

**Zeitschrift:** Schweizerische Polytechnische Zeitschrift  
**Band:** 7 (1862)  
**Heft:** 2

**Rubrik:** Bau- und Ingenieurwesen

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Bau- und Ingenieurwesen.

### Ueber Warmwasserheizung.

Von C. Heckmann.

Die sogenannte Warmwasserheizung beruht im Allgemeinen auf der Circulation einer in einem System metallener Röhren eingeschlossenen und im annähernd tiefsten Punkt mehr oder minder erhitzten Wassermenge und auf der Wärmeausstrahlung, die in den zu heizenden Räumen entweder von diesen Röhren direkt oder von cylindrischen ofenartigen Erweiterungen derselben ausgehen.

Je nachdem das Wasser der Wärmequelle (Heizkessel oder Heizofen) bis auf  $80^{\circ}$  R. oder auf erheblich höhere Temperaturen erhitzt wird und demgemäß eine Spannung von einer oder von mehreren Atmosphären annimmt, unterscheidet man Warmwasser- oder Niederdruck-, und Heisswasser- oder Hochdruck-Heizungen.

Von erstern soll in Folgendem die allgemeine Einrichtung beschrieben und ein ausgeführtes Beispiel in den Einzelheiten mitgetheilt werden; von letzterem sei nur bemerkt, dass die Circulation des im Heizofen auf mehrere hundert Grad Réaumur erhitzten Wassers in einem vollständig geschlossenen System von Metallröhren erfolgt, sowie dass die Erhitzung an der Wärmequelle ohne Anwendung eines Heizkessels und die Heizung der zu erwärmenden Räume ohne Anwendung cylindrischer Wasseröfen stattfindet.

Das zur Heizung dienende und das ganze Röhrensystem sowie die cylindrischen Ofen anfüllende Wasser wird in einem im Keller aufgestellten kupfernen oder schmiedeeisernen Heizkessel auf nahe an  $80^{\circ}$  R. erwärmt und steigt in Folge seiner geringen Schwere in einem ebenfalls kupfernen Steigrohr zu dem oberhalb der zu heizenden Räume aufgestellten, oben offenen Expansionsgefäß in die Höhe.

Von diesem, oder vom Steigrohr aus, gelangt es durch verschiedene flach geneigte Vertheilungsrohre und durch die senkrecht abfallenden, nach unten im Durchmesser abnehmenden, Zuflussrohre in die aus Eisen- oder Kupferblech gefertigten Ofen, gibt mittelst der der Zimmergrösse angemessenen Oberfläche derselben seine Wärme an die umgebende Luft ab und wird, abgekühlt und schwerer geworden, durch die nach unten zu im Durchmesser zunehmenden Rückflussrohre an den tiefsten Punkten des Kessels diesem wieder zugeführt, um — hier von Neuem erwärmt — den beschriebenen Kreislauf abermals anzutreten.

Die Einführung des warmen Wassers in die Ofen findet im obersten Punkte derselben, die Abführung des abgekühlten Wassers von ihrem tiefsten Punkte aus statt; doch sind Zuflussrohre noch bis unter die Einflussöffnung der untersten Ofen verlängert und dort mit den Rückflussrohren in Verbindung gesetzt. Ausserdem ist am Zu- und Rückflussrohr jedes Ofens ein Hahn angebracht, dessen

Verschluss den Ofen absperrt und die Circulation des Wassers sich nur in den Röhren fortsetzen lässt. Auf diese Weise ist man im Stande, sowol jedes einzelne Zimmer nach Belieben von der Heizung auszuschliessen, als auch die einzelnen Ofen behufs etwaiger Reparatur etc. aus dem System herauszunehmen.

Das Expansionsgefäß ist oben offen und zur Abführung der in kleinen Blasen aus dem Röhrensystem aufsteigenden Luft oder des etwa entwickelten Dampfes mit einem über das Dach hinaus geführten Luftröhre verbunden, auch mit Wasserstandszeiger, Thermometer und Ueberlaufsrohr versehen. Aus dem daneben aufgestellten Kaltwasserreservoir fliesst durch einen Schwimmkugelhahn frisches Wasser an die Stelle des verdampften oder verdunsteten. Das Kaltwasserreservoir wird durch eine Wasserleitung oder Druckpumpe von unten her gespeist.

Es liegt nicht in der Absicht, an diesem Orte eine genauere Anleitung zur Ermittelung der Dimensionen des Kessels, der Heizfläche, der Ofen, des Expansionsgefäßes, der Röhren etc. zu geben, oder die zweckmässigste Anordnung für verschiedene mögliche Fälle auseinander zu setzen. Es lassen sich — wenn man die Anlage der Warmwasserheizung in einem neu zu erbauenden Hause beabsichtigte — beim Entwurf wie bei der Ausführung derselben viele Einrichtungen treffen, welche die Anlage einer solchen Heizung wesentlich vereinfachen und die Kosten nicht unerheblich vermindern; aber auch in vorhandenen ältern Gebäuden ist die Herstellung, wenn auch mit etwas erhöhten Kosten, doch ohne Ausnahme möglich.

Zur Aufstellung des Heizkessels ist in einem solchen Falle jeder hinreichend grosse Kellerräum zu benutzen, der mit einem Rauchrohr von  $10 \frac{1}{2}$  à  $10 \frac{1}{2}$ , resp.  $15 \frac{1}{2}$  à  $15 \frac{1}{2}$  Zoll preuss. Weite, oder mit mindestens zwei am untern Ende zusammengezogenen russischen Röhren in Verbindung gesetzt werden kann. Der Kellerraum muss überwölbt, nicht zu fern vom Brennmaterialien-Raum gelegen und geräumig genug sein, um nach Ausführung der Kesselmauerung eine bequeme Beschickung des Kessels zu gestatten; auch muss ein Fenster oder eine nach aussen führende Thür dieses Raumes vorkommenden Falls das Aus- und Einbringen des Kessels ermöglichen. — Das Wasser wird aus dem Kessel entweder durch ein Rohr abgelassen oder vermittelst einer Pumpe entfernt.

Das Warmwasser-Steigrohr führt man vom Kessel aus an einer passenden Stelle, am Besten auf dem Flur oder Corridor, zum Expansionsgefäß auf dem Dachboden und auf diesem ohne Schwierigkeit die leicht geneigten Vertheilungsrohre bis senkrecht über die verschiedenen Ofen, die man in den einzelnen Etagen möglichst unter einander aufstellt. Am besten finden dieselben Platz in den Ecken der Scheide- und Giebelmauern mit den Frontmauern, weil

man alsdann die gewöhnlich in der gegenüber gelegenen Zimmerecke vorhandenen russischen Rohre zur Ventilation benutzen kann. Letztere ist für die Wasserheizung weit weniger entbehrlich, als bei der Heizung mit gewöhnlichen Oefen, weil diese selbst schon die Ventilation bewirken.

Gestattet die innere Einrichtung der Zimmer die Stellung der Oefen an den Frontmauern nicht, so müssen dieselben an die Mittel- oder Corridorwände gestellt werden, und man erlangt dabei den Vortheil, die Zu- und Rückfluss-Rohre (die man andernfalls in den Zimmerecken hinter den Oefen herabführt und mit durchbrochener Zinkguss- oder Holzverkleidung bedeckt) ausserhalb der Zimmer in die Corridore legen und auf diese Weise letztere mitheizen zu können. — Auf der Kellersohle liegen die Rückflussrohre in gemauerten Kanälen.

Ueberall wo die Rohre nicht wärmen sollen, also auf dem Dachboden und im Keller, umwickelt man dieselben mit schlechten Wärmeleitern (Stroh, Asche, Filz) und schützt, wo es nötig ist, diese Umwicklung mit einer Holzbekleidung.

Als Beispiel für Anlagekosten und Brennmaterialverbrauch wird das freistehende Haus des Fabrikbesitzers A. Heckmann in Berlin angeführt, in welchem eine solche Warmwasserheizung sich befindet. Der Heizkessel hat eine Länge von 8 Fuss und einen Durchmesser von  $3\frac{1}{2}$  Fuss und es werden im ganzen Gebäude 14 Wasserofen geheizt, welche 13 Zimmer mit einem Raume von 42381 Kub. Fuss erwärmen. Die Anlagekosten betragen 3000 Thlr., also per Ofen ca. 214 Thlr. An Brennmaterial wurde verbraucht:

im Winter 1859/60 auf 182 Tage, 14 Oefen 58 Thlr.

» 1860/61 » 209 » 14 » 68 »

Also per Tag und per Ofen ca.  $8\frac{1}{3}$  Pfennig.

Wenn einerseits zugegeben werden muss, dass die Anlagekosten der Warmwasserheizung für Wohnhäuser bei gleicher Eleganz der Einrichtung auf das Doppelte bis Drittelsfache der Anlagekosten für gewöhnliche Ofenheizung (mit Fayence-Oefen) steigen können, so ist andererseits die Ersparniss an Brennmaterial bei der Warmwasserheizung so beträchtlich, dass, wenn man für beide Arten der Heizung die Zinsen des Anlagekapitals und die jährlichen Heizungskosten (per Kachelofen in Berlin durchschnittlich  $2\frac{1}{2}$  Sgr. per Tag) zusammenrechnet, das Resultat sich ziemlich gleich stellt.

Gegenüber der siehergebenden Gleichheit der Gesamtkosten für beide Heizungsarten sind die mit der Warmwasserheizung verbundenen Vortheile sehr erheblich. Als solche sind anzuführen:

1. Beseitigung der Feuersgefahr. Die Heizung findet nur an einem Orte des Gebäudes statt und dieser kann durch Ueberwölbung, selbst durch Anlage der Kesselfeuerung ausserhalb des erwärmten Gebäudes, fast absolut feuersicher gemacht werden. — Durch die direkte Verbindung des Heizkessels mit dem oben offenen Expansiongefäß mittelst des Warmwassersteigrohrs ist auch die Gefahr einer Explosion durch Dampfentwicklung als beseitigt zu erachten.

2. Bequeme Bedienung und leichte Beaufsichtigung der Feuerung, die nicht in den einzelnen

Zimmern, sondern im Kellerraum stattfindet und durch einen Heizer in den Frühstunden besorgt wird.

3. Vermeidung der durch Rauch und Staub entstehenden Unannehmlichkeiten und Beseitigung der durch frühen Verschluss der Ofenklappen entstehenden Gefahren.

4. Reinheit und Zuträglichkeit der Luft in den Zimmern.

5. Bequeme und reinliche Ausführung von etwa nötigen Reparaturen an den Oefen.

6. Längere Dauer der ganzen Einrichtung und höherer Werth des unbrauchbar gewordenen alten Materials.

**Bemerkung der Red.** Die Verb. d. Vereins zur Förderung des Gew. Fleisses in Preussen, welchen wir diese Notiz entnommen, enthalten eine ausführliche Kostenberechnung und Tabellen über den Brennmaterialverbrauch, sowie die Dispositionspläne und Ofenzeichnung des erwähnten Gebäudes.

### Ueber die Berechnung eiserner Dach- und Brücken-Constructionen.

Von Dr. Ritter in Hannover.

Taf. 6.

Bei grösseren Bauwerken dieser Art kommt Alles auf richtige und möglichst sparsame Vertheilung des Materials an, nicht allein, weil die Kosten des Materials vergleichsweise gross sind gegen die Arbeitskosten, vielmehr besonders desshalb: weil das verwandte Material eine tote Last bildet, von deren Kleinheit oft die Möglichkeit des ganzen Unternehmens abhängt. Eine gute Construction soll der Forderung genügen: dass überall die Widerstandsfähigkeit des Materials vollkommen ausgenutzt und nirgends überflüssiges Material verwendet sei. Diese Bedingung lässt sich auch so formuliren: alle Theile der Construction sollen — ein jeder bei dem für ihn ungünstigsten Belastungszustande — das Maximum der für zulässig erachteten Spannung erreichen.

Bei Stäben, welche der Länge nach gezogen oder gedrückt werden, ist diese Bedingung erfüllbar, weil in allen Punkten eines solchen Stabes stets gleiche Spannung stattfindet. Bei Stäben, deren relative Festigkeit in Anspruch genommen wird, hingegen nie, da die von der Biegung herrührenden Spannungen immer ungleichmässig im Innern des Stabes sich vertheilen. Eine gute Construction soll daher wo möglich aus Theilen zusammengesetzt sein, in denen nur Längsspannungen — keine Biegungsspannungen — vorkommen, also aus gezogenen und gedrückten Stangen.

In der Praxis hat sich das Streben nach diesem Ziele bereits bemerkbar gemacht; in dem Masse wie man zu immer grösseren Unternehmungen vorschritt, hat man derartigen Constructionen mehr und mehr sich angenähert. Das Streben, Material zu sparen, führte vom massiven Balken zum I- und II-förmigen Querschnitt, und indem man ferner die verticale Wand durch einzelne Stangenersetzen lernte, gelangte man schliesslich zu jenen Stangenverbindungen, in denen nur Längsspannungen vorkommen. Die eisernen Dächer so wie die Gitter- und Fachwerkbrücken der neueren Zeit sind Beispiele derartiger Constructionen.

Die Theorie schreibt vor: erstens, dass die Stangen in den Verbindungspunkten durch einfache Gelenkbolzen (Scharniere) verbunden werden, zweitens, dass diese Verbindungspunkte ausschliesslich die Belastungspunkte bilden sollen. Wenn statt des einfachen Gelenkbolzen, welcher die Drehung der Stange um ihren Endpunkt nicht hindert, mehrfache Nietung angewendet wird, wie man das noch gegenwärtig bei vielen Gitter- und Fachwerkbrücken sieht, wenn ferner außer den Knotenpunkten noch andere Punkte der Construction belastet werden, so wird der Zweck teilweise verfehlt, da in diesem Falle Biegungsspannungen unvermeidlich den Längsspannungen sich zugesellen. Abgesehen von der unvortheilhaften Materialverwendung tritt dann noch der bei grösseren, wichtigen Bauten nicht unerhebliche Uebelstand ein, dass die wirklichen Maximalspannungen der Controle mehr oder weniger sich entziehen, während bei theoretisch richtigen Constructionen die Spannung in jedem Theile auf das Genaueste ermittelt werden kann. Es ist bemerkenswerth, dass gerade die den Anforderungen der Theorie genügenden Constructionen auch zugleich auf die einfachste Weise sich berechnen lassen.

Bei allen nachfolgend gewählten Beispielen wird durchweg vorausgesetzt, dass jene zwei Bedingungen erfüllt sind. Zugleich wird angenommen, dass die eignen Gewichte der Stangen, wie eine gleichförmig über die ganze Spannweite vertheilte Last auf die Knotenpunkte der Construction wirken.

Die totalen Belastungen der Knotenpunkte bei der in Figur 1 dargestellten Construction seien hier nach;  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$ ,  $T$ . Dieselben erzeugen an den beiden Auflagern  $A$ ,  $B$  die Gegendrücke  $D$ ,  $K$ , welche zusammen so viel wie die ganze Belastung betragen und nach den bekannten Regeln der Statik leicht berechnet werden können. Trennt man durch einen Schnitt nach der Linie  $LL$  die ganze Stangenverbindung in zwei Theile, so wird jeder der beiden Theile z. B. der Theil  $A$  (Fig. 2) nur dann im Gleichgewichte bleiben, wenn bei jeder der durchschnittenen Stangen an der Schnittstelle eine Kraft hinzugefügt wird, welche die Wirkung des abgeschnittenen Theils genau ersetzt. Diese Kraft muss allemal mit der Richtung der Stange zusammenfallen, da sie sonst die Stange um ihren Endpunkt drehen würde; sie ist eben das, was man die Spannung der Stange nennt.

Die Spannungen  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  der drei durchschnittenen Stangen sind also Kräfte, welche in Verbindung mit den übrigen Kräften  $D$ ,  $P$ ,  $Q$  den Theil  $A$  im Gleichgewicht erhalten. Für Kräfte, welche in Einer Ebene wirken, gelten die drei Gleichgewichtsbedingungen:

$$\Sigma(\mathfrak{H}) = 0, \quad \Sigma(\mathfrak{B}) = 0, \quad \Sigma(\mathfrak{M}) = 0,$$

worin allgemein:  $\mathfrak{H}$  die horizontale Seitenkraft,  $\mathfrak{B}$  die verticale Seitenkraft,  $\mathfrak{M}$  das statische Moment einer Kraft bedeutet. Aus diesen drei Gleichungen lassen sich die drei unbekannten Grössen  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  berechnen. In gleicher Weise können durch andere Schnitte und Wiederholung desselben Verfahrens die Spannungen der übrigen Stangen bestimmt werden.

Diese Methode führt zwar immer sicher zum Ziele, leidet aber an zwei wesentlichen Mängeln. Erstlich kommen

in jenen drei Gleichungen die Sinus und Cosinus der Winkel vor, welche die Stangen mit der Horizontalen einschliessen, und müssen dieselben also zuvor bestimmt werden. Zweitens — und das ist der Hauptübelstand — müssen, um irgend Eine der Spannungen zu bestimmen, allemal drei Gleichungen aufgelöst werden.

#### Methode der statischen Momente.

Es gibt eine einfache Methode von allgemeinsten Anwendbarkeit, welche frei von diesen Uebelständen ist. Dieselbe besitzt außerdem den Vorzug, dass sie nur das Gesetz des Hebels (in seiner allgemeinern Form das Gesetz der statischen Momente) als bekannt voraussetzt, somit von Jedem, der die Anfangsgründe der Mechanik kennt, mit Verständniss angewendet werden kann. Diese Methode besteht darin, dass man von jenen drei Gleichungen ausschliesslich die dritte, die Gleichung der statischen Momente, zur Lösung der Aufgabe benutzt. Man kann nämlich die Freiheit der Wahl des Drehpunktes für die statischen Momente sich zu Nutze machen in der Weise, dass man zur Bestimmung der Einen Kraft allemal den Durchschnittspunkt der beiden anderen Kräfte als Drehpunkt wählt. Dadurch fallen die statischen Momente der beiden anderen Kräfte weg, da ihre Hebelarme Null sind, und man erhält eine Gleichung, aus welcher die gesuchte Spannung als einzige unbekannte Grösse direct bestimmt werden kann.

Als Hülfsgrössen kommen in der Rechnung nur die Hebelarme der einzelnen Kräfte vor und diese brauchen nicht berechnet zu werden, sondern lassen sich mit hinlänglicher Genauigkeit in der Zeichnung direct abmessen.

Das Verfahren ist also — um es noch einmal kurz zusammenzufassen — folgendes:

Man denke sich die Construction in zwei Theile zerlegt durch einen Schnitt, welcher wo möglich nur drei Stangen trifft. Die Spannungen derselben seien  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . Man stelle für Einen der beiden Theile die Gleichung der statischen Momente auf und wähle, wenn man  $X$  bestimmen will, den Durchschnittspunkt von  $Y$ ,  $Z$  als Drehpunkt. Will man  $Y$  bestimmen, so wähle man den Durchschnittspunkt von  $X$ ,  $Z$  als Drehpunkt. Will man  $Z$  bestimmen, so wähle man den Durchschnittspunkt von  $X$ ,  $Y$  als Drehpunkt.

Bei der oben gewählten Aufgabe würde man also z. B. zur Bestimmung der Kraft  $X$  den Durchschnittspunkt  $E$  (s. Fig. 3) der beiden Kräfte  $Y$ ,  $Z$  als Drehpunkt wählen und erhält dann die Gleichung:

$$X \cdot x - P \cdot \overline{CE} + D \cdot \overline{AE} = 0,$$

oder

$$X = \frac{P \cdot \overline{CE} - D \cdot \overline{AE}}{x}.$$

Zur Bestimmung von  $Y$  würde man den Durchschnittspunkt  $A$  der beiden Kräfte  $X$ ,  $Z$  als Drehpunkt wählen und erhält dann die Gleichung:

$$- Y \cdot y + P \cdot \overline{AC} + Q \cdot \overline{AE} = 0,$$

oder

$$Y = \frac{P \cdot \overline{AC} + Q \cdot \overline{AE}}{y}.$$

Zur Bestimmung von  $Z$  würde man den Durchschnittspunkt  $B$  der beiden Kräfte  $X$ ,  $Y$  als Drehpunkt wählen und erhält dann die Gleichung:

$$-Z \cdot z - Q \cdot \bar{E}L - P \cdot \bar{C}L + D \cdot \bar{A}L = 0.$$

oder

$$Z = \frac{-Q \cdot \bar{E}L - P \cdot \bar{C}L + D \cdot \bar{A}L}{z}.$$

Es wäre überflüssig, nachzuweisen, dass in gleicher Weise jede der übrigen Spannungen bestimmt werden kann.

Diese Methode führt direct zum Ziele bei allen solchen Stangenverbindungen, in denen jede einzelne Stange sich erreichen lässt durch einen Schnitt, welcher nicht mehr als drei Stangen trifft.

Bei complicirteren Constructionen wie die in Fig. 4 dargestellte kann der Fall eintreten, dass einzelne Stangen übrig bleiben, wie z. B. *FG*, *DG*, *DE*, welche nur durch Schnitte zu erreichen sind, die mehr als drei Stangen treffen. Auch in solchen Fällen kann man direct zum Ziele kommen, wenn es gelingt, den Schnitt — der nach Belieben geradlinig oder krummlinig geführt werden kann — so zu legen, dass sämtliche geschnittene Stangen bis auf die Eine, welche man untersuchen will, in einem Punkte zusammen treffen.

So kann z. B. die Spannung *V* in der Stange *FG* bestimmt werden, indem man den Schnitt  $\alpha\beta\gamma$  führt und für das herausgeschnittene Stück (s. Fig. 5) die Momentengleichung in Bezug auf *H* als Drehpunkt aufstellt:

$$-V \cdot \bar{F}H - R \cdot r = 0, \text{ oder } V = -\frac{R \cdot r}{\bar{F}H}.$$

Ebenso die Spannung *U* in *DG*, indem man den Schnitt  $\alpha\delta\gamma$  führt und für das herausgeschnittene Stück (s. Fig. 6) die Momentengleichung in Bezug auf *H* als Drehpunkt bildet:

$$U \cdot u - R \cdot r = 0, \text{ oder } U = \frac{R \cdot r}{u}.$$

Auf gleiche Weise sind *KJ* und *LJ* zu bestimmen. Die übrigen Stangen lassen sich sämtlich erreichen entweder durch Schnitte, welche nicht mehr als drei Stangen treffen, oder durch Schnitte, welche vier Stangen treffen, darunter Eine, deren Spannung bereits vorher bestimmt werden konnte. In beiden Fällen ist das frühere Verfahren anwendbar.

So z. B. nachdem *U* bekannt ist, ergeben sich für die Spannungen *X*, *Y*, *Z* der drei Stücke *DF*, *DE*, *CE* die Gleichungen (s. Fig. 7):

$$X \cdot \bar{D}E + U \cdot u - Q \cdot \bar{N}O - P \cdot \bar{M}O + W \cdot \bar{A}O = 0 \text{ (Drehpunkt } E)$$

$$Y \cdot \bar{A}D + U \cdot l + Q \cdot \bar{A}N + P \cdot \bar{A}M = 0 \text{ (Drehpunkt } A)$$

$$-Z \cdot z + W \cdot \bar{A}N - P \cdot \bar{M}N = 0 \text{ (Drehpunkt } D).$$

Aus jeder dieser Gleichungen lässt sich die darin vorkommende Unbekannte direct bestimmen.

Die Vorzüge der angegebenen Methode machen sich somit auch bei den complicirteren Aufgaben wie die zuletzt als Beispiel gewählte noch geltend. Sie springen noch mehr in die Augen, wenn man erwägt, dass nur der Anfänger nötig haben wird, für die einzelnen Berechnungen besondere Figuren sich zu machen. Nach einiger Uebung wird man leicht dahin gelangen, dass man sämtliche Gleichungen direct aus der Hauptfigur abschreiben kann.

Dieser einfachere Weg soll bei der Berechnung der nachfolgenden Zahlenbeispiele eingeschlagen werden. Nachdem das Wesen der Methode an den vorigen Beispielen

bereits weitläufig genug erklärt ist, wird es genügen, wenn bei den folgenden Rechnungen zur Erleichterung der Uebersicht für den Leser allemal der Schnitt und der Drehpunkt angegeben wird, auf welchen die einzelnen Gleichungen sich beziehen. Was die Bedeutung des Vorzeichens der Kräfte betrifft, so ist schliesslich noch zu bemerken, dass sämtliche Spannungen — wie schon bei den vorigen Beispielen geschehen ist — als Zug-Spannungen aufgefasst werden. Positive Spannungen bedeuten also wirkliche Zug-Spannungen. Negative Spannungen bedeuten Druck-Spannungen.

### I. Beispiel.

Berechnung der Dachconstruction für das Exercierhaus der neuen Caserne bei Hannover.

Das Gewicht des ganzen Daches beträgt pro Quadratfuss des Grundrisses 11,3  $\text{m}$ . Für Wind- und Schneedruck wurden 20  $\text{m}$  pro Quadratfuss gerechnet. Die Total-Belastung beträgt demnach 31,3  $\text{m}$  pro Quadratfuss. Die Entfernung der einzelnen Binder von einander beträgt  $15\frac{1}{3}$  Fuss, die Spannweite 100 Fuss. Auf jeden Binder kommen also  $15\frac{1}{3} \cdot 100$  Quadratfuss der Grundrissfläche, folglich  $15\frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 31,3 \text{ m}$  Druck

oder in runder Summe 48000  $\text{m}$  Total-Belastung. Davon kommen auf jeden der 7 mittleren Knotenpunkte (s. Fig. 8) 6000  $\text{m}$  und 3000  $\text{m}$  werden von jedem der beiden Auflager unmittelbar aufgenommen. Jedes der beiden Auflager trägt im Ganzen 24000  $\text{m}$ , und beträgt also mit Abrechnung der direkt aufgenommenen 3000  $\text{m}$  der Gegendruck desselben gegen die Stangenverbindung noch 21000  $\text{m}$ .

Es wirken also überhaupt 9 äussere Kräfte auf die Stangenverbindung, 7 abwärts wirkende von je 6000  $\text{m}$  auf die 7 mittleren Knotenpunkte und 2 aufwärts wirkende von je 21000  $\text{m}$  auf die beiden Endpunkte. Die Anwendung der oben erklärten Methode führt zu folgenden Momentengleichungen (die allemal auf den Theil der Construction, welcher links von der Schnittlinie liegt, sich beziehen):

Schnitt  $\alpha\beta$  (s. Fig. 9)

$$\begin{aligned} \text{Drehpunkt } D: X \cdot 18,5 - 6000 \cdot 12,5 - 6000 \cdot 25 - 6000 \cdot 37,5 \\ + 21000 \cdot 50 = 0^* \end{aligned}$$

$$X = -32400 \text{ m}$$

$$\text{Drehpunkt } A: Y \cdot 38,5 + 6000 \cdot 37,5 + 6000 \cdot 25 + 6000 \cdot 12,5 = 0$$

$$Y = -11700 \text{ m}$$

$$\text{Drehpunkt } J: -Z \cdot 15 - 6000 \cdot 12,5 - 6000 \cdot 25 + 21000 \cdot 37,5 = 0$$

$$Z = +37500 \text{ m}$$

Schnitt  $\beta\lambda$ .

$$\text{Drehpunkt } A: -V_1 \cdot 37,5 + 6000 \cdot 25 + 6000 \cdot 12,5 = 0$$

$$V_1 = +6000 \text{ m}$$

Schnitt  $\gamma\delta$ .

$$\text{Drehpunkt } H: X_1 \cdot 14 - 6000 \cdot 12,5 - 6000 \cdot 25 + 21000 \cdot 37,5 = 0$$

$$X_1 = -40200 \text{ m}$$

$$\text{Drehpunkt } A: Y_1 \cdot 23,5 + 6000 \cdot 25 + 6000 \cdot 12,5 = 0$$

$$Y_1 = -9570 \text{ m}$$

\*) Um die Figur nicht zu überladen, sind die Hebelarme der einzelnen Kräfte (wie z. B. 18,5 Fuss als Länge des von dem Drehpunkt *D* auf die Richtung der Kraft *X* gefallten Perpendikels) in der Figur nicht angegeben. Es wird vorausgesetzt, dass derjenige Leser, welcher die Aufgabe nachzurechnen beabsichtigt, die Hebelarme in der Zeichnung selbst construire und nachmesse.

Drehpunkt **G**:  $-Z_1 \cdot 10 - 6000 \cdot 12,5 + 21000 \cdot 25 = 0$

$$Z_1 = +45000 \text{ } \overline{\text{Z}}$$

Schnitt  $\delta e$ .

Drehpunkt **A**:  $-V_2 \cdot 25 + 6000 \cdot 12,5 = 0$

$$V_2 = +3000 \text{ } \overline{\text{Z}}$$

Schnitt  $e \zeta$

Drehpunkt **F**:  $X_2 \cdot 9,25 + 6000 \cdot 12,5 + 21000 \cdot 25 = 0$

$$X_2 = -48700 \text{ } \overline{\text{Z}}$$

Drehpunkt **A**:  $Y_2 \cdot 9,3 + 6000 \cdot 12,5 = 0$

$$Y_2 = -8100 \text{ } \overline{\text{Z}}$$

Drehpunkt **E**:  $-Z_2 \cdot 5 + 21000 \cdot 12,5 = 0$

$$Z_2 = +52500 \text{ } \overline{\text{Z}}$$

Schnitt  $\zeta \eta$ .

Drehpunkt **D**:  $X_3 \cdot 18,5 + 21000 \cdot 50 = 0$

$$X_3 = -56800 \text{ } \overline{\text{Z}}$$

Schnitt  $\alpha \lambda \mu$ .

Drehpunkt **B**:  $-V \cdot 50 - X \cdot 37 - 6000 \cdot 50 = 0$ , oder:

$$-V \cdot 50 + 32400 \cdot 37 - 6000 \cdot 50 = 0$$

$$V = +18000 \text{ } \overline{\text{Z}}$$

Die gleichliegenden Stücke in der andern Hälfte haben natürlich die gleichen Spannungen. Die gefundenen Resultate sind in Fig. 10 übersichtlich zusammengestellt.

#### Anwendung der Methode der statischen Momente zur Berechnung eiserner Brücken.

Ein Hauptvorzug der empfohlenen Methode besteht, wie oben bereits hervorgesogen wurde, darin, dass man aus der Construction ein beliebiges Stück herausreissen und sofort durch eine einzige Gleichung die Spannung in derselben bestimmen kann. Dazu kommt aber noch ein zweiter, welcher sie zu der Berechnung eiserner Brücken ganz besonders geeignet macht. Jene Eine Gleichung lässt nämlich aus ihrem Bau sogleich erkennen, welche von den Belastungen auf Vermehrung und welche von den Belastungen auf Verminderung der Spannung in dem betreffenden Stücke hinwirken. Um also das Maximum der Spannung zu finden, braucht man nur alle diejenigen Belastungen aus der Gleichung fortzulassen, welche auf Verminderung hinwirken. Um das Minimum zu finden (welches eventuell als negative Grösse Maximum der Druckspannung bedeutet) lässt man alle diejenigen Belastungen fort, welche auf Vermehrung der Spannung hinwirken. Selbstverständlich bezieht sich das lediglich auf die veränderlichen Belastungen.

So z. B. erhält man zur Bestimmung der Spannung  $S$  in nachstehender Construktion (Fig. 11), wenn man den Schnitt **MN** führt und **O** als Drehpunkt nimmt, die Momentengleichung:

$$S \cdot s - D \cdot x + P \left( x + \frac{1}{4} \right) = 0$$

oder, wenn man für  $D$  seinen Werth  $\frac{3}{4}P + \frac{Q}{2} + \frac{R}{4}$  setzt:

$$S = \frac{-P \cdot \left( x + \frac{1}{4} \right) + \frac{Q}{2} \cdot x + \frac{R}{4} \cdot x}{s}$$

Man erkennt sofort, dass  $P$  auf Verminderung,  $Q$  und  $R$  dagegen auf Vermehrung der Spannung hinwirken und findet:

$$S_{\max} = \frac{\frac{Q}{2}x + \frac{R}{4} \cdot x}{s}$$

als grösste Zugspannung,

$$S_{\min} = \frac{-P \cdot \left( \frac{x}{4} + \frac{l}{4} \right)}{s}$$

als kleinste Zugspannung oder grösste Druckspannung.

Der Einfachheit wegen sind hier die Stangen selbst als gewichtslos und die Belastungen  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  als veränderliche angesehen.

Die beiden Gleichungen für  $T$  und  $U$ :

$$T \cdot \bar{CD} - P \cdot \frac{l}{4} + D \cdot \frac{l}{2} = 0$$

$$-U \cdot u + D \cdot \frac{l}{4} = 0$$

welche, wenn man für  $D$  seinen Werth setzt und sie auflost, die Form annehmen:

$$T = \frac{-P \cdot \frac{l}{8} - Q \cdot \frac{l}{4} - R \cdot \frac{l}{8}}{\bar{CD}}$$

$$U = \frac{P \cdot \frac{3}{16}l + Q \cdot \frac{l}{8} + R \cdot \frac{l}{16}}{u}$$

lassen sogleich erkennen, dass diese beiden Constructionstheile bei voller Belastung am stärksten in Anspruch genommen werden.

Ebenso erhält man für  $V$  die Gleichung (Schnitt  $\alpha \beta$ , Drehpunkt  $O_1$ ):

$$-V \cdot \left( y + \frac{l}{2} \right) - Q \left( y + \frac{l}{2} \right) - R \left( y + \frac{l}{4} \right) + W \cdot y = 0$$

oder, wenn man für  $W$  seinen Werth  $\frac{3}{4}R + \frac{Q}{2} + \frac{P}{2}$  substituiert, und sie für  $V$  auflöst:

$$V = \frac{-R \left( \frac{y+l}{4} \right) - Q \left( \frac{y+l}{2} \right) + P \cdot \frac{y}{4}}{y + \frac{l}{2}}$$

und hieraus ergibt sich:

$$V_{\max} = + \frac{P \cdot \frac{y}{4}}{y + \frac{l}{2}}$$

als grösste Zugspannung,

$$V_{\min} = \frac{-R \left( \frac{y+l}{4} \right) - Q \left( \frac{y+l}{2} \right)}{y + \frac{l}{2}}$$

als kleinste Zugspannung oder grösste Druckspannung.

Die Regel ist einfach die: man lasse in der allgemeinen Gleichung für die Spannung das eine Mal alle veränderlichen Belastungen, welche negativ darin vorkommen, fort, das andere Mal alle positiven: oder mit anderen Worten: in der Gleichung für die stärkste (Zug- oder Druck-) Spannung sollen die veränderlichen Belastungen immer einerlei Vorzeichen haben.

Nach dieser Regel wird bei Berechnung des nachfolgenden Zahlenbeispiels verfahren werden. Für jeden Construktionsteil soll zunächst die allgemeine Gleichung auf-

gestellt werden (d. h. für volle Belastung), sodann mit Weglassung der dem Maximum (oder Minimum) entgegenwirkenden Belastungen die Gleichung der stärksten Spannung.

### II. Beispiel.

#### Berechnung eines parabolischen Brückenträgers.

Die Dimensionen des Trägers sind in Fig. 12 eingeschrieben. Als Eigengewicht der Brücke sind 1000 Kil., als mobile Last 5000 Kil. pro laufenden Meter für ein Gleis

angenommen, wovon auf jede der beiden Tragwände die Hälfte kommt. Da die Länge eines Feldes 2 Meter beträgt, so kommen demnach auf jeden Knotenpunkt zwischen den beiden Enden 1000 Kil. permanente und 5000 Kil. mobile Belastung, wie in Fig. 13 angegeben. Was die veränderlichen Gegendrücke  $D$  und  $W$  der beiden Auflager betrifft, so kommen dieselben in den folgenden Gleichungen nicht vor; es sind vielmehr die Beiträge, welche die einzelnen Belastungen dazu liefern, allemal einzeln in den Gleichungen aufgeführt.

#### Schnitt $\alpha\beta$ (s. Fig. 14.)

$$\text{Drehpunkt } C: X_1 \cdot \frac{7}{8} + 1000 \left\{ \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8} + \frac{7}{8} \right\} \cdot 2 + 5000 \left\{ \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8} + \frac{7}{8} \right\} \cdot 2 = 0$$

$$X_1 \text{ (Minimum)} = - 48000 \text{ Kil.}$$

\* (Das Maximum wird ebenfalls negativ und braucht desshalb nicht berücksichtigt zu werden.)

$$\text{Drehpunkt } B: - Z_1 \cdot 0,8 + 1000 \left\{ \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8} + \frac{7}{8} \right\} \cdot 2 + 5000 \left\{ \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8} + \frac{7}{8} \right\} \cdot 2 = 0$$

$$Z_1 \text{ (Maximum)} = + 52500 \text{ Kil.}$$

(Das Minimum wird ebenfalls positiv und braucht desshalb nicht berücksichtigt zu werden.)

#### Schnitt $\beta\gamma$ .

$$\text{Drehpunkt } R: - V_1 \cdot 2,8 - 1000 \left\{ \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8} + \frac{7}{8} \right\} \cdot 0,8 - 5000 \left\{ \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8} + \frac{7}{8} \right\} \cdot 0,8 = 0$$

$$V_1 \text{ (Minimum)} = - 6000 \text{ Kil.}$$

#### Schnitt $\delta\gamma$ .

$$\text{Drehpunkt } E: X_2 \cdot 1,5 + 1000 \left\{ \left( \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8} + \frac{7}{8} \right) \cdot 4 - 2 \right\} + 5000 \left\{ \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8} \right\} \cdot 4 + 5000 \left( \frac{7}{8} \cdot 4 - 2 \right) = 0$$

$$X_2 \text{ (Minimum)} = - 48000 \text{ Kil.}$$

$$\text{Drehpunkt } R: Y_2 \cdot 1,68 - 1000 \left\{ \left( \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8} + \frac{7}{8} \right) \cdot 0,8 - 2,8 \right\} - 5000 \left\{ \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8} \right\} \cdot 0,8 + 5000 \left( 2,8 - \frac{7}{8} \cdot 0,8 \right) = 0$$

Hieraus erhält man, wenn man der obigen Regel gemäß von den beiden mit 5000 multiplizierten Ausdrücken einmal den zweiten weglässt und ein anderes Mal den ersten:

$$Y_2 \begin{cases} \text{Maximum} = + 6250 \text{ Kil.} \\ \text{Minimum} = + 6250 \text{ Kil.} \end{cases}$$

$$\text{Drehpunkt } B: - Z_2 \cdot 0,835 + (1000 + 5000) \left( \frac{1+\dots+7}{8} \right) \cdot 2 = 0$$

$$Z_2 \text{ (Maximum)} = + 50300 \text{ Kil.}$$

#### Schnitt $\delta\varepsilon$ .

$$\text{Drehpunkt } S: - V_2 \cdot 8 - 1000 \left\{ \left( \frac{1+\dots+7}{8} \right) \cdot 4 - 6 \right\} - 5000 \left\{ \frac{1+\dots+6}{8} \right\} \cdot 4 + 5000 \left( 6 - \frac{7}{8} \cdot 4 \right) = 0$$

$$V_2 \begin{cases} \text{Maximum} = + 560 \text{ Kil.} \\ \text{Minimum} = - 7560 \text{ Kil.} \end{cases}$$

#### Schnitt $\varepsilon\xi$ .

$$\text{Drehpunkt } G: X_3 \cdot 1,875 + 1000 \left\{ \left( \frac{1+\dots+7}{8} \right) 6 - 4 - 2 \right\} + 5000 \left\{ \left( \frac{1+\dots+5}{8} \right) 6 + \left( \frac{6}{8} \cdot 6 - 2 \right) + \left( \frac{7}{8} \cdot 6 - 4 \right) \right\} = 0$$

$$X_3 \text{ (Minimum)} = - 48000 \text{ Kil.}$$

$$\text{Drehpunkt } S: Y_3 \cdot 5,5 + 1000 \left\{ 6 + 8 - \left( \frac{1+\dots+7}{8} \right) 4 \right\} - 5000 \left\{ \frac{1+\dots+5}{8} \right\} \cdot 4 + 5000 \left( 8 - \frac{6}{8} \cdot 4 \right) + 5000 \left( 6 - \frac{7}{8} \cdot 4 \right) = 0$$

$$Y_3 \begin{cases} \text{Maximum} = + 6820 \text{ Kil.} \\ \text{Minimum} = - 6820 \text{ Kil.} \end{cases}$$

$$\text{Drehpunkt } D: - Z_3 \cdot 1,474 + 1000 \left\{ \left( \frac{1+\dots+7}{8} \right) 4 - 2 \right\} + 5000 \left( \frac{1+\dots+6}{8} \right) 4 + 5000 \cdot \left( \frac{7}{8} \cdot 4 - 2 \right) = 0$$

$$Z_3 \text{ (Maximum)} = + 48900 \text{ Kil.}$$

#### Schnitt $\xi\eta$ .

$$\text{Drehpunkt } T: - V_3 \cdot 30 - 1000 \left\{ \left( \frac{1+\dots+7}{8} \right) 24 - 26 - 28 \right\} + 5000 \left( \frac{1+\dots+5}{8} \right) 24 + 5000 \left( 28 - \frac{6}{8} \cdot 24 \right) + 5000 \left( 26 - \frac{7}{8} \cdot 24 \right) = 0$$

$$V_3 \begin{cases} \text{Maximum} = + 1500 \text{ Kil.} \\ \text{Minimum} = - 8500 \text{ Kil.} \end{cases}$$

Schnitt  $\eta\vartheta$ .

$$\text{Drehpunkt } J: X_4 \cdot 2 + 1000 \left\{ \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 8 - 6 - 4 - 2 \right\} + 5000 \left\{ \frac{1+\dots 4}{8} \right\} 8 + 5000 \left\{ \left( \frac{5}{8} \cdot 8 - 2 \right) + \left( \frac{6}{8} \cdot 8 - 4 \right) + \left( \frac{7}{8} \cdot 8 - 6 \right) \right\} = 0$$

$X_4$  (Minimum) = — 48000 Kil.

$$\text{Drehpunkt } T: Y_4 \cdot 21,2 + 1000 \left\{ 26 + 28 + 30 - \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 24 \right\} - 5000 \left\{ \frac{1+\dots 4}{8} \right\} 24 + 5000 \left\{ \left( 30 - \frac{5}{8} \cdot 24 \right) + \left( 26 - \frac{6}{8} \cdot 24 \right) + \left( 26 - \frac{7}{8} \cdot 24 \right) \right\} = 0$$

$Y_4$  { Maximum = + 7080 Kil.  
Minimum = — 7080 Kil. }

$$\text{Drehpunkt } F: -Z_4 \cdot 1,873 + 1000 \left\{ \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 6 - 4 - 2 \right\} + 5000 \left\{ \left( \frac{1+\dots 5}{8} \right) 6 + \left( \frac{6}{8} \cdot 6 - 2 \right) + \left( \frac{7}{8} \cdot 6 - 4 \right) \right\} = 0$$

$Z_4$  (Maximum) = + 48100 Kil.

Schnitt  $\vartheta x.*$

$$\text{Drehpunkt } T_1: -V_4 \cdot 32 - 1000 \left\{ 26 + 28 + 30 + 32 - \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 24 \right\} + 5000 \left\{ \frac{1+2+3}{8} \right\} 24 - 5000 \left\{ \left( 32 - \frac{4}{8} \cdot 24 \right) + \left( 28 - \frac{6}{8} \cdot 24 \right) + \left( 26 - \frac{7}{8} \cdot 24 \right) \right\} = 0$$

$V_4$  { Maximum = + 1800 Kil.  
Minimum = — 8800 Kil. }

Schnitt  $x\lambda$ .

$$\text{Drehpunkt } L: -X_5 \cdot 1,875 - 1000 \left\{ \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 6 - 2 - 4 \right\} - 5000 \left\{ \frac{1+\dots 5}{8} \right\} 6 - 5000 \left\{ \left( \frac{6}{8} \cdot 6 - 2 \right) + \left( \frac{7}{8} \cdot 6 - 4 \right) \right\} = 0$$

$X_5$  (Minimum) = — 48000 Kil.

$$\text{Drehpunkt } T_1: Y_5 \cdot 21,88 - 1000 \left\{ 36 + 28 + 30 - \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 24 \right\} + 5000 \left\{ \frac{1+\dots 4}{8} \right\} 24 - 5000 \left\{ \left( 30 - \frac{5}{8} \cdot 24 \right) + \left( 28 - \frac{6}{8} \cdot 24 \right) + \left( 26 - \frac{7}{8} \cdot 24 \right) \right\} = 0$$

$Y_5$  { Maximum = + 6860 Kil.  
Minimum = — 6860 Kil. }

$$\text{Drehpunkt } H: Z_5 \cdot 1,996 - 1000 \left\{ \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 8 - 2 - 4 - 6 \right\} - 5000 \left\{ \frac{1+2+3+4}{8} \right\} 8 - 5000 \left\{ \left( \frac{5}{8} \cdot 8 - 2 \right) + \left( \frac{6}{8} \cdot 8 - 4 \right) + \left( \frac{7}{8} \cdot 8 - 6 \right) \right\} = 0$$

$Z_5$  (Maximum) = + 48100 Kil.

Schnitt  $\lambda\mu$ .

$$\text{Drehpunkt } S_1: -V_5 \cdot 10 - 1000 \left\{ 10 + 8 + 6 - \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 4 \right\} + 5000 \left\{ \frac{1+2+3+4}{8} \right\} 4 - 5000 \left\{ \left( 10 - \frac{5}{8} \cdot 4 \right) + \left( 8 - \frac{6}{8} \cdot 4 \right) + \left( 6 - \frac{7}{8} \cdot 4 \right) \right\} = 0$$

$V_5$  { Maximum = + 1500 Kil.  
Minimum = — 8500 Kil. }

Schnitt  $\mu\nu$ .

$$\text{Drehpunkt } N: -X_6 \cdot 1,5 - 1000 \left\{ \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 4 - 2 \right\} - 5000 \left\{ \left( \frac{1+\dots 6}{8} \right) 4 + \left( \frac{7}{8} \cdot 4 - 2 \right) \right\} = 0$$

$X_6$  (Minimum) = — 48000 Kil.

$$\text{Drehpunkt } S_1: Y_6 \cdot 6 - 1000 \left\{ 8 + 6 - \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 4 \right\} + 5000 \left\{ \frac{1+\dots 5}{8} \right\} 4 - 5000 \left\{ \left( 8 - \frac{6}{8} \cdot 4 \right) + \left( 6 - \frac{7}{8} \cdot 4 \right) \right\} = 0$$

$Y_6$  { Maximum = + 6250 Kil.  
Minimum = — 6250 Kil. }

$$\text{Drehpunkt } K: Z_6 \cdot 1,84 - 1000 \left\{ \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 6 - 2 - 4 \right\} - 5000 \left\{ \frac{1+\dots 5}{8} \right\} 6 - 5000 \left\{ \left( \frac{6}{8} \cdot 6 - 2 \right) + \left( \frac{7}{8} \cdot 6 - 4 \right) \right\} = 0$$

$Z_6$  (Minimum) = + 48900 Kil.

Schnitt  $\nu\varrho$ .

$$\text{Drehpunkt } R_1: -V_6 \cdot 4,8 - 1000 \left\{ 4,8 + 2,8 - \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 0,8 \right\} + 5000 \left\{ \frac{1+\dots 5}{8} \right\} 0,8 - 5000 \left\{ \left( 4,8 - \frac{6}{8} \cdot 0,8 \right) + \left( 2,8 - \frac{7}{8} \cdot 0,8 \right) \right\} = 0$$

$V_6$  { Maximum = + 560 Kil.  
Minimum = — 7560 Kil. }

Schnitt  $\varrho\sigma$ .

$$\text{Drehpunkt } P: -X_7 \cdot 0,875 - 1000 \left\{ \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 2 - 5000 \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) \cdot 2 \right\} = 0$$

$X_7$  (Minimum) = — 48000 Kil.

$$\text{Drehpunkt } R_1: Y_7 \cdot 1,92 - 1000 \left\{ 2,8 - \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 0,8 \right\} + 5000 \left\{ \frac{1+\dots 6}{8} \right\} 0,8 - 5000 \left( 2,8 - \frac{7}{8} \cdot 0,8 \right) = 0$$

$Y_7$  { Maximum = + 5470 Kil.  
Minimum = — 5470 Kil. }

\*) Die nun folgenden Momentengleichungen beziehen sich allemal auf den Theil, welcher rechts von der Schnittlinie liegt.

Drehpunkt  $M$ :  $Z_7 \cdot 1,43 - 1000 \left\{ \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 4 - 2 \right\} - 5000 \left\{ \frac{1+\dots 6}{8} \right\} 4 - 5000 \left( \frac{7}{8} \cdot 4 - 2 \right) = 0$   
 $Z_7$  (Maximum) = + 50300 Kil.

Schnitt  $\sigma z$ .

Drehpunkt  $Q$ : —  $V_7 \cdot 2 - 1000 \cdot 2 - 5000 \cdot 2 = 0$   
 $V_7$  (Minimum) = - 6000 Kil.

Schnitt  $\tau \omega$ .

Drehpunkt  $P$ : —  $X_8 \cdot 0,875 - 1000 \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) \cdot 2 - 5000 \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) \cdot 2 = 0$   
 $X_8$  (Minimum) = - 48000 Kil.

Drehpunkt  $O$ :  $Z_8 \cdot 0,8 - 1000 \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 2 - 5000 \left( \frac{1+\dots 7}{8} \right) 2 = 0$   
 $Z_8$  (Maximum) = + 52500 Kil.

Es ist leicht zu erkennen, dass manche von den obigen Rechnungen durch vorläufige Ueberlegung hätten erspart werden können. So z. B. sieht man im Voraus ohne Mühe ein, dass sämmtliche Horizontalstangen gleiche Maximalspannung haben, ebenso auch die symmetrisch liegenden verticalen und unteren Stangen. Es ist indessen mit Absicht für jede einzelne der 29 Stangen die betreffende Momentengleichung aufgestellt, eben um zu zeigen, dass die Methode der statischen Momente in keinem Falle den Rechner im Stiche lässt, dass sie durch ihre Einfachheit und Untrüglichkeit vorzugsweise geeignet ist, um in zweifelhaften Fällen sofort raschen und sicheren Aufschluss über die grösste Spannung zu geben, welche in einem Constructionstheile möglicherweise eintreten kann.

Es ist ferner absichtlich, um mit dem möglichst einfachsten Falle zu beginnen, ein Träger mit lauter gleichlaufenden (von rechts nach links ansteigenden) Diagonalen gewählt worden. Jede dieser Diagonalen wird — wie man aus obigen Gleichungen sieht — gezogen durch eine Last rechts, und gedrückt durch eine links von dem betreffenden Felde befindliche Last. Bei einem Träger mit rechts ansteigenden Diagonalen würde es umgekehrt sein, und

brauchte man die gefundenen Diagonalspannungen in den symmetrisch gegenüberliegenden Feldern nur zu vertauschen, um die Spannungen für diesen zu erhalten. Denkt man sich beide auf einander gelegt, so erhält man einen Träger mit gekreuzten Diagonalen. Sind letztere — wie das meistens geschieht — als Zugbänder construit, die nur gegen Zug, nicht gegen Druck Widerstand leisten, so wird bei jeder einseitigen Belastung immer nur Eins der beiden Diagonalsysteme in Wirksamkeit treten und zwar gerade so, als ob das andere nicht vorhanden wäre; bei voller Belastung dagegen keins von beiden.

Da ferner in den Verticalen nur dann Zugspannung eintreten kann, wenn die anliegenden Diagonalen in gedrücktem Zustande sich befinden, so werden bei einem solchen Träger in Betreff der Verticalen allemal nur die Minima der oben gefundenen Werthe in Betracht kommen.

Hier nach kann man, ohne erst eine neue Rechnung anstellen zu müssen, mit Hülfe der obigen Resultate sofort auch für einen Träger mit gekreuzten Diagonalen die Maximalspannungen in die Figur hineinschreiben, wie das in Fig. 15 geschehen ist.

Zeitschrift des Hannov. Archit.- und Ingen.-Vereins.

## Chemisch-technische Mittheilungen.

### Farben. Färberei, Zeugdruck, Beizen.

Ueber einige Anilinfarbstoffe, von Edmund Willm. — Die aus dem Anilin erzeugten rothen Farbstoffe bieten die Eigenthümlichkeit, dass sie unter dem Einfluss gewisser Agentien, deren Wirkungsweise noch keineswegs erklärt ist, in violette oder blaue Körper übergehen. Agentien, welche diesen Uebergang bewirken, sind der rohe Holzgeist, gewisse im Handel vorkommende Alkohole, Gummilack (welches das Mülhausener Blau gibt), Anilin selbst etc. Ein merkwürdiges Agens dieser Art ist nach Lauth auch der Aldehyd, welcher rasch auf das

Anilinroth wirkt und es erst in Violett und dann in Blau verwandelt.

Lauth verfährt in folgender Art: Man löst 20 Grm. reines krystallisiertes Anilinroth\*) in 220 Cubikcentim. ge-

\*) Das Anilinroth, welches hier gemeint ist, ist das durch Behandlung von Anilin mit Salpetersäure dargestellte, für welches der Verf. nach Kopp und Jacquemain die Formel  $C_{36}H_{20}N_3(NO_4)$  und den Namen trianiline mononitrée (3 Aeq. Anilin, worin 1 At. H durch  $NO_4$  ersetzt ist) annimmt, und welches kleine reguläre Octaeder bildet. Es krystallisiert besonders leicht aus einer wässrigen Kreosotlösung; man löst es durch Kochen darin auf und lässt die Lösung 12 Stunden lang stehen, wobei das Anilinroth sich in ziemlich grossen Krystallen ausscheidet. Das Kreosotwasser ist ein sehr gutes Reinigungsmittel, welches vielleicht auch bei andern Anilinfarbstoffen mit Vortheil angewendet werden kann.