Zeitschrift: Studia philosophica : Schweizerische Zeitschrift für Philosophie = Revue suisse de philosophie = Rivista svizzera della filosofia = Swiss journal of philosophy

Herausgeber: Schweizerische Philosophische Gesellschaft

Band: 39 (1980)

Artikel: Eine Ausschaltung zweier zenonischer Paradoxien

Autor: Ferber, Rafael

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-883066

Studia Philosophica 39/1980

RAFAEL FERBER

Eine Ausschaltung zweier zenonischer Paradoxien

Der Zweck folgenden Artikels ist es, den Nachweis zu erbringen, dass und wie Zenons Dichotomie- und Achilles-Paradox ausschaltbar sind.

Er gliedert sich in vier Teile. Der erste versucht, die Paradoxien und deren grundlegende Voraussetzungen zu exponieren; der zweite, vier exemplarische Lösungsversuche zu widerlegen; der dritte, statt einer neuen Lösung zu zeigen, dass und wie die Paradoxien zum Verschwinden zu bringen sind, und der vierte versucht, diese Ausschaltung gegen einige Einwände zu verteidigen. Vorausgeschickt sei, dass wir uns hier darauf beschränken, unsere Grundgedanken so ökonomisch, einfach und dicht, wie uns möglich ist, darzustellen. In einer weiteren Arbeit versuchen wir, daran weitere Überlegungen zu knüpfen.

I

Die Primärquelle für die beiden erwähnten Paradoxien ist Aristoteles. Ob die aristotelische Version sich mit derjenigen Zenons deckt, ist eine mangels Quellenmaterial kaum zu entscheidende historische Frage, die uns hier nicht interessiert. Wir exponieren die Paradoxien hier nur im Rahmen der aristotelischen Philosophie. Denn es scheint uns sinnvoll zu sein, sie nicht losgelöst vom Kontext der Philosophie zu erörtern, in der sie zum ersten Mal auch dokumentarisch fassbar sind.

1. Das Dichotomie-Paradox: Das sich Fortbewegende muss zuerst die Hälfte der Strecke erreichen, bevor es das Ende erreicht, und von dieser wieder die Hälfte, usw. ad. inf. (vgl. Phys. **Z**9, 239b11–14; Θ8, 263a4–6; Top. Θ8, 160b7–9).

Korrespondenz: Rafael Ferber, Feldweg 12, CH-6072 Sachseln

Welches sind nun die grundsätzlichen Voraussetzungen, die Aristoteles macht, um dieses Paradox sinnvoll Zenon unterlegen zu können?

Die erste besteht evidentermassen darin, dass die zu durchlaufende Raumstrecke ein Kontinuum bildet (vgl. ebd. **Z**2, 233a21–26, b15–17; Θ8, 263a23 – b3), d.h. für Aristoteles u.a., dass sie unendlich teilbar ist (vgl. ebd. **Z**1, 231a21 – b18; **Z**2, 232b24–25). Denn wäre sie nicht unendlich teilbar, dann liesse sich der Halbierungsprozess nicht unendlich fortsetzen. Doch soll er offensichtlich unendlich fortgesetzt werden können.

Nennen wir diese Strecke AB. Die erste Halbierung teile AB in die Strecken AC und CB. Dann fragt sich, ob die zweite Halbierung die Strecke AC oder CB, die erste oder die zweite Hälfte von AB halbieren soll. Eine analoge Frage lässt sich auch bei der dritten und vierten Halbierung stellen usw. ad inf. Anzunehmen aber ist offensichtlich, dass immer nur die jeweils erste oder immer nur die jeweils zweite Hälfte halbiert werden soll. Wenn immer nur die jeweils erste Hälfte, dann stellt der unendlich fortsetzbare Halbierungsprozess in Gedanken eine Rückwärtsbewegung dar, die A nicht erreicht. Denn der Abstand zu A lässt sich zwar durch unendliche Halbierung beliebig endlich klein machen, aber er wird immer noch grösser als Null sein. Wenn immer nur die jeweils zweite Hälfte halbiert werden soll, dann stellt der unendliche Halbierungsprozess in Gedanken eine Vorwärtsbewegung dar, die B nicht erreicht. Denn der Abstand zu B lässt sich auch wieder durch unendliche Halbierung beliebig endlich klein machen, aber er wird immer noch grösser als Null sein. Im ersten Fall wird der Läufer nicht starten, im zweiten Fall nicht im Ziel ankommen können. Aristoteles scheint die zweite Variante zu bevorzugen[1]. Am grundsätzlichen Gehalt des Paradoxons, der uns hier allein interessiert, ändert sich jedoch durch eine Bevorzugung der einen Variante vor der anderen nichts.

Die erste Voraussetzung jedoch, dass die Raumstrecke AB ein unendlich teilbares Kontinuum bildet, genügt noch nicht. Aristoteles setzt offenbar noch die zweite voraus, dass die Raumpunkte A und B wie alle Punkte der Strecke AB unteilbar und ausdehnungslos sind. Denn wären A und B teilbar und ausgedehnt, d.h. Raumstrecken, dann gäbe es gar keinen klar begrenzbaren Anfangs- und Endpunkt mehr und der Halbierungsprozess würde einmal auf A oder B übergreifen. Zudem ist für Aristoteles ein Punkt ohnehin unteilbar (vgl. Metaph. Δ6, 1016b24–31) und offenkundig nicht ausgedehnt, sondern ausdehnungslos.

Das Paradox aber lässt sich nicht nur räumlich, sondern auch zeitlich interpretieren. Die erste aristotelische zeitliche Interpretation aber, Zenon habe gemeint, es sei unmöglich, in einer endlichen Zeit eine unendliche Strecke zu durchlaufen (vgl. Phys. Z2, 233a21–23), reduziert das Argument auf einen blossen Fehlschluss, der sich durch eine Bedeutungsdifferenzierung von «unendlich» im Sinne einer unendlichen Teilbarkeit und einer unendlichen Ausgedehntheit vermeiden lässt: Eine unendlich ausgedehnte Strecke lässt sich in einer endlichen Zeit nicht durchlaufen, wohl aber eine unendlich teilbare. Denn auch die Zeit selber ist (auf diese Art und Weise) unendlich (vgl. ebd. 26–28). Aristoteles realisiert aber, dass er damit das Argument nur ad hominem widerlegt hat und die eigentliche Schwierigkeit noch nicht bewältigt ist (vgl. Phys. Θ8, 263a11–18). Deshalb nimmt er es wieder auf (vgl. ebd. 263a18–19). Doch lässt sich das Argument in strikter Analogie zur räumlichen Interpretation auch zeitlich *im Sinne eines echten Paradoxes deuten*, worauf ja schon Aristoteles hinzuweisen scheint (vgl. ebd. 263b3–5). In diesem Sinne zeitlich interpretiert, ist es unmöglich, eine unendlich teilbare Zeitstrecke zu durchlaufen. Denn das sich Fortbewegende muss zuerst die Hälfte der Zeitstrecke erreichen, bevor es das Ende erreicht, und von dieser wieder die Hälfte usw. ad inf.

Nennen wir diese Zeitstrecke A′B′. Es liegt auf der Hand, dass in dieser temporalen Interpretation zur lokalen analoge temporale Voraussetzungen zum Tragen kommen, nämlich die Kontinuität, d.h. für Aristoteles unendliche Teilbarkeit der Zeitstrecke, und die Unteilbarkeit und Ausdehnungslosigkeit der Zeitpunkte. Denn wäre die Zeitstrecke A′B′ nicht unendlich teilbar, dann liesse sich der Halbierungsprozess nicht unendlich fortsetzen. Wären ferner A′ und B′ teilbar und ausgedehnt, d.h. Zeitstrecken, dann gäbe es gar keinen klar begrenzbaren Anfangs- und Endpunkt mehr und der Halbierungsprozess würde einmal auf A′ und B′ übergreifen. Die Kontinuität der Zeit ist ja ohnehin eine fundamentale These der aristotelischen Zeittheorie (vgl. Phys. Δ10, 219a10–13; 220a4–5; 220b24–26). Der Zeitpunkt aber wird in Analogie zum Raumpunkt behandelt (vgl. ebd. 219b17; 220a9–21), und wie kein Raumpunkt Teil, sondern Grenze einer Linie ist, so ist auch kein Zeitpunkt Teil, sondern Grenze einer Zeit (vgl. ebd. 220a18–21). Daraus ergibt sich, dass er nicht wie ein (offensichtlich kontinuierlicher) Teil einer Zeitstrecke teilbar und ausgedehnt, sondern unteilbar und unausgedehnt ist. Die Unteilbarkeit des Zeitpunktes wird ja übrigens von Aristoteles expressis verbis behauptet (vgl. ebd. 222b7–8) und impliziert für ihn offenbar hier auch Unausgedehntheit.

Die fundamentalen aristotelischen Voraussetzungen des Dichotomie-Paradoxes, auf die hier zusammenfassend nochmals hingewiesen sei, sind so die Kontinuität von Raum- bzw. Zeitstrecke und die Unteilbarkeit und Ausdehnungslosigkeit des Raum- bzw. Zeitpunktes. Sie sind für Aristoteles so selbstverständlich und grundlegend, dass er sie gar nicht eigens erwähnt. Die fundamentalsten Voraussetzungen, die ein Philosoph in einem Argument macht, erwähnt er nämlich meistens nicht[2].

2. Das Achilles-Paradox: Das am langsamsten Laufende, die Schildkröte, wird vom Schnellsten, Achilles, nicht eingeholt. Denn notwendig muss das Verfolgende vorher dort ankommen, woher das Fliehende aufgebrochen ist, so dass notwendig das Langsamere immer etwas voraussein wird (vgl. Phys. **Z**9, 239b14–18). Aristoteles bemerkt, dass dieser Gedanke derselbe ist wie der im Dichotomie-Paradox (vgl. ebd. 18–19). In beiden Fällen kann nämlich infolge einer Art Teilung der zu durchlaufenden Strecke eine Grenze nicht erreicht werden (vgl. ebd. 22–24). Doch bestehen nach Aristoteles zwei Unterschiede: a) Im Achilles-Paradox handelt es sich nicht um ein Halbieren der noch hinzukommenden Strecke (vgl. ebd. 19–20). b) Weiterhin besteht im Achilles-Paradox die Besonderheit, dass, was in der Dichtung als Ausbund der Geschwindigkeit gefeiert wird, bei der Verfolgung des Langsamsten sein Ziel nicht erreicht (vgl. ebd. 24–25). Diese Unterschiede aber verändern nicht die Substanz des Arguments. In der Tat scheint uns die obige aristotelische Formulierung des Paradoxons so offen zu sein, dass sie sich in Analogie zum Dichotomie-Paradox bringen lässt[3]: Das Langsamere wird nämlich deshalb immer etwas voraussein, weil sich zwar nicht ein Halbierungs-, aber doch auch ein Teilungsprozess unendlich wiederholen lässt. Im Unterschied aber zum Dichotomie-Paradox ist der zu erreichende Punkt nicht fixiert, sondern er weicht immer weiter zurück, ohne je erreicht werden zu können.

Wie das Dichotomie-, so ist dabei auch das Achilles-Paradox räumlich und zeitlich interpretierbar: In der räumlichen Interpretation wird die Schildkröte Achilles immer um eine beliebig endlich kleine Raum-, in der zeitlichen Interpretation immer um eine beliebig endlich kleine Zeitstrecke vorraussein. Beide Deutungen hängen natürlich zusammen[4].

Damit es in der räumlichen Fassung gilt, setzt Aristoteles analog mindestens die Kontinuität einer Zeitstrecke und die Unteilbarkeit und Ausdehnungslosigkeit eines Zeitpunktes voraus. Denn wären Raum- bzw. Zeitstrecke nicht kontinuierlich, d.h. für Aristoteles nicht unendlich teilbar, so liesse sich der Prozess nicht unendlich wiederholen. Doch soll er offensichtlich unendlich wiederholt werden können. Wären ferner Raum- bzw. Zeitpunkt teilbar und ausgedehnt, d.h. Raum- bzw. Zeitstrecken, dann würde der unendliche Teilungsprozess einmal auf den «Punkt» übergreifen, von dem aus die Schildkröte startet. Die grundlegenden Voraussetzungen sind somit im Achilles- dieselben wie im Dichotomie-Paradox.

Die Quintessenz der Schwierigkeit lässt sich aber in beiden Fällen auf folgende Fragen bringen: Wie kann die Teilung einer per definitionem unendlich teilbaren Raum- bzw. Zeitstrecke beendet werden? Da jedoch einerseits eine Raum- bzw. Zeitstrecke infolge (aristotelischer) Definition unendlich teilbar ist und somit deren Teilung nicht beendet werden kann, andererseits aber infolge Postulat deren Teilung einmal beendet werden soll, liegt die Quintessenz der Schwierigkeit *in der logischen Kontradiktion einer Definition mit einem Postulat.* Wenn wir in der Definition auch ein Postulat sehen wollen, dann liegt die Schwierigkeit in der logischen Kontradiktion zweier Postulate: *Die Paradoxie beruht auf einer Antinomie,* die sich auch so formulieren lässt: Eine Strecke soll unendlich teilbar und nicht unendlich teilbar sein.

II

Die beiden Paradoxien laufen offensichtlich unserer konventionellen Meinung, dass der Läufer die Strecke durcheilt und Achilles die Schildkröte einholt, zuwider. Um sie zu widerlegen, genügt es natürlich nicht, sich auf unsere konventionelle Meinung zu berufen, dass der Läufer die Strecke in Wirklichkeit doch durcheilt und Achilles die Schildkröte in Wirklichkeit doch einholt. Denn das bezweifelt niemand. Die Frage ist nur, wie das angesichts dieser Paradoxien möglich ist. Es genügt also nicht wie Diogenes von Sinope die Argumente so zu widerlegen, dass man aufsteht und auf und ab geht. (Doch sollten wir gegen Diogenes nicht zu streng sein, denn es wird auch berichtet, dass er einen Schüler verprügelte, der mit seiner Widerlegung zufrieden war, und ausrief, die von ihm angegebenen Gründe sollte der Schüler nicht ohne weitere eigene Gründe akzeptieren[5].) Um Zenons *philosophischem* Generalangriff auf unsere fable convenue standzuhalten, müssen wir sie auch *philosophisch* rechtfertigen. *Wer an der Philosophie erkrankt, kann nur mit ihrer Hilfe wieder genesen.*

Das scheint man sich in Philosophenkreisen in der Tat zu Herzen genommen zu haben: Die aufgewiesenen Paradoxien übten eine nicht zu bestreitende Faszination auf nicht unbedeutende Denker von der Antike bis zur jüngsten Vergangenheit aus. Pathetischer gesagt: «Les arguments de Zénon d'Elée ont exercé la sagacité des plus grands penseurs de tous les temps.»[6] Natürlich hat dabei fast jeder Philosoph, der sich mit ihnen befasst hat, auch beansprucht, sie lösen zu können. So existieren denn die verschiedensten Lösungsvorschläge, die hier alle zu diskutieren weder möglich noch sinnvoll ist[7]. Doch seien hier wenigstens der aristotelische und drei aus unserem Jahrhundert besprochen, diejenigen B. Russells, G. Vlastos' und J. Barnes'. Wir wählen dabei diese, weil sie vier Hauptlösungstypen darstellen und für viele andere paradigmatisch sind.

Wenden wir uns zuerst demjenigen des Aristoteles zu. Während dessen erster Lösungsversuch das Problem nur ad hominem gelöst hat, so löst es der zweite ad rem. Wir übersetzen die Pointe folgendermassen:

> «So dass dem Fragenden, ob es möglich ist, Unendliches zu durchlaufen, sei es in der Zeit oder in der Länge, zu sagen ist, dass es in gewissem Sinne möglich ist, in einem anderen Sinne aber nicht. Was aktual unendlich ist, kann nicht durchlaufen werden, was aber potential, kann. Denn der sich stetig Bewegende hat akzidentell Unendliches durchlaufen, schlechthin aber nicht. Denn es ist ein Akzidens der Linie, unendliche Hälften zu sein, die Substanz aber ist anders und das Sein» (Phys. 8, 263b3–9)[8].

Der Kernpunkt der aristotelischen Lösung besteht also darin, dass aktual Unendliches nicht durchlaufen werden kann, wohl aber potential Unendliches, wo die Unendlichkeit nur ein Akzidens ist. Damit wird aber auch belegt, dass das potential Unendliche hier für Aristoteles nicht bloss im Denken existiert, wie es nach einer bestimmten Interpretation von Metaph. Θ6, 1048b14–15 der Fall ist. Es ist vielmehr etwas objektiv Seiendes, wenn auch nur im potential-akzidentellen Sinne.

Doch gegen diese Lösung ist einzuwenden: Aristoteles setzt offenbar voraus, dass eine physikalische Raum- bzw. Zeitstrecke zwar nicht in unendlich viele Teile realiter geteilt *ist*, aber doch in unendlich viele Teile geteilt werden *kann.* Wie wir aber noch zu zeigen versuchen, ist nicht nur die These von der aktualen unendlichen *Geteiltheit*, sondern auch von der potentialen unendlichen *Teilbarkeit* einer physikalisch-empirischen Raum- bzw. Zeitstrecke falsch: Eine physikalisch-empirische Raum- oder Zeitstrecke *ist* nicht nur nicht in unendlich viele Teile geteilt, sondern *kann* auch nicht in unendlich viele Teile geteilt werden. Da jedoch das potential Unendliche für Aristoteles hier etwas objektiv Seiendes ist, fällt mit der Nichtexistenz dieses Unendlichen auch die aristotelische Lösung dahin. Zudem setzt auch das potential Unendliche noch das aktual Unendliche voraus, wie G. Cantor hervorgehoben hat[9]. Man sollte schon deshalb vorsichtig sein, wenn man mit ihm gewisse Paradoxien des Unendlichen lösen will.

Eine andere beliebte Widerlegung ist die mathematische, die eine Standard-Widerlegung unseres Jahrhunderts bildet. Ihr Kerngedanke lautet in der Version, die ihr B. Russell gegeben hat:

«The apparent force of the argument, on this interpretation, lies solely in the mistaken supposition that there cannot be anything beyond the whole of an infinite series, which can be seen to be false by observing that 1 is beyond the whole of the infinite series $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{15}{16}$, ...»[10].

Der Grund aber, weshalb diese Standard-Widerlegung Zenons Problem nicht beseitigt, liegt u.E. darin: Da sich der Läufer bzw. Achilles *offenbar* auf einer *physikalischen* Strecke bewegt, ist die Frage nicht, wie eine *mathematische unendliche* Reihe beendet werden kann, sondern wie eine *physikalische*, wie also der Läufer bzw. Achilles eine unendliche Anzahl von Aufgaben physikalisch-empirisch erfüllen können. Obige mathematische Lösung ist zwar richtig, aber sie löst nicht Zenons Problem, das wesentlich physikalisch-empirischer Natur ist. Analoges gilt auch von anderen mathematischen Lösungen, unter denen besonders diejenige H.N. Lees hervorgehoben sei[11].

Wenden wir uns nun derjenigen G. Vlastos' zu, deren Substanz sich auch im Zenon-Artikel der «Encyclopedia of Philosophy» findet. Sie zeichnet sich durch eine differenzierte, scharfsinnige und klare Analyse der zu bewältigenden Schwierigkeit aus, mit der wir weitgehend, wenn auch nicht überall, einig gehen. Doch vermissen wir bei den vielen subtilen Details, die G. Vlastos erwähnt, eine genügend explizite Angabe der beiden grundlegenden Voraussetzungen, die die Argumente in der aristotelischen Version machen. Auch G. Vlastos stützt sich nämlich auf diese Version und diese Voraussetzungen ab. Der Kerngedanke seiner Lösung aber lässt sich so formulieren: Der Abstand zum jeweils zu erreichenden Punkt kann so klein gemacht werden, dass ihm kein arithmetischer Sinn mehr zukommt. Belegen wir das zuerst am Dichotomie-Paradox:

«By making Z-runs he [the runner] can always go so far that no arithmetical sense could be given to the statement that he has *not* reached G. If no quantity could express the difference, δ, between the sum of n Z-intervals and SG (for δ could be made smaller than any ε that might be chosen), what arithmetical sense could there be in saying that there is a difference?»[12]

Mit SG meint G. Vlastos die Strecke, die wir AB nannten, mit Z-runs die einzelnen Läufe, die Zenons Läufer zu machen hat und die nach G. Vlastos' Interpretation eine Progression darstellen, mit «*n* Z-intervals» die endliche Anzahl von Hälften, die der Läufer zu durcheilen hat und mit der Summe dieser «*n* Z-intervals» die Summe dieser Hälften. Die Differenz zwischen dieser Summe und SG ist nun grösser als Null aber kleiner als Epsilon. Folglich kann ihr nach G. Vlastos kein arithmetischer Sinn mehr gegeben werden, und folglich hat es keinen arithmetischen Sinn mehr zu sagen, dass der Läufer G *nicht* erreicht hat. Da die Differenz aber schon nach einer endlichen Anzahl von Läufen kleiner als Epsilon gemacht werden kann, muss der Läufer auch nicht mehr *unendlich* viele Aufgaben erfüllen – eine elegante Methode, die Problematik des Unendlichen auszuschalten. Doch setzt G. Vlastos damit stillschweigend voraus, dass eine Differenz, der kein arithmetischer Sinn mehr gegeben werden kann, nicht mehr existiert und sie mithin der Läufer nicht mehr zu durcheilen habe.

Analog bewältigt er auch das Achilles-Paradox. Mit «P» meint er dabei den Punkt, von dem aus die Schildkröte jeweils startet:

«... Achilles is in a position to make the difference between him and the tortoise less than any assignable quantity, however small – a perfectly good way of overtaking her, without each of them having had to make a unique run reaching P at the same instant.»[13]

Doch gegen diese virtuose Lösung, die der Leser bitte im Kontext nachlesen möge, um sie gebührend zu würdigen, lässt sich folgendes einwenden:

a) Ist damit, dass einer bestimmten Differenz kein arithmetischer Sinn mehr gegeben werden kann, schon bewiesen, dass keine Differenz mehr besteht? Die Frage liegt in Analogie zu folgender: Ist damit, dass wir bestimmte Farben nicht mehr sehen und bestimmte Töne nicht mehr hören, schon bewiesen, dass es diese Farben und Töne nicht mehr gibt?

Ist dadurch, dass wir kein Ultraviolett mehr sehen können, schon bewiesen, dass es kein Ultraviolett mehr gibt? Offensichtlich nicht. Analog ist es auch mit der Arithmetik: Wenn wir einer bestimmten Differenz keinen arithmetischen Sinn mehr geben können, ist damit noch nicht bewiesen, dass diese Differenz nicht existiert, ganz abgesehen davon, dass eine Entwicklung der Mathematik logisch möglich ist, die auch solchen Differenzen einen arithmetischen Sinn gibt. G. Vlastos erliegt nämlich einem Fehlschluss: Daraus, dass wir einer Beschreibung von δ keinen arithmetischen Sinn mehr geben können, folgert er, dass diese Differenz nicht existiert und sie mithin der Läufer nicht zu durcheilen braucht. Dabei verwechselt er die arithmetische Beschreibung eines Phänomens mit dem Phänomen und folgert aus der Unmöglichkeit des ersten auf die Unmöglichkeit des zweiten. Dieser Schluss ist aber unzulässig: Auch wenn wir einer bestimmten Differenz keinen arithmetischen Sinn mehr geben können, so folgt daraus noch nicht, dass diese Differenz aus der Raum-Zeit-Welt schon eliminiert ist. Ist die Differenz aber noch nicht eliminiert, so kann Zenon immer noch darauf bestehen, dass der Läufer sie noch zu durchlaufen habe. Denn gesetzt, dass er seiner Behauptung keinen arithmetischen Sinn mehr geben kann, so kann er sie trotzdem noch aufrechterhalten, da die Behauptung des Gegenteils einen Fehlschluss impliziert.

b) Um Zenons Dichotomie- und Achilles-Paradox zu lösen, schaltet G. Vlastos ein zweites Paradox ein: Um einen Endpunkt zu erreichen, muss man nach G. Vlastos nicht einen Lauf machen, der in diesem Endpunkt endet[14]. Die Begründung dafür ist wieder dieselbe: Die Differenz zum Endpunkt kann so klein gemacht werden, dass ihr kein arithmetischer Sinn mehr beigelegt werden kann. Folglich muss sie nicht mehr durchlaufen werden. Da jedoch diese Begründung einen Fehlschluss impliziert, ist dieses Paradox kein scheinbares, das sich durch diese Begründung vermeiden lässt. Im Gegensatz zu G. Vlastos' Meinung ist es echt. Ein echtes Paradox aber durch ein anderes echtes Paradox lösen zu wollen, scheint uns nicht nur nicht sinnvoll zu sein, sondern deutet auch an, dass das erste Paradox noch nicht gelöst ist.

c) Der Läufer bzw. Achilles haben offenbar eine physikalische Strecke zu durcheilen. G. Vlastos meint nun, dass jene Differenz auf der physikalischen Strecke beliebig, also auch unendlich klein gemacht werden kann. Wie wir noch zu zeigen versuchen, ist diese Behauptung falsch.

d) G. Vlastos setzt voraus, dass der Punkt, den der Läufer bzw. Achilles zu erreichen haben, ein mathematischer Punkt ist und mithin keine Ausdehnung hat. Da sich der Läufer bzw. Achilles jedoch auf einer physikalischen Strecke bewegen, ist dieser realiter zu erreichende Punkt physikalischer Natur. Ein physikalischer Punkt hat jedoch nicht die Ausdehnung Null.

e) G. Vlastos fällt eben mit seiner Lösung wieder in eine der mathematischen zurück. Das erhellt besonders aus folgendem Satz:

«It should be hardly necessary to add that this solution could scarcely have occurred to Zeno, since it is an application of the conception of the sum of an infinite series as the limit of the sequence of the partial sums of that series –»[15].

Aus angegebenem Grund löst aber die mathematische Lösung nicht Zenons Problem, das wesentlich physikalisch-empirischer Natur ist.

Mit a) erliegt G. Vlastos einem Fehlschluss, mit b) schaltet er ein neues Paradox ein, mit c) und d) übernimmt er Voraussetzungen des Paradoxons, ohne sie auf ihre Gültigkeit zu überprüfen und mit e) fällt er wieder in eine der mathematischen Lösungen zurück. Aus diesen Gründen, denen sich noch weitere hinzufügen liessen, müssen wir auch G. Vlastos' virtuose Lösung für gescheitert erklären.

Wenden wir uns nun dem neuesten Versuch zu, mit den Schwierigkeiten fertig zu werden, den wir der umfassenden Darstellung J. Barnes verdanken[16]. Hier interessiert uns aber nur der Lösungsversuch des Dichotomie- und Achilles-Paradoxons. Da er in beiden Fällen derselbe ist, beschränken wir uns auf dessen Behandlung des ersten Paradoxons. Nach J. Barnes' Analyse der aristotelischen Version soll Zenon dabei folgendes behauptet haben:

«(1) If anything moves, it performs infinitely many tasks. Since he holds it to be a truism that:
(2) Nothing can perform infinitely many tasks, he concludes that nothing moves.»[17]

Wie und mit welchem Recht der Verfasser zu diesen weitreichenden Behauptungen gelangt, möge der Leser selber überprüfen. Leider vermissen wir bei ihm wie bei G. Vlastos trotz vieler treffender Bemerkungen eine genügend explizite Angabe der *beiden* grundlegenden Voraussetzungen, die das Argument in der aristotelischen Version macht, auf die sich auch J. Barnes abstützt.

Um das Argument zu widerlegen, müssen wir nach ihm entweder (1) oder (2) verwerfen. Er erkennt klar, dass die Annahme (1) nur dann wahr ist, wenn der Raum kontinuierlich oder unendlich teilbar ist, was für ihn anscheinend wie für Aristoteles dasselbe bedeutet[18]. Im Unterschied zu G. Vlastos erkennt J. Barnes ebenfalls, dass eine volle Diskussion von Zenons Paradoxien eine Diskussion der «Geometrie des Raumes» voraussetzt. Doch meint er: «..., for reasons I gave earlier, I shall not enter upon such a discussion here.»[19] Da uns der Autor einige Zeilen vorher auf die Seiten 245–246 des ersten Bandes seines opus magnum verwiesen hat, dürfen wir annehmen, dass dort die Gründe zu finden sind. Auf diesen Seiten finden wir nun eine leider sehr unklare Diskussion des antiken und modernen Atomismus bezüglich Zenon. Da sich nach J. Barnes aber weder zwingende Gründe *für* noch *gegen* den Atomismus aufstellen lassen, entscheidet er sich für das, was die Mehrheit der Physiker für gut hält, nämlich für die Kontinuität des Raumes. Er zählt dabei jedoch weder die Gründe auf, die für, noch die, welche gegen den Atomismus sprechen. Ebensowenig begründet er, weshalb sie nicht zwingend sind. Was aber den Appell an die Mehrheit anbetrifft, so hat er zweifelsohne eine grosse psychologische, aber keine logische Stärke. Solange J. Barnes die Ansicht der Mehrheit nicht mit Argumenten untermauert, beweist sein Appell nichts. Wenn wir richtig sehen, ist somit J. Barnes' Entscheidung für die Kontinuität des Raumes argumentativ nicht nur unzureichend, sondern überhaupt nicht fundiert. Ist aber die unendliche Teilbarkeit des Raumes nicht fundiert, so auch nicht Prämisse (1).

Doch nehmen wir zugunsten J. Barnes an, seine Entscheidung zugunsten der Prämisse (1) sei zureichend fundiert. Gelingt es ihm wenigstens (2) zu widerlegen? Da die logische Form des ersten Teiles von (2) mit einem verneinten Existenzsatz logisch äquivalent ist, müsste er, um ihn zu widerlegen, nur beweisen, dass der bejahende Existenzsatz «Es gibt etwas, das unendlich viele Aufgaben erfüllen kann.» wahr ist. J. Barnes schlägt jedoch einen umständlicheren Weg ein: Er diskutiert sieben Argumente, die nach seiner Ansicht (2) zu stützen beanspruchen, und versucht sie ihrer Unschlüssigkeit zu überführen. Wir können diese langwierige und nicht sehr überzeugende Diskussion hier nicht wiedergeben. Möge der Leser sie selber auf ihre Korrektheit hin überprüfen. Das Resultat aber, zu dem J. Barnes gelangt, lautet:

«I believe (2) to be false: of the many arguments designed to support (2), all are wanting in one or more particulars. But I cannot show that (2) is false; indeed, the reason why Zeno's Dichotomy is so fascinating an argument is to be sought in (2): men want to believe (2); they cannot believe that we possess infinite powers; and they keep producing ever more ingenious arguments in favour of Zeno.»[20]

J. Barnes gesteht also mit anerkennenswerter Ehrlichkeit, dass seine lange kritische Diskussion der Argumente, die (2) zu stützen beanspruchen, (2) noch nicht als falsch erwiesen hat. Der logische Grund liegt jedoch nicht in den von J. Barnes angegebenen Gründen, sondern darin, dass es ihm nicht gelungen ist, (2) durch ein zwingendes Gegenbeispiel definitiv zu widerlegen. Wir hegen überhaupt den Verdacht, dass das noch niemand gelungen ist. Zumindestens ist uns keines bekannt, das nicht irgendwo eine heimliche Erschleichung enthielte.

Doch gesetzt, (2) wäre durch ein zwingendes Gegenbeispiel definitiv widerlegt. Da die Voraussetzung von (1) jedoch durch J. Barnes nicht nur nicht fundiert, sondern u.E. sogar falsch ist, würde auch diese Widerlegung Zenons von einer falschen Prämisse ausgehen. Sie würde somit noch einen grundlegenden Fehler enthalten. Auch J. Barnes' Widerlegung müssen wir deshalb trotz vieler treffender Bemerkungen als gescheitert betrachten.

Keiner der hier diskutierten paradigmatischen Lösungsversuche kann so als gültig angesehen werden. Daraus folgt freilich noch nicht, dass die Paradoxien überhaupt nicht gelöst werden können. Doch ist Skepsis am Platz. Denn da sie im gekennzeichneten Sinne auf einer Antinomie beruhen, lässt sich die Bedingung ihrer Lösung auch so formulieren: *Dass eine Strecke unendlich teilbar und nicht unendlich teilbar sein soll, muss völlig plausibel gemacht werden.* Das völlig Unplausible, ein eklatanter Widerspruch, muss so völlig plausibel gemacht werden. Das aber ist sehr schwierig. Im Gegensatz zu der heute unter Wissenschaftlern und Philosophen verbreiteten Meinung, diese Paradoxien seien schon längst gelöst, möchten wir deshalb in Anlehnung an eine wunderbar subtile Formulierung D. Hilberts wenigstens soviel sagen: Es beschleicht uns ein unangenehmes Gefühl, wenn man diese Paradoxien als gelöst betrachtet.

III

Nicht nur die vier diskutierten, sondern alle Lösungsversuche gehen von der Annahme aus, dass es sich bei den beiden Paradoxien um reale Probleme handelt, die es zu lösen gilt. Im Gegensatz zu dieser communis opinio scheint es uns sinnvoller zu sein, einen anderen Weg einzuschlagen. Wir fragen nicht mehr: «Wie können diese Paradoxien gelöst werden?», sondern *«Was für Bedingungen müssen erfüllt sein, damit es nicht mehr zu diesen Paradoxien kommt?»*

Diese Veränderung der Fragestellung hat den Vorteil, dass sich damit zwei Fliegen auf einen Schlag treffen lassen. Gelingt es nämlich, Bedingungen als plausibel und notwendig hinzustellen, unter denen es nicht mehr zu diesen Paradoxien kommt, dann müssen wir uns auch nicht mehr mit der Lösung dieser Paradoxien abquälen: Wo es diese Schwierigkeiten nicht mehr gibt, brauchen sie auch nicht mehr gelöst zu werden. Erledigen wir die zweite Frage, dann erledigt sich die erste von selbst. Um es metaphorisch zu sagen: Wir versuchen nicht mehr, das Buschwerk von Zenons Paradoxien nur zu beschneiden, sondern mit der Wurzel auszureissen. Denn dann ist es auch nicht mehr nötig, es zu beschneiden.

Um dieses Ziel zu erreichen, müssen wir nicht komplizierter, sondern einfacher als Zenon denken.

Erinnern wir uns dazu zuerst an die beiden grundlegenden Voraussetzungen, die diese Paradoxien in der aristotelischen Version machen: (1) Eine Raum- bzw. Zeitstrecke ist unendlich teilbar. (2) Ein Raum- bzw. ein Zeitpunkt ist unteilbar und ausdehnungslos.

Da jedoch eine unendlich teilbare Raum- bzw. Zeitstrecke eo ipso ausgedehnt ist, schliessen sich die beiden Voraussetzungen – wenigstens intuitiv gesehen – aus: Eine ausgedehnte Raum- bzw. Zeitstrecke kann nicht aus ausdehnungslosen Raum- bzw. Zeitpunkten bestehen. Umgekehrt machen noch so viele ausdehnungslose Raum- bzw. Zeitpunkte zusammen noch keine ausgedehnte Raum- bzw. Zeitstrecke aus. Wenn also (1) gilt, dann gilt nicht (2). Wenn (2), dann nicht (1). Das aber bedeutet: Die beiden fundamentalen Voraussetzungen der beiden diskutierten Paradoxien bilden selber ein Paradox. In der Tat kann die zugrundeliegende Meinung, dass unendlich viele niederdimensionale Gebilde zu einem höherdimensionalen *addiert* werden können, mit Recht als paradox bezeichnet werden. In der Literatur figuriert sie denn auch als «Zenons metrisches Paradox der Ausdehnung».

Daraus ergibt sich eine erste grundlegende und u. W. neue Erkenntnis unseres Ausschaltungsversuches: *Die beiden diskutierten Paradoxien bilden nur die Oberfläche eines tieferliegenden Paradoxons.* Wie wir in einer weiteren Arbeit noch zu zeigen versuchen, liegt dieses Paradox zumindestens den beiden anderen Paradoxien der Bewegung ebenfalls zugrunde. Es ist weiterhin durchaus möglich, dass es auch den Paradoxien der Vielheit zugrundeliegt. *Wir nennen es deshalb das Zenonische Fundamentalparadox.* Ob es Zenon selber schon gekannt hat, ist eine historische Frage, die wir hier ausklammern. Direkt als Zenonisches Paradox ist es uns jedenfalls nicht überliefert. Doch ist es spätestens seit Aristoteles bekannt (vgl. De gen. et. corr. A2, 316a15–317a17), wenn auch u.W. noch nie als *das* Fundament von Zenons Paradoxien der Bewegung erkannt worden. Dabei ist es keineswegs ein beliebiges Puzzle von rein historischem Interesse. Es liegt vielmehr nicht nur Zenons Paradoxien der Bewegung und möglicherweise auch der Vielheit, sondern unter gewissen Voraussetzungen sogar noch unseren modernen physikalischen Begriffssystemen von Raum und Zeit zugrunde. So hat es, um nur soviel zu sagen, z.B. noch der Physiker P.W. Bridgman als Paradox empfunden:

> «... if I literally thought of a line as consisting of an assemblage of points of zero length and of an interval of time as the sum of moments without duration, paradox would then present itself.»[21]

Wenn wir nun die beiden diskutierten Paradoxien Zenons ausschalten wollen, so müssen wir das Zenonische Fundamentalparadox sinnvollerweise *zuerst* ausschalten. Denn wir dürfen nicht nur annehmen, dass die beiden diskutierten Schwierigkeiten Oberflächenerscheinungen von tieferliegenden sind, sondern auch, *dass sie durch diese tieferliegenden erst entstehen.* Solange dieses Fundamentalparadox nicht ausgeschaltet ist, können wir praktisch sicher sein, dass die Oberflächenparadoxien ihr Haupt wieder erheben. Das wird durch deren zweitausendfünfhundertjährige Wirkungsgeschichte bestens belegt. Ist aber das tieferliegende Paradoxon ausgeschaltet, so dürfen wir mit begründetem Optimismus annehmen, dass dann auch dessen Oberflächenerscheinungen verschwinden.

Es verhält sich nämlich mit diesen Paradoxien wie mit einer chronischen Krankheit: Solange die Ursache nicht beseitigt ist, werden die Symptome vielleicht momentan zum Verschwinden gebracht werden, aber früher oder später wieder von neuem aufbrechen. Da wir nun die Ursache dieser Symptome diagnostiziert haben, können wir uns an eine Therapie wagen, die mehr als blosse Symptombehandlung ist.

Die erste Bedingung, die erfüllt sein muss, damit es nicht mehr zu diesen Paradoxien kommt, lautet somit: *Das ihnen zugrundeliegende Fundamentalparadox muss vorgängig ausgeschaltet werden.*

Dazu hat neuerdings A. Grünbaum einen sehr elaborierten Versuch vorgelegt, dessen Diskussion hier einen systematischen Stellenwert hat.[22] Dass er dabei u. E. irrtümlicherweise dieses Paradox für eines der Vielheit hält und nicht als das Zenonische Fundamentalparadox erkennt, ändert an seinem Lösungsversuch nichts. In ihm lässt er sich nun von einer durch G. Cantor bestimmten mengentheoretischen Analyse des mathematischen Kontinuums leiten und versucht diese auf den physikalischen Raum und die physikalische Zeit anzuwenden. Er geht dabei davon aus, dass die Gesamtheit der auf einer Strecke gelegenen Punkte sich mengentheoretisch als eine nicht abzählbar unendliche Menge auffassen lasse. Eine nicht abzählbar unendliche Menge von ausdehnungslosen Punkten könne jedoch Ausdehnung haben. Für die Einzelheiten dieser Lösung sei hier auf A. Grünbaums Texte selber verwiesen, die zu reichhaltig und differenziert sind, um hier in extenso wiedergegeben werden zu können.

Doch gegen A. Grünbaums Lösung lässt sich einiges einwenden: Wir wollen dabei völlig davon absehen, dass sie weder anschaulich nachvollziehbar noch sehr einfach ist und sich auf eine umstrittene Kontinuumstheorie abstützt. Denn das sind in gewissem Sinne alles noch keine prinzipiellen Einwände. Entscheidender ist folgendes:

Um die mengentheoretische Analyse des mathematischen Kontinuums G. Cantors auf die physikalische Raum- bzw. Zeitstrecke anwenden zu können, muss A. Grünbaum ein Axiom voraussetzen, das die Punkt-für-Punkt-Entsprechung von mathematischem Kontinuum und physikalischer Raum- bzw. Zeitstrecke verlangt[23]. Da jedoch der Läufer, bzw. Achilles eine physikalisch-empirische, nicht eine mathematische Strecke durcheilen, ist auch die im Fundamentalparadox vorausgesetzte Raum- bzw. Zeitstrecke offenkundig physikalisch-empirischer Natur. Zwischen einem mathematischen Kontinuum und einer physikalisch-empirischen Raum-, bzw. Zeitstrecke besteht jedoch eine Asymmetrie:

Einmal haben die physikalisch-empirischen Punkte nicht die Ausdehnung Null. Das hat z. B. J. Wisdom klar hervorgehoben: *«A physical point, unlike a mathematical point, has some size, though this may be as small as we please.»*[24]

Ferner ist eine physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitstrecke jedenfalls nicht im Sinne G. Cantors kontinuierlich. Sie besteht offenbar nicht aus einer überabzählbaren, aktual unendlichen Menge von Punkten. Ganz abgesehen davon, dass schon Aristoteles die physikalische Existenz des aktual Unendlichen bestritten hat (vgl. Phys. Θ8, 263 a 32 – b 9), ist das so evident, dass es eigentlich keines Beweises bedarf. Denn eine physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitstrecke muss irgendwie der Beobachtung zugänglich sein. Das Kontinuum G. Cantors ist das aber offensichtlich nicht. Dazu eine Anekdote. Als sich der junge C. F. v. Weizsäcker mit Mengenlehre in der Meinung befasste, sie sei fundamental und philosophisch interessant, soll ihm sein Lehrer W. Heisenberg erwidert haben:

«No, it is all nonsense. Whatever the mathematicians may tell you, you should not believe that there is such a thing as an actually infinite point set. Can you think you would be able to observe it?»[25]

Zwischen der physikalisch-empirischen, d.h. letztlich irgendwie beobachtbaren Raum-Zeit-Welt und dem Kontinuum G. Cantors besteht eben eine Asymmetrie: Eine physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitstrecke enthält weder ausdehnungslose Punkte noch gar eine überabzählbar und aktual unendliche Menge davon. Deshalb ist A. Grünbaums Lösung des Zenonischen Fundamentalparadoxons auf die physikalisch-empirische Strecke nicht anwendbar, – auch wenn sie mathematisch völlig korrekt ist. Doch legt die Unanwendbarkeit der mathematischen Lösung nahe, dass die Ausschaltung nicht auf mathematischer, sondern auf physikalisch-empirischer Ebene zu erfolgen hat. Diese Vermutung wird dadurch bestätigt, dass sich die Probleme, um den entscheidenden Punkt zu wiederholen, ja nicht auf mathematischer, sondern auf physikalisch-empirischer Ebene stellen.

Die zweite Bedingung, die erfüllt sein muss, damit es nicht mehr zu den diskutierten zwei Paradoxien kommt, lautet somit: *Das ihnen zugrundeliegende Fundamentalparadox muss auf physikalisch-empirischer Ebene ausgeschaltet werden.*

Dazu geben wir die mathematische Definition des physikalischen Punktes auf und treffen folgende definitorische Festsetzungen: *Ein physikalisch-empirischer Raumpunkt sei eine atomare, endlich kleine Längen-, ein physikalisch-empirischer Zeitpunkt eine atomare, endlich kleine Zeiteinheit.* Deren genaue Bestimmung ist nicht Sache der Philosophie, sondern der Empirie. Wie im folgenden aber sichtbar wird, erledigen sich mit diesen Definitionen schlagartig sowohl das Zenonische Fundamentalparadox als auch das von Achilles und das von der Dichotomie.

Doch wollen wir zuerst einen Einwand beantworten. Sind diese Definitionen nicht einfach reine Phantasie? Gibt es nicht zu jeder noch so kleinen atomaren Längen- und zu jeder noch so kleinen atomaren Zeiteinheit eine noch kleinere usw. ad inf., so dass es gar keinen Sinn hat, von atomaren, endlich kleinen Raum- und Zeiteinheiten zu reden? Das ist in gewissem Sinne richtig, in einem anderen Sinne aber falsch.

Theoretisch gesehen, gibt es keine atomaren, endlich kleinen Raum- oder Zeiteinheiten, vielmehr lassen sich zu jeder noch so kleinen Länge und zu jeder noch so kleinen Zeit noch kleinere Längen und Zeiten hinzu*denken*. Zudem ist die Idee einer im absoluten Sinne «kleinsten Länge» und damit eng verbunden einer «kleinsten Zeit» schon aus relativistischen Gründen nicht durchführbar[26], es sei denn, man sähe in ihnen Naturkonstanten. Theoretisch gesehen hat also J. Wisdom recht, wenn er meint: *«A physical point, unlike a mathematical point, has some size, though this may be as small as we please.»*[27]

Doch die Frage ist nicht, ob ein physikalisch-empirischer Punkt theoretisch, sondern ob er *realiter*, in der *empirischen Wirklichkeit*, beliebig klein sein kann. Realiter gesehen hat jedoch J. Wisdom nicht recht, wenn er einen physikalischen Punkt beliebig, mithin auch unendlich klein sein lässt. Deshalb ist auch er mit den Paradoxien nicht fertig geworden, wiewohl er freilich unserer Ausschaltung sehr nahe gekommen ist. Denn realiter gesehen, gibt es nicht unendlich kleine physikalische Raum- bzw. Zeitpunkte. Dazu führen wir zwei Argumente an:

a) Ein physikalisch-empirischer Raum- bzw. Zeitpunkt muss ex vi termini empirisch nachweisbar sein. Unendlich kleine Raum-, bzw. Zeitpunkte sind jedoch nicht mehr empirisch nachweisbar. Denn unsere Sinneswahrnehmung, geschehe sie unbewaffneten oder bewaffneten Auges, gelangt einmal an eine untere Grenze, unterhalb derer sie nichts mehr distinkt wahrnehmen kann. Wo diese Grenze liegt und ob sie scharf ist, sind empirische Fragen, die wir hier nicht mehr zu beantworten haben. Entscheidend ist nur, dass es sie gibt. Wären nun physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitpunkte unendlich klein, so wären sie nicht mehr empirisch nachweisbar, ein offenkundiger Widerspruch. Zudem zeigt ja schon die spezielle Relativitätstheorie, dass der Gegenwartsbereich nicht unendlich klein, sondern endlich klein ist. Dessen zeitliche Ausdehnung hängt dabei von dem räumlichen Abstand zwischen dem Ereignis und dem Beobachter ab. Was sich vom «Jetzt» sagen lässt, lässt sich aber prinzipiell auch vom «Hier» erzählen. Auch es ist nicht unendlich klein, wenn es beobachtbar sein soll.

b) Ein physikalisch-empirischer Raum- bzw. Zeitpunkt muss direkt messbar sein. Denn Länge und Zeit gehören ja zu den primitiven Grössen, die nicht durch andere definiert werden. Unendlich kleine Raum- bzw. Zeitpunkte *hätten* jedoch *zumindest* irrationale Zahlenwerte. Wie nämlich im Gegensatz zu unserer intuitiven Meinung die unendliche Teilbarkeit einer Strecke zwar zu beliebig endlich kleinen, aber *nicht* zu unendlich kleinen Teilen führt, so entsprechen auch der rationalzahligen Folge $1/2$, $1/4$, $1/8$, ... zwar beliebig endlich kleine, aber *nicht* unendlich kleine Räume und Zeiten. Irrationale Zahlen sind aber nie das Ergebnis einer direkten Messung. Wie sehr man nämlich auch die Messgeräte vervollkommnen mag, die mit ihrer Hilfe gewonnenen Messungen können niemals zu dem Resultat führen, dass ein Messwert nicht eine rationale, sondern eine irrationale Zahl ist. Irrationale Zahlen werden nicht im Zusammenhang einer direkten Messung, sondern einer theoretischen Berechnung eingeführt, wie R. Carnap einmal treffend bemerkt[28]. A fortiori können auch nicht unendlich kleine Räume und Zeiten mit ultrareellen Zahlenwerten, wie sie in nichtarchimedischen Grössensystemen vorkommen, direkt gemessen werden. Die physikalisch-empirischen Raum- bzw. Zeitpunkte müssen jedoch aufgrund von Empirie und direkter Messung eingeführt werden. Also können sie nicht endlich klein *sein.*

Doch können physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitpunkte auch nicht beliebig endlich klein werden. Denn sie können nicht unendlich geteilt werden, so dass aus ihnen *abzählbar* unendlich viele Raum- bzw. Zeitstücke entstehen würden, die jedoch alle nur *rationale* Zahlenwerte hätten. Dazu führen wir wieder zwei Argumente an:

a) Wäre ein physikalisch-empirischer, mithin beobachtbarer und messbarer Raum- bzw. Zeitpunkt *realiter* unendlich teilbar, so müssten wir Menschen oder eine Maschine unendlich viele Teilungsaufgaben vollenden können. Doch abgesehen davon, dass das schon technisch unmöglich ist, können auch aus theoretischen Gründen weder ein Mensch noch eine Maschine unendlich viele Aufgaben erfüllen. Dafür liesse sich eine ganze Reihe von Argumenten aufzählen[29]. Der Kürze und Einfachheit halber beschränken wir uns auf folgendes: Den Ausdruck «vollenden» dürfen wir sinnvollerweise so gebrauchen, dass er bedeutungsäquivalent ist mit «beenden». Eine unendliche Anzahl von Aufgaben enthält jedoch per definitionem keine letzte. Also kann sie nicht beendet werden. (Man komme uns hier nicht mit dem abgenutzten Grenzwert-Einwand der Infinitesimalrechnung. Denn dieser löst nicht das Problem, wie unendlich viele Aufgaben physikalisch-empirisch beendet werden können, sondern ist ein mathematischer Trick, dieses und analoge Probleme zu vermeiden. Obiges Argument kann aber durch *geeignete Bedeutungspostulate* prinzipiell immer so konstruiert werden, dass ein logischer Widerspruch dabei herauskommt.)

b) Ferner ist uns nicht bekannt, dass es jemandem gelungen wäre, die These von der Unvollendbarkeit einer unendlichen Anzahl von physikalisch-empirischen Aufgaben durch ein zwingendes und unantastbares Gegenbeispiel zu widerlegen. Alle uns bekannten enthalten irgendwo eine heimliche Erschleichung, was hier nicht weiter ausgeführt werden kann. Wir versuchen es aber in einer weiteren Arbeit am vielleicht ingeniösesten Argument zu zeigen. Solange aber die These von der physikalisch-empirischen Unvollendbarkeit unendlich vieler Aufgaben nicht wenigstens durch ein zwingendes und unantastbares Gegenbeispiel widerlegt ist, können und müssen wir sie aufrechterhalten.

Aus dem ersten Paar von Gründen dürfen wir folgern, dass physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitpunkte nicht unendlich klein sind. Sind sie aber nicht unendlich klein, so sind sie *endlich klein*. Aus dem zweiten Paar von Gründen dürfen wir folgern, dass auch endlich kleine Raum- bzw. Zeitpunkte nicht unendlich teilbar sind. Also stossen wir einmal auf Raum- bzw. Zeitpunkte, die wir nicht mehr weiter teilen können und die deshalb *unteilbar oder atomar sind.* Damit haben wir unsere definitorischen Festsetzungen wenigstens negativ abgesichert.

Sind sie aber zwingend, dann zieht das eine wichtige Folgerung nach sich: Im Gegensatz zu Aristoteles' Meinung, die heute noch Vertreter findet, gibt es in der physikalisch-empirischen Raum-Zeit-Welt nicht nur kein aktual, sondern auch kein potential Unendliches: *Es gibt nicht nur nicht aktual unendlich geteilte Räume und Zeiten, sondern auch nicht potential unendlich teilbare Räume und Zeiten. Nicht nur das eine, sondern auch das andere ist aus der erfahrbaren Raum-Zeit-Welt ins Reich der Ideen* (im Kantischen Sinne) oder Fiktionen zu verweisen.

Doch sind wir nicht nur in der Lage, unsere Festsetzungen negativ und indirekt, sondern auch positiv und direkt zu begründen:

Vor mehr als 40 Jahren wurde von W. Heisenberg und A. March die

Vermutung ausgesprochen, dass es eine atomare und endlich kleine Längeneinheit von der Grösse 10^{-13}cm gibt[30]. Durch sie sollten sich die sogenannten Divergenzschwierigkeiten in relativistischen Feldtheorien vermeiden lassen[31]. Diese Längeneinheit wird empirisch dadurch nahegelegt, dass in der Mikrophysik immer wieder ein Wert von der Grössenordnung 10^{-13}cm begegnet[32]. Sie wäre die dritte Naturkonstante neben dem Planckschen Wirkungsquantum und der Lichtgeschwindigkeit und insofern sogar relativistisch invariant. Seit der speziellen Relativitätstheorie sind nun Raum und Zeit nicht mehr voneinander unabhängige Grössen, sondern die Zeit ist, grob gesprochen, eine Funktion des Raumes. So liegt die Vermutung nahe, dass die Existenz einer atomaren Länge von der Grössenordnung 10^{-13}cm auch die Existenz einer atomaren Zeiteinheit zur Folge hätte, die von der Grössenordnung 10^{-24}s wäre. Das ist nämlich gerade die Zeit, die das Licht braucht, um die Entfernung 10^{-13}cm zurückzulegen. *Neueste Forschungen haben nun ergeben, dass sich eine solche Zeiteinheit tatsächlich experimentell nachweisen lässt*[33]. Auch die Existenz einer atomaren, endlich kleinen Zeiteinheit kann so empirisch abgestützt werden. Zwar ist auch hier die physikalische Forschung noch im Fluss. Aber sie gibt doch starke und prospektive Indizien dafür her, dass unsere definitorischen Festsetzungen auch empirisch begründbar und begründet sind. Doch gesetzt auch sie wären nicht begründet, so würden schon die negativen und indirekten Beweise genügen, unsere Festsetzungen aufrechtzuhalten.

Mit ihnen erledigen sich nun das Zenonische Fundamentalparadox und damit auch die beiden diskutierten Paradoxien der Bewegung auf einen Schlag. Zeigen wir das zuerst am Zenonischen Fundamentalparadox: Ist ein Raum- bzw. Zeitpunkt eine atomare, endlich kleine Längen- bzw. Zeiteinheit, so bildet eine Raum- bzw. Zeitstrecke von endlicher Ausdehnung kein unendlich teilbares Raum- bzw. Zeitkontinuum mehr, sondern ein in endlich viele Teile teilbares Raum- bzw. Zeitdiskontinuum. Damit wird auch der Widerspruch des Fundamentalparadoxons ausgeschaltet: Denn die Aussage «Ein Raum- bzw. Zeitpunkt ist eine atomare, endlich kleine Längen- bzw. Zeiteinheit» und die Aussage «Eine Raum- bzw. Zeitstrecke von endlicher Ausdehnung ist ein in endlich viele Teile teilbares Raum- bzw. Zeitdiskontinuum» schliessen sich nicht aus, sondern bedingen sich.

Mit diesen definitorischen Festsetzungen verschwinden auch die diskutierten Paradoxien der Bewegung auf einen Schlag. Das von der Dichotomie, da der Halbierungsprozess nicht mehr unendlich fortgesetzt werden kann, sondern einmal an ein Ende kommt. Das von Achilles und der Schildkröte, da Achilles einmal den Punkt erreichen wird, von dem aus das gemächliche Tier startet. Wie wir in einer weiteren Arbeit zu zeigen versuchen, erledigen sich damit zumindestens alle anderen Zenonischen Paradoxien der Bewegung ebenfalls.

Betonen möchten wir freilich, dass wir mit den gegebenen definitorischen Festsetzungen die Paradoxien nicht gelöst, sondern nur ausgeschaltet haben. Doch haben wir das so getan, dass sie auch nicht mehr gelöst zu werden brauchen. Denn die Widersprüche, auf denen sie beruhen, gibt es nur in Gedanken, nicht aber in der physikalisch-empirischen Raum-Zeit-Welt. Pointierter gesagt: *Das Drama findet nur in unserer Einbildung statt. Wo sich die Paradoxien aber wirklich abspielen sollen, gibt es sie nicht. Nur wo sie sich nicht wirklich abspielen, gibt es sie.* Die Paradoxien aber müssen dort gelöst werden, wo sie sich wirklich abspielen, auf physikalisch-empirischer Ebene. Da es sie dort jedoch nicht gibt, müssen sie auch dort nicht gelöst werden. Wer das jetzt noch tun will, missversteht nicht nur fiktive Probleme als reale, sondern projiziert Voraussetzungen in die physikalisch-empirische Raum-Zeit-Welt, die durch diese eindeutig dementiert werden. Auch dieser Don Quijote fällt vom Ross.

Zudem: Abgesehen davon, dass die sogenannten «Lösungen» meist nicht weniger problematisch als die zu lösenden Probleme sind, hat unsere *Ausschaltung* ihnen gegenüber den Vorzug einer geradezu kindlichen Einfachheit.

Wenn auch diese Ausschaltung einfach ist, so nicht der Weg, sie zu finden. Denn das Nächstliegende sehen wir zuletzt. Das wird dadurch bestätigt, dass sie in unserem Jahrhundert weitgehend, wenn nicht fast ausnahmslos übersehen wurde, obwohl sie im Prinzip uralt ist: *Sie scheint nämlich die erste historische Antwort auf das Dichotomie-Paradox gewesen zu sein, die wir vermutlich den Atomisten Leukipp und Demokrit verdanken* (vgl. Aristoteles, Phys. A 3, 187a2)[34]. Auch dürfen wir vermuten, dass die freilich nicht direkt überlieferte, von Aristoteles Platon zugeschriebene Theorie der «unteilbaren Linien» (vgl. Metaph. **A** 9, 992a20–22) u. a. als Reaktion auf diese Paradoxien entstanden ist[35]. Neu ist an unserem Ausschaltungsversuch nur, dass wir die beiden Paradoxien der Bewegung auf ein Fundamentalparadox zurückgeführt und via Ausschaltung dieses Fundamentalparadoxes erledigt haben. Ferner gelang es, die genialen *spekulativen* Gedanken eines Leukipp und Demokrit nicht nur indirekt und negativ vorwiegend theoretisch, sondern auch positiv und direkt durch Ergebnisse der neuesten Forschung *empirisch* abzustützen. Im Unterschied zu Leukipp und Demokrit, die wahrscheinlich auch oder gar nur Materieatome postuliert hatten, postulieren wir jedoch nur atomare Längen- und Zeiteinheiten. Für die Ausschaltung der Paradoxien der Bewegung genügt dieses Postulat, und es ist ökonomisch, nicht mehr Annahmen zu machen als unbedingt nötig.

Nun können wir auch angeben, worin der eigentliche Grund für die Entstehung dieser Paradoxien liegt: *Er liegt in einer mathematischen Kompetenzüberschreitung.* Mathematische Definitionen von Punkt und Kontinuum werden stillschweigend in die empirisch-physikalische Raum-Zeit-Welt hineinprojiziert und für objektiv gegebene Tatsachen erklärt. Man nimmt dabei unbewusst an: Wenn Punkt und Strecke in unserem Denken aus bestimmten Gründen so und nicht anders sein sollen, dann sollen sie auch in der physikalisch-empirischen Wirklichkeit so und nicht anders sein. Da man jedoch die mathematisch-kryptonormative Herkunft dieser Definitionen vergisst, erklärt man sie für objektiv gegebene Tatsachen: Ein Raum- bzw. Zeitpunkt *ist* unteilbar und ausdehnungslos. Raum und Zeit *sind* Kontinua, d.h. *hier* unendlich teilbar.

Diese Theorie führt aber zu einem Konflikt mit der erfahrbaren Wirklichkeit, in der es einer unbestreitbaren Menschheitserfahrung zufolge Bewegung einfach gibt. Denn die Theorie involviert die Konsequenz, dass die erfahrbare physikalische Bewegung mit Schwierigkeiten behaftet, wenn nicht gar unmöglich ist. Es ist das grosse Verdienst Zenons, diese Konsequenzen durch die Konstruktion einiger Paradoxien so genial wie einfach klargelegt zu haben. Subjektiviert gesehen, ist dabei der Konflikt zwischen Theorie und Wirklichkeit ein Konflikt zwischen Theorie und Erfahrung.

Um diesen Konflikt zu lösen, hat man nicht nur überingeniöse begriffliche Unterscheidungen zu machen versucht, sondern auch die ganze Batterie der Infinitesimalrechnung und der elaboriertesten mathematischen Theorien des neunzehnten Jahrhunderts aufgeboten: *Das aber heisst den Teufel mit Beelzebub vertreiben.* Denn man vergisst, dass die Probleme ja nur infolge mathematischer Theorien entstanden sind, die in der physikalisch-empirischen Wirklichkeit nicht heimatberechtigst sind. Ziehen wir aber die mathematischen Definitionen aus der physikalisch-empirischen

Wirklichkeit zurück und ersetzen sie durch *ihr* angemessenere, so verschwinden die Paradoxien.

Nicht die erfahrbare Wirklichkeit, sondern eine Theorie erzeugt so das Problem. Befreien wir uns aber aus dem Käfig dieser Theorie, dann verschwindet auch das Problem. Operationalisiert ausgedrückt: Ein bestimmter Sprachgebrauch schaltet die Paradoxien ein und ein anderer schaltet sie aus. Wir haben uns für den entschieden, der sie ausschaltet.

IV

Doch wird man einwenden: Was machen dann der Läufer bzw. Achilles, wenn sie sich zwischen den Zeit- bzw. Raumatomen befinden? Allein diese Frage hat weder einen empirischen noch einen theoretischen Sinn. Keinen empirischen, weil sich nicht mehr erfahren lässt, was sich zwischen den Raum- bzw. Zeitatomen befindet. Denn an den unteilbaren Raum- bzw. Zeitpunkten gelangt unsere Erfahrungsfähigkeit an ihre untere Grenze. Die Frage hat aber auch keinen theoretischen Sinn, weil jene «Zwischenräume» und «Zwischenzeiten» in unserem diskontinuierlichen Bezugssystem als das definiert sind, was in ihm nicht mehr definiert ist. Es hat also weder einen empirischen noch einen theoretischen Sinn zu sagen, dass sich der Läufer oder Achilles in den «Zwischenräumen» oder «Zwischenzeiten» bewegen oder nicht bewegen, da der Begriff der Bewegung unterhalb dieser Grenze gar nicht mehr verwendbar ist. Schon die Ausdrücke «Zwischen*räume*» und «Zwischen*zeiten*» sind im Grunde inadäquat, weil die Ausdrücke «Raum» und «Zeit» zwischen den Atomen ihren Sinn verlieren. Deshalb haben wir sie auch in Anführungszeichen gesetzt. Unser diskontinuierliches Bezugssystem zieht so einen scharfen Schnitt zwischen dem, was wir hinsichtlich der Ortsbewegung prinzipiell noch wissen, und dem, was wir nicht mehr wissen können. Das Wissen ums Nichtwissen ist aber auch ein Gewinn: Das Nichtwissen ist nämlich ein grosser Teil der Weisheit (nescire magna quaedam pars sapientiae).

Mit dieser Einschränkung des Wissbaren lässt sich ebenfalls einem aristotelischen Einwand gegen den Zeitatomismus begegnen (vgl. Phys. Θ8, 263b28 – 264a6). Es hat in einem diskontinuierlichen Bezugssystem keinen Sinn zu sagen, dass zwischen dem Zeitatom A, in dem D weiss wird, und dem Zeitatom B, in dem D weiss ist, noch ein Prozess, also eine Form von Bewegung, stattfinde. Damit ist die Voraussetzung des aristotelischen Argumentes widerlegt. Die Rede von Bewegung und Zeit zwischen den Zeitatomen ist nur sinnvoll, wenn wir ein Zeitkontinuum postulieren, was wir gerade nicht tun. Dieses Argument erliegt so einer petitio principii.

Deshalb lässt sich auch das vierte Paradox der Bewegung, das vom Stadium (vgl. Aristoteles, Phys. **Z**9, 239b33 – 240a18), nicht als Argument gegen den Atomismus von Raum und Zeit verwenden. G. Vlastos, auf dessen Rekonstruktion wir hier verweisen, fasst die Interpretationen dieses Argumentes, die es einen Atomismus voraussetzen lassen, so zusammen:

«... blocks A, B, and C would stand for indivisibles and the reasoning would prove that B, traversing an atomic quantum of length q_s relatively to A in an atomic quantum of time q_t, would traverse length q_s in $q_t/2$ relatively to C, thereby dividing a supposed indivisible.»[36]

Doch haben wir einmal ein atomares Zeitquantum q_t vorausgesetzt, so hat die Rede von $q_t/2$ keinen Sinn mehr. Innerhalb des atomaren Bezugssystems ist auch die Rede von einer Zeit unter den Zeitatomen sinnlos, was nur unter Voraussetzung eines Zeitkontinuums sinnvoll ist. Denn in einem Zeitkontinuum wären solche ausgedehnte, aber unteilbare Zeitstrecken eben nicht mehr unteilbar. Um also den Atomismus mit dem Stadium-Paradox zu widerlegen, muss man in es eine Voraussetzung einführen, die es nicht nur nicht macht, sondern nach dieser Interpretation geradezu bestreitet. Das aber bedeutet: Die Widerlegung des Atomismus durch das Stadium-Paradox ist innerhalb dieses Paradoxons gar nicht formulierbar. Analog aber lässt sich auch anderen Argumenten gegen den Atomismus begegnen: Auch sie lassen sich innerhalb der Voraussetzungen des Atomismus nicht mehr formulieren. Um gültig zu sein, setzen sie schon eine der Kontinuumstheorien als gültig voraus[37]. Zudem sind alle Interpretationen, die das Stadium-Paradox einen Atomismus von Raum und Zeit voraussetzen lassen, in den antiken Quellen nicht fundiert[38]. Wie wir in einer weiteren Arbeit zu zeigen versuchen, lässt es sich in Übereinstimmung mit dem aristotelischen Text und unter Voraussetzung einer Kontinuumstheorie so interpretieren, dass dabei ein Paradox von wunderbarer Einfachheit und Tiefe herauskommt.

Doch ist nicht die Ausdehnungslosigkeit von Raum- und Zeitpunkt sowie die Kontinuität von Raum- und Zeitstrecke eine Bedingung der Möglichkeit von physikalischer Erfahrung, mithin Beobachtung? Das vielleicht entscheidendste Argument dafür lässt sich so formulieren: Um die Null und das Kontinuum der reellen Zahlen auf Raum und Zeit anwenden zu können, müssen wir die Ontologie des ausdehnungslosen Punktes und der Kontinuität von Raum und Zeit voraussetzen. Allein: Dieses Argument lässt sich von einem latenten Philosophem beherrschen, das jedenfalls nicht zwingend ist: Die Null und die reellen Zahlen haben die sprachliche Form von Namen, denen etwas Wirkliches entsprechen muss. Doch können die Null und das Kontinuum der reellen Zahlen sowie die es voraussetzende Differential- und Integralrechnung auch als blosse Instrumentalismen, gewissermassen als Machtmittel physikalischer Berechnung verstanden werden, denen gar keine Wirklichkeit entsprechen muss. (Ist die Infinitesimalrechnung nicht ein mathematisches Instrument physikalischer Macht?) So werden auch gewisse diskrete Quanten in der statistischen Mechanik und in der Elektrizitätstheorie differenziert, obwohl sie diskret sind[39]. Um jedoch Empirie in den Bedingungen der Möglichkeit von Erfahrung zu fundieren, genügt das Postulat eines aus atomaren, aber ausgedehnten Raum- bzw. Zeitpunkten bestehenden Raum-Zeit-Diskontinuums. Denn unendlich kleine und unendlich teilbare Raum- bzw. Zeitpunkte sind nicht mehr empirisch nachweisbar.

Doch spricht nicht für die Ontologie des ausdehnungslosen Punktes und der Kontinuität von Raum und Zeit eine seit Aristoteles fast ununterbrochene Tradition? Ja, dem ist so. Diese Tradition beweist aber nicht deren definitive empirische Gültigkeit. Sie zeigt nur, wie sehr wir Menschen dazu neigen, semantische Nominaldefinitionen, also im Grunde auf historischen Entscheidungen basierende Regeln eines Wortgebrauchs zu scheinbar unerschütterlichen Tatsachen der empirischen Wirklichkeit zu objektivieren. *Aus semantischen Traditionen machen wir Tatsachen der räumlich-zeitlichen Welt.* Oft stehen wir sosehr im Bann dieser Traditionen, dass wir sie für die einzig möglichen halten. *Wer aber nur eine Möglichkeit sieht, merkt nicht, dass er nur eine sieht. Um das zu merken, braucht er mindestens zwei.* Schon deshalb ist es sinnvoll, Alternativen und «philosophische Minderheiten» stark zu machen, statt sie zu unterdrücken.

Die Ontologie des ausdehnungslosen Punktes und die Kontinuität von Raum und Zeit aber ist eine *fiktive* Ontologie und lässt sich nicht durch ihren Wirklichkeitsgehalt, sondern nur durch den Nutzen und die Macht ihres fiktionalen Gehaltes rechtfertigen. Sie darf also nicht als reale Ontologie missverstanden werden, wie es all diejenigen tun, die in Zenons

Paradoxien reale Probleme sehen, die es zu lösen gilt. Zwar sind auch unsere definitorischen Festsetzungen nicht ohne fiktionale Elemente, denn sonst wären sie kaum verwendbar. (Wir haben nämlich beim empirischen Punkt, der doch auch materiell zu sein scheint, von der Materie abgesehen.) Ohne Fiktionen gibt es ohnehin keine Wissenschaft. Doch haben wir unsere definitorischen Festsetzungen so gewählt, dass sie nicht nur der empirischen Wirklichkeit näher kommen als ausdehnungslose Punkte, sondern auch interessante und prospektive Konsequenzen für die Philosophie von Raum und Zeit ergeben, auf die wir in einer weiteren Arbeit eingehen werden.

Hauptzweck dieser Mitteilung war es zu zeigen, dass und wie die beiden diskutierten Paradoxien ausschaltbar sind. Ob damit die Diskussion über sie schon beendet ist, bleibe dahingestellt. Wer sie aber in Zukunft noch zu lösen beansprucht, möge zuerst den Beweis erbringen, dass und warum die vorgeschlagene Ausschaltung illegitim ist, und dann selber eine Lösung bieten, die nachweisbar einfacher, anschaulicher und unverwundbarer ist als diese Ausschaltung.

Anmerkungen

1 Vgl. G. Vlastos, *Zeno's Race Course,* in *Studies in Presocratic Philosophy,* ed. R.E. Allen/ D.J. Furley, S. 202, London 1975.

2 Vgl. für weiterführende Bemerkungen G. Vlastos, ebd. S. 201–211, J. Barnes, *The Presocratic Philosophers,* I, S. 261–273, London 1979.

3 Im Gegensatz zu G. Vlastos, ebd., S. 213, der u.E. die Bedeutung des aristotelischen Wortlautes zu eng interpretiert.

4 Vgl. für weiterführende Bemerkungen G. Vlastos, ebd. S. 211–215, J. Barnes, ebd. S. 273–275.

5 G.W.F. Hegel, *Vorlesungen über die Geschichte der Philosophie,* I, hg. C.L. Michelet, S. 289, Berlin 1840. Zitiert in P. Feyerabend, *Wider den Methodenzwang,* S. 119, Frankfurt am Main 1976.

6 *Larousse du XX^e Siècle,* VI, S. 1128. Paris 1933. Zitiert in A. Grünbaum, *Modern Science and Zeno's Paradoxes,* S. 41, Middletown, Connecticut 1976.

7 Vgl. die Literaturverzeichnisse in M. Untersteiner, *Zenone,* S. XII–XVII, Firenze 1963; G. Vlastos, *Zeno of Elea* in *The Encyclopedia of Philosophy,* VIII, S. 378–379, ed. P. Edwards, New York 1967; *Zeno's Paradoxes,* ed. W.C. Salmon, S. 270–282, Indianapolis/New York 1970; J. Barnes, op. cit. S. 357–358.

8 Vgl. zur aristotelischen Lösung M. Schramm, *Die Bedeutung der Bewegungslehre des Aristoteles für seine beiden Lösungen der zenonischen Paradoxie,* Frankfurt a/M 1962. Vgl. zur aristotelischen Kontinuumstheorie die Ausführungen W. Wielands, *Die aristotelische Physik,* S. 278–316, Göttingen 1970[2].

9 Vgl. G. Cantor, *Gesammelte Abhandlungen,* hg. E. Zermelo, S. 410f., Berlin 1932.

10 B. Russell, *The Problem of Infinity Considered Historically* in *Zeno's Paradoxes,* ed. W.C. Salmon, S. 45–66, Indianapolis/New York 1970.

11 H.N. Lee, *Are Zeno' Paradoxes based on a mistake? Mind,* LXXIV, 1965, S. 563–570.

12 a.a.O. S. 211.

13 a.a.O. S. 215, zit. ohne Fussnote.

14 a.a.O. S. 210–211.

15 a.a.O. S. 211.

16 J. Barnes, op. cit. S. 231–295.

17 ebd. S. 263.

18 ebd. S. 264.

19 ebd. S. 264.

20 ebd. S. 273.

21 P.W. Bridgman, *Some Implications of Recent Points of View in Physics,* in *Revue Internationale de Philosophie,* III, No. 10, 1949, S. 490. Zitiert in A. Grünbaum, op. cit. S. 116.

22 A. Grünbaum, op. cit. S. 113–140. Vgl. ferner die Aufsätze von A. Grünbaum in *Zeno's Paradoxes,* ed. W.C. Salmon, S. 164–199, Indianapolis/New York 1970. Vgl. auch A. Grünbaum, *Philosophical Problems of Space and Time,* S. 158–178, S. 808–820, Dordrecht 1973.

23 Vgl. F. Waismann, *Einführung in das mathematische Denken,* S. 192, München 1970³. Vgl. auch W.D. Salmon, *Space, Time and Motion,* S. 62, Encino, California 1975.

24 J. Wisdom, *Achilles on a Physical Racecourse* in *Zeno's Paradoxes,* ed. W.C. Salmon, S. 88, Indianapolis/New York 1970.

25 C.F. v. Weizsäcker, *Heisenberg's Conception of Physics* in *Quantum Theory and the Structure of Time and Space,* ed. L. Castell, M. Drieschner, C. F. v. Weizsäcker, II, S. 13, München 1977.

26 Vgl. A. March, *Natur und Erkenntnis,* S. 182, Wien 1948.

27 a.a.O.

28 R. Carnap, *Einführung in die Philosophie der Naturwissenschaft,* S. 94, München 1969.

29 Vgl. z.B. die Aufsätze von M. Black *«Achilles and the Tortoise»* und von J. Thomson *«Tasks and Super-Tasks»* sowie *«Comments on Professor Benacerraf's Paper»* in *Zeno's Paradoxes,* ed. W.C. Salmon, Indianapolis/New York 1970. Die Argumentationen gegen die These von der Unvollendbarkeit unendlich vieler Aufgaben in A. Grünbaum, *Modern Science and Zeno's Paradoxes,* S. 78–100, und J. Barnes, op. cit. S. 264–273, sind leider nicht sehr überzeugend.

30 Vgl. W. Heisenberg, *Annalen der Physik,* 32, 1938, S. 20–32. Vgl. ferner W. Heisenberg, *Die Plancksche Entdeckung und die philosophischen Grundfragen der Atomlehre* in *Schritte über Grenzen,* S. 20–42, München 1971. A. March, *Natur und Erkenntnis,* S. 175–206, Wien 1948. A. March, *Quantum Mechanics of Particles and Wave Fields,* S. 276–289, New York/London 1951. M. Jammer, *Das Problem des Raumes,* S. 208–211, Darmstadt 1960. A. Gosztonyi, *Der Raum,* I, S. 699–703, Freiburg/München 1976.

31 Vgl. die in Anm. 30 genannten Werke.

32 Vgl. die in Anm. 30 genannten Werke. Für Kurzinformation A. Gosztony, a.a.O.

33 Vgl. F. Schwarz, *Ist die Zeit quantisiert?* in *Umschau in Wissenschaft und Technik* 78, 1978, Heft 6, S. 183–184.

34 Vgl. die ausgezeichneten Ausführungen in D. Furley, *Two Studies in the Greek Atomists,* S. 81–85, Princeton, New Jersey 1967. In unserem Jahr gelangt J. Wisdom in die Nähe der atomistischen Lösung, vgl. die in Anm. 24 zitierte Arbeit. Deutlicher hat sie schon P. Weiss in *Reality,* S. 237–241, London and Amsterdam 1938, vertreten. Bei beiden

Autoren wird jedoch eine richtige Grundidee weder theoretisch noch empirisch zureichend begründet, weshalb sie sich auch nicht durchgesetzt hat. Beide missverstehen zudem eine Ausschaltung als Lösung. Doch möchten wir trotzdem nachdrücklich die Aufmerksamkeit auf diese Arbeiten hinlenken, da sie zu wenig beachtet wurden. Die entscheidende Anregung zur atomistischen Ausschaltung verdanken wir jedoch nicht diesen Arbeiten, sondern einer mündlichen Mitteilung unseres verehrten Freundes W. Lutz, der unabhängig von ihnen das Achilles-Paradox durch Einführung von Raumatomen ausgeschaltet hat.

[35] Vgl. die in Anm. 34 genannte Arbeit D.J. Furleys, S. 105.

[36] G. Vlastos, *The Encyclopedia of Philosophy,* VIII, S. 375.

[37] So z. B. das Paradox, das W.C. Salmon in *Space, Time and Motion,* S. 65–66, Encino, California 1975, anführt.

[38] Vgl. G. Vlastos, *The Encyclopedia of Philosophy,* VIII, S. 375, J. Barnes, op. cit. S. 291.

[39] Vgl. W.C. Salmon, op. cit. in Anm. 37, S. 63–64.