Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen = Swiss foresty journal =

Journal forestier suisse

Herausgeber: Schweizerischer Forstverein

Band: 55 (1904)

Heft: 8

Artikel: Ueber Stamm-Kubierungen

Autor: Zwicky, C.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-764198

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Abstand zwischen den Stützen 5,0 m, Rahmen 0,8 m.

Kosten inkl. Kultur und Nachbesserung Fr. 750.

Der Transport des Materials und Maßnahmen zur Abwendung von Gefahr für die Arbeiter haben die Anlage besonders verteuert. Der Kostenpunkt ist die Schattenseite des Versuches. Doch hat dieser in Verbindung mit der Bachverbauung seinen Zweck erreicht und den Geschiebe-Transport aus der Blasenfluh auf ein Minimum herabgesetzt.

Ob ein anderes Verfahren mit weniger Aufwand zum Ziel gestührt hätte, können wir nicht entscheiden. Das Flechtwerk hatte seine Dienste versagt. Von einem Rasenziegels-Velag versprachen sich die Veteiligten nicht mehr. Für Mauerwerk sehlte das geeignete Material. So griff man zur Verkleidung. Diese hat gehalten, was man unter den eigenartigen Verhältnissen dieses Falles erwartet hat.

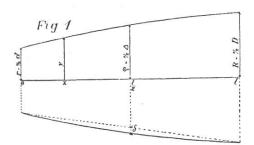
Zürcher, Sumiswald.



Ueber Stamm-Kubierungen.

Von C. Zwidh, Professor am eidg. Polytechnikum in Zürich.

Jeder normal gewachsene Baumstamm kann bezüglich seiner Form als ein Rotationskörper aufgefaßt werden, dessen Erzeugungslinie eine



flach gebogene Aurve ist. Letztere kann stets mit genügender Genauigkeit als ein Stück einer gemeinen Parabel definiert werden, deren allgemeine Gleichung sautet:

1)
$$y = \alpha + \beta x + \gamma \cdot x^2$$
.

Der Charakter der Kurve (ob geradlinig, eingebaucht oder außgesbaucht) ist durch die drei Ordinaten (Radien) am Anfang (r), in der Mitte (ϱ) und am Ende (R) vollständig bestimmt (Fig. 1). Damit ersgeben sich für die obige allgemeine Gleichung die drei speziellen Fälle:

$$r = \alpha,$$

$$\varrho = \alpha + \beta \cdot \frac{l}{2} + \gamma \cdot \frac{l^2}{4},$$

$$R = \alpha + \beta l + \gamma \cdot l^2,$$

woraus man für die Koeffizienten α , β und γ die Werte erhält:

$$2) \begin{cases} a = r & = \frac{d}{2}, \\ \beta = \frac{-3r + 4\varrho - R}{l} = \frac{-3d + 4\triangle - D}{2l}, \\ \gamma = \frac{2r - 4\varrho + 2R}{l^2} = \frac{+d - 2\triangle + D}{l^2}, \end{cases}$$

wo d, \triangle und D die den Radien r, ϱ und R entsprechenden Durchmesser bedeuten.

Für das Volumen des Rotationskörpers ergibt sich nun:

$$V = \int_{0}^{l} y^{2} \cdot \pi \cdot d x = \pi \cdot \int_{0}^{l} \left\{ a^{2} + 2 a \beta x + (\beta^{2} + 2 a \gamma) x^{2} + 2 \beta \gamma x^{3} + \gamma^{2} x^{4} \right\} d x = \pi \cdot \left\{ a^{2} x + a \beta x^{2} + \frac{\beta^{2} + 2 a \gamma}{3} x^{3} + \frac{\beta \gamma}{2} x^{4} + \frac{\gamma^{2}}{5} x^{5} \right\}_{0}^{l}.$$

$$3) V = \pi \cdot l \cdot \left\{ a^{2} + a \beta l + \frac{\beta^{3} + 2 a \gamma}{3} \cdot l^{2} + \frac{\beta \gamma}{2} l^{3} + \frac{\gamma^{2}}{5} \cdot l^{4} \right\}.$$

Führt man hier für die Kveffizienten α , β , γ die oben gefundenen Werte ein, so erhält man unter Zusammenfassung der gleichartigen Glieder:

4)
$$V = \frac{\pi}{30} \cdot l \cdot \left\{ (d^2 + 4 \triangle^2 + D^2) + (d + D) \cdot \triangle - \frac{d D}{2} \right\}$$

Dabei erinnert der Ausdruck in der ersten kleinen Klammer an die einfachste Form der Simpson'schen Formel, wie sie bei der Volumen= bestimmung von Prismatoiden zur Anwendung gelangt.

In dieser allgemeinsten Volumenformel sind folgende praktisch wich= tigen Körper als Spezialfälle enthalten:

a) Sylinder
$$(d = \Delta = D)$$
: $V = l \cdot \frac{D^2 \pi}{4} = l \cdot G$; b) Regel $(d = 0, \Delta = \frac{D}{2})$: $V = l \cdot \frac{D^2 \pi}{12} = \frac{1}{3} \cdot l \cdot G$; c) Regelstumps $(\Delta = \frac{d + D}{2})$: $V = \frac{1}{3} \cdot l \cdot G \cdot \left\{1 + \frac{d}{D} + \left(\frac{d}{D}\right)^2\right\}$; d) Spindel $(d = D = 0)$: $V = \frac{2}{15} \cdot l \cdot \Delta^2 \cdot \pi$ e) Faß $(d = D)$: $V = l \cdot \pi \left\{\frac{1}{20} D^2 + \frac{1}{15} D \Delta + \frac{2}{15} \Delta^2\right\}$

Der Durchmesser 🛆 in der Mitte weicht stets nur wenig von dem arithmetischen Mittel der beiden Enddurchmesser ab; wir setzen daher:

5)
$$\triangle = \frac{1}{2} (D + d) + \delta$$
, wo

 $\delta = 0$ für Zylinder, Regel und Regelstumpf,

 $\delta > 0$ für ausgebauchte Stammformen,

 $\delta < 0$ für eingebauchte Stammformen.

Bezeichnen wir dann den Quotienten aus den beiden Enddurchmessern mit

6)
$$u = \frac{d}{D}$$
, wo $u < 1$,

dann ergibt sich für das Volumen noch die Gleichung:

7)
$$V = \frac{1}{3} \cdot l \cdot G \left\{ (1 + u + u^2) + 2 (1 + u) \cdot \frac{\delta}{D} + \frac{8}{5} \cdot \left(\frac{\delta}{D}\right)^2 \right\}$$

wo $G = \frac{D^2 \pi}{4}$, die Grundfläche am dickern Ende bedeutet.

In dieser Formel entspricht der Ausdruck in der ersten kleinen Klammer dem Volumen des Regelstumpses, die beiden andern Glieder stellen den Einfluß der Aus- oder Einbauchung dar. Von diesen beiden letztern Gliedern ist das erste positiv oder negativ, das letzte stets positiv und relativ sehr klein, so daß es praktisch vernachlässigt werden könnte.

Für den Durchmesser 2 y an beliebiger Stelle ergibt sich nach dem frühern:

$$2 \text{ y} = d + \frac{x}{l} (-3 d + 4 \triangle - D) + (\frac{x}{l})^2 \cdot (2 d - 4 \triangle + 2 D^2).$$

Mit Einführung von δ erhält man, wenn man noch sett:

$$\frac{x}{l} = k$$

8)
$$D_k = 2 y = d + k \cdot (D - d + 4 \delta) - k^2 \cdot 4 \delta$$

Für den Regelstumpf ergibt sich speziell:

$$D_k = d + k (D - d)$$

$$D_k^2 = d^2 + 2 d k \cdot (D - d) + k^2 (D - d)^2$$

Ebenso für den gegen die Mitte symmetrischen Querschnitt 1 — x,

$$\operatorname{mit} \frac{l - x}{l} = 1 - k$$

$$D_{1-k}^2 = d^2 + 2 d (D - d) \cdot (1 - k) + (D - d)^2 (1 - k)^2$$

Damit erhält man für die halbe Summe:

$$S = \frac{1}{2} (D_k^2 + D_{1-k}^2) = d^2 + d (D - d) \cdot (k + 1 - k) +$$

$$\frac{1}{2} (D - d)^{2} \left\{ k^{2} + (1 - k)^{2} \right\} = d^{2} + dD - d^{2} + \frac{D^{2}}{2} - D d$$

$$+\frac{d^2}{2}$$
 - k (D - d)² + k² · (D - d)²

$$S = \frac{d^2 + D^2}{2} - (D - d)^2 k + (D - d)^2 k^2$$

Wir wollen nun die Lage von x bezw. k so bestimmen, daß ein Zylinder mit der Grundfläche $\frac{S \pi}{4}$ bei gleicher Länge l mit dem Regelsstumpf gleiches Volumen erhält. Indem wir noch den Durchmessersquotienten u einführen, ergibt sich:

$$V = \frac{1}{3} \cdot l \cdot \frac{D^2 \pi}{4} (1 + u + u^2) = l \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \left\{ \frac{1 + u^2}{2} - (1 - u)^2 k + (1 - u^2) k^2 \right\}$$

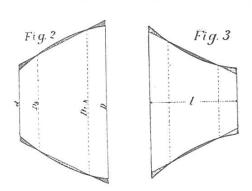
 $\frac{1}{3} (1 + u + u^{2}) = \frac{1 + u^{2}}{2} - (1 - u)^{2} k + (1 - u)^{2} k^{2},$ $2 + 2 u + 2 u^{2} = 3 + 3 u^{2} - 6 (1 - u)^{2} k + 6 (1 - u)^{2} k^{2},$ $-1 + 2 u - u^{2} = - (1 - u)^{2} = -6 (1 - u)^{2} k + 6 (1 - u)^{2} k^{2},$ $6 k^{2} - 6 k + 1 = 0;$

$$k = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{12} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$k_1 = 0.211325, \qquad k_2 = 0.788675 \quad (= 1 - k_1)$$

Man erhält also das Volumen eines Regelstumpfes genau, indem man das Mittel aus den Querschnittslächen bei $\mathbf{x_1}=0.21\ldots l$ und bei $\mathbf{x_2}=0.79$ l mit der ganzen Länge l multipliziert.*

Da bei normalen Stammformen nicht nur beim Kegelstumpf, sonbern auch bei eingebauchten und ausgebauchten Stämmen die Enddurch-



messer d und D den kleinsten und den größten Durchmesser darstellen, so läßt sich vermuten, daß auch bei gekrümmten Mantellinien sich das Stammvolumen mit großer Annäherung aus zwei symsmetrisch gegen die Mitte liegenden Quersschnitten bestimmen läßt, indem man für diese Körper den zu diesen beiden Quersschnitten gehörenden Kegelstumpf von

gleicher Länge substituiert. In der Tat zeigt ein Blick auf die beiden Figuren 2 und 3, daß die Abweichungen von diesem Kegelstumpf sowohl

^{*} Zum gleichen Resultate gelangte auch Schiffel in seinem größern Werke: Die Kubierung von Rundholz aus zwei Durchmessern und der Länge. Von Adalbert Schiffel, k. k. Forstrat. XXVII. Heft der Mitteilungen aus dem forstl. Versuchswesen Österreichs. Wien. W. Frick, 1904.

beim eingebauchten wie beim ausgebauchten Stamme teils positiv, teils negativ sind, sich bei passender Wahl der Querschnittslagen also in ihrer Gesamtwirkung ausheben müssen.

Es mögen diese Verhältnisse an einem einfachen Zahlenbeispiel näher verfolgt werden, wobei die für den Kegelstumpf gefundenen theoretischen Werte von k und 1-k auf die praktisch bequemern Veträge k=0,20 und 1-k=0,80 abgerundet sind.

Für die genauen Volumen V ergibt sich dann nach 7):

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot l \cdot \left\{ 1 + u + u^2 + 2 \cdot (1 + u) \cdot \frac{\delta}{D} + \frac{8}{5} \cdot \left(\frac{\delta}{D}\right)^2 \right\}$$

$$= l \cdot 0,041888 \cdot \left\{ 1 + 0,50 + 0,25 + 2 \cdot (1 + 0,50) \cdot \frac{\delta}{0,40} + \frac{8}{5} \cdot \left(\frac{\delta}{0,40}\right)^2 \right\}$$

1. Regelstumpf
$$(\delta = 0)$$

 $V_1 = l \cdot 0.041888 \cdot 1.75$ $= l \cdot 0.073304$

2. Eingebauchter Stamm:
$$\delta = -$$
 0,05, $\frac{\delta}{\mathrm{D}} = \frac{1}{8}$

$$V_{2} = l \cdot 0.04188 \cdot \left\{ 1.75 - 3 \cdot \frac{1}{8} + \frac{8}{5} \cdot \frac{1}{64} \right\} = l \cdot 0.04188 \cdot 1.40 = l \cdot 0.058643$$

3. Ausgebauchter Stamm:
$$\delta=+$$
 0,05, $\frac{\delta}{\mathrm{D}}=+\frac{1}{8}$

$$V_3 = 1 \cdot 0.04188 \cdot \left\{ 1.75 + 3 \cdot \frac{1}{8} + \frac{8}{5} \cdot \frac{1}{64} \right\}$$

$$= l \cdot 0.04188 \cdot 2.15$$

$$= l \cdot 0.090059$$

Es verhalten sich somit:

$$V_1: V_2: V_3 = 0.073304: 0.058643: 0.090059$$

= 1: 0.80: 1.23

Für die Durchmesser und Volumen V' der äquivalenten Kegelstumpse erhält man nach Formel 8):

$$\begin{array}{l} D_k = d + (D - d + 4 \delta) \cdot k - 4 \delta \cdot k^2 \\ = 0.20 + (0.20 + 4 \delta) \cdot k - 4 \delta \cdot k^2 \end{array}$$

Mit k=0.20 und folglich 1-k=0.80 ergibt sich dann für die obigen drei Körper:

1.
$$\begin{cases} D_{0,20} = 0.20 + 0.20 \cdot 0.20 = 0.24, & G_{0,2} = 0.045239 \\ D_{0,80} = 0.20 + 0.20 \cdot 0.80 = 0.36, & G_{0,8} = 0.101788 \\ \hline G_{0,2} + G_{0,80} = 0.147027 \end{cases}$$

Die Anwendung der allgemeinen Volumenformel:

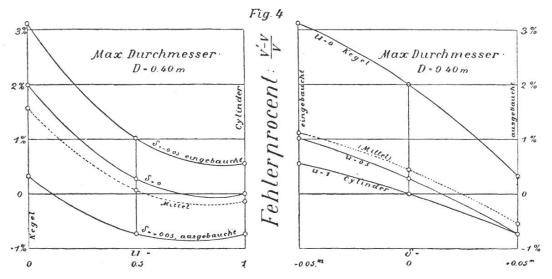
9)
$$V' = \frac{l}{2} \cdot (G_k + G_{1-k})$$

auf diesen Fall gibt:

$$V_{1}' = \frac{l}{2} \cdot (G_{0,20} + G_{0,80}) = l \cdot 0,073514$$

$$2. \begin{cases} D_{0,20} = 0,20 + (0,20 - 0,20) \cdot 0,20 \\ + 0,20 \cdot 0,04 = 0,208 \end{cases} \qquad G_{0,20} = 0,033980 \\ 0_{0,80} = 0,20 + (0,20 - 0,20) \cdot 0,80 \\ + 0,20 \cdot 0,64 = 0,328 \end{cases} \qquad G_{0,80} = 0,084496 \\ V_{2}' = l \cdot 0,59238 \qquad G_{0,80} = 0,084496 \\ V_{2}' = l \cdot 0,59238 \qquad G_{0,80} = 0,084496 \\ 0,118476 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} D_{0,20} = 0,20 + (0,20 + 0,20) \cdot 0,20 \\ - 0,20 \cdot 0,04 = 0,272 \qquad G_{0,20} = 0,058107 \\ 0,080 = 0,20 + (0,20 + 0,20) \cdot 0,80 \\ - 0,20 \cdot 0,64 = 0,392 \qquad G_{0,80} = 0,120687 \\ 0,178794 \end{cases}$$



Unter Beibehaltung der Werte D=0.40 und $\delta=0,-0.05$ und +0.05 haben wir auch noch die Rotationskörper mit u=0 und u=1.0 berechnet. Die Resultate sind in folgender Tabelle enthalten. Aus derselben, wie auch aus der graphischen Zusammenstellung der reslativen Fehler $100 \cdot \frac{V'-V}{V}$ (Fig. 4) geht hervor, daß bei der Stammstubierung aus den beiden Enddurchmessern — unter Annahme der Form

eines abgestumpsten Regels bei beträchtlicher tatsächlicher Ein= oder Aus= bauchung — ganz bedeutende Fehler entstehen können, welche beim vollen Rreiskegel mit $+\frac{1,00-0,78}{0,78}=+28,1\,^{\circ}/_{\circ}$ und $-\frac{1,28-1,00}{1,28}=-21,9\,^{\circ}/_{\circ}$ ihr Maximum erreichen. Bei Messung der beiden Durch= messer in $\frac{1}{5}$ und in $\frac{4}{5}$ der Länge erhält man dagegen mittelst der sehr einfachen Formel 9):

$$V' = rac{l}{2} \cdot (G_{0,20} + G_{0,80})$$

Resultate, welche von dem wahren Volumen V auch bei stark konischer Form und auch bei erheblicher Ein- oder Ausbauchung nur sehr wenig differieren.

I. Volumen=Tabelle

für D = 0,40 m;
$$\delta = \triangle - \frac{D+d}{2} = \pm 0.05$$
 m $V' = \frac{1}{2} \cdot l \cdot (G_{0,20} + G_{0,80})$

-			
Nº	Stammform δ^{m}	$ \left \begin{array}{c c} V \\ \hline l \end{array} \right = \left \begin{array}{c c} V \\ \hline V_1 \end{array} \right \left \begin{array}{c c} V' \\ \hline l \end{array} \right = \left \begin{array}{c c} V' - V \\ \hline l \end{array} \right = \left \begin{array}{c c} V' - V \\ \hline V \end{array} \right $	
	a) $u = 0$, $d = 0$.		
1	Regel 0	0,041888 1,00 0,042726 +0,000838 +2,00%	
2	Eingebaucht - 0,0	$\begin{bmatrix} 0.032463 & 0.78 & 0.033477 & + 0.001014 & + 3.12 \% \end{bmatrix}$	
3	Ausgebaucht + 0,0	$5 \mid 0.053407 \mid 1.28 \mid 0.053583 \mid + 0.000176 \mid + 0.33 \%$	
	Mittel:	42586 1,02 43262 + 676 + 1,58 %	
	"	b) $u = 0.50, d = \frac{1}{2} D.$	
1	Regelstumpf 0	0,073304 1,00 0,073514 +0,000210 +0,28%	
2	Eingebaucht - 0,0		
3	Ausgebaucht + 0,0		
	Mittel:	74002 1,01 74050 48 + 0,07 %	
	11	c) $u = 1.0$, $d = D$.	
1	Zylinder 0	0,125664 1,00 0,125664 0 0,00 %	
2	Eingebaucht - 0,0		
3	Ausgebaucht + 0,0	$\begin{bmatrix} 0 & 0.147655 & 1.18 & 0.146574 & -0.001081 & -0.736 \end{bmatrix}$	
	Mittel:	126362 1,008 126200 — 162 — 0,13 %	
		Mittelwerte aus a, b und c.	
1	Regelstumpf 0	0,080285 1,00 0,080635 +0,000350 +0,44 %	
2	Eingebaucht - 0,0		
3	Ausgebaucht + 0,0		
	Gesamt=Mittel	80983 1,007 81171 + 188 + 0,23 %	

Wenn dieses günstige Ergebnis im vorhergehenden auch nur für Stämme mit einem max. Durchmesser von 0,40 m nachgewiesen wurde, so läßt sich doch sofort übersehen, daß für beliebige andere Durchmesser die gleichen Beziehungen stattfinden. Denn bei gleich bleibendem Werte von u und von $\frac{\delta}{D}$ sind sowohl V wie auch V' proportional D^2 , der Duotient $\frac{V'-V}{V}$ ist daher von dem absoluten Werte von D unabhängig. (Schluß folgt.)



Erfahrungen über Wildbachverbauungen und Aufforstungen.

Korreserat, gehalten an der Versammlung des schweizer. Forstvereins zu Schwyz am 3. August 1903 von Dr. F. Fankhauser.

(Schluß.)

Sobald man aber das Vorhandensein einer ausreichenden Bewaldung als unerläßliche Voraussetzung für den dauernden Erfolg der Verbauung anerkennt, so ist nicht abzusehen, warum stets als Regel gelten soll, erst den Verbau auszusühren und die Aufforstung nachfolgen zu lassen. Naturgemäßer wäre wohl, wenigstens dort, wo keine Gefahr im Verzug liegt, zunächst das Regime des Vaches zu verbessern und erst nachdem dies geschehen, die baulichen Vorkehren in Angriff zu nehmen.

Gleichzeitig mit den beiden Arbeiten wird dagegen zu beginnen sein, wo eine rasche Verschlimmerung der mißlichen Zustände zu bestürchten oder die örtlichen Verhältnisse die Erzielung eines augenblickslichen Effektes zur Sicherung von Ortschaften, Verkehrsmitteln usw. erheisschen und daher ein unverzügliches Eingreisen geboten erscheint. Solche Fälle lagen z. B. vor in Lungern (Obwalden), wo der Eibach durch seine Ausbrüche den größten Teil des Dorses bedrohte; bei den Brienzer Wildbächen, welche fortwährend die Straßens und Bahnverbindung zwischen Vrienz und Meiringen unterbrachen; an der Guppenruns bei Schwanden (Glarus), die nicht nur die nächsten Ortschaften, sons dern die Straße und Bahn nach dem innern Teil des Kantons gesfährdete, usw. Daß hier mit allen Mitteln, also auch bautechnischen, darauf hingearbeitet werden mußte, die bestehende Gefahr sosort absuwenden, versteht sich wohl von selbst.