Zeitschrift: Studia philosophica : Schweizerische Zeitschrift für Philosophie = Revue suisse de philosophie = Rivista svizzera della filosofia = Swiss journal of philosophy

Herausgeber: Schweizerische Philosophische Gesellschaft

Band: 18 (1958)

Artikel: Portée et limites de la formalisation

Autor: Grize, Jean-Blaise

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-883325

Portée et limites de la formalisation

par Jean-Blaise Grize

1. Introduction

L'histoire de la science, même assez superficiellement examinée, permet de dégager quelques traits importants de l'effort rationnel. Le plus constant peut-être, celui qu'on retrouve d'Aristote à Carnap, est le souci de donner aux mots une signification univoque et totalement déterminée. Sans cesse le savant revient sur ses définitions, les modifie, les complète. Il introduit des termes nouveaux ou des distinctions plus subtiles et ainsi, peu à peu, la marge d'incertitude et d'ambiguïté diminue, la part de sous-entendus se réduit. L'esprit semble souhaiter une situation où ne sera plus pris en considération que ce qui sera explicitement formulé, mais où tout ce qui sera formulé entrera en ligne de compte.

Ainsi se fait jour un deuxième aspect: l'hostilité à ce qui est hasard, imprévisibilité, nouveauté véritable. Il y a dans la raison comme une nécessité d'éliminer le temps de ses constructions, d'éliminer aussi le sujet dont on ne sait jamais ce qui va lui «passer par la tête», d'avoir actuellement devant soi tout ce qu'on peut dire d'un objet donné. Sous un autre angle enfin, tout se passe comme si l'effort scientifique était l'expression d'une fondamentale paresse. Chaque fois qu'une formule est capable de remplacer un raisonnement, chaque fois qu'un abaque peut éviter un calcul et qu'une machine peut se substituer à un effort de pensée, le savant s'en réjouit, la raison y voit une sorte de victoire.

Or il se trouve que les systèmes formels, tels que les logiciens modernes les ont constitués, satisfont éminemment aux soucis qui précèdent. Un système formel réduit l'ambiguïté à la part, pratiquement négligeable, de savoir si deux lecteurs vont s'accorder sur la distinction qu'il y a entre une croix et un bâton[1]. Il explicite tout ce dont il a

---

[1] Voir par exemple Paul Lorenzen, *Einführung in die operative Logik und Mathematik*. Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1955.

besoin; il n'utilise rien de ce qu'il n'a pas explicité. Toutes les conséquences sont contenues dans les axiomes initiaux, rien n'arrive ensuite qui ne soit déjà prévu et ainsi il devient possible de confier à des machines le soin de dérouler les conséquences d'un système[2].

On comprend dans ces conditions que, lorsque en 1931 Gödel a démontré que les systèmes formels étaient nécessairement soumis à d'assez graves restrictions, les logiciens ne fussent pas seuls à s'en inquiéter. Marquer les limites de la formalisation, c'était marquer en quelque sorte les limites de la raison, tout au moins celles de son outil le plus sûr et le plus perfectionné. Et un ouvrage comme celui que Jean Ladrière, logicien et philosophe de Louvain, vient de publier[3], ouvrage qui rend accessible l'ensemble des résultats sur le sujet, prend la valeur d'un document fondamental. Les quelques indications et réflexions qui suivent s'en inspirent largement.

2. La notion de système formel

Si le logicien peut étudier la notion de système formel pour elle-même, le philosophe ne saurait oublier qu'elle résulte d'une longue évolution. Sans chercher à en faire l'histoire chronologique, il est important d'en marquer quelques-unes des étapes logiques.

La notion, au sens moderne du terme, s'est dégagée par une suite d'abstractions de celle, plus concrète, de *théorie*. Nous appellerons «théorie» au sens large tout ensemble d'énoncés vrais relatifs à des objets donnés. Sans doute, comme la psychologie génétique l'a montré dans le détail, ces objets et leurs propriétés, quelque élémentaires qu'ils puissent apparaître à l'adulte civilisé, ne sont jamais immédiatement donnés. Ils résultent d'une élaboration fort complexe[4]. Partons cependant du niveau où il est possible d'énoncer un certain nombre de faits vrais à propos de certains objets, c'est-à-dire de faits en accord avec l'observation courante. Il apparaît alors assez rapidement que

---

[2] Cet aspect mécanisant de la raison a été bien mis en évidence par Gilles-Gaston Granger, *La raison.* P.U.F., Collection «Que sais-je?», n° 680, 1955.

[3] Jean Ladrière, *Les limitations internes des formalismes.* E. Nauwelaerts et Gauthier-Villars, Louvain et Paris 1957.

[4] Voir entre autres les nombreux travaux de Jean Piaget et de ses collaborateurs.

les propositions qui constituent une théorie, prise en ce sens, ne sont pas toutes indépendantes les unes des autres. Cela signifie d'une façon plus précise que, certaines de ces propositions étant connues, il est possible de connaître les autres sans plus recourir à l'observation. Cette constatation ouvre la voie à tout un travail d'organisation qui conduit à une *axiomatisation* de la théorie. Il faut tout d'abord dégager un groupe de propositions indépendantes les unes des autres, les *axiomes*, dont toutes les autres, les *théorèmes*, peuvent se déduire. Remarquons qu'à ce niveau il convient de parler davantage d'une découverte des axiomes que d'un choix. C'est que ceux-ci sont en effet soumis à des conditions pratiquement très sévères: ils doivent être vrais, ils doivent rendre compte (au moins) de toutes les autres propositions actuellement connues et, enfin, ils doivent être évidents.

Le pas suivant, essentiel à notre sujet, ne porte plus tellement sur l'aspect extérieur de la théorie que sur le point de vue d'où on l'envisage. Il s'agit d'un acte d'abstraction par lequel les objets de la théorie sont vidés de tout le contenu intuitif qui n'est pas strictement indispensable à les grouper en quelques classes. C'est le passage, par exemple, des notions de point, de droite et de plan qui correspondent aux images familières à tout écolier aux notions de trois classes d'objets, la classe des A, B, C, ..., celle des a, b, c, ... et celle des α, β, γ, ... dont les éléments soutiennent entre eux un certain nombre de relations du genre: A chaque couple d'éléments A, B de la première classe correspond un et un seul élément a de la deuxième.

Il découle de cette abstraction que les axiomes ne peuvent plus être reconnus vrais ou évidents par eux-mêmes et que nous sommes libres de les choisir à notre gré. On ne peut même plus exiger d'une axiomatique qu'elle permette de déduire telle classe de théorèmes. Le rapport est inversé, les propositions qui peuvent se déduire des axiomes sont les théorèmes et rien d'autre n'est un théorème.

Nous disposons ainsi pour le moment d'un jeu de symboles (les objets) et d'un ensemble de relations entre ces symboles (les axiomes). En un certain sens la forme seule de nos symboles indique comment les traiter. Nous sommes donc en présence d'un premier état de formalisme. Cependant, il reste à «formaliser» un dernier point: tout ce que nous avons compris jusqu'ici sous le terme «déduire». Ce n'est qu'au moment où nous aurons explicité l'idée de déduction en la ramenant à son tour à des considérations de forme, qu'il sera possible de parler véritablement d'un *système formel*.

D'une manière générale, un système formel est alors un ensemble de signes et de conventions de la structure suivante[5]:

I. Morphologie du système

1.1 Liste des composantes primitives. Il s'agit d'une liste, finie ou non, de symboles distincts.

1.2 Liste des opérateurs portant sur les composantes. Il s'agit d'une nouvelle liste de symboles.

1.3 Règles de formation. Ces règles énoncent comment, au moyen des opérateurs 1.2, on peut former de nouvelles composantes à partir des composantes données en 1.1.

2.1 Liste des opérateurs propositionnels.

2.2 Règles de formation. Ces règles indiquent comment former des propositions à l'aide des composantes et des opérateurs 2.1.

II. Axiomatique du système

1. Liste de propositions posées comme valables ou axiomes.

2. Règles de déduction. Elles permettent d'obtenir, à partir des axiomes, de nouvelles propositions valables ou théorèmes.

Voici un bref exemple sans grand intérêt propre, mais qui permettra de fixer les idées:

I. 1.1 Le seul signe '0'.
   1.2 L'opérateur ' ' '.
   1.3 (1) Si a est une composante primitive, a est une composante.
       (2) Si a est une composante, a' est une composante.
       (3) Rien n'est une composante sinon par (1)–(2).
   2.1 L'opérateur ' ='.
   2.2 (1) Si a et b sont des composantes, $a = b$ est une proposition.
       (2) Rien n'est une proposition sinon par (1).

II. 1. Un unique axiome: $0 = 0$.
   2. (1) Si A est un axiome, A est un théorème.
      (2) Si $a = b$ est un théorème, $a' = b'$ est un théorème.
      (3) Rien n'est un théorème sinon par (1)–(2).

Remarquons que la notion de système formel, telle qu'elle vient d'être précisée, satisfait aux conditions suivantes:

---

[5] D'après Haskell B. Curry, *Leçons de logique algébrique*. E. Nauwelaerts et Gauthier-Villars, Louvain et Paris 1952.

1) La classe des propositions est une classe *définie*, c'est-à-dire qu'il est possible de décider, par un processus fini, si une expression donnée est ou n'est pas une proposition.

2) La classe des axiomes est une classe *définie* dans le même sens.

3) En revanche, dans les systèmes pratiquement utiles, la situation pour les théorèmes est un peu différente. Il est toujours possible de savoir par un processus fini si la $n^{\text{ème}}$ proposition d'une suite de n propositions données est ou n'est pas un théorème, mais il n'est pas toujours possible de déterminer si telle proposition est ou n'est pas un théorème[6].

3. Trois questions métathéoriques

On appelle *métathéorie* d'un système formel l'étude de ses propriétés générales, par opposition à la déduction des théorèmes en son sein. Nous allons retenir trois des questions métathéoriques les plus importantes qui se posent à propos de n'importe quel système formel.

1. Comme nous l'avons déjà noté, si le philosophe ne peut guère oublier l'histoire qui conduit à un formalisme, le logicien n'est pas tenu de se souvenir de ses origines. Il lui est loisible de choisir n'importe quelles listes de symboles, de règles et d'axiomes. Mais il vient un moment où, sous peine de ne plus construire une logique mais un simple jeu, il doit songer aux possibilités d'utiliser l'instrument ainsi élaboré. Il va donc chercher une théorie **T** qui illustre son système **S**. Dans les grandes lignes[7], cela signifie qu'il va établir une correspondance entre les composantes de **S** et les *objets* de **T** et entre les propositions de **S** et les *énoncés*[8] qui portent sur les objets de **T**. Trois cas sont alors possibles:

a) Il existe un théorème de **S** auquel correspond un énoncé faux de **T**. L'interprétation choisie n'est *pas valable*.

---

[6] On dit que les propositions et les axiomes forment des classes *récursives* (voir la définition de ce terme au n° 4) tandis que la classe des théorèmes est *engendrée récursivement* à partir de celle des axiomes. Cette distinction fait précisément l'objet d'un des théorèmes de limitation étudiés plus loin.

[7] La terminologie technique étant complexe, je m'en tiendrai à des termes assez vagues à entendre dans leur sens vulgaire.

[8] Dans ce qui suit, le mot «proposition» est réservé au système formel et le mot «énoncé» à la théorie. Un énoncé a donc un contenu intuitif, une proposition est un ensemble de signes.

b) A tout théorème de **S** correspond un énoncé vrai de **T**, mais il existe un énoncé vrai p^* de **T** auquel ne correspond aucun théorème de **S**. Dans ce cas le système est *incomplet* relativement à **T**. Soit p la proposition de **S** qui correspond, par la correspondance donnée, à p^*. Si ni p ni $\sim p$ (la négation de p) ne sont des théorèmes de **S**, on dit que p est une proposition *indécidable*.

c) A tout théorème de **S** correspond un énoncé vrai de **T** et réciproquement. Le système est *complet*. Dans ce cas on dit que **S** *formalise* **T**.

Il est clair que, si un système incomplet peut déjà rendre de grands services, seul un système complet est tout à fait satisfaisant.

2. Il est de toute importance qu'un système ne puisse conduire à une contradiction. Si tel n'était pas le cas, si un système permettait de démontrer un théorème p et sa négation $\sim p$, il permettrait aussi de démontrer toute proposition bien formée q et il perdrait tout intérêt.

Lorsque un système **S** est tel qu'il est impossible d'y déduire une proposition p et sa négation $\sim p$, on dit qu'il est *cohérent*. Si de plus un système **S** permet de formaliser l'arithmétique et s'il contient un quantificateur universel [pour tout x, soit (x)] alors, si **S** ne contient aucun prédicat P tel que

1) Px soit dérivable (x désigne un nombre dans **S**),

2) $\sim (v)\, Pv$ soit dérivable (v désigne une variable quelconque de **S**),

S est dit ω-*cohérent*.

3. Une dernière question est connue sous le nom de *problème de la décision*. Reprenons l'exemple du système formel donné plus haut et demandons-nous si le signe $0''''$ est ou n'est pas une composante. On voit qu'il est possible de répondre affirmativement en procédant à cinq vérifications bien déterminées: 0 est une composante, $0'$, $0''$, $0'''$, $0''''$ le sont.

Chaque fois qu'il existera un procédé pour déterminer, en un nombre fini d'étapes, si un élément donné appartient ou n'appartient pas à une classe donnée on dira que, relativement à cette classe, le problème de la décision est résolu. Lorsqu'on parle, sans autre spécification, du problème de la décision, il s'agit d'une proposition et de la classe des théorèmes. Remarquons enfin que, dans les systèmes formels où le problème de la décision est résolu (dans l'exemple donné ou dans le calcul des propositions par exemple), il n'est plus nécessaire de démontrer les théorèmes, il suffit d'appliquer mécaniquement le critère.

4. Les théorèmes de limitation[9]

Ces théorèmes indiquent dans quelles limites les trois exigences précédentes peuvent être satisfaites. Remarquons tout de suite qu'il ne peut être question, dans un article comme celui-ci, d'en répéter les démonstrations complètes[10]. Par ailleurs, il y a au moins deux raisons qui rendent superflues et même dangereuses les démonstrations abrégées[11]:

1) La valeur même de ces théorèmes repose sur ce que les preuves en sont faites avec toutes les exigences de rigueur et de technicité requises par la logique moderne, de sorte qu'ils ont exactement la même force que l'objet sur lequel ils portent.

2) Le mécanisme ultime sur lequel reposent les démonstrations est celui des paradoxes sémantiques (paradoxe du menteur et paradoxe de Richard)[12]. Seule une technicité élaborée met l'esprit à l'abri de l'impression de contradiction.

Cependant, pour pouvoir donner à ces théorèmes une forme satisfaisante et en particulier pour être à même d'en apprécier la portée exacte, il convient d'introduire brièvement quelques notions nouvelles.

Nous dirons d'abord qu'un système est *assez puissant* s'il est capable de formaliser une part appréciable de l'arithmétique[13].

Introduisons maintenant, sans préciser davantage, une certaine classe de fonctions dites *fonctions récursives générales*. Il suffira de savoir

---

[9] Il faudrait lire partout «métathéorème» au lieu de «théorème».

[10] Elles se trouvent dans les mémoires originaux dont les dates de publication sont fournies plus loin et leur lecture demande un entraînement assez poussé. Toutefois J. Ladrière, dans l'ouvrage cité plus haut, les met à la portée du non-logicien par le soin qu'il met à préciser toute la terminologie utile et à décomposer les raisonnements en de nombreuses étapes.

[11] Voir cependant J. Barkley Rosser, *An informal exposition of proofs of Gödel's theorems and Church's theorem.* Journal of Symbolic Logic, 4 (1939), p. 53–60. C'est le seul exposé que je connaisse qui soit suffisamment abrégé pour permettre une lecture rapide et n'offre pas de dangers de fausses interprétations. Des faits historiques montrent que la démonstration abrégée de Gödel lui-même a pu donner lieu à de graves mésinterprétations.

[12] Voir pour la signification de ces paradoxes E.W. Beth, *Les fondements logiques des mathématiques.* E. Nauwelaerts et Gauthier-Villars, Louvain et Paris 1950.

[13] Cette notion est précisée plus loin dans les conditions du théorème de Gödel.

que ces fonctions ont, aussi bien pour arguments que pour valeur, des nombres entiers et qu'on distingue parmi les fonctions récursives générales la sous-classe des *fonctions récursives primitives.* Exemple: La fonction y $= R\,\frac{x}{2}$ (reste de la division de x par 2) est une fonction récursive primitive. Quel que soit l'entier positif x, $y = 0$ ou $y = 1$.

Si un prédicat à n variables, $P(X_1, \ldots, X_n)$ est tel qu'il existe une fonction récursive $y = f(x_1, \ldots, x_n)$ et que $y = 0$ si $P(X_1, \ldots, X_n)$ est vrai et $y = 1$ si $P(X_1, \ldots, X_n)$ est faux, ce *prédicat* est dit *récursif* (général ou primitif selon la nature de la fonction associée).
Exemple: Le prédicat $PX = {}'X$ est pair$'$ est récursif primitif, la fonction associée étant celle de l'exemple précédent.

Une *classe* A *de nombres entiers x* est *récursive* s'il existe une fonction récursive $y = f(x)$ telle que $y = 0$ si x est élément de A et $y = 1$ si x n'est pas élément de A. Une *classe d'objets quelconques* est *récursive* s'il est possible de lui faire correspondre biunivoquement une classe d'entiers récursive.

Enfin on appelle *arithmétique récursive* la partie de la théorie des nombres entiers qu'on peut obtenir à l'aide des opérateurs logiques élémentaires (sans les quantificateurs), de la relation d'égalité, du principe d'induction et des définitions récursives, c'est-à-dire des définitions réalisées par le moyen des schémas de la récursivité primitive.

Dès lors la situation est la suivante: Soit un système assez puissant **S** et soit d'autre part la métathéorie **M** de ce système. Cette métathéorie exprime les propriétés de **S**. Elle comporte entre autres l'usage d'une langue vulgaire (le français par exemple) et de divers symboles dont ceux de l'arithmétique ordinaire. Ici intervient un procédé fondamental, imaginé par Gödel, l'*arithmétisation.* Il consiste à établir une correspondance biunivoque entre les signes et expressions de **S** et une certaine classe d'entiers. Il s'ensuit que les propriétés des éléments de **S** s'expriment sous forme de propriétés d'entiers et, si l'on s'en tient à l'idéal constructif introduit par Hilbert, ces prédicats arithmétiques sont récursifs. En conséquence la métathéorie **M** de **S** est exprimée au moyen de l'arithmétique récursive et si l'on pose que dire que «**S** est assez puissant» équivaut à dire que «**S** permet de formaliser l'arithmétique récursive», on a obtenu une formalisation de **M** dans **S**. C'est par cette voie que s'introduit l'élément paradoxal signalé plus haut et qu'il est manipulable sans risques de contradictions.

Ceci étant posé, il est possible de faire trois groupes des principaux théorèmes de limitation.

I. Caractère complet

Dans tout système assez puissant, il existe au moins une proposition non décidable qui correspond à un énoncé intuitivement vrai.

Ce théorème a été démontré par Gödel (1931) pour tous les systèmes de la structure des *Principia mathematica*, c'est-à-dire pour les systèmes

(1) dont la classe des axiomes est récursive primitive,

(2) dont la relation de conséquence immédiate (par exemple la relation du *modus ponens*) est représentable par un prédicat récursif primitif,

(3) qui contiennent un opérateur de négation ($\sim$), d'implication ($\supset$) et un quantificateur universel $[(x)]$,

(4) qui contiennent une formalisation de l'arithmétique récursive et

(5) qui sont ω-cohérents.

Puis Kleene (1936) a montré que le théorème restait vrai si on remplaçait «récursif primitif» par «récursif général», Rosser (1936) qu'il était encore vrai avec la cohérence simple et (1937) qu'on pouvait l'étendre à des systèmes non constructifs, c'est-à-dire à des systèmes qui admettent entre autres une règle de dérivation à un nombre infini de prémisses.

Ces diverses extensions font qu'on ne voit guère aujourd'hui comment construire des systèmes assez puissants pour être utiles et qui échapperaient à ce théorème. Signalons toutefois une voie ouverte par Skolem (1950) qui cherche à construire des systèmes sans faire usage du quantificateur universel.

II. Auto-formalisation

Toutes les propriétés d'un système assez puissant ne peuvent pas être représentées dans ce système.

Gödel (1931) a montré en particulier que si les systèmes du type ci-dessus sont cohérents, la proposition qui représente cette cohérence n'y est pas dérivable. Rosser (1936) l'a prouvé pour les extensions signalées. Tarski (1935) a montré qu'il en était de même pour la notion de vérité et (1948) pour celle de définissable.

III. Problème de la décision

Si un système est assez puissant, le problème de la décision n'y est pas soluble, c'est-à-dire qu'il n'existe aucun procédé effectif qui permette, en un nombre fini d'étapes, de déterminer si une proposition donnée est ou n'est pas un théorème.

Il est évident que la démonstration de ce théorème va dépendre de ce qu'on entendra par «procédé effectif». Grâce à l'arithmétisation on peut ramener cette notion à celle de «fonction effectivement calculable», laquelle a été à son tour assimilée à celle de «fonction récursive générale» (Kleene 1936), «fonction définissable dans le calcul de la λ-conversion»[14] (Church 1932, 36, 41) et «fonction calculable par l'intermédiaire de machines bien définies» (Turing 1936–37). Mais, dans tous les cas, le théorème a pu être démontré et cela pour des systèmes aussi faibles déjà que le calcul des prédicats du premier ordre.

5. *Quelques conséquences des théorèmes précédents*

Il y a encore d'autres théorèmes de limitation, mais ceux qui précèdent permettent déjà de dégager quelques conséquences importantes.

L'existence, dans tout système formel assez puissant et donc pratiquement intéressant, de propositions indécidables et qui correspondent à des énoncés vrais, montre que, dans la mesure où la formalisation d'une théorie peut s'assimiler à sa rationalisation, aucune théorie ne peut être complètement rationalisée. A quelque niveau que l'on se situe, on va se trouver en présence de faits vrais et qui néanmoins sont indémontrables.

Sans doute n'a-t-on pas attendu les analyses de la logique moderne pour apprendre que tout ne pouvait se démontrer et, en particulier, que les définitions préalables d'une science devaient bien commencer par des indéfinis. Toutefois, le premier groupe de nos théorèmes va plus loin. Un formalisme, en effet, part explicitement d'indéfinis et de postulats. Ce qui est remarquable alors c'est que, quelques richesses qu'il y ait dans ce point de départ, elles seront nécessairement insuffisantes.

Il est vrai que certains types d'activité intellectuelle peuvent assez aisément s'accommoder de cette situation. C'est le cas des domaines de pensée où un découpage plus ou moins arbitraire du sujet reste possible, comme dans les sciences. Même dans le cas où la formalisation constituerait le critère de rationalité, ces théorèmes montreraient seulement que la rationalisation du réel n'est jamais achevée. Cela n'a rien de particulièrement gênant et le savant y est accoutumé. En revanche la situation semble beaucoup plus grave pour le philosophe, dans la mesure tout au moins où celui-ci accepte une complète perméabilité de la philosophie à la raison en même temps que l'exi-

---

[14] Calcul dû à Church et qui, sous bien des aspects, recoupe celui des fonctions récursives.

gence pour la pensée philosophique de rendre compte d'elle-même. Le procédé «linéaire» des formalismes paraît bien être alors fondamentalement inadéquat.

C'est ce que marque mieux encore le second groupe des théorèmes, d'ailleurs corollaires de ceux du premier. Soit à formaliser une théorie **T** par un système $\mathbf{S}_1$. Pour cela il faudra introduire une métalangue $\mathbf{M}_1$. Comme une partie de $\mathbf{M}_1$ n'est pas formalisable en $\mathbf{S}_1$, il faut, pour maintenir les exigences de la formalisation, introduire un système plus riche $\mathbf{S}_2$, lequel à son tour conduit à une métalangue $\mathbf{M}_2$. Et ainsi de suite. Ainsi, au moment où l'on s'arrête dans cette hiérarchie de systèmes formels, on fait nécessairement usage de concepts «intuitifs». De sorte que, si l'on tentait de formaliser la philosophie, on serait inévitablement conduit à cette situation contradictoire: construire une métaphilosophie pour être à même de parler de la philosophie.

Reste enfin l'impossibilité de résoudre en général le problème de la décision, c'est-à-dire en particulier de confier à une machine le soin de déterminer si telle proposition est ou n'est pas un théorème. Bien sûr est-ce là une limitation de la méthode formelle. En un sens il serait confortable de se reposer après l'effort de formalisation et de laisser un habile mécanisme faire le reste du travail. Mais en un autre sens il est réconfortant de constater qu'aucune machine n'est capable de se substituer tout à fait à nous, que tout n'est pas encore joué après que les axiomes sont posés et que la pensée demeure une aventure.

En conclusion, la formalisation apparaît comme une méthode d'une rigueur et d'une précision incomparables, mais nécessairement limitée à des situations restreintes. Tout se passe comme si l'esprit pouvait concentrer sa lumière sur certains points particuliers mais était incapable d'éclairer simultanément et aussi vivement l'ensemble du réel. Si cette situation rend caduc l'espoir de quelques-uns de réduire toute philosophie à une étude des conventions linguistiques formelles, elle ne permet pas inversement d'ignorer les possibilités de la formalisation. La logique moderne est à la raison un peu ce que le microscope est à l'œil. Il serait aussi naïf d'imaginer qu'il suffirait de grossir mille fois le corps humain pour saisir le mystère de la vie qu'il serait ridicule de renoncer à examiner un tissu en détail sous prétexte qu'en ce faisant on ignore tout des régions voisines.

Jean-Blaise Grize