

**Zeitschrift:** Schweizerische pädagogische Zeitschrift  
**Band:** 7 (1897)  
**Heft:** 6

**Artikel:** Zählen und Rechnen  
**Autor:** Rüefli, J.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-789034>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Zählen und Rechnen.

Von J. Rüefli, Seminarlehrer in Bern.

Der Rechenmethodiker Knilling arbeitet seit bald anderthalb Jahrzehnten sehr entschieden für eine nach seiner Meinung dringend notwendige Reform des elementaren Rechenunterrichtes. Dabei ist charakteristisch, dass er in Dingen, die man sonst fast allgemein für sehr einfach und selbstverständlich hält, tiefsinnige Probleme findet, deren endgültige und erschöpfende, bisher von den grössten Denkern erfolglos angestrebte Lösung er als seinen reformatorischen Beruf betrachtet. In dieser „tollkühnen“ Zuversicht, in dieser masslosen Überschätzung seiner Reformarbeit ist er durch die Tatsache, dass „ein in höchst wichtiger Stellung stehender Schulmann“ ihn als den „Rechenmeister der Zukunft“ preist, natürlich noch bestärkt worden. So betrachtet er z. B. auch seine Auffassung über das Wesen und die Aufgabe des Zählens und des Rechnens als eine gleichzeitig von ihm und von Tanck „entdeckte“, höchst wichtige fundamentale Wahrheit. Ich werde aber den Nachweis erbringen, dass es sich hier gar nicht um eine neu entdeckte Wahrheit, sondern um einen verknöcherten Irrtum handelt, der schon ein respektables Alter hat. Um aber dem Leser eine ausreichend sichere Grundlage für das Verständnis meiner Kritik zu bieten, führe ich zunächst aus dem neuesten Werke Knillings „Die naturgemässe Methode des Rechenunterrichtes“ (München, R. Oldenbourg, 1897), einige charakteristische Stellen an. Knilling sagt (Seite 212 u. f.):

„Nach meiner gegenwärtigen Überzeugung, die sich mir erst im Laufe der letzten Jahre herausgebildet hat, muss das Zählen als ein Messen definirt werden und zwar als ein Messen der realen Zahl mittels einer bestimmten, objektiv gegebenen Reihe von Dingen oder Namen; auf der erstern Möglichkeit beruht das Fingerzählen, die letztere dagegen liegt unserer heutigen Form des Zählens, nämlich dem Zählen mit Worten oder Namen, zu grunde. — Alles Messen bedarf irgendwelcher natürlicher oder künstlicher Masstäbe. Diese Masstäbe aber müssen etwas Wirkliches, Reales sein. — Alles Messen bedarf sodann eines Gegenstandes, an welchem es sich zu betätigen vermag. Und zwar muss dieser Gegenstand wiederum in der Aussenwelt, also objektiv, wirklich, real

gegeben sein. — Alles Messen kann sich ferner nur in einem sinnlichen Akte, in einem physischen Vorgange vollziehen; alles Messen ist ein Tun, Handeln, Operiren und Manipuliren mit und an den Dingen.“

„Auch das Zählen ist . . . . ein Tun mit und an den Dingen, ein sinnlicher Akt, ein physischer Vorgang. Auch hier ist die zu messende Grösse sowohl wie der Masstab, den wir unserem Messen zu grunde legen, etwas Ansichseiendes, Wirkliches, Objektives, Reales, und auch hier sind wir, um zu wertvollen Ergebnissen zu gelangen, zur Vollziehung eines sinnlichen Aktes, eines physischen Vorganges gezwungen. Beim Fingerzählen müssen wir für jedes der zu zählenden Objekte einen Finger ausstrecken oder berühren; beim Zählen in Worten dagegen müssen wir zunächst ein einzelnes Ding hervorholen und anfassen, dem ein zweites, drittes u. s. w. hinzufügen und so die Zahl erst entstehen lassen; zu diesem Behufe müssen wir die einzelnen Einheiten (Dinge, Objekte) verrücken, oder wir müssen unsern Standpunkt verlassen und längs derselben hingehen, oder wir müssen zum mindesten das Auge von einem zum anderen bewegen. Das alles aber ist ein Tun, Handeln, Operiren und Manipuliren mit und an den Dingen, das alles ist ein sinnlicher Akt, ein physischer Vorgang.“

Knilling nimmt drei geschichtliche Entwicklungsstufen des Zählens an, nämlich das Zählen nach dem Augenmass, das Fingerzählen und das Zählen in Worten. Über das letztere und seine Stellung zum Rechnen sagt er:

„Das für das Zählen Entscheidende und allein Wertvolle liegt in der Zahlbezeichnung. Ich gebe jeder Ansammlung, von eins angefangen, einen besonderen Namen, ich präge mir die Reihenfolge dieser Namen ein und setze mich dadurch erst in den Stand, mit Nutzen zu zählen, eine abgezählte Zahl später als dieselbe wieder zu erkennen, sowie von jeder anderen zu unterscheiden. Ist einmal die Reihe der Zahlenamen dem Gedächtnis unverlierbar einverleibt, so macht sich das Zählen von selbst. Man braucht, wenn die Anzahl irgend welcher gegebenen Dinge ermittelt werden soll, nur seine Zunge laufen zu lassen und beim Aussprechen der einzelnen Wörter einen Gegenstand nach dem andern mit der Hand zu berühren (resp. zu verschieben) oder mit dem Auge zu verfolgen. Ist man am Ende der Reihe angelangt, d. h. hat man keinen Gegenstand mehr zu verrücken, zu betasten und dgl., so gebietet man seiner Zunge Stillstand. Das zuletzt gesprochene Wort ist dann der Name für die vorhandene Anzahl.“

„Das Zählen ist im letzten Grunde ein Erfahren, und die Zahlenamen stehen nicht für unsere rohen, verschwommenen Vorstellungen, sondern



für die an sich seienden Grössenunterschiede, welche wir nicht mit dem blossen Auge zu erfassen, sondern uns eben nur durch Zählen zu erschliessen vermögen. Unsere Zahlbezeichnungen (Namen und Ziffern) sind ungleich genauer als unsere Zahlvorstellungen. — Unser Zählen führt nur zu bestimmten Zahlbezeichnungen und zu nichts weiter. Blosser Wortklänge, Namen sind sein Ergebnis.“

„Um rechnen zu können, müssen ganze Reihen von Sätzchen durch Zählen bereits gefunden und sodann dem Gedächtnis unverlierbar eingepägt sein. Diese Sätzchen bilden das Werkzeug, mit welchem das Rechnen operirt; würden sie mangeln, so wäre das Rechnen unmöglich. — Aber wenn auch das Rechnen auf das Zählen gepropft erscheint, so ist es doch von letzterem wieder wesentlich verschieden. Das Rechnen ist ein Lösungsverfahren für sich. Es führt zum Ziele durch Anwendung von Hilfsmitteln, welche nur ihm allein und nicht etwa auch dem Zählen eigentümlich sind. Darum muss es auch als ein Irrtum bezeichnet werden, wenn so mancher unserer neueren Rechenmethodiker das Rechnen als ein Zählen erklärt.“

„Welches sind nun die dem Rechnen allein eigentümlichen und vom Zählen wesentlich verschiedenen Lösungsverfahren?“

„Antwort. Folgende zwei: erstens Ableitung der einen Rechenart oder Rechenform aus der andern, also z. B. des Dividirens aus dem Multiplizieren, des Multiplizirens aus dem Addiren etc., und zweitens Bildung von Rechenergebnissen durch dekadische oder dezimale Zerfällung der Zahlen in Einer, Zehner, Hunderter, Tausender etc., beziehungsweise in Ganze, Zehntel, Hundertstel, Tausendstel etc., und der gleichzeitigen oder unmittelbar nachfolgenden Übertragung und Anwendung des sogenannten kleinen Einmaleins auf die eben genannten dekadischen oder dezimalen Bestandstücke.“

„Das Zählen kann sich nur an Sinnendingen mit Erfolg betätigen. Ein rein innerliches oder geistiges Zählen, ein Zählen ohne jede sinnliche Grundlage oder Handhabe, ein Zählen im blossen Vorstellen gibt es nicht. Das Rechnen dagegen bedarf keiner solchen Handhabe, es vollzieht sich sogar in der Regel bei Abwesenheit jeder sinnlichen Wahrnehmung oder Anschauung und schreitet lediglich fort am Leitfaden der abstrakten Zahlenamen und Ziffern.“

„Das Zählen hat ein enges Gebiet. Billionen z. B. können nicht mehr wirklich abgezählt werden. Dem Rechnen aber sind keine Schranken gesetzt. Es vermag seinen Zahlenraum beliebig zu erweitern, ja ins Unendliche auszudehnen.“



„Das Zählen ist ein ziemlich einfacher Vorgang. Das Rechnen erscheint, damit verglichen, als kompliziert. Es setzt sich aus mindestens zwei, oft aber auch aus drei, vier und noch mehr grundverschiedenen Operationen zusammen.“

„Das Zählen ist etwas Mechanisches, es fällt jedem Kinde, und wenn es selbst zu den Blöden und Geistesschwachen gehören sollte, leicht und kann sogar, wie die Drehscheiben in unsern Ausstellungsgebäuden, die Schrittmesser u. s. w. beweisen, von Maschinen besorgt werden. Das Rechnen dagegen erfordert gesunde Verstandeskräfte, da es nur auf grund eines vorausgegangenen Urteilens und Schliessens möglich ist. Aus diesem Grunde kann es auch nur von normal beanlagten Menschen, doch nimmermehr von einem ausgesprochenen Dummkopf oder Troddel erlernt werden.“

„Das Zählen mag man als Mechanismus betrachten; . . . das Rechnen dagegen ist und bleibt reine Verstandessache; wer dasselbe als Mechanismus erklärt, ist in einem groben Irrtum befangen.“

So weit Knilling. Die Hauptgedanken seiner Auffassung hat er schon in seiner „Reform des Rechenunterrichtes“ (München, Ackermann, 1884 u. 1886), freilich in sehr unklarer und widerspruchsvoller Weise, zu begründen gesucht. In meinem Büchlein: „Pestalozzis rechenmethodische Grundsätze im Lichte der Kritik.“ (Bern, Schmid, Francke & Co., 1890) habe ich insbesondere auch seine Ansichten über das Wesen des Zählens und des Rechnens einer gründlichen Prüfung unterworfen. Ich habe auch dort, um dem Leser ein unbefangenes, objektives Urteil zu ermöglichen, Knillings Auffassung durch eine sorgfältige Auswahl charakteristischer Stellen aus seinem Werke vollständig dargelegt, in alle ihre Konsequenzen verfolgt und ihre klaffenden Widersprüche aufgedeckt. Knilling hat aus meinen Untersuchungen sehen können, dass ich zu den Fachmännern gehöre, welche die wenig dankbare Arbeit einer gründlichen Prüfung seines Werkes durchgeführt haben, ohne sich durch seine keck hingeworfenen Behauptungen verblüffen zu lassen. Ich hätte also erwarten dürfen, er werde es als seine selbstverständliche Aufgabe betrachten, entweder meine Kritik zu widerlegen, oder dann ihre Berechtigung und Folgerichtigkeit rückhaltslos anzuerkennen. Keines von beiden hat er getan. Zwar ist meine scharfe Beurteilung seiner Rechenreform nicht spurlos an ihm vorübergegangen. Er sagt ja im Vorwort zu seinem neuen Werke, er habe seither gar manche tollkühne Behauptung als irrtümlich oder einseitig erkannt und aufgegeben. Aber meine Untersuchungen werden von ihm nur beiläufig in ziemlich geringschätziger Weise gestreift, wobei er die gleiche Sophistik und Verdrehungsmanier anwendet, durch welche er in seinem Erstlingswerke Pestalozzi herunterzumachen

suchte. Einer gründlichen und objektiven Auseinandersetzung mit meiner Kritik aber ist er auch in seinem neuen Werke sorgfältig ausgewichen. Doch nun zur Sache!

Bei jeder Zahlauffassung handelt es sich offenbar darum, Mengeverhältnisse, Vielheitsgrade, oder, wie Pestalozzi sagt, die in den Dingen enthaltenen Verhältnisse des „Mehr oder Minders“ zu ermitteln. Auch Knilling stimmt dieser Auffassung bei. Er bezeichnet (Seite 34) die Zahl als das „Mengeverhältnis des Vereinzeltseins“. Ebenso sagt er (Seite 140), zur genauen Zahlenkenntnis sei erforderlich, dass der individuelle „Grad der Vielheit“ erfasst werde. Dies kann aber auch nach Knillings Auffassung nur dadurch geschehen, dass man die Mengen oder Grössen vergleicht, d. h. dadurch, dass man sie misst. So erklärt er denn auch das Zählen als ein Messen. Nun ist aber jede Vergleichung ein Denkakt, und somit muss dieser Charakter auch dem Zählen zukommen. Das blosses Anschauen und das sinnliche Tun mit und an den Dingen sind noch lange keine Vergleichung, kein Messen, kein Zählen. Um konsequent zu sein, müsste auch Knilling dies zugeben. Denn er sagt (Seite 64), auch die Auffassung der natürlichen Zahlen könne nur dadurch zu stande kommen, dass die Seele die empfangenen Eindrücke vergleiche und unterscheide, trenne und verbinde. Ebenso erklärt er (Seite 37), als Objektbegriff werde die Zahl durch Analyse gewonnen. Das einzelne Ding müsse aus dem Komplex unserer Empfindungen und Wahrnehmungen herausgehoben werden, damit es uns als ein Besonderes klar und deutlich zum Bewusstsein komme. Als Beziehungsbegriff dagegen erfordere die Zahl eine verbindende Tätigkeit unserer Seele, eine psychische Synthese. So sei also die Zahl das Erzeugnis der Analyse und der nachfolgenden Synthese. Diese Behauptungen sind zwar grundfalsch; denn auch nach Knillings Auffassung sind ja die Zahlen nicht Begriffe, nicht Erzeugnisse des Denkens, sondern reale Mengeverhältnisse, welche durch die Tätigkeit unseres Denkens aufgefasst, aber nicht erzeugt werden. Es liegt aber dieser Erklärung doch immerhin die richtige Einsicht zu grunde, dass wir nur durch die Betätigung der beiden Hauptformen unseres Denkens und keineswegs schon durch sinnliches Tun oder blosses Anschauen zur Erfassung der Zahlen gelangen.

Damit ist also Knillings Ansicht über das Wesen des Zählens in bündiger Kürze widerlegt, und zwar durch seine eigenen Feststellungen. So leicht macht er aber dem Kritiker die Arbeit doch nicht. Denn an anderen Stellen gelingt es ihm dann wiederum glücklich und mühelos, mit geradezu klassischer Unbefangenheit entgegengesetzte Behauptungen hinzustellen. So sagt er (Seite 331), eine eigentliche Verstandesbetätigung



finde beim Messen nicht statt, es sei weiter nichts als ein sinnliches Operiren mit körperlichen Masstäben. Ebenso entschieden erklärt er in den angeführten Stellen, das Zählen sei ein sinnlicher Akt, ein physischer Vorgang, ein Mechanismus, welcher sogar von Maschinen besorgt werden könne. Diesem Gewebe von Widersprüchen gegenüber stellt sich also die Notwendigkeit heraus, durch gründliche Untersuchung das wahre Wesen der Zahlauffassung ins Licht zu setzen.

Wenn es möglich sein soll, Dinge zu zählen, so muss man sie deutlich voneinander unterscheiden können. Es müssen also entweder Dinge sein, welche wirklich getrennt sind, oder dann, wie die in lückenlosem Zusammenhang stehenden Teile kontinuierlicher Grössen, doch voneinander abgegrenzt, unterschieden werden können. Dass im letzteren Falle die Vielheit keine wirkliche, sondern nur eine ideelle sei, vermag ich nicht einzusehen. Wo keine Vielheit wirklich besteht, wo also keine unterscheidbaren Teile vorhanden sind, da kann auch unser Geist keine unterscheiden. Wo aber abgrenzbare Teile vorhanden sind, da ist auch die Vielheit eine wirkliche. An dieser Tatsache wird durch den Umstand, dass im einen Falle die Teile durch anderartiges voneinander getrennt sind, im andern aber eine lückenlose Folge bilden, nicht das Geringste geändert. Die bewusste Unterscheidung der Einzeldinge ist aber kein physischer Vorgang und auch kein blosses Anschauen, sondern eine Funktion des analysirenden Denkens. Schon die allererste Vorbedingung des Zählens, die Unterscheidung der zu zählenden Dinge, geht also über die physischen Vorgänge und die blosser Anschauung hinaus und erfordert eine Mitbetheiligung des Denkens.

Alles, was unser Denken auf grund der Anschauung, des Vorstellens und des Denkens zu unterscheiden vermag, ist zählbar. Da wir aber beim Zählen bestimmte Zwecke verfolgen, so müssen wir wissen, was für unterscheidbare Einzeldinge wir zu zählen haben. Dies sagt uns wiederum nicht die blosser Anschauung, sondern das abstrahirende Denken, welches die Dinge mit Rücksicht auf gemeinsame Merkmale unter einen Begriff bringt, indem es von den nicht gemeinsamen Merkmalen absieht. Aber wir sehen doch auf den ersten Blick: Dies ist ein Baum. Nein, das sehen wir nicht, sondern wir urtheilen auf grund der Anschauung, dass es ein Baum sei. Die häufige Wiederholung hat uns eben dazu geführt, dass sich dieses Urtheil bei jeder entsprechenden Anschauung mit grösster Leichtigkeit sofort vollzieht, so dass eine blosser Anschauung vorzuliegen scheint.

Damit sind aber nur die Vorbedingungen zum Zählen gegeben. Wir wollen nicht nur wissen, was für Dinge wir vor uns haben, sondern wie viele es sind. Das Denken geht nun in der Abstraktion noch einen Schritt weiter, indem es jedes der zu zählenden Dinge als ein Ding der betreffenden Art auffasst, also aus dem Komplex der Dingmerkmale herauslöst, was wir mit dem Worte „eins“ bezeichnen. Aber bedarf es dazu wirklich des Denkens? Sehe ich denn nicht auf den ersten Blick, dass ein vor meinen Augen stehender Baum ein Baum ist? Nein, auch das sehe ich nicht, sondern ich finde es durch ein Urteil auf grund der Anschauung. Dass es wirklich so und nicht anders ist, zeigt auch die Entwicklung der kindlichen Intelligenz. Es gibt eine Periode, in welcher das Kind schon ziemlich klare und deutliche Anschauungen und Vorstellungen von den Dingen der Aussenwelt besitzt. Es sieht einen Gegenstand und kann sich denselben nachher auch vorstellen; dass es aber ein Gegenstand sei, dafür hat es noch gar kein Verständnis. Mit den ersten klaren und deutlichen Vorstellungen einzelner Dinge gelangt das Kind noch gar nicht dazu, jedes derselben als ein Ding aufzufassen. In Wirklichkeit tritt diese Auffassung erst dann ein, nachdem das Kind schon angefangen hat, Mengen zu vergleichen, also das Mehr oder Weniger zu beurteilen. Von da an ist dann mit jeder Anschauung die denkend vollzogene Auffassung des angeschauten Gegenstandes als Einheit so innig und untrennbar verbunden, dass nur ein psychischer Akt, und zwar nur ein Anschauungsakt vorzuliegen scheint.

Auch der weitere Verlauf der Zahlauffassung qualifiziert sich als Tätigkeit des Denkens, als Zahlsynthese. Man fügt zu einem Ding ein anderes Ding der gleichen Art als „noch ein Ding“ hinzu und erfasst so den Vielheitsgrad „eins und eins“, für welchen man kürzshalber die Bezeichnung „zwei“ einführt. Fügt man zu den nun vorhandenen Dingen noch ein weiteres hinzu, so gelangt man dadurch zur Auffassung des Vielheitsgrades „eins und eins und eins“ oder „zwei und eins“, welchen man kürzer mit „drei“ bezeichnet u. s. w. Durch dieses für alle Zahlen geltende Gesetz der sukzessiven Zunahme um je eine Einheit findet jede Zahl im Anschlusse an die zunächst vorhergehende ihre deutliche, scharfe, durchsichtig klare Definition.

In solcher Weise haben unsere Vorfahren in den Anfängen der Geschichte nach Massgabe der Entwicklung ihres Denkens nach und nach die Zahlbegriffe 1, 2, 3, 4 auffassen, beherrschen und anwenden gelernt. Eine ähnliche Entwicklung können wir auch bei unsern Kindern wahrnehmen. Ich hatte Gelegenheit, ein sehr gut beanlagtes Mädchen im



Alter von  $1\frac{1}{2}$  Jahren bis zu 3 Jahren in seinem zahlauffassenden Denken zu beobachten. Das Kind erwarb zuerst die Vorstellungen „viel“ und „nicht viel“ „mehr“ und „weniger“. Wurde ihm beim Essen geboten, was ihm wohl schmeckte, so bat es: „No meh!“ War das Gegenteil der Fall, so sagte es bittend: „Nit so viel!“ Zu dieser Zeit kannte es schon einige Zahlnamen, warf sie aber ohne Verständnis regellos durcheinander. Als das Kind einmal mit seiner Puppe spielte, fragte ich: Nicht wahr, Anneli, du hast viel „Bäbi“? Es antwortete: Nein, nur eins. Nun hatte es also den Zahlbegriff „eins“ erfasst und dessen Benennung richtig anwenden gelernt. Als es nach einiger Zeit noch eine zweite Puppe erhalten hatte und mit beiden spielte, machte es mir hochofrenut die Mitteilung: Schau, noch ein „Bäbi“! Nun war es zur Erfassung des Zahlbegriffes „eins und eins“ gelangt, wusste aber das Wort „zwei“, trotzdem es dasselbe kannte, nicht damit zu verbinden. Nach einiger Zeit kam es vor, dass das Kind beim Essen ein auf seinem Teller liegendes Stücklein Fleisch mit den Händen in zwei Stücklein zerpfückte und ausrief: „Eh! 'weu Feisch!“ Ungefähr um die gleiche Zeit trug ich es einmal auf dem Arm, und es schaute mir fröhlich plaudernd ins Gesicht. Plötzlich stutzte es und rief überrascht: „Eh! 'weu Anneli!“ Es sah nämlich in jedem meiner Augen sein Bild. Nun hatte es auch das Zahlwort „zwei“ sinngemäss anwenden gelernt. Als es  $2\frac{1}{2}$  Jahre alt war, hörte ich es einmal sagen: „Zweu Blümeli! no eis Blümeli!“ und mit 3 Jahren verstand es auch den Ausdruck „drei“ richtig zu verwenden.

Wenn es sich also um die Frage handelt, in welcher Weise das Zählen im elementaren Rechenunterricht zu behandeln sei, so kann dabei das übliche, gewohnheitsmässig mechanisch gewordene Zählen nicht massgebend sein. Man muss es vielmehr, wenn man naturgemäss verfahren will, bis in seine Elemente zurückverfolgen, wobei man notwendig auf Pestalozzis Urform des Zählens „eins“, „eins und eins“, „eins und eins und eins“ u. s. w. geführt wird. Wenn man aber das Zählen nach Knillings Vorschlag von Anfang an in der Weise betreibt, dass man mechanisch die in einer Menge enthaltenen Dinge durchläuft und dabei eben so mechanisch die Zahlnamen ausspricht, ohne dass das Kind ihre Bedeutung verstehen lernt, so ist dieses Verfahren gar kein naturgemässes, es ist im Gegenteil eine methodische Verkehrtheit.

Das übliche Zählen hat ganz ohne Zweifel etwas Mechanisches an sich. Welche Bedeutung und Berechtigung aber diesem Mechanismus zukommt, soll nun untersucht werden.

Wenn die in zwei Mengen enthaltenen Dinge einander so zugeordnet werden können, dass mit jedem Ding der einen Menge ein Ding der

anderen verbunden wird und zuletzt weder von der einen noch von der andern Menge Dinge übrigbleiben, so hat man die axiomatische Gewissheit, dass beide Mengen gleich viel Dinge enthalten. Es ist dies eine längst bekannte Tatsache, welche z. B. schon von Hume als charakteristisch betont worden ist. Wenn man, wie es von Schröder in seinem „Lehrbuch der Arithmetik und Algebra“ (Leipzig, Teubner, 1873) durchgeführt wird, jedes der zu zählenden Dinge durch einen Strich abbildet, so hat man nach dem Durchlaufen der ganzen Menge so viele Striche gemacht, als die Menge Dinge enthält. Schröder definirt die Gesamtheit der gezeichneten Striche als die „natürliche Zahl“, von welcher er sagt, sie diene als Masstab für die „Häufigkeit“ der Dinge. Wenn man aber einen derartigen Masstab bei der Zahlermittlung benutzt, so gelangt man nur zu dem Resultat, dass zwei Mengen gleich viel Dinge enthalten; wie viele es aber sind, weiss man damit noch gar nicht. Soll also bei solcher Zahlermittlung etwas Erspriessliches herauskommen, so müssen die Zahlen in einem entsprechenden Umfange schon aufgefasst worden sein. Man muss den Vielheitsgrad, welcher im Masstab verkörpert ist, denkend beherrschen können; der Masstab muss vorher schon ein für allemal abgezählt worden sein.

Versetzen wir uns nun einmal in Gedanken auf jene Entwicklungsstufe, auf welcher unsere Vorfahren die Zahlbegriffe 1, 2, 3, 4 schon sicher geistig beherrschen gelernt hatten. Es ist eine bekannte Tatsache, dass normal beanlagte Menschen, nicht etwa durch sinnliches Tun mit und an den Dingen und auch nicht durch blosse Anschauung, sondern durch die Tätigkeit des Denkens in der Beherrschung dieser ersten Zahlen zu solcher Sicherheit gelangen, dass sie 1, 2, 3, 4 Dinge mit „einem Blick“ in ihrem bestimmten Vielheitsgrade zu erfassen vermögen. Geht es über 4 hinaus, so sind weitere Hilfsmittel erforderlich. Als sich nun unsere Vorfahren vor die Aufgabe gestellt fanden, auch grössere Zahlen nicht nur mechanisch zu fixiren, sondern denkend zu beurteilen, so bot sich ihnen als handlicher, leicht verständlicher Masstab für die Zahl „fünf“ die Hand mit ihren fünf Fingern dar. Um sich aber auch über fünf hinausgehende Zahlen klar vergegenwärtigen zu können, blieb ihnen nichts anderes übrig, als die „Hand“, die Verkörperung der Zahl „fünf“ als Kollektiveinheit aufzufassen und die Zählung wieder von vorn zu beginnen. Für „sechs“ sagten sie also „eins von der andern Hand“, d. h. „fünf und eins“, für „sieben“ aber „zwei von der andern Hand“, d. h. „fünf und zwei“ u. s. w. Sie dachten sich also die über fünf hinausgehenden Zahlen als Summen kleinerer Zahlbestandteile, welche sie sich klar vergegenwärtigen konnten. Dadurch war das Fünfersystem ge-



schaffen. Andere Volksstämme gelangten in gleicher Weise zum Zehnersystem, entsprechend den zehn Fingern an den beiden Händen, und noch andere zum Zwanzigersystem nach den 20 Fingern und Zehen an Händen und Füßen. Im Kampfe ums Dasein hat das Zehnersystem die beiden anderen allmählig verdrängt.

Die Anwendung der Hand mit ihren Fingern als Masstab für die Zahlermittlung bot nun aber zwei Vorteile, welche man sorgfältig auseinander halten muss. Man konnte nämlich erstens bei der Abzählung einer Menge durch eindeutige Zuordnung der Finger nach dem Prinzip der Gleichzahligkeit mechanisch konstatieren, dass gleich viel Dinge vorhanden seien, als man Finger verwendet hatte. Um aber zugleich auch denkend zu erfassen, wie viel Dinge es seien, hatte man zweitens eine anschauliche Grundlage gewonnen, welche es möglich machte, grössere Zahlen als Summen kleiner Zahlbestandteile zu denken.

Ganz anders ist es beim Zählen in Worten, wenn es konsequent nach Knillings Vorschlag betrieben wird. Das Zählen besteht dann lediglich im mechanischen Durchlaufen der in einer Menge enthaltenen Dinge und im eben so mechanischen Aussprechen der Zahlenamen. Man richtet die Aufmerksamkeit der Reihe nach auf jedes der zu zählenden Dinge und ordnet jedem einen Zahlenamen zu. Dann hat man allerdings nach dem Durchlaufen der ganzen Menge die Gewissheit, dass diese Menge gerade so viele Dinge enthält, als man Zahlenamen ausgesprochen hat. In diesem Sinne also kann die feststehende Reihe der Zahlenamen als Masstab für die Zahl der Dinge dienen. Um in solcher Weise 20 Fr. richtig herauszubekommen, braucht man nur ein Frankenstück nach dem andern aufzulegen und jedem den entsprechenden Zahlenamen zuzuordnen. Nachdem man den Zahlenamen „zwanzig“ ausgesprochen hat, bricht man ab und darf sicher sein, dass man die richtige Menge von Franken vor sich hat. Aber ich muss es auch hier nochmals betonen, man weiss dann nicht, wie viele Franken es sind; man versteht den Vielheitsgrad der abgezählten Menge nicht denkend zu beherrschen, wenn man nicht trotz dieses mechanischen Verfahrens zur Auffassung der betreffenden Zahl gelangt ist. Die ganze Einseitigkeit und Unzulänglichkeit des von Knilling empfohlenen Zählverfahrens besteht eben darin, dass es nur auf den ersten der oben angeführten Vorteile zugeschnitten ist und den zweiten ignorirt. Knillings Zahlenamen sind bedeutungslose Zeichen; jeder derselben hat lediglich die Aufgabe, eines der zu zählenden Dinge als Einheit zu vertreten. Es ist also einleuchtend, dass sein Zählverfahren keines Zahlensystems bedarf; denn es handelt sich ja bei demselben nur um die mechanische Feststellung

der Gleichzähligkeit zweier Mengen, aber nicht um die begriffliche Erfassung ihres Vielheitsgrades. Diesem letzteren Zwecke aber dient das Zahlensystem mit seiner gesetzmässigen Reihe von Zahlenamen, von welchen jeder, mit einziger Ausnahme des Wortes „eins“, nicht nur ein Ding der Menge, sondern eine Vielheit benennt. Wenn also Knilling nicht nur die Notwendigkeit des Zahlensystems anerkennt, sondern dasselbe mit vielen schönen Worten als bewundernswürdig preist, so ist dies ja gewiss recht schön und gut, aber es steht mit seinem Zählverfahren im Widerspruch. Und wenn er sagt, man gebe jeder *A n s a m m l u n g*, von eins an gerechnet, einen besonderen Namen, so ist dies ja ganz zutreffend, aber es passt nicht zu seinem Zählverfahren. Aber sind denn die beiden dargelegten Funktionen der Zahlenamen unvereinbar? Kann nicht jeder Zahlname die Zahl der durchlaufenen Dinge benennen und zugleich auch als Einheit das zuletzt gezählte Ding vertreten? Es unterliegt gar keinem Zweifel, dass diese beiden Aufgaben ja freilich vereinbar sind. Aber die unbestreitbare Tatsache muss ich ins Licht stellen, dass die erste die ursprüngliche, grundlegende, die zweite aber eine aus ihr abgeleitete ist, welche ohne die erste in der Luft schwebt. Bei naturgemässigem Verfahren darf man also das Zählen nicht schon von Anfang nach Knillings Vorschlag betreiben, sondern man muss die Kinder durch Pestalozzis „Urform des Zählens“ in das klare Verständnis der Zahlen und ihrer Benennungen einführen. Ist dies in ausreichendem Masse geschehen, dann schadet es gar nichts, wenn das sich als gewohnheitsmässige Fertigkeit verhärtende Zählen bis zu einem gewissen Grade zum Mechanismus wird. Man gebraucht dann die Zahlenamen, ohne sich bei jedem Schritte des Zählaktes ihren Inhalt klar und vollständig zu vergegenwärtigen. Man begnügt sich mit der Gewissheit, dass man die Bedeutung dieser Namen kennt und dieselbe jeder Zeit ins Bewusstsein zu rufen vermag, sobald es sich als notwendig erweist, wozu noch die Erfahrung kommt, dass man nun auch mechanisch zählend zur richtigen Zahlbenennung gelangt. Nunmehr ist der Mechanismus des Zählens ein berechtigter, weil man ihn versteht und zielbewusst beherrscht, weil er, aus dem Denken herausgewachsen, diesem als zweckmässiges Werkzeug dient.

Knilling hat schon in seiner „Reform des Rechenunterrichtes“ nachzuweisen gesucht, Zählen und Rechnen seien wesentlich verschiedene Operationen; das Zählen sei noch kein Rechnen, wohl aber sei es die Grundlage, auf welcher erst das Rechnen sich aufbauen könne. Diese Auffassung ist keineswegs eine von Knilling und Tanck gemachte Entdeckung. Die schweizerischen Rechenmethodiker Egger, Zähringer und Rüegg haben sie lange vor Knilling und Tanck in ihren Rechen-



werken durchgeführt. Aber auch sie haben ihr Verfahren nicht als ihre Entdeckung betrachtet; denn sie wussten gar wohl, dass sie hier im schon vorhandenen Geleise fuhren. Diese Tatsache habe ich, soweit es Zähringers Rechenwerk betrifft, schon in meinem Büchlein über Pestalozzis rechenmethodische Grundsätze konstatirt. Wie kommt also Knilling dazu, in seinem neuen Werke zu behaupten, der Grundsatz, wonach der Rechenunterricht vom anschaulichen Zählen ausgehen müsse, sei eine fundamentale Wahrheit, welche gleichzeitig von ihm und von Tanck entdeckt worden sei? Ist das nicht starrköpfige Rechthaberei, welche einer offenkundigen Tatsache ins Gesicht schlägt?

Knilling behauptet, das Zählen könne sich nur an „Sinnendingen“ mit Erfolg betätigen, ein Zählen in der blossen Vorstellung sei unmöglich; das Rechnen aber vollziehe sich in der Regel bei Abwesenheit jeder sinnlichen Wahrnehmung. Soweit diese Behauptung das Zählen betrifft, widerspricht sie ganz einfach der Erfahrung. Zählbar ist erfahrungsgemäss alles, was wir als einzelnes von anderem unterscheiden können, seien es nun Sinnendinge oder psychische Objekte, oder dann physische oder geistige Akte. Zur Illustration mögen einige Beispiele angeführt werden. Einem Schüler, welcher die Zahlen von 1—10 aufgefasst hatte und das Zu- und Abzählen von Einheiten verstand, stellte ich, und zwar nicht in der Schule, sondern zu Hause, die Frage: Wenn im Schulzimmer in der ersten Tischreihe vier zweiplätzigc Tische stehen, wie viele Schüler finden dann in dieser Reihe Platz? Ich mutete ihm ausserdem zu, ohne Zuhülfnahme der Finger und ohne lautes Sprechen zu rechnen. Er hatte recht bald das richtige Resultat gefunden, und als ich ihn fragte, wie er dazu gekommen sei, zählte er einfach: 1, 2; 3, 4; 5, 6; 7, 8. — Dem gleichen Schüler stellte ich die Frage: Wenn du 5 Frankenstücke in deiner Sparbüchse hast, und du legst noch 4 dazu, wie viele Frankenstücke sind dann drin? Auch diesmal fand er, still in Gedanken rechnend, rasch das richtige Resultat, und als ich ihn fragte, wie er das wissen könne, antwortete er: 5 wären schon drin; 6, 7, 8, 9. — Ich habe in einer Geographiestunde das Berner Oberland behandelt, und es sind als wichtigste Orte angeführt worden: Guttannen, Meiringen, Brienz, Grindelwald, Lauterbrunnen, Interlaken, Kandersteg, Adelboden, Frutigen, Spiez; Saanen, Lenk, Zweisimmen, Erlenbach, Wimmis, Thun. Einem Schüler, von welchem ich voraussetzen darf, dass er ein klares Bild der behandelten Landesgegend erworben habe, stelle ich nun die Frage: Wie viele Orte des Berner Oberlandes sind heute angeführt worden? Ohne die Karte vor sich zu haben, zählt er an der Hand der Vorstellungsreihe und findet leicht die richtige Zahl heraus. Dass er an der Karte leichter

zählen könnte, ist ja freilich wahr; aber eben so gewiss ist, dass man auch im Vorstellen zählen kann.

Unter „Rechnen“ verstehe ich jede Tätigkeit des Denkens, durch welche Zahlen ermittelt werden. Nach dieser Auffassung besteht also zwischen Zählen und Rechnen kein wesentlicher Unterschied. Das Zählen ist die einfachste Form des Rechnens; was man aber gewöhnlich als das „eigentliche Rechnen“ vom Zählen zu unterscheiden pflegt, ist eine mehr oder weniger komplizierte Verbindung einzelner Zählakte oder ihrer Resultate. Das Vorwärtzzählen ist eine lediglich in der Bezeichnungsweise abgekürzte, fortschreitende Addition von Einheiten. Ihre ursprüngliche Form ist:  $1 + 1 = 2$ ,  $2 + 1 = 3$ ,  $3 + 1 = 4$  u. s. w. Man kommt aber allmählig dazu, im Interesse der Kürze nur die einzelnen Additionsresultate zu benennen, also in der Form zu zählen: 1, 2, 3, 4 u. s. w. Ebenso ist auch das Rückwärtzzählen nichts anderes als eine in der Bezeichnungsweise abgekürzte Subtraktion von Einheiten. Das Wesen der Addition besteht darin, dass man eine Zahl zu einer anderen hinzufügt, also beide in eine Zahl zusammenfasst. Die hinzugefügte Zahl kann eine Einheit oder eine Vielheit sein; dadurch wird aber am Charakter der Operation nicht das Geringste geändert. Wenn also  $6 + 4$  eine Addition ist, so wird ganz ohne Zweifel  $1 + 1$  auch eine Addition sein. Dies ist aber gerade das Zählen in seiner ursprünglichen Form.

Um die Addition  $6 + 4$  auszuführen muss man ursprünglich von 6 bis 10 und ausserdem von 1 bis 4 vorwärtzzählen, das letztere, um sicher zu sein, das man wirklich 4 Einheiten hinzufügt. Die Addition von Vielheiten ist also, in ihre Elemente aufgelöst, ein kombiniertes, zweifaches Zählen, und das Gleiche gilt auch von der Subtraktion.

Die Multiplikation wird nicht, wie man gewöhnlich sagt, aus der Addition abgeleitet, sondern sie ist ein spezieller Fall dieser Rechenart, nämlich eine Addition gleicher Summanden. Die Ausdrücke „ $5 + 5 + 5 + 5$ “ und „ $4 \times 5$ “ bezeichnen die gleiche Operation. Der einzige Unterschied besteht darin, das nach der zweiten Bezeichnungsweise auch die gleichen Summanden gezählt werden müssen, so dass sich diese Operation, wenn man sie auf die Addition von Einheiten zurückführt, als ein dreifaches Zählen qualifiziert. Das Gleiche gilt von der Division.

Ob nun im ersten Rechenunterricht das zweifache Zählen bei der Addition und das dreifache Zählen bei der Multiplikation gleichzeitig oder dann nacheinander auszuführen sei, ist eine methodische Frage, welche mit der begrifflichen Klarstellung der Operationen gar nichts zu tun hat. Diese beiden Gesichtspunkte hat Knilling in seinem neuen



Werke verwechselt. Er behauptet nämlich, meine Auffassung der Operationen stelle an die Schüler die übertrieben starke Forderung, gleichzeitig eine zwei- oder dreifache Zählung auszuführen. Das dies gleichzeitig geschehen müsse, ist gar nicht eine Konsequenz meiner Auffassung. Dass es aber ohne Schwierigkeit möglich ist, und dass die Schüler, wenn sie in der Betätigung ihres natürlichen Verstandes nicht durch methodische Schrullen „verkünstelt“ werden, von sich aus auf dieses Verfahren kommen, weiss ich aus Erfahrung. Wenn der Schüler z. B., um die Multiplikation  $3 \times 4$  in elementarster Weise auszuführen, drei Gruppen von je vier Dingen auflegt, so wird er, ohne dass man ihn dazu nötigt, nicht nur die Einheiten jeder einzelnen Gruppe zählen, sondern gleichzeitig auch die Gruppen als solche. Mit Leichtigkeit führt er also hier gerade das aus, was Knilling in verständnisloser Weise als „Verkünstelung“ und „Quälerei“ darzustellen sucht. Auch das weiss ich aus Erfahrung, dass der Schüler im vorliegenden Falle ohne Schwierigkeit sogar alle drei Zählungen gleichzeitig auszuführen vermag, indem er während des Auflegens der Dinge zählt:

1, 2, 3, **4**; 5, 6, 7, **8**; 9, 10, 11, **12**.

Lüdemanns Rechenwerk, welches Knilling als die Quelle betrachtet, aus welcher ich meine Auffassung über das Wesen der Operationen und ihren Zusammenhang mit dem Zählen „acceptirt“ hätte, kenne ich gar nicht. Meine Ansicht habe ich von jeher als eine selbstverständliche betrachtet, welche von niemand bestritten werde. Deshalb ist sie von mir auch gar nicht als „Entdeckung“ dargestellt worden. Ich gehe überhaupt nicht darauf aus, Entdeckungen zu machen; denn das Beispiel anderer beweist mir häufig genug, wie leicht man sich dabei in Illusionen bewegt.

Nach Knillings Darstellung können die vier Grundoperationen bis zu einem gewissen Zahlumfang sowohl durch Zählen als auch durch Rechnen ausgeführt werden. Aber gerade diese Auffassung muss ja notwendig zu dem Schlusse führen, dass ein wesentlicher Unterschied zwischen Zählen und Rechnen nicht besteht. Wenn die Grundoperationen sowohl Zählarten als auch Rechenarten sind, so müssen Zählen und Rechnen im wesentlichen dasselbe sein.

Worin nun Knilling den Unterschied zwischen diesen beiden Arten der Zahlermittlung findet, mag durch die Multiplikation  $4 \times 3$  illustriert werden. Nach seiner Anleitung wird diese Aufgabe durch Zählen gelöst, indem man 4 Gruppen von je 3 Dingen auflegt und sie dann von Anfang an vollständig durchzählt. Die Operation erfolgt dann in der Form:

$(1 + 1 + 1) + (1 + 1 + 1) + (1 + 1 + 1) + (1 + 1 + 1)$

Durch Rechnen aber gelangt man nach seiner Meinung in der Weise zum gleichen Ziel, dass man ohne weiteres addirt:  $3 + 3 = 6$ ;  $6 + 3 = 9$ ;  $9 + 3 = 12$ , wobei man die Resultate früheren Zählens anwendet, welche man sich eingeprägt hat. Aber gerade das geschieht ja auch beim Zählen in der üblichen abgekürzten Form, wenn es naturgemäss betrieben wird. Wenn man beim Durchlaufen der in einer Menge enthaltenen Dinge in der Form zählt: „Eins, zwei, drei, vier, fünf u. s. w.“, so werden bei jedem Schritte des Zählaktes als reife Frucht einer reichen Arbeit des Denkens die Resultate der früher schon erfolgten Zahlaufassung und der damit verbundenen Erklärung der Zahlenamen zur Anwendung gebracht. Die ganze Verkehrtheit des von Knilling empfohlenen Zählverfahrens besteht eben darin, dass es dem Schüler unvermittelte und deshalb auch unverständliche Resultate an den Kopf wirft und dann diese Resultate als Mittel gebrauchen will, um die Arbeit des Denkens zu begründen, aus welcher sie doch erst hervorgehen können. Was würde man von einem Baumeister sagen, welcher beim Bau eines Hauses zuerst das Dach in die Luft hinauf hängen wollte? Gerade so aber handelt der Rechenmethodiker, wenn er nach Knillings Auffassung zuerst das Zählen üben und dann mit Hülfe desselben die Addition der Einheiten begründen will. Um bei der Auffassung der Zahlen naturgemäss zu verfahren, muss man zuerst in der Form rechnen: „Eins und eins sind zwei, zwei und eins sind drei, drei und eins sind vier u. s. w.“; nachher erst ist es gerechtfertigt, in der abgekürzten Form zu zählen: „Eins, zwei, drei, vier u. s. w.“ Jeder Lehrer lässt doch gewiss bei der fortschreitenden Addition gleicher Vielheiten zuerst in der Form rechnen:  $4 + 4 = 8$ ;  $8 + 4 = 12$ ;  $12 + 4 = 16$ ;  $16 + 4 = 20$  u. s. w. Erst wenn hierin ausreichende Sicherheit erreicht ist, wird er es wagen, bei den einzelnen Partialadditionen jeweilen nur das Resultat angeben, also in der Form rechnen zu lassen: 4, 8, 12, 16, 20 u. s. w. Wenn dieses Verfahren für die Addition von Vielheiten selbstverständlich ist, sollte es denn nicht auch für die grundlegende Addition der Einheiten massgebend sein? Diese aber ist und bleibt die einzig naturgemässe, ursprüngliche Form, aus welcher das übliche Zählen mit seiner abgekürzten Bezeichnungsweise sich herausbildet.

Knilling behauptet, ein weiterer operativer Unterschied zwischen Zählen und Rechnen bestehe darin, dass man die Zahlen beim Rechnen in dekadische Bestandteile zerlege und auf diese die Resultate des Einsundeins und des Einmaleins anwende. Aber gerade das geschieht ganz ohne Zweifel auch beim Zählen. Man hat z. B. 19 Dinge gezählt, legt noch eins dazu und sagt: zwanzig! Was geschieht nun dabei, wenn man nämlich



nicht nur gedankenlos plappert, sondern wirklich und wahrhaftig zählt? Man zerlegt die Zahl 19 in die beiden Bestandteile 10 und 9 und wendet auf den zweiten ein Resultat des Einsundeins an, nämlich  $9 + 1 = 10$ . Auf die beiden nun vorhandenen „10“ aber wird wiederum eines dieser Resultate zur Anwendung gebracht, indem man schliesst: Wenn  $1 + 1 = 2$  ist, so muss auch 1 Zehn + 1 Zehn = 2 Zehn oder zwanzig sein.

Auch darin glaubt Knilling einen Unterschied zwischen Zählen und Rechnen zu finden, dass das Zählen ein Mechanismus sei, welcher sogar von Maschinen besorgt werden könne; das Rechnen dagegen sei eine reine Verstandessache, und wer dasselbe als Mechanismus betrachte, sei in einem groben Irrtum befangen. Wenn aber Knilling in dem Umstande, dass das Zählen durch Maschinen (Drehscheiben in den Ausstellungsgebäuden, Schrittzähler) „besorgt“ werden kann, einen Beweis dafür sieht, dass das Zählen ein Mechanismus sei, so müsste er, um konsequent zu sein, auch das Rechnen als eine rein mechanische Operation betrachten. Denn es giebt bekanntlich auch Rechenschieber, Rechenmaschinen, Planimeter, welche nicht nur das Zählen, sondern komplizierte Rechenoperationen, „besorgen“. Aber derartige Maschinen „zählen“ eben nicht und sie „rechnen“ auch nicht; wohl aber dienen sie uns als Mittel, um aus einem gewissen Betrage mechanischer Bewegung die Zahl durch einen Schluss zu erkennen. Sie sind also Ersatzmittel für das Rechnen, und als solche hat der zählende und rechnende Menscheng Geist sie geschaffen.

Wie es sich mit dem Mechanismus des Zählens verhält, habe ich in ausreichendem Masse klargelegt. Der Behauptung Knillings, dass das Rechnen eine Tätigkeit des Denkens sei, gebe ich meine sehr entschiedene Zustimmung. Wenn er also die Meinung, das Rechnen sei ein Mechanismus, als einen groben Irrtum bezeichnet, so habe ich auch dagegen gar nichts einzuwenden. Aber gerade er selber war ja früher in diesem „groben Irrtum“ befangen. In seiner „Reform des Rechenunterrichtes“ hatte er sich die Aufgabe gestellt, den „Wahn von der formalbildenden Kraft des Rechnens bis auf den letzten Rest“ zu vernichten. Dort hat er behauptet, das Rechnen sei mehr Sache der Lippen und des Ohres, als des denkenden Kopfes; es sei ein Mechanismus, welchen der Dummste erlernen könne. Auch in seinem neuen Werke kleben stellenweise die Eischalen dieses „groben Irrtums“ immer noch an den Flügeln seines rechenmethodischen Denkens. Er behauptet z. B. (Seite 172), das Rechnen sei einer der schwierigsten Lehrgegenstände der Volksschule, weil es sich so wenig an den Verstand und fast ausschliesslich nur an das Wort- und Zifferngedächtnis wende.

Seit dem Erscheinen seiner „Reform des Rechenunterrichtes“ hat also Knillings Ansicht über den geistbildenden Wert des Rechnens nahezu vollständig in ihr direktes Gegenteil umgeschlagen. Er hat eingesehen, dass eine der Hauptsäulen der Pestalozzischen Rechenmethodik, welche er zerschmettert zu haben glaubte, nach wie vor in ihrer früheren Kraft dasteht, und das Gleiche gilt auch von den beiden andern dieser Säulen, nämlich von dem Prinzip der Anschauung und vom Grundsatz des lückenlosen Fortschreitens. Knilling predigt in seinem neuen Werk nicht mehr so zuversichtlich die Abkehr vom Geiste Pestalozzis. Man merkt es diesem Werke an, dass er durch die Logik der Tatsachen unwillkürlich nach dem Rettungswege hingedrängt wird, welcher ihn bei konsequentem Denken von seinen Irrpfaden wiederum auf die von Pestalozzi geschaffene Bahn führen müsste.

Knilling hat nicht nur seine frühere Ansicht, dass das Rechnen keine nennenswerte geistbildende Wirkung haben könne, vollständig aufgegeben, sondern auch in andern wesentlichen Punkten hat er einen mehr oder weniger geordneten Rückzug angetreten. So betrachtet er es nun als selbstverständlich, dass auch die Zahlbegriffe durch Abstraktion von den besonderen Dingen und ihren Merkmalen gewonnen werden, während er in seiner „Reform des Rechenunterrichtes“ diese Ansicht als ein von Aristoteles ererbtes Vorurteil leidenschaftlich bekämpfte. Ebenso hat er dem Zählen in dem genannten Werke grosse Wichtigkeit und ausgedehnte Anwendung zugesprochen. Er hat den geradezu ungeheuerlichen Vorschlag gemacht, in den ersten drei Monaten des Unterrichts die Zahlen von 1—100 durch mechanisches Zählen auffassen zu lassen, ohne die Schüler in das Zahlensystem einzuführen. Auf der so gewonnenen Grundlage sollte dann das eigentliche Rechnen sich aufbauen. Nicht weniger monströs ist sein damals gemachter Vorschlag, die Resultate des Einmaleins durch Zählen von Einheiten gewinnen zu lassen. Um nach diesem Verfahren zu dem Sätzchen „ $6 \times 8 = 48$ “ zu gelangen, hat der Schüler sechs Gruppen von je acht Gegenständen aufzulegen und dann die ganze Menge von Anfang an vollständig durchzuzählen. In seinem neuen Werke aber lässt er Bedeutung und Anwendung des Zählens stark zusammenschrumpfen. Er behauptet, die ersten Zahlen könnten freilich nur durch Zählen erfasst werden; deshalb habe das Zählen zwar den Ausgangspunkt des ersten Rechenunterrichtes zu bilden, aber es könne nicht das leitende Prinzip desselben sein. Dem Rechnen gebühre allenthalben der Vorzug vor dem Zählen. Was man nur immer zu berechnen vermöge, dürfe nicht durch Zählen, sondern einzig und allein durch Rechnen gefunden werden. Dies könne aber



schon im Zahlenraum von 1—10 geschehen. Wer bis zehn sicher und geläufig zählen gelernt habe, vermöge das ganze Zahlensystem zu beherrschen. Die Übungen im eigentlichen Zählen seien demnach von der ersten Rechenlektion an möglichst zu beschränken. Wer sich von ihnen alles Heil erhoffen wollte, würde einem grundlosen Aberglauben huldigen. Dies alles bringt er in einer Weise vor, als ob es sich darum handelte, die Irrtümer anderer Leute zu bekämpfen, während es doch gerade seine eigenen haltlosen Ansichten sind, welche er nun aufgibt.

In seiner „Reform des Rechenunterrichts“ hat Knilling Pestalozzi den Vorwurf gemacht, er habe zuerst den Aberglauben von der formal bildenden Kraft des Rechnens verkündigt und dadurch den Rechenunterricht auf verhängnisvolle Abwege geführt. Da sich nun in dieser Frage seine Ansichten so gründlich in Pestalozzischem Sinne umgebildet haben, so hätte man erwarten dürfen, er fühle sich zu einem offenen Eingeständnis des Unrechts gedrängt, welches er Pestalozzi angetan hat. Diese unerbittliche Konsequenz sucht er aber dadurch zu umgehen, dass er nun Diesterweg gegen Pestalozzi ausspielt. Er behauptet nämlich (Seite 304), Pestalozzi habe irrtümlicherweise das bildende Moment des Rechnens in der deutlichen Anschauung des Rechenstoffes, der Zahl, erblickt, während nach Diesterweg das Verstandanregende unseres Lehrgegenstandes im Rechenvorgang, in dem logischen Prozess zu suchen sei, welcher sich beim Rechnen abspielt. Um diese Auffassung zu begründen, sucht er aus einer Zusammenstellung Diesterwegscher Gedanken in Jänickes „Geschichte des Rechenunterrichtes“ die nachfolgenden heraus, welche er für seinen Zweck ausmünzen zu können glaubt: „Das Rechnen ist ein geistiger Akt und zwar eine Erzeugung neuer Zahlvorstellungen aus gegebenen. Es geschieht nicht durch Einfälle, sondern durch gewolltes, absichtliches Denken.“ — „Da es nur ein Rechnen, nämlich ein Rechnen mit Verstand gibt, so ist alles Rechnen Kopfrechnen, d. i. Denkrechnen.“

Man sieht also, dass sich Knilling nicht länger der Einsicht verschliessen kann, dass das Rechnen ein vorzügliches Mittel zur Schulung des Verstandes ist; so sucht er sein früheres Urteil durch die Behauptung zu rechtfertigen, Pestalozzi habe zwar den geistbildenden Wert des Rechenunterrichtes richtig geahnt, aber er habe ihn am unrichtigen Orte gesucht. Wenn aber Knilling glaubt, solche Künste könnten ihm aus der Sackgasse, in welche er sich hineinphilosophirt hat, einen Ausweg bahnen, so täuscht er sich sehr. Denn es ist ja leicht einzusehen, dass er die Gedanken der beiden Männer in sehr einseitiger Weise dargestellt hat. Hätte Pestalozzi das bildende Moment des Rechnens nur in der

deutlichen Anschauung des Rechenstoffes erblickt, so würde er nicht so energisch nach einer mit der Natur des menschlichen Geistes und seiner Entwicklung übereinstimmenden Rechenmethode, d. h. nach einem naturgemässen Verfahren gesucht haben, um den Schüler „zur richtigen Anschauung und von der richtigen Anschauung zum richtigen Denken und vom richtigen Denken endlich zum richtigen Rechnen“ zu führen. Und wenn Diesterweg das Rechnen als einen geistigen Akt, als ein Denkrechnen erklärt, so hat er doch wohl auch einen zur Betätigung und Bildung des Denkens geeigneten Rechenstoff vorausgesetzt. Dass Diesterwegs Grundsätze mit den Ideen Pestalozzis aufs schönste harmoniren, ergibt sich insbesondere aus zwei Stellen, welche auch Knilling bekannt sein müssen, da sie sich ebenfalls in der erwähnten Zusammenstellung in Jänicke's Werk vorfinden. Diese Stellen lauten:

„Wie es nur ein Rechnen gibt, so gibt es auch nur eine Rechenmethode, welches diejenige ist, die zugleich der Natur des zu entwickelnden Geistes, namentlich der durch den Rechenstoff zu bildenden theoretischen Anlagen und praktischen Vermögen und dem Wesen des Materials entspricht.“ — „Die Entwicklung der Sache, die richtige Erkenntnis, die Klarheit der Auffassung, auf dem Wege der äussern und innern Anschauung gewonnen, ist überall das erste, nächste; die Übung das zweite, die Anwendung das dritte.“

Warum hat Knilling nicht auch diese Stellen angeführt? Doch wohl deshalb nicht, weil es hier sonnenklar zu Tage liegt, dass es Pestalozzische Gedanken sind, welche Diesterweg in seiner Art ausprägt. Dass es so und nicht anders ist, bezeugt auch Jänicke, indem er sagt:

„Dies sind einige der wichtigsten Grundsätze des „Schulmeisters der Schulmeister“ über den Unterricht im Rechnen. Es sind keine neuen Gedanken und Ideen, die er an den Markt bringen und in Umlauf setzen will — sie sind jenen frischen Heilsbronnen der Schweizerberge entquollen und durch deutsche Pädagogen weiter entwickelt und ausgestaltet worden. Aber keiner, wie Diesterweg, hat sie so klar erkannt, so umfassend, so plastisch, so scharf und fest ausgesprochen und psychologisch begründet. Es ist Pestalozzisches Gold in deutscher Schale, das er darbietet.“

Der Leser hat nun wohl Knillings Forschungsweise zur Genüge kennen gelernt. In seiner „Reform des Rechenunterrichts“ waren es die rechenmethodischen Grundsätze Pestalozzis, welche er leidenschaftlich bekämpfte. Nun aber, da er selber diese Grundsätze anerkennen muss, sucht er aus dem Gedankengebäude Pestalozzis dessen ureigenste Ideen wegzuzugraben. Man wird es mir nicht verargen dürfen, wenn Knillings Verfahren mir die Überzeugung aufdrängt, dass es ihm lediglich darum zu tun sei, um jeden Preis Pestalozzis Bedeutung und Verdienst herabzusetzen. Wer dann nach seiner Meinung als „Rechenmeister der Zukunft“ die Führerrolle zu übernehmen hätte, kann nicht zweifelhaft sein. Ich setze als selbstverständlich voraus, dass ihm auch die deutschen Schulmänner auf diesem Wege nicht folgen werden.