

**Zeitschrift:** Bericht über die Verhandlungen der Zürcherischen Schulsynode  
**Herausgeber:** Zürcherische Schulsynode  
**Band:** 62 (1895)

**Artikel:** Beilage VIII : der geometrische Unterricht in der Sekundarschule:  
Referat  
**Autor:** Gubler, T.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-743388>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Der geometrische Unterricht in der Sekundarschule.

---

A.

## Referat

von

**Th. Gubler**, Sekundarlehrer in Andelfingen.

---

### Einleitung.

Wenige Monate noch trennen uns von der 150. Wiederkehr eines Tages, den wir, den mit uns die Lehrer Deutschlands festlich begehen werden, des Tages, an dem die ganze gebildete Welt sich im Geiste zum Bilde des Mannes wendet, dessen Name mit goldenen Lettern über dem Eingang zur Erziehungslehre des 19. Jahrhunderts geschrieben steht. Als das letzte Jahrhundert unter furchtbaren Zuckungen, die Europa bis ins innerste Mark erschütterten, zu Ende ging, gab Heinrich Pestalozzi den Anstoss zu einer völligen Umgestaltung des Volksschulwesens. Ihm, wie keinem andern, gebührt das Verdienst einer nachhaltigen und durchgreifenden Erneuerung der wissenschaftlichen und praktischen Pädagogik.

Wir können nicht an unsren Verhandlungsgegenstand herantreten, ohne seiner zu gedenken; denn er ist der erste, der das Fach, von dem heute die Rede sein soll, als ein elementares, als ein notwendiges Bildungsmittel des Geistes erkannte und in die Volksschule einführte. In seinem Streben, die Elemente des denkbildenden Unterrichts zu entdecken,

die Form aufzufinden, in welcher die Ausbildung unseres Geschlechtes durch das Wesen unserer Natur selber bestimmt werden könnte, tauchte in ihm intuitiv die Erkenntnis auf, dass die Mittel der Verdeutlichung aller unserer Anschauungserkenntnisse von Zahl, Form und Sprache ausgehen. Zahl, Form und Sprache sind gemeinsam die Elementarmittel des Unterrichtes, indem sich die ganze Summe aller äussern Eigenschaften eines Gegenstandes im Kreise seines Umrisses und im Verhältnis seiner Zahl vereinigt und durch die Sprache dem Bewusstsein eigen gemacht wird.

Im Prospekt von Münchenbuchsee, der von den ersten und berufensten Schülern Pestalozzis unter beständiger Beratung des Meisters festgestellt wurde, ist eine Übersicht der Gliederung des Unterrichtes in der Form gegeben. Der selbe geht von den geometrischen Körpern aus, an welchen die Zöglinge Linien, Flächen und Winkel unterscheiden, die Formen vergleichen und bestimmen. Die Zöglinge müssen alles selbst finden und darstellen. Kopf, Auge und Hand sowie die Sprachwerkzeuge werden geübt. An diesen auf Anschauung gegründeten propädeutischen Kurs, der für die Bedürfnisse des Lebens einen hinreichenden Grund von Einsicht und Fertigkeit gibt, schliesst sich die wissenschaftliche Behandlung für diejenigen an, deren Neigung oder Beruf einen weitergehenden Unterricht verlangt.

Pestalozzi hat in seinem Werk: „Wie Gertrud ihre Kinder lehrt“, die methodischen Grundsätze festgestellt, nach welchen ein naturgemässer, der Entwicklung der Menschen-natur entsprechender Unterricht erteilt werden soll. Erlauben Sie mir, aus denselben einige Sätze herauszugreifen, da sie als Voraussetzung für die weitern Ausführungen dienen.

1. Das Fundament des Unterrichtes ist die Anschauung.
2. In einem jeden Fach soll der Unterricht bei den einfachsten Elementen beginnen und von da aus stufenweise, der Entwicklung des Kindes gemäss fortgeführt, d. h. in psychologische Reihenfolgen gebracht werden.

3. Auf jedem Punkt soll man so lange stehen bleiben, bis der betreffende Unterrichtsstoff des Schülers selbst-erworbenes, freies geistiges Eigentum ist.
4. Man soll nicht anlehren, dozieren, sondern entwickeln, den Schüler selbsttätig suchen und finden machen.
5. Dem Wissen soll sich das Können, der Kenntnis die Fertigkeit anschliessen.
6. Das Lernen sei nicht ein Spiel, sondern Arbeit, jedoch fröhliche, heitere, reizvolle Selbstbetätigung.

Pestalozzi ist in seinen grundlegenden Ideen den rechten Weg gegangen, aber in der Anwendung nicht überall. Seine eigenen Entwürfe sowie diejenigen seiner Stellvertreter enthalten in den Ausführungen im einzelnen gar viel Unreifes und Widersprechendes. Eine aus dem Bildungsstoff selbst fliessende, natürlich sich entwickelnde Methode fehlte und da durch die Entwürfe die Erwartungen nicht überall befriedigt wurden, heftete sich, wie Herbert Spencer sagt, das Misstrauen an die Doktrin und niemand untersuchte, ob diese Entwürfe auch mit der Doktrin übereinstimmten. Die Theorie wurde wegen der Stümpereien der Praxis getadelt. Es ist gerade, wie wenn man den ersten unzulänglichen Versuch, eine Dampfmaschine zu bauen, für den Beweis genommen hätte, dass der Dampf nicht als bewegende Kraft verwendet werden könne.

Wir müssen also streng unterscheiden zwischen den Prinzipien der Pädagogik Pestalozzis und der Weise, wie sie ausgeführt werden wollten, und da steht für uns fest, dass Pestalozzis Ideen für alle Zeiten unumstösslich sind, dass wir aber deren Verwirklichung erst noch anzustreben haben.

Mögen die heutigen Verhandlungen von seinem Geiste durchdrungen sein, dass sie zu einem für unsere Schulen gedeihlichen Ergebnis führen!

## Der Unterricht in der Geometrie.

Indem ich an die Behandlung des Themas herantrete, habe ich genau zu umschreiben, was ich als zu meiner Aufgabe gehörig betrachte und was namentlich mit Rücksicht auf die Zeit auszuscheiden ist.

Die Stellung des geometrischen Unterrichtes ist in unserm Lehrplan so fest begründet, dass ich nicht erst von der Bedeutung dieses Faches in der Volksschule zu sprechen habe. Ich werde den formalen Zweck der Geometrie nur gelegentlich berühren, werde also auch nicht davon sprechen, dass der geometrische Unterricht auch Unterricht in der deutschen Sprache sein soll, indem zu richtig Gedachtem auch der richtige sprachliche Ausdruck gehört; ich werde übergehen, dass der geometrische Unterricht das Gedächtnis übt, den Sinn für Ebenmass und Regelmässigkeit schärft und den wissenschaftlichen Geist weckt.

Zunächst werden wir uns mit der Aufgabe des geometrischen Unterrichtes beschäftigen,

dann die Methode besprechen, die zur Lösung derselben geeignet ist

und schliesslich die Forderungen normieren, denen das Lehrmittel zu genügen hat.

### 1. Aufgabe des geometrischen Unterrichts in der Sekundarschule.

Die zürcherische Sekundarschule ist aus einer Schule für Bevorzugte zur allgemeinen Volksschule geworden. An die Stelle von 92 Lehrern, die vor 25 Jahren an der Sekundarschule wirkten, sind im Schuljahr 1894/95 212 getreten; die Schülerzahl ist im gleichen Zeitraum von 2606 auf 6939 gestiegen. Von 1894 an besucht mehr als die Hälfte der aus der Alltagsschule austretenden Schüler die Sekundarschule.

Als Volksschule hat die Sekundarschule einerseits die Aufgabe, im Zögling die menschlichen Anlagen harmonisch

zu entwickeln, anderseits ihm diejenigen Kenntnisse und Fertigkeiten zu vermitteln, die ihn befähigen, sich eine seinen körperlichen und geistigen Fähigkeiten entsprechende Stellung im Leben zu erringen. Der Unterricht muss mit Rücksicht darauf, dass neun Zehntel der Schüler direkt ins berufliche Leben überreten, relativ abschliessend sein, relativ sage ich, da keine Lehranstalt eine abschliessende Bildung zu geben vermag.

Dieser Abschluss hat in der Geometrie darin zu bestehen, dass die Schüler mit den einfachsten ebenen und räumlichen Gebilden, die ihnen im Leben beständig entgegentreten, und jenen Lehrsätzen, die zu ihrer Konstruktion und Berechnung führen, vertraut gemacht werden.

Der vermehrte Zudrang zur Sekundarschule hat zur Folge gehabt, dass etwa zwei Dritteln aller Schüler schon nach der zweiten Klasse die Schule verlassen. Wir können diese Tatsache bedauern, können durch vermehrte Stipendien den Besuch der dritten Klasse zu heben versuchen; wenn nicht im Unterrichtsgesetz die Bestimmung gestrichen wird, dass ein zweijähriger Sekundarschulbesuch vom weiteren Besuch der Ergänzungsschule befreit, werden wir nichts Wesentliches erreichen. Über die Wünschbarkeit und Möglichkeit der Durchführung einer solchen Massregel können wir uns heute nicht verbreiten; wir haben uns an die faktischen Verhältnisse zu halten und diese verlangen dringend, dass das Lehrziel der zweiten Klasse namentlich im Fache der Geometrie so gesteckt werde, dass ein aus der zweiten Klasse tretender Schüler so weit geführt werde, wie ein Ergänzungsschüler. Nach dem gegenwärtig bestehenden Lehrplan übergeben wir die Schüler aus der zweiten Klasse dem Leben, ohne sie zu befähigen, den einfachsten Körper auszumessen, ja ohne sie mit den Körpermassen bekannt zu machen. Der Forderung, dass der zweiten Klasse mindestens die Ausmessung der senkrechten Körper zuzuweisen sei, lässt sich um so eher nachkommen, als dieses Kapitel ungleich leichter und lust-

bringender ist, als manche der zweiten Klasse zugewiesene Aufgabe.

Der Unterricht in der Geometrie auf der Stufe der Sekundarschule kann weder auf wissenschaftliche Strenge noch auf wissenschaftliche Vollständigkeit Anspruch machen. Wir dürfen dem Schüler nicht die Ergebnisse einer unendlichen Reihe von Beobachtungen, Untersuchungen und Versuchen, die der menschliche Geist während mehr als zwei Jahrtausenden an den räumlichen Erscheinungen gemacht hat, in der heutigen, fertigen Form zusammengestellt geben. Der Entwicklungsstufe der Schüler gemäss muss der Unterricht elementar sein. Aus dem Stoffgebiet ist also alles auszuscheiden, was einer elementaren Behandlung widerstrebt, alles was von der wissenschaftlichen Geometrie bloss um der logischen Konsequenz, um der Vervollständigung des Systems willen herbeigezogen wird. Eine mässige Zahl zusammenhängender und wohlverstandener Sätze bietet dem Schüler weit grössern Nutzen als eine grössere Zahl nicht gehörig verarbeiteter.

Während der Wissensstoff möglichst zu beschränken ist und der Unterricht nach der grössten Einfachheit zu streben hat, ist dem Übungsstoff grosse Aufmerksamkeit zu schenken. Das geometrische Wissen ist zwar die Bedingung des geometrischen Könnens, aber es ist nicht die Hauptsache, nicht der Zweck. Das System der Lehrsätze verhält sich zu den geometrischen Aufgaben wie die Grammatik zum Aufsatz. Erst dadurch, dass zum Wissen das Können tritt, wird die Bildung produktiv. Damit soll nicht der Nützlichkeitsstandpunkt allzusehr in den Vordergrund treten. Blosse Anleitung zum Lösen konstruktiver und rechnerischer Aufgaben führt zu leerem Mechanismus. Der Schüler soll Einsicht in die geometrischen Gesetze haben, welche den Konstruktionen und Berechnungen zu Grunde liegen, er soll sie im Bewusstsein der Gründe ausführen können.

## 2. Methode des geometrischen Unterrichtes.

Während 2000 Jahren bildeten die „Elemente“ des Euklid die Grundlage der wissenschaftlichen Behandlung der Geometrie. Euklid und Geometrie waren synonym. Die Sätze wurden von Euklid allein nach dem Gesichtspunkt geordnet, dass jeder Satz sich aus dem früheren vermittelst streng logischer Schlüsse ableiten lasse. Dabei ist der Inhalt der Sätze selbst so unbeachtet geblieben, dass die wunderlichste Zusammenstellung entstanden ist, und es in der Tat eine grosse Schwierigkeit verursachen würde, dieselbe Reihenfolge nachzukonstruiren, nicht weil sie so kunstvoll, sondern weil sie so regellos ist. Im Unterricht dozipierte der Lehrer. Sätze und Beweise wurden in fertiger Form gegeben, der Schüler war ein blosser Zuhörer, kein Zutuer, er fasste die Weisheit des Lehrers auf und an der Stelle klarer Einsicht war vielfach gedächtnismässige Aufnahme vorhanden. Statt vieler vernichtender Urteile, die über die Verwendung von Euklids Lehrweise in der Volksschule gefällt wurden, sei bloss dasjenige Hugs erwähnt, indem sich später wieder Gelegenheit bietet, Parallelen zu ziehen. Hug sagt in seiner „Mathematik der Volksschule“: „Die Euklidische Methode ist für die Volksschule nie anwendbar und zwar insbesondere aus folgenden Gründen :

1. Diese Methode ist nicht eine schaffende, entwickelnde und lässt den Anfänger in vielem unbefriedigt, weil sie ihm nicht den Entstehungsgrund der Sache aufdeckt, sondern bloss die Richtigkeit derselben beweist.
2. Sie passt nicht für die hier zu berücksichtigende Altersstufe; denn entweder sieht das Kind die Wahrheit eines Satzes zum voraus ein oder nicht und dann kann es im ersten Fall nicht begreifen, warum sich der Lehrer so viel Mühe gibt, ihm etwas zu beweisen, was es von selbst einsieht; im zweiten Fall aber wird es durch den Beweis doch nicht von der Wahrheit des Satzes überzeugt.

3. Sie ist nicht praktisch genug, da sie zu wenig an die materielle Grundlage der Geometrie anschliesst; praktisch ist sie auch deswegen nicht, da sie die Selbsttätigkeit der Schüler zu wenig fördert.“

Dem Euklidischen System gegenüber stehen die Forderungen Pestalozzis:

1. Der Unterricht hat von der Anschauung auszugehen und an die Entwicklung des Kindes anzuschliessen.
2. Alles Lernen soll Selbsttätigkeit sein.
3. Auge und Hand sollen geübt werden.

a. Der Unterricht soll Anschauungsunterricht sein.

„Die Methode der Natur ist das Vorbild aller Methoden.“ Es ist ein Gebot einer rationellen Psychologie, dass die Entstehung des Wissens im Einzelnen denselben Verlauf befolgen muss, wie die Entstehung des Wissens in der Menschheit. Wie die Menschen mit Anschauungen begonnen und Erfahrungen gesammelt und erst durch die gesammelten Anschauungen und Erfahrungen zur Aufstellung bestimmter Lehrsätze und dann erst zum Beweisen derselben gekommen sind, so werde auch der Schüler von der Anschauung zum Begriff, von der Erfahrung zum Lehrsatz, von diesem zu seinen Folgerungen, von der Empirie zur Theorie geführt. Durch systematische Ausbildung des Beobachtungsvermögens, durch Anleitung zum wissenschaftlichen Schliessen, durch zweckmässige Auswahl und Anordnung des Unterrichtsstoffes legt der Schüler in kurzer Zeit den Weg zurück, den die ersten Finder und Erfinder meist erst nach langem Irren gefunden haben.

Längst ist im Unterricht in den Naturwissenschaften die induktive Methode, die zu den gewaltigen Erfolgen derselben geführt hat, zur Anwendung gekommen. Die Geisteswissenschaften, vorab Philosophie und Geschichte, machen den Versuch, sich der naturwissenschaftlichen Methode zu bedienen.

Laboratorien für Psychologie, die man vor 50 Jahren für Narrheit erklärt hätte, entstehen überall. Die Stimmen mehren sich, die verlangen, dass auch die Geometrie eine Erfahrungswissenschaft werden müsse. Namentlich auf der Unterstufe hat eine empirische Behandlungsweise Platz zu greifen.

Pickel sagt in seinem Lehrbuch der Geometrie: „In der Theorie steht längst fest, dass die Volksschule nur eine anschauliche Behandlung der Raumobjekte unter Mitheranziehung der allereinfachsten Schlüsse zulässt, dass sie daher auf alle wissenschaftliche Systematik, wie auf jede streng mathematische Entwicklung und Beweisführung verzichten muss. Die anschauliche Darlegung ist dem Kinde verständlich und besitzt für dasselbe eben deswegen eine weit überzeugendere Kraft als die strengste mathematische Schlussreihe, für welche die geistige Reife beim Volksschüler nicht vorhanden ist, nicht vorhanden sein kann.“

Überzeugend drückt sich die Instruktion für den Unterricht in den Gymnasien Österreichs aus: „Der hohe Wert der Anschauung, ‚der ersten Quelle aller Evidenz‘, wird noch häufig nicht genug gewürdigt. Viele Wahrheiten der Geometrie können auf dem Wege der Anschauung erkannt werden und es unterliegt keinem Zweifel, dass die meisten elementaren Sätze der Geometrie vor jedem Beweis und doch mit voller Überzeugung von ihrer Wahrheit aufgefunden worden sind. Auch der geübte Mathematiker erkennt oft in seinen Untersuchungen die Evidenz geometrischer Beziehungen zuerst durch Anschauung und gelangt erst später zu ihrer begrifflichen Vermittlung in der üblichen Form. „Ist doch das anschauliche Wissen“, wie Locke sagt, „unwiderstehlich; gleich dem hellen Sonnenschein zwingt es zu seiner Erkenntnis, sowie die Seele sich darauf wendet; es lässt keinen Raum für Zaudern, Zweifeln und Untersuchen; die Seele ist sofort von dessen klarem Lichte erfüllt.“

Der Lehrplan für die Gymnasien in Österreich nennt den geometrischen Unterricht in den vier untern Klassen,

also für die Altersstufe, die unserer Sekundarschule entspricht, geradezu: Geometrische Anschauungslehre, und verlangt, dass er, zumal in den Anfangsgründen, nach der höchsten Einfachheit und Anschaulichkeit strebe.

Dass das Streben nach einer anschaulichen Behandlung sehr alt ist, beweist der Indier Bhâskara, geb. 1114 n. Ch. Er hat einen sehr anschaulichen Beweis für den pythagoräischen Lehrsatz aufgestellt, indem er durch Zerschneiden und Aufeinanderlegen die Gleichheit nachweist. „Siehe!“ schreibt er ohne weitere Begründung neben die Figuren.

Die elementar-anschauliche Methode verlangt eine Anzahl Hülfsmittel. Da von den einfachsten geometrischen Körpern ausgegangen wird, müssen diese vorhanden sein und zwar in einer Grösse, dass die sämtlichen Schüler der Klasse gleichzeitig mit genügender Deutlichkeit ihre Wahrnehmungen machen können.

Es muss dem Lehrer überlassen sein, ob er sich für gewisse Zwecke bleibende Hülfsmittel schaffen will, oder ob er vorzieht, dieselben jedes Jahr neu entstehen zu lassen. Bei denjenigen Hülfsmitteln, wo dies leicht geschehen kann, ist dem letzten Weg unbedingt der Vorzug zu geben. Das werdende Objekt erweckt im Schüler weit grösseres Interesse als das fertige, tote. Sollen wir nicht im Unterricht die Erfahrung benutzen, die wir an jeder Ausstellung machen, dass diejenigen Abteilungen das Interesse am meisten erregen, in welchen die Entstehung eines Gegenstandes verfolgt werden kann? So bietet unter anderm die Lehre von der Symmetrie weitgehende Gelegenheit, das Element der Bewegung anzuwenden. Die Eigenschaften des gleichschenkligen Dreiecks, der Kreissehne, des Quadrates und des Rechteckes u. s. f., welche als Grundlage für eine Reihe bildender und praktischer Aufgaben dienen, lassen sich in überzeugender Weise mit einem Stück Papier, das in verschiedenen Richtungen gefaltet wird, nachweisen. Die Zerschneidung der punktsymmetrischen Vierecke in zwei und vier Dreiecke, die Ver-

gleichung derselben, ihre Zusammensetzung zu neuen Formen, die Verwandlung des Rhomboid in ein Rechteck mit gleichen Bestimmungsstücken etc. sollten vor den Schülern vorgenommen werden.

Für den Unterricht in der Stereometrie sind eine Anzahl bleibender Hülfsmittel notwendig. Die dritte Dimension lässt sich auf der ebenen Tafel nicht darstellen. Der Schüler hat eine perspektivische Zeichnung als räumlich anzuschauen. Wenn nun auch durch die Art der Zeichnung, indem man die näheren Linien kräftiger zieht und unsichtbare Linien punktirt, das Verständnis erleichtert wird, so sind die Schwierigkeiten immer noch so gross, dass sie von einem grossen Teil der Schüler nicht befriedigend überwunden werden können. Grosse Sorgfalt ist namentlich auf die Einführung in die darstellende Geometrie zu verwenden. Bei Anwendung von Winkelbrett, geometrischen Körpern oder Drahtmodellen, von Drähten und Papierflächen ist es möglich, auch schwache Schüler zu verständnisvollem Arbeiten anzuleiten.

Für ländliche Schulen namentlich ist die Anwendung der Geometrie im Feldmessen sehr wichtig. Soll der Schüler das Gelernte auch anwenden können, so muss man sich mit wenigen und einfachen Instrumenten behelfen.

Die Geometrie-Lehrmittel, die im Kanton Zürich im Gebrauche standen und noch stehen, haben nun allerdings mit Euklid gebrochen. Schon das Lehrmittel von Honegger verfolgte die entwickelnde Methode. Pfenninger hat in der I. Auflage seines Geometrie-Lehrmittels von der Anschauung ausgedehnteren Gebrauch gemacht als in der II. Auflage. Dass das Lehrmittel den Wünschen der Lehrerschaft nicht entsprach, hat seinen Grund einmal in dieser selbst, indem sie für die Anwendung der neuen Methode zu wenig vorbereitet war, anderseits im Lehrmittel, indem ein viel zu umfangreicher Stoff geboten und die Verbindung von Planimetrie und Stereometrie nicht glücklich durchgeführt wurde. Trotzdem scheint Euklid nicht vollständig aus der Schule ver-

schwunden zu sein; wenigstens gewann der Berichterstatter über den mathematischen Unterricht an der Ausstellung von 1883 den Eindruck, dass die nach Euklid benannte Lehrweise an der Sekundarschule die herrschende sei. Das neue Lehrmittel für die Alltagsschule steht ganz auf dem Boden, den ich heute vertrete. Viele von Ihnen hegen Bedenken, auf dem betretenen Weg weiter zu gehen, indem sie befürchten, dass durch eine weitergehende Anwendung des Prinzipes der Anschauung die Geometrie ihre Aufgabe, die Schüler an logisches Denken zu gewöhnen, nicht zu lösen vermöchte. Ich werde also zu zeigen haben, wie der Unterricht zu erteilen ist, damit er dieser gewiss nicht zu unterschätzenden Aufgabe genügen kann.

### b. Alles Lernen soll Selbsttätigkeit sein.

Pestalozzi verlangt, dass alles Lernen Selbsttätigkeit, freies Erzeugen aus sich selbst, lebendige Schöpfung sei, dass infolge dessen der Schüler die geometrischen Wahrheiten an der Hand des Lehrers vom Leichten zum Schweren fortschreitend, selbstständig auffinden müsse. Auch hierin verfolgen wir wieder den Gang der Natur, indem die Menschheit auch bloss durch Selbstbelehrung, durch selbstständiges Finden und Erfinden vorwärts schreitet.

„Man lasse,“ sagt Hug, „den Schüler selber zugreifen und operiren, damit er wirklich messen und Größen bestimmen, konstruiren und darstellen und nicht bloss darüber schwatzen, Regeln hersagen und einige Beispiele nachahmen lernt, die er sobald wieder vergisst, als er die Schule nicht mehr besucht. Was der Schüler selbst erfahren und erprobt von den einfachsten Versuchen, Untersuchungen und Übungen mit Lineal, Zirkel und Stift auf dem Papier bis zu den schwierigeren Größenbestimmungen im freien Raum und den entsprechenden Konstruktionen, das gibt ihm die wahre Einsicht, Überzeugung und Kraft, das ist für ihn die rechte Anschauung in der Wirklichkeit und das macht ihm das Gelernte zu seinem wahren Eigentum.“

Herbert Spencer schreibt in seinem Buche „Die Erziehung“: „Jedes Stück Wissen, welches der Zögling selbst erworben, jede Aufgabe, die er selbst gelöst hat, wird infolge der Eröberung in weit höherem Masse sein bleibendes Eigentum, als es sonst geschehen könnte. Die voraufgehende Geistes-tätigkeit, aus welcher sein Erfolg entsprang, die nötige Sammlung der Gedanken und die aus seinem Triumph erwachsende mutvolle Erregung wirken zusammen, um die Tatsachen seinem Geiste in einer Weise einzuordnen, wie sie ihm keine bloss vom Lehrer gehörte, oder in seinem Schulbuche gelesene Unterweisung hätte einprägen können. Selbst wenn ihm die Lösung nicht gelingt, so wird doch durch die Spannung, in welche seine Fähigkeiten gesetzt worden sind, die Lösung, wenn sie ihm nachträglich geboten wird, seinem Gedächtnis sich tiefer einprägen, als ein halbes Dutzend Repetitionen es vermocht hätte.“

„Man bemerke die moralische Ausbildung, welche diese stetige Selbsthülfe mit sich führt. Mut im Angreifen der Schwierigkeiten, geduldige Sammlung der Aufmerksamkeit, Ausdauer durch alles Misslingen — dieses sind Charakter-eigenschaften, welche das spätere Leben besonders fordert und gerade diese Charaktereigenschaften bildet dieses System, das den Geist um seine Nahrung arbeiten lässt, besonders aus.“

Die Forderung, dass die Selbsttätigkeit zu fördern sei, führt uns zu einer Besprechung des Beweises in der Geometrie. Es ist nicht zu verkennen, dass dem Beweis ein grosser formalbildender Wert inne wohnt, dass er eine wahre Zucht des Verstandes ist, aber er setzt eine bedeutende geistige Reife voraus; im ersten geometrischen Unterricht kann derselbe nicht mit wissenschaftlicher Schärfe auftreten. Dem Schüler, dem die Welt der geometrischen Formen noch völlig fremd ist, kann man nicht zumuten, dass er sich darin in der Weise folgerichtigen Denkens nach systematischem Fortschritt bewege. Die höchst beachtens-werten Instruktionen für den Unterricht an den Realschulen

in Österreich sagen über den Beweis: „Einfache Beweise sind auf dieser Unterrichtsstufe keineswegs zu vernachlässigen. Dieselben müssen aber so beschaffen sein, dass jeder Schüler von gewöhnlicher Begabung bei gutem Willen und gehöriger Aufmerksamkeit sie unter einiger Anleitung des Lehrers selbst aufzufinden und aus der betreffenden Figur herauszulesen im stande ist. Ihre Zahl muss sich auf ein Minimum beschränken, indem alles Übrige einer späteren Stufe vorbehalten bleibt. Was dem Schüler selbst einleuchtet, mit langen Beweisen zu begründen, ist unstatthaft, weil der Schüler leicht die Hauptsache, den Lehrsatz, übersieht. Man gehe in der Begründung nur so weit, als es das Fassungsvermögen der Schüler gestattet und der formale Bildungszweck erfordert, damit die ersten Sätze der Geometrie vollkommen klar gedacht und korrekt ausgedrückt werden.“

Das Verfahren, nach welchem der Beweis auf dieser Stufe am zweckmässigsten geführt wird, wird die Analysis des Beweises genannt. Hier tritt der Beweis dem Schüler nicht als ein Ganzes, als ein glücklicher Einfall eines scharfsinnigen Geometers entgegen, sondern er entsteht vor seinen Augen und unter seiner Mitwirkung. Keine Hülfslinie wird gezogen, ohne dass der Schüler einsieht, welchem Zweck dieselbe dienen soll und durch welche Gedankenverbindung man zu derselben gelangt ist. Während nach dem euklidischen Verfahren die Bestandteile des Beweises in der Reihenfolge: Lehrsatz, Voraussetzung, Behauptung, Beweis aufeinanderfolgen, beginnt dieses Verfahren mit der Aufgabe. In der Analysis, oder der Untersuchung, wird das geeignete Beweismaterial gesucht, der Beweis wird gleichsam rückwärts gebildet; hiebei sieht der Schüler genau, wo eine Hülfslinie nötig ist und welche. Vorgerückte Schüler werden nun den Beweis nach dem synthetischen Verfahren wiederholen. Es folgen: der Lehrsatz, die Folgerungen und die Übungsaufgaben.

Diese letztern bilden einen so wichtigen Teil des geometrischen Unterrichtes dieser Stufe, dass der Zweck des-

selben häufig einseitig dahin normirt wird, es sei der Schüler blos zur Auflösung geometrischer Aufgaben zu befähigen.

Die geometrischen Aufgaben haben den Zweck, einerseits das Gelernte zu befestigen, zum bleibenden Eigentum zu machen, anderseits als Vorbereitung für den folgenden Lehrstoff zu dienen; dann sind sie ein wirksames Mittel in der Erziehung zur Selbsttätigkeit.

Das Lehrmittel soll eine genügende Anzahl Aufgaben im unmittelbaren Anschluss an den Lehrstoff besitzen. Auf Auswahl und Anordnung derselben ist die grösste Sorgfalt zu verwenden. Aufgaben, die der Lehrer selbst nur mit grossem Aufwand von Nachdenken zu lösen vermag, gehören nicht in die Volksschule. Die ersten Aufgaben, die zur Einübung einer neu gewonnenen Erkenntnis dienen, müssen leicht und kurz sein, sich, wenn es Rechnungsbeispiele sind, in kleinen, bequemen Zahlenwerten bewegen, damit die Schüler dieselben leicht überschauen und ohne viel Erklärung zu verstehen vermögen. Damit wird erreicht, dass durch häufige Übung, durch vielfaches Durchlaufen desselben Gedankenganges, das Erkannte zum festen Eigentum wird. Spätere Aufgaben dürfen an die Leistungsfähigkeit etwas grössere Anforderungen stellen; an diesen soll sich die Kraft der Jugend messen.

Wie anregend eine richtige Behandlung der Aufgaben auf eine Klasse zu wirken vermag, wie sehr sie Lust und Liebe zur Arbeit erwecken und den Zögling zu eigenem Schaffen beleben kann, belegt Herbert Spencer mit einigen Beispielen. Er erzählt von einer Knabenklasse, die es so mächtig reizte, die Lösung solcher Aufgaben zu finden, dass die Geometriestunde als das Hauptereignis der Woche betrachtet und ersehnt wurde. In einer Töchterschule beschäftigten sich die Mädchen ausser der Schulstunden aus freien Stücken mit dem Lösen von geometrischen Aufgaben. Besonders wertvoll ist ein Zeugnis von Tyndall. Er hatte in der Periode, auf welche er sich bezieht, in einer Klasse

Unterricht in der Mathematik zu erteilen. Er führte die Schüler in das Lösen von Aufgaben ein und verstand es, wenn Verzagtheit einschleichen wollte, den Mut anzufeuern. „Ich habe des Knaben Augen leuchten gesehen, und endlich hörte ich ihn mit einer Freudigkeit, gegen welche das Entzücken des Archimedes gering erschien, ausrufen: ‚Ich hab' es, Herr Professor!‘ Das so erwachte Bewusstsein der eigenen Kraft war von ungeheurem Werte und hiedurch ermutigt, war der Fortschritt der Klasse wahrhaft erstaunlich. Ich war stets bereit, zu unterstützen, wenn ich Hilfe für nötig hielt; aber mein Anerbieten der Unterstützung ward durchgängig abgelehnt. Die Knaben hatten die Süßigkeit geistiger Eroberungen gekostet und verlangten nach Siegen aus eigener Kraft. Ich habe ihre Figuren an die Wände gekratzt, in die Stangen auf dem Spielplatze eingeschnitten gefunden; zahllose andere Beweise sprachen für das lebhafte Interesse, das sie am Gegenstande nahmen. Einige der köstlichsten Stunden meines Daseins sind verwandt worden, die kräftige und fröhliche Ausbreitung geistiger Kraft zu beobachten, die zu Tage tritt, wenn man sie in der geschilderten Weise zu wecken sucht.“

„So greift diese Methode ins ganze geistige Leben des Schülers ein. Schüler, welche durch die gewohnte Schül-dressur abgestossen werden, regen plötzlich die Schwingen ihres Geistes und werden aus untätigen Empfängern zu tätigen Entdeckern. Sie finden sich nicht länger unfähig; sie können auch etwas leisten. Und allmälig, sowie sich Erfolg zu Erfolg gesellt, schwindet der drückende Alp der Verzweiflung und sie greifen die Schwierigkeiten ihrer andern Studien mit einem siegverkündenden Mute an.“

c. Der geometrische Unterricht hat Auge und Hand zu üben.

Als wichtiger Bestandteil des geometrischen Unterrichtes sind die Konstruktionsaufgaben genannt worden. Die Schüler

sind mit der Handhabung der Zeichenutensilien wohl vertraut zu machen und an ein gewandtes, sauberes und vor allem genaues Zeichnen zu gewöhnen. Was diesen Teil betrifft, verweise ich auf das Lehrmittel von Wiesmann.

Aber auch in anderer Weise noch muss dieser Forderung genügt werden. Es gehört nicht zu meiner Aufgabe, die Frage der Bedeutung des Handfertigkeitsunterrichtes zu diskutiren. Dieselbe ist noch viel zu wenig abgeklärt, als dass sich jetzt schon allgemein verbindliche Forderungen aufstellen liessen. In der neuesten Phase desselben scheint er sich, bei uns wenigstens, namentlich in den Dienst der Geometrie stellen zu wollen. Wenn ich mich nicht irre, ist die Anregung hiezu von Joseph Kumpa ausgegangen. Damit der Mensch mit gebildetem Geist, geübtem Aug' und geschickter Hand in den schweren Kampf ums Dasein eintreten könne, soll die Schule nach Kumpa Geist, Aug' und Hand harmonisch bilden, die Keime der Tätigkeit pflegen, Lust und Liebe zur Arbeit wecken und das Wissen mit dem Können in innige Verbindung bringen. An einem reichen Veranschaulichungsmaterial, das der Schüler unter Anleitung des Lehrers erstellt, gewinnt er die elementaren Kenntnisse der Geometrie. Anschauen, Zeichnen und Darstellen sind miteinander in Verbindung gebracht und es ist unbestreitbar, dass sich die Schüler manche fürs Leben wertvolle Fertigkeit aneignen. Nichtsdestoweniger ist an ein blosses Herübernehmen dieser Methode in die Schule nicht zu denken; hingegen kann sie sich manches aus derselben aneignen.

Die im Abschnitt von den Hülfsmitteln erwähnten Aufgaben über Falten, Zerschneiden, Verfertigen von Körpern etc. sollen nicht bloss vom Lehrer, sondern von der Klasse vorgenommen werden. Das geometrische Lehrmittel der Alltagsschule enthält eine Anzahl solcher Aufgaben „als freie Beigabe für solche Schüler, die im Konstruiren eine grössere Fertigkeit zeigen“. Der Unterrichtsstoff der Sekundarschule bietet reichlich Gelegenheit zu derartiger Betätigung der

Schüler. Es würde mich zu weit führen, wollte ich ein Programm für solche Übungen aufstellen; es genügt, auf eine Lücke aufmerksam gemacht zu haben.

Sollen wir nun, am Schlusse der Ausführungen über die Methode des geometrischen Unterrichtes angelangt, die Frage beantworten: Vermag ein empirischer Unterricht in der Geometrie das Denkvermögen der Schüler zu wecken? so liegt die Versuchung nahe, eine Parallele zu ziehen, zwischen einer Zeit, da die Menschheit sich damit begnügte, das überlieferte Wissen passiv in unveränderter Form aufzunehmen und einer Zeit wie der heutigen, da sich die Wissenschaften der sicher auftretenden induktiven Methode bedienen, wo jeder Tag, fast jede Stunde wichtige Erfindungen hervorbringt. Wir haben unsere Schüler für die heutige Zeit heranzubilden; diese bedarf Menschen mit offenen Sinnen, scharfem Beobachtungs- und Schlussvermögen und gewandter Hand. Im Geometrie-Unterricht können wir zur Erreichung dieses Ziels beitragen, wenn wir eine naturgemäße Methode anwenden, wenn wir die Schüler anleiten, die geistige Nahrung selbst zu erarbeiten und sie befähigen, das Gewonnene praktisch zu betätigen.

Wenn der geometrische Unterricht in diesem Sinne erteilt wird, braucht es uns um die Entwicklung des Denkvermögens nicht bange zu sein.

\* \* \*

Es liegt mir noch ob, die Frage zu prüfen, ob ein nach den entwickelten Grundsätzen erteilter geometrischer Unterricht der Anforderung an die Sekundarschule, dass sie auch Vorbereitungsanstalt für mittlere Lehranstalten sei, genügen könne. Die Antwort erhalten wir am sichersten durch die Lehrer dieser Schulanstalten selbst. Nun sind mir freilich keine Äusserungen aus der Schweiz bekannt, hingegen hat sich die mathematisch-naturwissenschaftliche Sektion des deutschen Philologentages schon wiederholt für

einen propädeutischen auf Anschauung gegründeten Unterricht ausgesprochen. In den Lehrplänen der Gymnasien ist jetzt Zeit für einen solchen Unterricht eingeräumt. Wie schon erwähnt wurde, ist an den österreichischen Gymnasien und Realschulen in den vier untern Klassen ein propädeutischer Unterricht unter der Bezeichnung „Geometrische Anschauungslehre“ eingeführt. Reidt, der Verfasser des Buches: „Anleitung zum mathematischen Unterricht“, erklärt, dass zahlreiche Lehrer, welche sich in den propädeutischen Unterricht hineingearbeitet haben, die Erklärung abgeben, dass sie denselben nicht wieder entbehren möchten. Er selbst hat die Erfahrung gemacht, dass Schüler, welche einen propädeutischen Kurs genossen hatten, raschere Fortschritte machten, als Schüler ohne eine solche Vorbereitung. Er kam zur Einsicht, dass an den wenig begabten Schülern, die er zu dumm zum Erlernen der Mathematik gehalten, gesündigt worden sei, weil man ihnen eine Leistung zumeinte, zu der sie freilich nicht befähigt erschienen, für welche aber die Befähigung auch in ihnen bis zu einem gewissen Grade hätte geweckt werden können. „Was so in den Anfangsgründen versäumt worden, lässt sich in den höhern Klassen nur schwer oder gar nicht wieder gut machen; es ist gewiss, dass manche Schüler durch schlechten oder in falscher Richtung erteilten Anfangsunterricht für ihre ganze Schulzeit für die Mathematik verdorben werden können.“

Es ergibt sich also, dass ein propädeutischer Unterricht, der auf Anschauung basirt, nicht bloss genügen kann, sondern dass er als notwendige Voraussetzung des wissenschaftlichen Unterrichtes betrachtet wird.

### 3. Das Lehrmittel.

Darin, dass ein Lehrmittel in der Hand des Schülers liege, sind wir wohl einig; weniger übereinstimmend sind aber die Ansichten über Umfang und Inhalt desselben. Viele

möchten blass eine Aufgabensammlung in der Art des Rechenlehrmittels. Zähringer hat diesen Standpunkt vertreten und damit begründet, die Erfahrung lehre, dass ein fruchtbarer Unterricht in der Geometrie erteilt werden könne, ohne dass der Schüler ein Lehrmittel in den Händen habe; ferner fürchtet er, dass das Lehrmittel hemmend zwischen Lehrer und Schüler treten könnte. Hingegen hält er einen Leitfaden in der Hand des Lehrers für notwendig, nicht damit derselbe den Unterricht nach dem Buche erteile, sondern damit er mit dessen Hülfe einen für seine Verhältnisse passenden Lehrgang ausarbeiten und sich über das Ganze der Volksschulgeometrie orientiren könne.

Obschon nicht daran zu zweifeln ist, dass ein gewandter Lehrer auch mit einer blassen Aufgabensammlung das Ziel erreicht, kann ich mich mit dieser Ansicht nicht befreunden, und frage mich, welche Aufgabe das Lehrmittel zu erfüllen habe. Einig sind wir wieder darin, dass es nicht zur Präparation auf neu zu behandelnden Unterrichtsstoff verwendet werden darf, dass es während des Unterrichtes geschlossen bleiben soll; hierüber habe ich keine Worte zu verlieren. Das Lehrbuch soll aber dazu dienen, die Wiederholung des Behandelten zu ermöglichen, zu erleichtern. Es ist notwendig, dass der Schüler für sich den Gedankengang, den der Unterricht eingeschlagen hat, nochmals verfolgen, dass er die Ergebnisse, die Lehrsätze und Formeln, in bestimmter Form sich einprägen könne. Wenn das Lehrmittel die Gelegenheit hiezu nicht bietet, verfällt der Lehrer leicht auf den Abweg des Diktirens. Das Lehrmittel kann nun den Unterrichtsstoff in der Ausführlichkeit der mündlichen Behandlung enthalten, oder nur die Aufgabe, die Grundzüge der Entwicklung und den Lehrsatz aufführen. Es gibt Gründe, die für ein ausführliches Lehrmittel sprechen; namentlich wird geltend gemacht, dass dem Schüler Gelegenheit geboten sein soll, auch nach längerer Zeit eine Repetition vorzunehmen, oder durch eigenes Studium Versäumtes

nachzuholen. Trotzdem gebe ich einem kürzer gefassten Lehrmittel den Vorzug. Dem Lehrer wird eine gewisse Freiheit der Behandlung gewahrt, er ist nicht der Sklave des Lehrmittels; dem Schüler sollte mit Hülfe weniger Andeutungen möglich sein, die Repetition vorzunehmen, wenn er an der Entwicklung in der Unterrichtsstunde tätigen Anteil genommen hat, wenn er zur Selbsttätigkeit angehalten worden ist. Sollte eine solche Repetition nicht möglich sein, so erfolgt besser eine erneute gemeinsame Durcharbeitung des Stoffes in der Klasse, wie überhaupt der Schwerpunkt des Lernens im mündlichen Unterricht und nicht in der stillen Beschäftigung oder gar in der Hausaufgabe liegt.

Über die Übungsaufgaben habe ich mich an anderer Stelle verbreitet.

Die Sprache des Lehrmittels soll dem Verständnis des Schülers angepasst sein. Die Geometrie der Volksschule darf nicht in der Sprache der mathematischen Lehrbücher reden. Wenn dem Schüler die klare Anschauung dessen, was er spricht, mangelt, so lernt er, mit Pestalozzi zu reden, „mit Worten aus der Tasche spielen, sich selbst täuschen“. Einem relativ bestimmten Ausdruck, der der Fassungskraft der Schüler entspricht, ist der Vorzug zu geben vor einem absolut scharfen, der aber von den Schülern nicht verstanden wird. Erzwingen kann man freilich die scharfe wissenschaftliche Ausdrucksweise, — aber man kann auch Papageien zum Reden abrichten.

Ähnlich verhält es sich mit den Definitionen. Die Verstandesbildung geht vom Konkreten zum Abstrakten. Erst wenn eine Reihe einzelner Vorstellungen vorhanden sind, darf man ihre gemeinsamen Merkmale zu einem Begriff vereinigen. Begriffsbestimmungen gehören demnach an den Schluss und nicht an den Anfang. Was als aus der Anschauung genügend klar erkannt vorausgesetzt werden kann, soll überhaupt nicht definiert werden. Wir haben nicht fertige

Wissenschaft vorzutragen, sondern die Schüler allmälig zum Verständnis der Wissenschaft heranziehen.

Lassen Sie mich zum Schluss und zugleich als Einleitung zur Diskussion einen Ausspruch von Herbert Spencer zitiren:

„Wären wir bereits im Besitze der wahren Methode, würde ein Abweichen von ihr natürlich nachteilig sein; da aber die wahre Methode erst gefunden werden soll, so leisten die Anstrengungen zahlreicher unabhängiger Forscher, deren Untersuchungen die verschiedensten Richtungen einschlagen, gerade für deren Auffindung den denkbar besten Dienst. Jeder von ihnen ist von einem neuen Gedanken ergriffen, der wahrscheinlich mehr oder weniger auf Tatsachen fußt, jeder eifrig auf den Vorteil seines Planes bedacht; da kann vermöge des Zusammenwirkens der Kräfte eine stufenweise Annäherung aller an den richtigen Weg nicht ausbleiben. Jedes Stück der normalen Methode, das der Einzelne entdeckt hat, muss, vermöge der fortgesetzten Prüfung seiner Ergebnisse, sich selbst zur Anerkennung bringen; das Untaugliche, das er damit verknüpft hat, muss, vermöge wiederholten Versuchs und Misserfolgs, ausgeschieden werden. Und durch diese Aneignung der Wahrheit und Beseitigung der Irrtümer muss sich schliesslich ein tadelloser und vollständiger Erziehungsplan enthüllen.“