Zeitschrift: Schweizer Spiegel
Herausgeber: Guggenbühl und Huber
Band: 43 (1967-1968)
Heft: 7

Artikel: Neue Möglichkeiten im Rechenunterricht
Autor: Blöchliger, Rudolf
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1079820

Rudolf Blöchliger

Neue Möglichkeiten im Rechenunterricht

Die Amerikaner werfen dem Primar-Schulunterricht vor allem auf dem Gebiet der Naturwissenschaften vor, er sei bei der Storchmethode stehengeblieben. Bei uns dürfte dieser Vorwurf mit Recht dem traditionellen Rechenunterricht gemacht werden, der von den neuen methodischen Möglichkeiten überhaupt keine Notiz nimmt. Unlängst waren in der «Neuen Zürcher Zeitung» die drastischen Worte zu lesen: «Mit unsern Rechenbüchern wird der Schüler systematisch mathematisch verdummt.»

An sich intelligente Schüler versagen bei einfachen Denkaufgaben. Warum? Wenn es gut geht, werden unsere Kinder gewandte Techniker in der Kunst, komplizierte Symbolgruppen zu handhaben. Sie wissen wohl, wie man's macht, aber sie verstehen nicht, was dahinter steckt. Sie können vielleicht ganz geschickt die vier Grundoperationen mit ganzen und gebrochenen Zahlen technisch handhaben, ohne einen wirklichen Begriff unseres Zahlensystems zu besitzen. Unser ganzer traditioneller Rechenunterricht baut auf dem «gewußt wie» auf, ohne andere Begründung als Belohnungen und Strafen für richtige oder falsche Lösungen.

Wir alle kennen um uns herum anderseits hoch intelligente Leute, welche bei einfachen Rechenaufgaben Mühe haben und sich erst recht nicht mit der eigentlichen Mathematik befreunden konnten. Der Grund ist wohl derselbe. Die Bedeutung der Zahl wurde ihnen gar nicht richtig anschaulich gemacht. Man begann mit etwas im Grunde Unverstandenem sogleich zu operieren, gerade intelligente Schüler spüren das und können sich oft nicht überwinden, richtig mitzumachen.

Mathematik ist heute kein Privileg besonders Begabter mehr. Die bisherigen Methoden genügten, solange sie nur für eine kleine Minderheit von Interesse war. Um die Jahrhundertwende mußte der durchschnittliche Zeitgenosse bloß Geldbeträge, Zeitabstände, Distanzen, Flächen, Rauminhalte und Gewichte errechnen können. Dafür ließen sich einfache Beispiele aus der Umwelt finden. Zum Beispiel: «Ein Taglöhner verdiente in vier Tagen beim Bauern A. 62 Fr., der Bauer B. gibt ihm zum gleichen Taglohn während zwei Wochen Arbeit. Wieviel Lohn gibt ihm dieser?»

Die Umwelt der meisten Schweizer und Schweizerinnen ist nicht mehr diese «natürliche» Welt, und das Weltbild eines Industriearbeiters unterscheidet sich wesentlich von dem des ehemaligen Taglöhners. Unsere Hausfrauen sind ebenfalls von einer Menge technischer Apparate umgeben. Die Steuerformulare werden immer komplizierter, der bargeldlose Verkehr stellt höhere Anforderungen als das Nachzählen im Kässeli, und die Überwachung der öffentlichen Verwaltung durch den Bürger und seine Vertreter wird immer schwieriger.

Nun ist es zwar für die meisten Zeitgenossen nicht nötig, daß sie zum Beispiel Berechnungen über die Kapazität elektrischer Leitungen, über die Umwandlung von Strom in mechanische Arbeit, über den Druck in einem Dampfkochtopf oder über das Funktionieren eines Computers anstellen können. Indessen ist es doch befriedigender und oft auch nützlich, wenn sie eine Ahnung haben von dem, was da im Prinzip um sie herum geschieht.

Zudem ist allgemein anerkannt, daß wir heute ein Mehrfaches von Studenten der technischen und medizinischen Wissenschaften, ein Mehrfaches auch an Leuten brauchen, welche komplizierte Organisationsfragen lösen (und die Rolle eines Computers einschätzen) können. Von daher ist es nötig, daß auch eine viel größere Zahl von Knaben und Mädchen die Fähigkeit erlangen, einem wissenschaftlichen Studium zu folgen oder sich sonstwie das Verständnis für abstrakte Probleme anzueignen.

Dabei geht es meines Erachtens nicht einmal in erster Linie um den beruflichen und volkswirtschaftlichen Nutzen. Die moderne Forschung ist ein großes, verlockendes Abenteuer, in das die Menschheit in unerhörtem Ausmaß eintritt, und zugleich ein begeisterndes Spiel. Die Welt der Relationen und Strukturen, die sich da eröffnet, kann so faszinierend sein wie jene der lebendigen Natur oder der Sprache. An diesem Abenteuer und an diesem Spiel kann aber heute der Primarlehrer seine Schüler ebenso teilnehmen lassen wie an der Erkenntnis des Verhaltens von Schlangen und Vögeln.

Die neue Situation verlangt nach neuen Methoden. Zunächst glaubten manche — insbesondere vom Nützlichkeitsgesichtspunkt her —, es sei vor allem wichtig, schneller vorwärts zu kommen, damit man entsprechend früher zur eigentlichen Mathematik gelangen könne. Die Verwendung neuer Rechenkästen zeitigte denn auch erstaunliche Ergebnisse. Mit der Methode Cuisenaire können viele Schüler schon in der zweiten, manche schon in der ersten Klasse richtig bruchrechnen lernen. Aber die Gefahr, daß der Schüler die Bedeutung der Zahlen, des Rechnens bei aller Fertigkeit im Grunde nicht begreift, wird bei solchem Vorgehen nicht behoben, sondern an sich noch verschärft. Die Rechenkästen erfordern, daß man die Grundlagen des Rechenunterrichts desto sorgfältiger und breiter legt; zweckmäßig im neuen Konzept integriert, sind sie dagegen umgekehrt sehr nützlich. Den Rechenkasten von Kern betrachte ich zum Beispiel als ein vorzügliches Hilfsmittel.

Die Rechentechnik muß besser eingeordnet werden ins Ganze des Wissens und Lernens. Das Rechnen erscheint dann nicht mehr bloß als eine bestenfalls nützliche Arbeit, sondern als Teil einer elementaren und faszinierenden menschlichen Ausdrucksmöglichkeit. Es ist nicht etwas, das beziehungslos neben den übrigen Schulfächern steht, sondern eine der verschiedenen Aussagearten der Sprache.

Der Mathematiker und Psychologe Z. P. Dienes, Professor an der Universität Sherbrook, Canada, hat auf Grund solcher Erkenntnisse eine grundlegende Umgestaltung des Rechenunterrichts gefordert und damit eine weltweite Bewegung ausgelöst. Er geht von einer Erkenntnis des

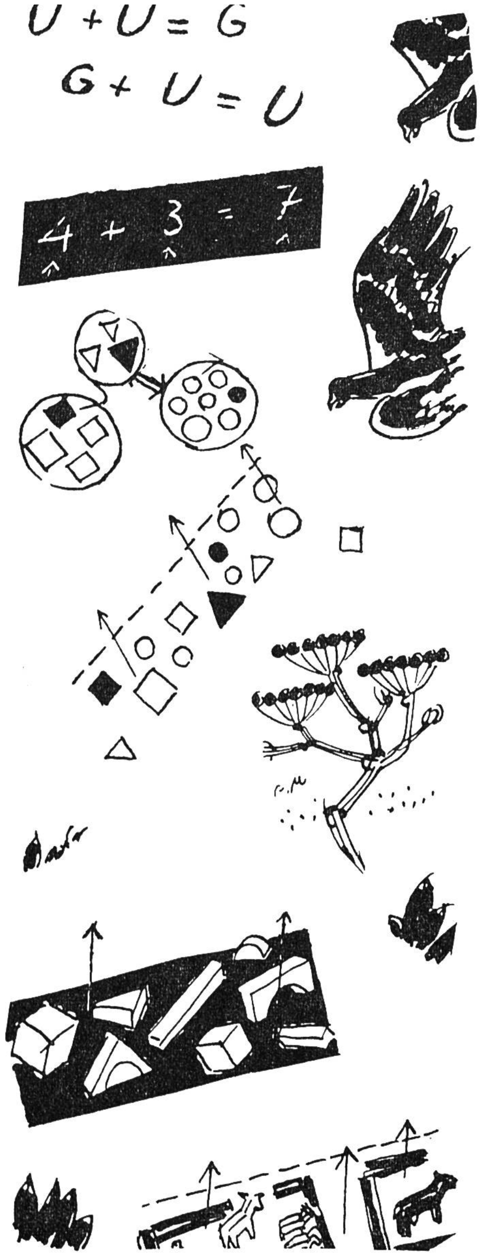


Illustration Fernand Monnier

Schweizer Pädagogen Jean Piaget aus. Dieser habe, so schreibt Dienes, «als erster erkannt, daß die Bildung eines Begriffes viel länger dauert, als man geglaubt hatte, und daß vieles getan werden muß, was scheinbar in keiner Beziehung zum Begriff steht, ehe man sieht, welche Richtung das Denken nimmt. Das bezieht sich auf die weitgehend unbewußte oder Spielphase, in der mit den Bestandteilen des Begriffs gespielt wird, lange bevor daran gedacht wird, daß diese Teile eines Tages helfen werden, die Vorgänge in der Welt auf brauchbare Weise zu ordnen. Das Baby spielt mit den Lauten und Silben lange bevor es eine Ahnung davon hat, daß diese Laute später die Bausteine der Sprache bilden. Ebenso spielt das Kind mit Klötzen oder andern Spielsachen, indem es sie in Mengen verschiedener Größe gruppiert, lange bevor es weiß, daß es mit den Bestandteilen für die späteren Zahl- und Raumbegriffe umgeht.»

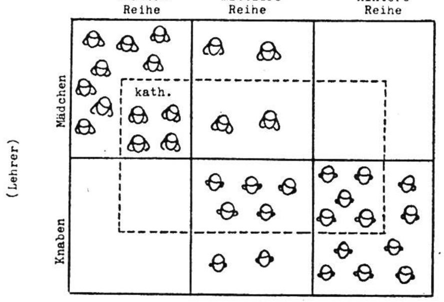
Das Fundament des Rechenunterrichts soll so sicher und breit angelegt sein, daß darauf nicht nur die später zu erlernende Rechentechnik, sondern auch das Begreifen der eigentlichen Mathematik aufgebaut werden kann. Heute betrachtet man die Zahl nicht mehr als jenes primitivste Grundelement, dessen Erfassen die Grundbedingung für die Entwicklung des mathematischen Denkens sei. Bevor man das Rechnen einführt, soll das logische Denken geschult werden. Das Kind muß sinnvoll unterscheiden, einteilen, klassifizieren lernen. Es kann so mathematische Grundoperationen ausführen und begreifen, ohne daß dabei irgend etwas zahlenmäßig beschrieben werden müßte. Gerade solche Operationen im «vorzahligen Bereich» tragen zu einem wesentlichen Teil dazu bei, echtes mathematisches Verständnis im Kind zu entwickeln, so daß es mathematische Strukturen in seiner Umwelt nicht nur dort entdeckt, wo es etwas zu zählen oder zu rechnen gibt.

Um zu erkennen, was eine Zahl eigentlich ist, bietet die Vorstellung der Menge eine bedeutende Hilfe. Wir reden von einer Menge Menschen, aber auch von einer Menge Wasser. Im zweiten Fall denken wir im allgemeinen Sprachgebrauch einfach an ein großes unbestimmtes Quantum des «Dinges» Wasser. Der erste Fall, die Menge Menschen, führt uns zum mathematischen Sinn dessen, was eine Menge ist: eine Ansammlung bestimmter Dinge, Lebewesen, Gedanken oder Ereignisse — also eine Ansammlung, deren Elemente eindeutig bestimmt sind.

Die Kinder sind schon sehr früh in der Lage, sich eine solche Vorstellung der Menge — also einen solchen Mengenbegriff — zu bilden. Von früher Kindheit an klassifizieren und vergleichen wir, ordnen im Raum die Dinge und in der Zeit die Ereignisse. Schon das kleine Kind weiß, wer zur eigenen Familie gehört. Es wacht sorgfältig über die Menge seiner Spielsachen, ohne sie zählen zu können, es ordnet beim Tischdecken jedem Teller einen Löffel zu und vollzieht dabei ganz unbewußt eine mathematische Tätigkeit, indem es eine Zuordnung eins zu eins ausführt.

In der Schule gilt es nun, diese Tätigkeit des Klassifizierens, des Vergleichens und der Reihenbildung weiter zu pflegen, Mathematik als Tätigkeit zu erleben. Gleich zu Beginn erleben die Erstklässler eine neue Menge, die für sie von besonderer Bedeutung ist: die Menge der Schüler der eigenen Klasse. Schon nach wenigen Tagen wissen sie, wer zu dieser Menge gehört und wer nicht. Durch die Zuordnung der Kinder zu ihren Plätzen können sie feststellen, ob alle da sind, ohne zu zählen. Die Begriffe «mehr als» «weniger als» bringen sie schon mit zur Schule.

An der Menge der Schüler im Schulzimmer können wir bereits das Einteilen — oder Klassifizieren — üben, Mengen nach verschiedenen Gesichtspunkten bilden. In einer gemischten Klasse unterscheiden wir zwischen der Menge — oder Klasse — der Knaben und jener der Mädchen. Nach der Sitzordnung teilen wir ein in die Mengen der ersten, zweiten und dritten Bankreihe. Wir können die bereits 7-jährigen von den Jüngeren, jene, die im einen Quartier wohnen, von denen, die in anderen zuhause sind, nach dem Religionsunterricht die evangelischen und die katholischen Kinder unterscheiden.



Zeichnung 1

Solche Einteilungen können wir auch schon mit Hilfe einer schematischen Darstellung an der Wandtafel festhalten (Zeichnung 1 — was hier in Maschinenschrift angedeutet ist, sind mündliche Erklärungen für die Schüler, die ja noch nicht lesen können). Das ergibt ein Diagramm — und dieses heute in vielen Lebensbereichen unentbehrliche Hilfsmittel lernen die Schüler an solchen ganz einfachen Beispielen auch früh verstehen und anwenden.

Daraufhin können wir auf kompliziertere Art Mengen ausscheiden, zum Beispiel: In zwei sich überschneidende Kreise zeichnen wir einerseits alle Mädchen, anderseits alle Brillenträger und -trägerinnen ein. Die letzteren befinden sich dann in dem von beiden Kreisen umfaßten Ort, während die Knaben ohne Brille in der Skizze überhaupt fehlen. Das entspricht bereits der Bildung einer konjunktiven Menge.

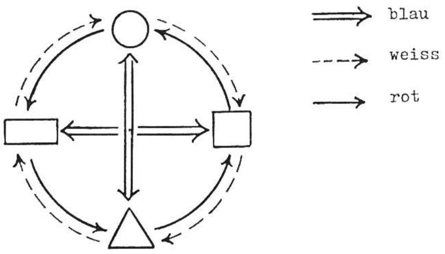
Selbstverständlich müssen die Kinder dabei nicht solche Fremdwörter und komplizierte Bezeichnungen der Mathematik lernen. Es geht vorerst nur darum, daß sie unter Anleitung des Lehrers die Fähigkeit zum Einteilen und Abstrahieren ausbilden, die auch den mathematischen Begriffen zugrunde liegt.

Mit einem der Zeichnung 1 entsprechenden Diagramm können wir später nach Gesichtspunkten der Grammatik Hauptwörter ordnen. Die Schüler schauen sich Zeichnungen an, auf denen Personen, Tiere und Dinge abgebildet sind. Sie erkennen deren gemeinsames Merkmal: «Sie kommen im ‚Schneewittchen' vor.» Nun darf jeder Schüler die entsprechenden Benennungen in das Diagramm (Zeichnung 2)

	der	die	das ....
lebendig	der Zwerg der Jäger der König	die Königin die Hochzeit die Taube	das Reh
	Wörter mit Mitlautverdoppelung	die Tanne	das Schneewittchen
nicht lebendig	der Kamm der Teller		das Messer das Schloss das Bett
	der Apfel der Spiegel der Gürtel		das Fenster

Zeichnung 2

eintragen. Solche Übungen dienen der Denkschulung im allgemeinen und sind



Zeichnung 3

zugleich Vorbereitungen des grammatikalischen Denkens. Sie unterstützen auch das Rechtschreiben, denn dieses setzt die Fähigkeit des Klassifizierens voraus.

Wenn wir gelernt haben, die Dinge nach ihren Eigenschaften zu klassifizieren, das heißt daraus Mengen zu bilden, können wir nun diese Mengen ihrerseits nach ihren Eigenschaften ordnen. Eine Eigenschaft jeder Menge ist die Anzahl der Gegenstände, Lebewesen usw., aus denen sie besteht. Das drückt die Zahl aus. Indem wir Klassen von Mengen bilden, stoßen wir ins Reich der Zahlen vor. Die weiteren Abstraktionsstufen bilden später die Algebra, die sich mit Klassen von Zahlen befaßt, und dann das Reich der mathematischen Strukturen.

Solches Aufsteigen von einer Abstraktionsstufe zur anderen läßt sich auch in der uns vertrauten Sprache der Grammatik aufzeigen: «Die Quadrate bilden eine Menge. Diese Menge hat 4 Elemente. Die Zahl 4 ist ohne Rest durch 2 teilbar. Zahlen, die ohne Rest durch 2 teilbar sind, bilden eine 2er-Reihe. Usw.» Prädikate werden Subjekte für andere Prädikate, die ihrerseits wieder Subjekte werden, wie Z. P. Dienes bemerkt.

Das Kind sollte die mathematischen Abstraktionsstufen lückenlos durchlaufen. Die erste, jene der Mengen, die bisher ganz außer acht gelassen wurde, ist besonders wichtig, damit die Zahl dem Kind als eine Eigenschaft der Menge bewußt wird. Das heißt keineswegs, daß wir ihm die ganze wissenschaftliche Mengenlehre in kindlicher Art, sozusagen in Taschenformat, beibringen. Aber wir schaffen für das Kind Möglichkeiten, mit Mengen zu spielen, Mengen zu bilden, zu vereinigen.

Auf jeder Stufe soll das Kind auf die nächsten Stufen vorbereitet werden. Noch im vorzahligen Bereich liegt auch folgendes Spiel: Wir zeichnen auf den Boden vier Städte (Zeichnung 3). Diese sind übers Kreuz durch Autobahnen, im Uhrzeiger- und im Gegenuhrzeigersinn durch Einbahnen verbunden. In einer Stadt stellen sich zwei Kinder auf. Das erste soll zwei Bewegungen ausführen, das zweite soll es mit einer einzigen einholen, wobei «nichts tun» auch als eine Bewegung gilt. Die Kinder merken bald: zwei Bewegungen und eine dritte entsprechen einander stets. Wenn wir für diese Bewegungen Buchstaben in ein Diagramm einzeichnen, erhält das Kind bereits unausgesprochen eine Ahnung einer komplizierten mathematischen Struktur.

Bewußt können wir erstmals in das Reich der Strukturen gelangen, indem wir nach Eigenschaften Ausschau halten, die den Klassen von Zahlen anhaften. Schon ein Zweitklässler kann die Gesetzmäßigkeit, die bei der Addition von geraden (G) und ungeraden Zahlen (U) besteht, herausfinden: $G+U=U$, $G+G=G$, $U+G=U$, $U+U=G$.

Wiederum mit einem Spiel kann man die Kinder auf das spätere Erfassen des Begriffs der mathematischen Operation vorbereiten. Sie dürfen eine Maschine darstellen. Eines verschiebt sechs Klötze von einem Feld auf ein anderes, wo das zweite Kind zwei Klötze hinzutut, und dann auf ein drittes Feld, wo ein drittes Kind drei wegnimmt. Was übrig bleibt, wird auf einem vierten Feld gezählt. Die Kinder merken bald, daß die beiden mittleren Operationen zu einer einzigen (einen Klotz wegnehmen) zusammengezogen werden können.

Dem Kind muß der Umweg über vorläufige, später wieder aufzugebende Begriffe erspart bleiben. Die dargelegten Methoden wollen diese Forderung erfüllen und lassen zugleich das Kind Mathematik als beglückende Tätigkeit erleben. ■