämme in der Stufe 17,5—22,5 cm) haben für jene vier Typen folgende Zahlenwerte :

	Typus I	Typus II	Typus III	Typus IV
$q$	1.30	1.35	1.40	1.50
$A$	69	78	86	100

Die diesen Zahlen entsprechenden Werte von  $\alpha$  und  $k$  können nach den in Abschnitt I, c), angegebenen Formeln berechnet werden. Nachstehend sind nun außerdem diejenigen Werte für  $k$  angeführt, welche aus den gegebenen Werten von  $\alpha$  nach der für das untersuchte Wuchsgebiet (unteres Emmental) geltenden Beziehungsgleichung für  $k$  erhalten werden :

	$\alpha$	$k$	$k$ nach unserer Beziehungs-gleichung berechnet
Typus I . . .	0.0524	39.3	33.5
» II . . .	0.0600	51.6	56.5
» III . . .	0.0673	65.7	78.7
» IV . . .	0.0811	100.7	120.5

Am besten stimmen die beiden Werte von  $k$  bei den Typen I und II miteinander überein. Für den Typus I ist der aus den Koeffizienten  $q$  und  $A$  berechnete Wert von  $k$  größer als der aus  $\alpha$  und unserer Beziehungsgleichung berechnete, für alle andern Typen ist er kleiner. Nun wurden jene vier Typen tatsächlich nach der Bonität ausgeschieden, und es ist ausdrücklich angegeben, daß der Typus I der besten Bonität entspreche (« la plus haute fertilité des sapiennes que nous connaissons »), Typus II den Standorten des mittleren Jura usw. Unsere oben ausgesprochene Vermutung, daß in den Koeffizienten der Beziehungsgleichung für  $k$  und  $\alpha$  die Standorts-güte zum Ausdruck komme, erscheint somit für diesen Fall bestätigt; die Bonität der emmentalischen Plenterwälder läge demnach zwischen den französischen Typen I und II, was durchaus wahrscheinlich ist.

Wir geben noch für verschiedene Werte von  $\alpha$  die nach der angegebenen Gleichung berechneten Werte von  $k$  :

$\alpha$	$k$
0.050	26.2
0.055	41.4
0.060	56.5
0.065	71.7
0.070	86.9
0.075	102.1
0.080	117.3

d) Korrelation zwischen  $\alpha$  und  $b$ . Der in der gleichen Weise wie zwischen  $\alpha$  und  $k$  berechnete Korrelationskoeffizient zwischen  $\alpha$  und  $b$  hat den Wert :

$$r = -0,151 \pm 0,199$$

Wie erwartet, ist der Zusammenhang zwischen  $\alpha$  und der oberen mittlern Grenze der stärksten Stämme nur gering; Wir können aber

auch hier die zu bestimmten  $\alpha$  gehörigen wahrscheinlichsten Werte von  $b$  berechnen:

$$b - 74,38 = -0,151 \frac{3,56}{6,08} (\alpha - 65,67)$$

$$b = -88,4 \alpha + 80,2$$

Daraus erhält man für die verschiedenen Werte von  $\alpha$  die entsprechenden Werte von  $b$ :

$\alpha$	$b$
0.050	75.8
0.055	75.3
0.060	74.9
0.065	74.5
0.070	74.0
0.075	73.6
0.080	73.1

Da der Korrelationskoeffizient negativ ist, nimmt  $b$  mit zunehmendem  $\alpha$  ab. Die aus der Niedrigkeit des Korrelationskoeffizienten folgende Unsicherheit der berechneten Werte von  $b$  spielt praktisch nur eine untergeordnete Rolle, weil  $b$  selbst nur innerhalb enger Grenzen variiert ( $\sigma_b = \pm 3,56$ , während  $\sigma_k = \pm 18,92$ ).

e) Die Veränderung der Stammzahlverteilung einiger Abteilungen im Verlaufe von 20 Jahren. Nachdem die Variabilität der Koeffizienten  $\alpha$  und  $k$  für verschiedene Plenterwälder des gleichen Wuchsgebietes besprochen wurde, ist es interessant zu sehen, wie sich die Koeffizienten ein und derselben Abteilung innerhalb zweier Einrichtungsperioden verändern. Ein solcher Vergleich konnte für sechs Abteilungen des Burgergemeindewaldes von Sumiswald, von welchem die Aufnahmen von 1912, 1922 und 1932 vorliegen, durchgeführt werden. In Tabelle 4 ist außer  $\alpha$  und  $k$  noch die obere Intervallgrenze  $b$  und die Brusthöhenkreisfläche  $> 20$  cm Durchmesser enthalten.

In allen Abteilungen wurde der Koeffizient  $\alpha$  im Verlaufe von 20 Jahren kleiner, und wie wegen der Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $k$  zu erwarten ist, nimmt auch  $k$  überall ab. Die obere Intervallgrenze  $b$  und die nur wenig variierende Kreisflächensumme nehmen im allgemeinen eher etwas zu. Der Vorratsaufbau hat sich also in allen Abteilungen in der Weise geändert, daß der Vorrat in den oberen Stärkeklassen zugenommen, in den unteren abgenommen hat. In bezug auf die (ausgeglichene) Stammzahlverteilung von 1912 wurde in den letzten Jahren im Starkholz zuwenig, im schwachen Holz zuviel geschlagen. Ob diese Änderung (immer im Rahmen eines ausgeglichenen Vorratsaufbaus) im gleichen Sinne noch weiter gehen wird, ob sie zum Stillstand kommen oder wieder rückwärts verlaufen wird, hängt hauptsächlich von den künftigen Eingriffen des Wirtschafters ab; sie wird wohl in den verschiedenen Abteilungen etwas verschieden sein. Am besten würde sie vielleicht so erfolgen, daß die Koeffizienten

$\alpha$  und  $k$  einem mittleren Wert, etwa 0,065 bzw. 72 zustreben. Ohne uns hierüber weiter auszulassen, möchten wir nur noch hervorheben, wie deutlich die relativ geringen Veränderungen des Vorratsaufbaus in den Zahlenwerten von  $\alpha$  und  $k$  zum Ausdruck kommen. Sehr schön lassen sich die Veränderungen auch in der logarithmischen Darstellung der Stammzahlen erkennen. In Fig. 4 sind die Summen der Stammzahlen der Abteilungen C 1, 2, 3 und 4 logarithmisch aufgetragen; um die Figur nicht zu überladen sind darin die Geraden nicht eingezeichnet worden.

Tabelle 4. Die Veränderung von Stammzahlverteilungen in 20 Jahren.

Abteilung	$\alpha$	$k$	$b$	Brusthöhenkreisfläche über 20 cm Durchm.
		cm		$m^2$
A 1, 1912 . . . .	0,076	110	72	28,0
— 1922 . . . .	0,074	104	73	30,2
— 1932 . . . .	0,058	54	73	29,8
B 2, 1912 . . . .	0,065	65	69	26,3
— 1922 . . . .	0,059	55	73	28,7
— 1932 . . . .	0,058	44	73	25,3
C 1, 1912 . . . .	0,072	89	74	28,4
— 1922 . . . .	0,070	82	80	29,0
— 1932 . . . .	0,064	64	79	28,4
C 2, 1912 . . . .	0,079	116	71	26,5
— 1922 . . . .	0,072	92	72	28,8
— 1932 . . . .	0,064	74	71	30,5
C 3, 1912 . . . .	0,068	75	75	28,4
— 1922 . . . .	0,066	73	77	29,3
— 1932 . . . .	0,064	68	75	30,3
C 4, 1912 . . . .	0,063	65	72	29,0
— 1922 . . . .	0,057	51	73	30,2
— 1932 . . . .	0,059	57	74	30,9
C 1, 2, 3, 4				
1912 . . . .	0,069	81	73	28,0
1922 . . . .	0,066	71	74	29,3
1932 . . . .	0,061	62	74	30,2

Die relative Instabilität eines ausgeglichenen Vorratsaufbaues lässt es besonders wünschenswert erscheinen einen mittleren ausgeglichenen Aufbau, nach welchem sich der Wirtschafter nach jeder Wirtschaftsplanrevision neu orientieren kann, zu kennen. Dieser mittlere normale Aufbau, entsprechend einem mittleren Wert von  $\alpha$ , wird natürlich selbst innerhalb eines mehr oder weniger einheitlichen Wuchsgebietes, je nach Standort und Wirtschaftsziel, noch etwas verschieden sein. Im folgenden sollen für die Plenterwälder im untern

Emmental in diesem Sinne die möglichen Schlußfolgerungen aus den bisherigen Ergebnissen dieser Untersuchung gezogen werden. Wir berechnen im nächsten Abschnitt die Stammzahl-, Kreisflächen- und Massenverteilung für verschiedene Werte von  $\alpha$  und den ihnen entsprechenden Werten von  $k$  und  $b$ .



Fig. 4. Logarithmen der Stammzahlen 1912, 1922, 1932.  
Abteilung C 1 + 2 + 3 + 4.

*f) Der normale (ausgeglichene) Vorratsaufbau bei verschiedenen Werten der Koeffizienten  $\alpha$ ,  $k$  und  $b$ .* Die verschiedenen Werte von  $\alpha$  und die ihnen entsprechenden Werte von  $k$  und  $b$  dürfen nicht außerhalb gewisser, in Wirklichkeit noch angetroffener und in diese Untersuchung noch einbezogener Grenzwerte liegen; denn die gefundenen Zusammenhänge zwischen  $\alpha$  und  $k$ , und  $\alpha$  und  $b$ , sowie das Verteilungsgesetz der Stammzahlen überhaupt, gelten natürlich nur für einen relativ eng begrenzten Wertebereich von  $\alpha$ , der durch die in der Natur angetroffenen Verhältnisse bestimmt ist. Die extremen, im Wuchsgebiet des untern Emmentales möglichen Werte von  $\alpha$  sind etwa die Zahlen 0,055 und 0,075. Dem in den vorangehenden Abschnitten noch angeführten Wert von  $\alpha = 0,050$  entspricht in unserm Wuchsgebiet keine praktisch mögliche Stammzahlverteilung mehr; dasselbe gilt, wenn auch mit geringerer Bestimmtheit, für  $\alpha = 0,080$ . Wenn wir diese zwei Werte in den nachfolgenden Berechnungen trotzdem noch mit berücksichtigen, so geschieht es lediglich, um die Veränderung von Masse, Kreisfläche und Stammzahl als Funktion

von  $\alpha$  in einem etwas größeren Bereich verfolgen zu können. Praktisch wichtig sind in erster Linie die normalen Vorratsverteilungen entsprechend einem  $\alpha$  von 0,060 bis 0,070. Die Zahlen, welche auf Grund der Koeffizienten  $\alpha = 0,055$  und  $\alpha = 0,075$  berechnet wurden, ergeben die extremen Werte eines im untersuchten Wuchsgebiet noch möglichen, ausgeglichenen Vorratsaufbaues.

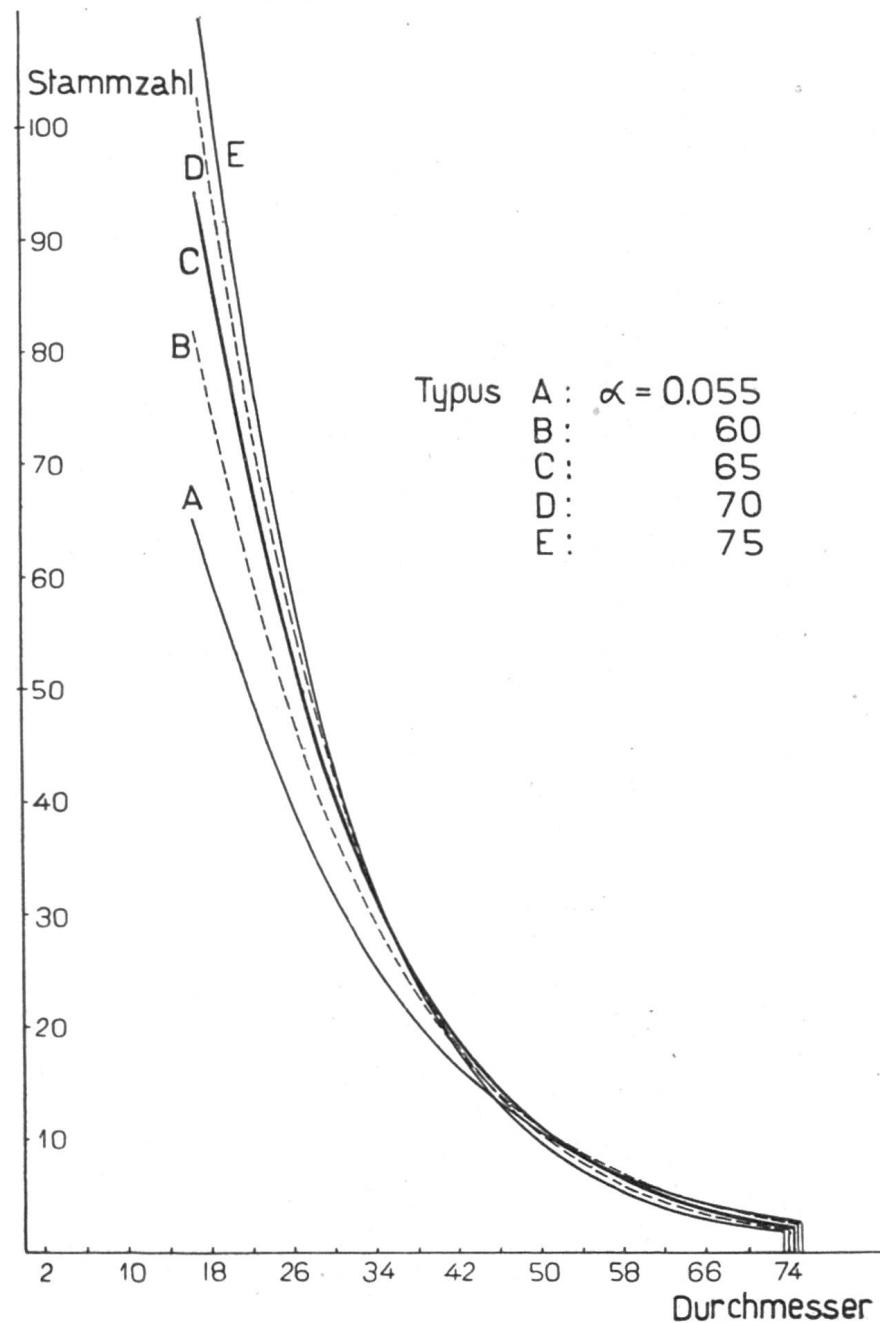


Fig. 5. Stammzahlverteilung bei verschiedenen Werten von  $\alpha$ .

In Tabelle 5 sind für 4 cm-Stufen die Stammzahlen pro ha für die in den vorangehenden Abschnitten berechneten, einander entsprechenden Werte von  $a$ ,  $k$  und  $b$  enthalten. Aus diesen in Fig. 5 graphisch dargestellten Zahlen wurde für jeden Typus (einschließlich der praktisch nicht mehr in Frage kommenden äußersten Werte) die Brusthöhenkreisfläche und die Masse berechnet (da für die emmentalschen Wälder kein Einheitstarif vorliegt, nach dem waadtländischen Tarif 2, bois moyens, dessen Tarifwerte mit den örtlichen Küberungszahlen ziemlich gut übereinstimmen). In

Tabelle 6 geben wir zuerst die gesamte Stammzahl, Brusthöhenkreisfläche und Masse  $> 16$  cm Durchmesser pro ha. — Während die Stammzahl mit steigenden Werten von  $\alpha$  stetig zunimmt (erst für den belanglosen Wert  $\alpha = 0,080$  wird sie wieder etwas kleiner), ist die Kreisflächensumme und die Gesamtmasse für den mittleren Wert von  $\alpha = 0,065$

Tabelle 5. Stammzahlen pro ha und 4 cm-Stufen für verschiedene Werte von  $\alpha$ ,  $k$  und  $b$ .

Durchmesser	$\alpha = 0,050$ $k = 26,2$	Typus A $\alpha = 0,055$ $k = 41,4$	Typus B $\alpha = 0,060$ $k = 56,5$	Typus C $\alpha = 0,065$ $k = 71,7$	Typus D $\alpha = 0,070$ $k = 86,9$	Typus E $\alpha = 0,075$ $k = 102,1$	$\alpha = 0,080$ $k = 117,3$
18	42,7	61,6	76,9	89,2	98,9	106,3	108,8
22	34,9	49,5	60,5	68,8	74,7	78,7	81,1
26	28,7	39,7	47,6	53,1	56,5	58,3	58,8
30	23,4	31,9	37,5	40,9	42,7	43,3	42,8
34	19,2	25,5	29,5	31,5	32,3	32,0	31,1
38	15,7	20,5	23,1	24,3	24,4	23,7	22,5
42	12,8	16,5	18,2	18,8	18,4	17,6	16,4
46	10,5	13,2	14,3	14,5	13,9	13,0	11,9
50	8,6	10,6	11,3	11,2	10,5	9,6	8,6
54	7,1	8,5	8,9	8,6	8,0	7,1	6,3
58	5,8	6,8	7,0	6,6	6,0	5,3	4,5
62	4,7	5,5	5,5	5,1	4,6	3,9	3,3
66	3,9	4,4	4,3	3,9	3,4	2,9	2,4
70	3,2	3,5	3,4	3,0	2,6	2,2	1,7
75,8	2,5						
75,3		2,4					
74,9			2,0				
74,5				1,5			
74,0					1,1		
73,6						0,7	
73,1							0,4
Summe	223,7	300,1	350,0	381,0	398,0	404,6	400,6

Tabelle 6. Gesamte Stammzahl, Brusthöhenkreisfläche und Masse > 16 cm Durchmesser pro ha.

Typus	$\alpha$	Stammzahl	Brusthöhenkreisfläche	Masse
A	0,050	224	$m^2$	$m^3$
A	0,055	300	22,5	255
B	<b>0,060</b>	<b>350</b>	<b>28,2</b>	<b>316</b>
C	<b>0,065</b>	<b>381</b>	<b>31,0</b>	<b>343</b>
D	<b>0,070</b>	<b>398</b>	<b>31,8</b>	<b>347</b>
E	0,075	405	31,4	343
	0,080	401	30,3	323
			28,6	305

(Typus C) ein Maximum (vgl. Fig. 6). Bei den praktisch wichtigen Typen B, C und D schwankt der Normalvorrat nur in engen Grenzen ( $343, 347, 343 \text{ m}^3$ ); für die Extreme einer normalen Vorratsverteilung beträgt er sowohl für den Typus A wie für den Typus E annähernd  $320 \text{ m}^3$ . Ebenfalls in engen Grenzen liegt die Kreisflächensumme der verschiedenen Typen. Selbstverständlich wird der Normalvorrat etwas verschieden hoch sein, je nachdem ob man ihn unmittelbar vor oder nach dem Jahresschlag mißt. Bei einem geschätzten, maximalen Etat von  $10 \text{ m}^3$  pro ha könnten daher die oben berechneten Normalvorräte  $5 \text{ m}^3$  mehr oder weniger betragen. Die so erklärbare und notwendige Schwankung des Normalvorrates kommt auch darin zum Ausdruck, daß der einem bestimmten  $\alpha$  entsprechende Koeffizient  $k$  ( $= 303,7 \alpha - 125,7$ ) mit einem gewissen « Fehler » behaftet ist.

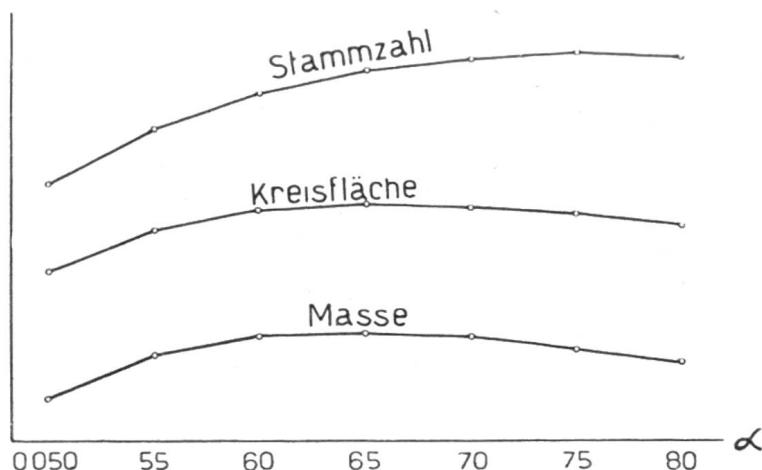


Fig. 6. Stammzahl, Kreisfläche und Masse  
als Funktion von  $\alpha$ .

Betreffend der Verteilung von Stammzahl, Brusthöhenkreisfläche und Masse auf die von Prof. Knuchel für 4 cm-Stufen vorgeschlagenen Stärkeklassen<sup>1</sup> geben wir die in Tabelle 7 enthaltenen Prozentzahlen. Die durch Fettdruck hervorgehobenen, praktisch wichtigsten Verhältniszahlen für die Typen B, C und D liegen nur wenig auseinander. Die Genauigkeit dieser Zahlen, diesmal von der Genauigkeit des Koeffizienten  $k$  unabhängig, wird in unbedeutender Weise allein durch die geringe Schwankung der oberen Intervallgrenze ( $b$ ) beeinträchtigt. Im übrigen ist hier ein weitläufiger Kommentar überflüssig. Wir möchten einzig etwa darauf aufmerksam machen, daß der Anteil der obersten Stärkeklassen im Mittel nur wenig mehr als 30 % ausmacht (für den Typus A mit dem extremen Wert von  $\alpha = 0,055$  37 %), also bedeutend weniger als von verschiedenen Autoren in bezug auf Wälder höherer Bonität angenommen wurde.

<sup>1</sup> H. Knuchel, Über Stärkestufen und Stärkeklassenbildung. Schweiz. Zeitschrift für Forstwesen 1932.

Tabelle 7. Prozentuale Stärkeklassenverhältnisse für Stammzahl,  
Brusthöhenkreisfläche und Masse.

Stärkeklassen	I 16—24	II 24—36	III 36—52	IV 52 und mehr
<b>1. Stammzahl</b>				
Typus A, $\alpha = 0,050$	35	32	21	12
„ B, 0,055	37	32	20	11
„ C, 0,060	<b>39</b>	<b>33</b>	<b>19</b>	<b>9</b>
„ D, 0,065	<b>42</b>	<b>33</b>	<b>18</b>	<b>7</b>
„ E, 0,070	<b>44</b>	<b>33</b>	<b>17</b>	<b>6</b>
„ „ 0,075	46	33	16	5
„ „ 0,080	47	33	15	5
<b>2. Brusthöhenkreisfläche</b>				
Typus A, $\alpha = 0,050$	11	22	31	36
„ B, 0,055	<b>12</b>	<b>24</b>	<b>31</b>	<b>33</b>
„ C, 0,060	<b>14</b>	<b>25</b>	<b>31</b>	<b>30</b>
„ D, 0,065	<b>15</b>	<b>27</b>	<b>31</b>	<b>27</b>
„ E, 0,070	<b>17</b>	<b>29</b>	<b>31</b>	<b>23</b>
„ „ 0,075	19	30	30	21
„ „ 0,080	20	31	30	19
<b>3. Masse</b>				
Typus A, $\alpha = 0,050$	8	19	32	41
„ B, 0,055	9	21	33	37
„ C, 0,060	<b>10</b>	<b>23</b>	<b>33</b>	<b>34</b>
„ D, 0,065	<b>11</b>	<b>25</b>	<b>33</b>	<b>31</b>
„ E, 0,070	<b>12</b>	<b>26</b>	<b>34</b>	<b>28</b>
„ „ 0,075	14	27	34	25
„ „ 0,080	15	29	34	22

(Schluß folgt.)

## MITTEILUNGEN

### Das Holzforschungsinstitut in Madison (Wisconsin), U. S. A.

Im Jahre 1910 ist in Madison ein Holzforschungsinstitut gegründet worden, das dem « United States Department of Agriculture » unterstellt und der Universität Wisconsin angegliedert ist. Während vielen Jahren war es das einzige derartige Institut auf der Erde. Seine Mitarbeiter haben in erster Linie die Aufgabe, die zweckmäßigsten Arten der Holzgewinnung und Holzverwertung zu studieren und damit zur Verminderung der gewaltigen Verluste beizutragen, die auf diesen Gebieten heute noch zu beklagen sind. Diese Verluste sind allerdings in den Vereinigten Staaten und in Kanada besonders groß, wie aus Berichten von Fachleuten und aus den Ver-