Moderne historische Forschungen im Gebiet der antiken Logik *

von Karl Dürr

§ 1: Aufgabe des Vortrages; Erörterung des Begriffes «formale Logik». § 2: Bestimmung des Gegenstandes der historischen Forschungen. § 3: Wert und Bedeutung der historischen Forschung. § 4: Beginn der modernen historischen Forschung. § 5: Historische Forschung im 19. Jahrhundert. § 6: Moderne Darstellungen der Geschichte der Logik. § 7: Hinweis auf das Werk von Łukasiewicz. § 8: Begriff der traditionellen Logik. § 9: Bestimmung der aristotelischen Syllogistik. § 10: Verwendung von Variablen. § 11: Einführung des Begriffes «aristotelischer Syllogismus». § 12: Syllogistische Notwendigkeit. § 13: Beweise aristotelischer Syllogismen. § 14: Substitutionen von Variablen für Variable. § 15: Syllogistische Formen. § 16: Zahlangaben. § 17: Anerkennen und verwerfen. § 18: Neue Entwicklung der aristotelischen Syllogistik. § 19: Entscheidungsproblem. § 20: Ergebnisse.

§ 1. In neuerer und neuester Zeit ist die Entwicklung der formalen Logik im griechisch-römischen Altertum zum Gegenstand eingehender Untersuchungen gemacht worden. Es sei hier der Versuch gemacht, über die Ergebnisse dieser Forschungen zu berichten. Da wir zur Beschreibung unseres Themas den Ausdruck «formale Logik» gebrauchen, so scheint es mir angebracht, zunächst in aller Kürze über diesen Ausdruck zu sprechen. Der Ausdruck «formale Logik» und der diesem deutschen Ausdruck entsprechende englische Ausdruck «formal logic» werden heute vielfach verwendet. *Heinrich Scholz* gebraucht den Ausdruck «formale Logik» in seiner Geschichte der Logik; *I. M. Bochenski* gab seiner historischen Darstellung den Titel «Ancient formal logic»; *Jan Łukasiewicz* veröffentlichte 1951 ein höchst bedeutsames Werk, dem er einen Titel gab, der sich in deutscher Sprache wiedergeben läßt mit den Wor-

* Vortrag, gehalten in der Philosophischen Gesellschaft Zürich am 13. Mai 1953.

ten: «Aristoteles' Syllogistik vom Standpunkt der modernen formalen Logik», und der englische Gelehrte und Aristoteles-Forscher *W. D. Ross* gebraucht den englischen Ausdruck, der dem deutschen Ausdruck «formale Logik» entspricht, in der Einleitung eines Werkes, in welchem der griechische Text der Analytik des Aristoteles und ein Kommentar dieser Analytik dargestellt ist. Dem Ausdruck «formale Logik» stellen wir den kürzeren Ausdruck «Logik» zur Seite; doch betrachten wir den Ausdruck «Logik» nicht als einen Begriff, der weiter wäre als der Begriff «formale Logik». Es ist nicht unsere Meinung, daß es sich empfehle, zwei Formen oder Arten der Logik einander gegenüberzustellen; sondern wir identifizieren die Begriffe «formale Logik» und «Logik». Die zusätzliche Bestimmung «formal» soll nur dazu dienen, eine Eigentümlichkeit, die der ganzen Disziplin, die man «Logik» nennt, zukommt, hervorzuheben.

§ 2. Der Gegenstand der historischen Forschungen, die hier zu beleuchten sind, ist zunächst als die Entwicklung der formalen Logik im griechisch-römischen Altertum bestimmt worden. Um dieser Bestimmung festeren Halt zu geben, seien nun einzelne bedeutsame Erscheinungen, die innerhalb des damit gegebenen Rahmens fallen, genannt.

An *erster Stelle* sind hier Schriften zu nennen, welche Teile des Werkes sind, das man «*das Organon*» nennt; unter diesen Schriften sei hier die *Erste Analytik* als bedeutsam hervorgehoben. In neuester Zeit hat *Josef Zürcher* in dem Werke «Aristoteles' Werk und Geist», das 1952 erschienen ist, die These aufgestellt, daß die ganze Syllogistik, die in den beiden Büchern der Ersten Analytik dargestellt ist, von Theophrast, einem Schüler des Aristoteles, und nicht von Aristoteles selbst geschaffen worden sei (a. a. O. S.33 3). Die Probleme, die damit angeregt sind, sollen hier weder erörtert noch gar entschieden werden. Wenn wir im folgenden den Ausdruck «aristotelischer Syllogismus» und verwandte Ausdrücke gebrauchen, so soll durch das Wort «aristotelisch» nur zum Ausdruck gebracht werden, daß wir uns auf den Komplex von Schriften beziehen, die man als aristotelisch zu bezeichnen pflegt.

An *zweiter Stelle* seien hier antike Kommentare zur Ersten Analytik des Aristoteles genannt. Wir heben hervor, daß *Alexander von Aphrodisias*, der im zweiten Jahrhundert n. Chr. in Athen lehrte und als der größte der antiken Kommentatoren gilt, einen Kommentar zum ersten Buch der Ersten Analytik verfaßt hat, der uns erhalten ist. Außerdem nennen wir einen Kommentar des *Ammonios* zum ersten Buch der Ersten Analytik und einen Kommentar des *Johannes Philoponos* zu diesem Buch. Ammonios, der Sohn des Hermeias und Johannes Philoponos waren alexandrinische Gelehrte. Es läßt sich feststellen, daß die Blütezeit des Johannes Philoponos in die erste Hälfte des 6. Jahrhunderts n. Chr. fällt. Ammonios war Lehrer des eben genannten Johannes Philoponos und darf wohl als ein älterer Zeitgenosse des Johannes Philoponos gelten.

Daß wir diese Kommentatoren an dieser Stelle nennen, hat seinen Grund hauptsächlich in folgendem Umstand. Es läßt sich zeigen, daß schon durch Alexander von Aphrodisias ein bedeutsamer technischer Fortschritt im Gebiet der Logik erreicht wird, nämlich ein Fortschritt über den Punkt hinaus, den die Entwicklung der logischen Theorie in der aristotelischen Analytik erlangt hat. Auf diesen Punkt wird in der Folge noch einzugehen sein.

Wir nennen an *dritter Stelle* die Logik der älteren Peripatetiker, insbesondere die Logik *Theophrasts*. Um Unklarheiten zu vermeiden, bemerken wir, daß wir hier nicht die logischen Schriften, die als aristotelisch gelten, im Auge haben, sondern lediglich die Darstellung von Lehren, die seit den Zeiten des Altertums Theophrast beigelegt wurden. Es sind uns in diesem Fall nur Fragmente überliefert; aber diese Fragmente sind für die Geschichte der Logik bedeutsam. Bochenski, einer der Vertreter der mathematischen Logik, hat der Logik des Theophrast eine Monographie gewidmet.

An *vierter Stelle* sei hingewiesen auf die *megarisch-stoische Logik*. Die Begründung und erste Entwicklung dieser Form der Logik fällt ins dritte Jahrhundert v. Chr. Der Stoiker Chrysippos, dem hier ein großes Verdienst zuzuerkennen ist, lehrte in Athen.

Hier schon sei angedeutet, daß die megarisch-stoische Logik der aristotelischen gegenüber durchaus selbständig ist, und daß die Erkenntnis dieser Tatsache in dem Zusammenhang, in dem wir hier stehen, als epochemachend gelten darf.

Wir nennen an *fünfter Stelle Galenos*, der im zweiten Jahrhundert n. Chr. lebte, in Pergamon und Rom als Arzt wirkte und während langer Zeiten als medizinischer Lehrer in hohem Ansehen stand.

Zweierlei ist es, was an dieser Stelle Beachtung verdient. Es gibt eine unter dem Namen des Galenos überlieferte *«Einleitung in die Logik»*. Dieses kleine Werk ist von *Minoides Mynas* entdeckt und 1844 herausgegeben worden. Die Echtheit dieser Schrift wurde von

Carl Prantl, dem Verfasser einer umfassenden Geschichte der Logik, von der in der Folge noch zu sprechen sein wird, bestritten. Das kleine Werk ist dann 1896 von Karl Kalbfleisch noch einmal herausgegeben worden. Nach den Darlegungen, die der eben genannte Gelehrte im folgenden Jahr in den «Jahrbüchern für classische Philologie» veröffentlicht hat, ist anzunehmen, daß jene Einleitung in die Logik doch als ein Werk des Galenos gelten darf. Galenos Einleitung in die Logik ist ein für die Entwicklung der Logik bedeutsames Dokument. Es werden darin die stoische und die aristotelische Logik dargestellt; in dieser Darstellungsweise liegt eine Anregung zur Vergleichung der beiden Disziplinen. Wir wenden uns von da zur Betrachtung der zweiten Tatsache, die mit dem Namen des Galenos verknüpft und für die Geschichte der Logik von Bedeutung ist.

Man gebraucht seit langem den Ausdruck «*Galenische Figur*» und pflegt darunter diejenige syllogistische Figur zu verstehen, die man auch die vierte nennt, und die man den drei syllogistischen Figuren, die Aristoteles aufstellt, zur Seite stellen kann. Es bestand aber bis dahin keine volle Klarheit darüber, wie es zu dieser Bezeichnungsweise gekommen sei, und Heinrich Scholz bemerkte in seiner Geschichte der Logik, daß Galen wahrscheinlich fälschlich mit der Galenischen Schlußfigur belastet sei. Es hat nun in neuester Zeit Łukasiewicz auf eine Tatsache hingewiesen, die bis dahin unbeachtet geblieben war, und die in diesem Zusammenhang von großer Bedeutung ist. Es handelt sich um ein griechisches Scholium, das schon 1899 von Maximilian Wallies in einer Ausgabe eines Kommentars des Ammonios, dessen wir hier schon gedacht haben, veröffentlicht worden ist. Der Titel des betreffenden Fragments läßt sich in deutscher Sprache wiedergeben mit den Worten «Über alle Arten des Syllogismus». Łukasiewicz weist darauf hin, daß dieses Fragment, obschon es veröffentlicht war, bis dahin unbeachtet geblieben ist. Das betreffende Textstück ist keineswegs leicht zu interpretieren, aber es ist nun von Łukasiewicz in exakter und tiefgründiger Weise gedeutet worden. Auf Grund der Deutung, die Łukasiewicz gegeben hat, läßt sich nun folgendes sagen. Galenos hat nicht, wie man bis dahin angenommen hatte, den drei aristotelischen Figuren eine vierte gegenübergestellt, sondern er hat den aristotelischen Syllogismen, die zwei Prämissen haben, Syllogismen mit drei Prämissen gegenübergestellt und hat die Syllogismen mit drei Prämissen in vier Figuren aufgeteilt. Wenn dies zutrifft, so hat Galenos dadurch, daß er ein neues Gebiet, nämlich die Syllogismen mit drei Prämissen, systematisch untersucht hat, einen für die Erweiterung und Vertiefung einer logischen Theorie bedeutsamen Schritt getan.

Wir nennen schließlich den bekannten Philosophen *Boethius*, einen Römer, der zur Zeit des Theoderich, des Königs der Ostgoten, lebte und 524 oder 525 n. Chr. gestorben ist. Unter den zahlreichen logischen Abhandlungen, die Boethius verfaßt hat, seien hier genannt die Schrift, der man den Titel «de syllogismo hypothetico» (über den hypothetischen Syllogismus) gegeben hat, und der Kommentar zur Topik Ciceros. Es läßt sich zeigen, daß in diesen Schriften eine Fülle von Schlußregeln, die ins Gebiet jener Disziplin, die man heute als Aussagenlogik bezeichnet, fallen, dargestellt sind. Die logischen Schriften des Boethius stehen am Ende der Entwicklung, welche die formale Logik im griechisch-römischen Altertum durchlaufen hat. Historisch bedeutsam ist die Tatsache, daß die genannten Schriften des Boethius dem Mittelalter bekannt gewesen sind.

Es sei in diesem Zusammenhang auf folgende Tatsache hingewiesen. Es ist uns eine Darstellung der Logik überliefert, die den Titel trägt «de syllogismis» (von den Schlüssen), und die in der Schule des Klosters in St. Gallen zur Zeit der Frühscholastik entstanden ist. Es läßt sich zeigen, daß eine der Quellen, aus denen der Verfasser dieser Abhandlung schöpfte, Boethius Kommentar zur Topik Ciceros gewesen ist.

§ 3. Es scheint mir angebracht, an dieser Stelle in Kürze zu sprechen über *Wert und Bedeutung der historischen Forschung, die der Entwicklung der formalen Logik im griechisch-römischen Altertum gewidmet ist.* Zweierlei ist es, was mir hier wesentlich erscheint, nämlich erstens die Bedeutung, welche diese Forschung für die klassische Philologie hat, und zweitens die Bedeutung, die ihr für die Entwicklung der modernen Logik zukommt.

Es scheint mir unbestreitbar, daß es eine Aufgabe der klassischen Philologie ist, die literarischen Werke des griechisch-römischen Altertums zu interpretieren. Daraus folgt, daß die historische Forschung, die darum bemüht ist, die logischen Schriften des griechisch-römischen Altertums zu interpretieren, Aufgaben übernimmt, die im Bereich der klassischen Philologie liegen. Vorausgesetzt, daß sie diese Aufgaben in einer Weise löst, die als wissenschaftlich haltbar gelten kann, läßt sich nicht bestreiten, daß diese Forschung etwas leistet, was für die klassische Philologie von wesentlicher Bedeutung ist.

Es ist für denjenigen, der sich mit moderner formaler Logik beschäftigt, von Wert, zu wissen, daß im griechisch-römischen Altertum die formale Logik schon in bedeutsamem Ausmaß zur Entfaltung gekommen ist; ich möchte sagen, daß darin für den modernen Logiker ein Grund der Ermutigung liegt. Es besteht auch die Möglichkeit, daß die historische Forschung Anregung gibt zur Entwicklung neuer Theorien, die ins Gebiet der modernen formalen Logik fallen. Es sei in diesem Zusammenhang erwähnt, daß die neue Deutung der aristotelischen Syllogistik, die Jan Łukasiewicz gegeben hat, und von der hier noch zu sprechen sein wird, zur Entwicklung einer exakten und tiefgründigen Theorie, die der modernen formalen Logik zuzurechnen ist, geführt hat. An der Entwicklung dieser modernen Theorie sind außer Jan Łukasiewicz Gelehrte beteiligt, die von ihm Anregungen zur Behandlung neuer Probleme erhalten haben. Ich nenne hier *J. Słupecki* und *C. A. Meredith.* Słupecki lehrt jetzt, wenn ich recht orientiert bin, Logik an der Universität Wroclav (Breslau); er war Schüler von Łukasiewicz, als dieser 1938 an der Universität Warschau wirkte und dort das Seminar für mathematische Logik leitete. C. A. Meredith hörte Vorlesungen, die Łukasiewicz 1949 an der Universität in Dublin gehalten hat.

§ 4. Es wurde im vorangehenden schon angedeutet, daß die neue Deutung der megarisch-stoischen Logik für die historische Forschung epochemachend geworden ist. Es scheint mir zulässig, festzusetzen, daß mit den Feststellungen, die wir hier im Auge haben, die moderne historische Forschung beginnt. Es ist zu sagen, daß an dieser Feststellung nicht mit unbedingter Strenge festzuhalten ist. Es ließe sich zeigen, daß schon in früheren Jahrzehnten vereinzelte Feststellungen historischer Art gemacht wurden, die zweckmäßigerweise mit der modernen historischen Forschung zu vereinigen sind. Wir dürfen in diesem Zusammenhang auf eine Monographie von *G. Vailati*, die 1904 in einer italienischen Zeitschrift erschienen ist, verweisen. G. Vailati war für die Geschichte der exakten Wissenschaften interessiert, und es ist sachlich bedeutsam, daß dieser Vertreter der exakten Wissenschaften im Gebiet der Geschichte der Logik einen neuen Weg eingeschlagen hat.

§ 5. Der modernen historischen Forschung stellen wir nun die historische Forschung einer älteren Zeit gegenüber, und zwar scheint es mir zulässig, diese ältere Zeit abzugrenzen, indem wir sie mit dem 19. Jahrhundert identifizieren. Es muß hier gesagt werden, daß tiefgehende Unterschiede bestehen zwischen der modernen historischen Forschung und der Forschung der älteren Zeit; daraus erklärt es sich, daß Vertreter der modernen Forschung, insbesondere Łukasiewicz, scharfe Kritik üben an historischen Darstellungen der Logik, welche der älteren Zeit angehören. Ich möchte nun aber betonen, daß diese Kritik rein sachlicher Art ist; es sollen nicht einzelne Persönlichkeiten angegriffen werden. Łukasiewicz bemerkt in einer seiner Abhandlungen ausdrücklich, daß den älteren Autoren daraus, daß sie keine genügende logische Vorbildung hatten, kein Vorwurf gemacht werden könne, weil eine wissenschaftliche Logik erst seit wenigen Jahrzehnten bestehe.

Es seien an dieser Stelle einige historische Darstellungen der Logik, die der älteren Zeit angehören, genannt. Wir nennen zuerst zwei kleinere Werke von *Friedrich Adolf Trendelenburg*, nämlich die «Elementa Logices Aristotelicae» (Elemente der aristotelischen Logik), die 1836 in erster Auflage erschienen sind, und die «Erläuterungen zu den Elementen der aristotelischen Logik», die 1842 in erster Auflage erschienen sind. Die beiden Werke waren für den Unterricht an Gymnasien bestimmt und lassen deutlich erkennen, wie Trendelenburg die aristotelische Logik interpretiert hat.

Wir nennen sodann die Ausgabe des Organons des Aristoteles, die 1844/46 erschienen ist. Diese Ausgabe wurde besorgt von *Theodor Waitz*, und Waitz hat dieser Ausgabe auch einen eigenen Kommentar in lateinischer Sprache beigegeben. Der Kommentar zur Ersten Analytik bringt eine Tafel, auf der die Schlußregeln dargestellt sind, die Theodor Waitz altem Herkommen gemäß mit den aristotelischen Syllogismen identifizierte.

An dritter Stelle nenne ich die bekannte Geschichte der Logik von *Carl Prantl*. Der erste Band dieses umfassenden Werkes, der die Geschichte der Logik im griechisch-römischen Altertum darstellt, ist 1855 in erster Auflage erschienen. Das Werk Prantls ist für uns auch heute noch unentbehrlich; um so mehr bedarf es hier einer sachlichen Kritik, um Verwirrung zu vermeiden. Prantls Darstellung der aristotelischen Syllogistik weicht nicht von der üblichen ab; seine Darstellung der stoischen Logik ist, wie Łukasiewicz gezeigt hat, in einem wesentlichen Punkte ungenau.

Ich nenne nun das große Werk von *Heinrich Maier*, das betitelt ist «Die Syllogistik des Aristoteles». Drei Bände dieses Werkes erschienen in den Jahren 1896–1900; ein letzter Band, der in Aussicht genommen war, scheint nicht mehr ausgeführt worden zu sein.

Es sei hier erwähnt, daß Heinrich Maier in den Jahren 1900–1902 als Professor der Philosophie an der Universität Zürich wirkte.

Łukasiewicz hat in einer neuen Publikation das genannte Werk Heinrich Maiers eingehend kritisiert und hat Mängel oder Schwächen, die diesem Werk anhaften, aufgedeckt. Łukasiewicz hat hier aber auch auf einen eigenartigen Umstand, den wir jetzt ins Auge fassen wollen, hingewiesen. Heinrich Maier unterscheidet sich dadurch vorteilhaft von den übrigen älteren Historikern der Logik, daß ihm die Tatsache, daß die übliche Darstellungsweise der aristotelischen Syllogistik einen schwachen Punkt hat, nicht gänzlich entgangen ist; und er hat dieser Einsicht an einer Stelle seines Werkes Ausdruck gegeben. Dort unterscheidet er nämlich die aristotelische Darstellungsform der Syllogismen von der Darstellungsform der späteren Logik. Doch muß nun gesagt werden, daß Heinrich Maier die Einsicht, der er hier Ausdruck gibt, in der Folge nicht hat fruchtbar werden lassen. Er half sich über die Schwierigkeit, vor die er sich dank seiner neuen Einsicht gestellt sah, hinweg, indem er erklärte, vielleicht sei es gestattet, die Darstellungsform der späteren Logik an die Stelle der ursprünglichen zu setzen.

Schließlich verweisen wir in diesem Zusammenhang auf ein logistisches Werk, ein Werk von hohem wissenschaftlichem Wert; es sind dies die Vorlesungen über die Algebra der Logik von *Ernst Schröder*. Wir verweisen hier insbesondere auf die erste Abteilung des zweiten Bandes dieses Werkes; sie ist 1891 erschienen. Ich bemerke, daß die Darstellung der Syllogistik, die Ernst Schröder hier in der zwanzigsten Vorlesung gibt, für die Beurteilung des wissenschaftlichen Wertes des umfassenden Werkes von durchaus untergeordneter Bedeutung ist; doch ist für die Betrachtung, die wir hier durchführen, dieser Teil des genannten Werkes wesentlich.

Zwei Punkte sind es, die wir als bedeutsam hervorheben. Ernst Schröder stellt die Syllogismen in zwei Weisen dar, nämlich einerseits als Schlußregeln, anderseits als logische Thesen oder Formeln, und es ist offensichtlich, daß er sich des Bedeutungsunterschieds der beiden Darstellungsweisen nicht bewußt ist. Ernst Schröder deutet in der Überschrift eines Abschnittes der zwanzigsten Vorlesung an, daß es unter den Syllogismen der Alten Syllogismen gebe, die inkorrekt sind; und der Text dieses Abschnittes läßt erkennen, daß er auch einige aristotelische Syllogismen zu den inkorrekten Syllogismen zählt.

Wir berühren damit einen Punkt, auf den in der Folge noch einzugehen sein wird. Hier sei nur bemerkt, daß es nach der Auffassung, die Łukasiewicz vertritt, keine aristotelischen Syllogismen gibt, die inkorrekt sind.

§ 6. Angesichts der Tatsache, daß ältere Darstellungen der Geschichte der Logik, insbesondere das Werk Prantls, heute als unzulänglich bezeichnet werden müssen, erscheint es wünschenswert, daß die Geschichte der Logik nun von modernen Gesichtspunkten aus dargestellt werde; darum können wir es verstehen, daß von Łukasiewicz die Forderung, daß die Geschichte der Logik neu geschrieben werde, mehrfach erhoben worden ist. Es darf auch gesagt werden, daß in dieser Richtung schon Wertvolles geleistet worden ist. Zwei kleinere Werke, auf die im vorangehenden schon verwiesen wurde, sind an dieser Stelle wieder zu nennen, nämlich die Geschichte der Logik von Heinrich Scholz und eine in englischer Sprache verfaßte Abhandlung von Bochenski, die betitelt ist «Ancient formal logic» (Antike formale Logik). Es ist aber darauf hinzuweisen, daß eine eingehende moderne Geschichte der Logik zur Zeit noch nicht möglich ist, da dafür die Vorarbeiten vielfach noch fehlen; dies ist auch sowohl von Scholz als von Bochenski ausdrücklich gesagt worden.

§ 7. Im folgenden wollen wir uns auf die Betrachtung des neuen historischen Werkes von Jan Łukasiewicz beschränken. Dieses Werk ist in englischer Sprache verfaßt und trägt den Titel «Aristotle's Syllogistic from the standpoint of modern formal logic»; es ist 1951 erschienen. Es wird hier die aristotelische Theorie neu dargestellt und zugleich in streng systematischer Weise ergänzt und vertieft. Das Werk von Łukasiewicz ist in wissenschaftlichen Zeitschriften mehrfach besprochen und gewürdigt worden; soweit ich zu sehen vermag, wird sein hoher wissenschaftlicher Wert durchweg anerkannt. *Heinrich Scholz* nennt diese Aristoteles-Studie einen Markstein der Forschung und ein Probestück einer mustermäßigen Interpretation[1]; *Philothues Boehner* erklärt, fest davon überzeugt zu sein, daß diese Interpretation und Darstellung der aristotelischen Syllogistik definitiv ist[2], und auch *Oskar Becker* anerkennt, daß das Werk von Łukasiewicz in seiner Art ein Meisterwerk ist[3].

§ 8. Es sei mir erlaubt, zu Beginn der Überlegungen, die nun durchzuführen sind, den Begriff «*die traditionelle Logik*» einzuführen. Dieser Begriff wird in historischen Darstellungen vielfach verwendet. Łukasiewicz selbst gebraucht ihn oder, genauer gesprochen, den entsprechenden englischen Ausdruck an einer Stelle, auf die wir noch zurückkommen werden. Wir bedürfen dieses Begriffes, um die Disziplin, welche wir die aristotelische Syllogistik nennen, der Disziplin, welche wir die traditionelle Logik nennen wollen, gegenüberstellen zu können. Es würde zu weit führen, wenn wir den Begriff «die traditionelle Logik» definieren wollten. Wir schlagen darum hier folgenden Weg ein. Wir verweisen auf ein bestimmtes Schriftstück und erklären, daß es uns die Disziplin, welche man die traditionelle Logik nennt, repräsentieren oder vertreten soll.

Das Schriftstück, das uns geeignet erscheint, die traditionelle Logik zu repräsentieren, ist ein Teil eines bekannten philosophischen Werkes, nämlich eines in französischer Sprache verfaßten Werkes, das in deutscher Übersetzung den Titel trägt «Briefe an eine deutsche Prinzessin über verschiedene Fragen der Physik und der Philosophie». Das Werk erschien 1768/72 anonym; es besteht aber kein Zweifel daran, daß der Verfasser der Basler Mathematiker *Leonhard Euler* ist. Dieses Werk hat, wie der Titel es andeutet, Briefform; die Briefe 102–108 sind der Darstellung der Logik gewidmet.

Es sind mannigfaltige Gründe, die uns bestimmen, hier der Darstellung der traditionellen Logik, die Leonhard Euler gegeben hat, eine Art Vorzugsstellung einzuräumen. Zuerst ist zu sagen, daß die Darstellung Eulers klar und didaktisch geschickt ist. Sodann bemerken wir, daß die Diagramme, deren sich Euler bedient, um logische Sätze zu veranschaulichen, allgemein bekannt geworden sind. Daß Euler nicht der erste war, der logische Diagramme benutzte, sei hier nur nebenbei bemerkt.

---

[1] Deutsche Literaturzeitung (1952) und «Zentralblatt für Mathematik» (1952).

[2] Journal of symbolic logic Bd. 17 (1952).

[3] Gnomon Bd. 24 (1952); auf die Besprechung von Oskar Becker bin ich von Herrn PD. Dr. Rudolf Meyer aufmerksam gemacht worden.

Die Tatsache, daß der Name Leonhard Eulers in der wissenschaftlichen Welt einen guten Klang hat, darf in diesem Zusammenhang auch geltend gemacht werden; ich möchte sogar sagen, daß auch der Umstand, daß Leonhard Euler Basler gewesen ist, für uns nicht ganz unwesentlich ist. Schließlich ist hier noch auf folgende bedeutsame Tatsache aufmerksam zu machen. Łukasiewicz sagt an der Stelle, die ich im vorangehenden im Auge hatte, daß jeder, der die traditionelle Logik kennt, vertraut ist mit der Interpretation der Syllogismen mit Hilfe der Eulerschen Kreise (a.a.O. S.101); dies spricht dafür, daß auch nach der Auffassung von Łukasiewicz eine enge Verbindung besteht zwischen der traditionellen Logik und der Darstellung der Logik im Werke Leonhard Eulers.

§ 9. Unter der aristotelischen Syllogistik verstehen wir hier eine Disziplin, die dargestellt ist in den Kapiteln 1–2 und 4–7 des ersten Buches der Ersten Analytik und in den Kapiteln 1 und 8–10 des zweiten Buches der Ersten Analytik. Wir heben hervor, daß die hier genannten Kapitel einen verhältnismäßig kleinen Teil des Werkes bilden, das man die Erste Analytik nennt. Wir bemerken nur andeutungsweise, daß sich von einem literarischen Gesichtspunkt aus sagen ließe, daß die Theorie, die wir hier im Auge haben und als die aristotelische Syllogistik bezeichnen, nur ein Teil derjenigen Theorie ist, die in der Ersten Analytik dargestellt ist, da in den genannten Kapiteln nicht die Rede ist von jenen Syllogismen, die man die *modalen* zu nennen pflegt.

Um unsere Abgrenzung zu rechtfertigen, weisen wir auf folgende Tatsachen hin.

Die Disziplin, die wir die aristotelische Syllogistik nennen wollen, darf in gewissem Sinn als das Kernstück der aristotelischen Logik gelten; die traditionelle Logik kann als eine Umformung der genannten Disziplin angesehen werden. Nach einer Hypothese, die neuerdings Łukasiewicz und in etwas früherer Zeit Paul Gohlke aufgestellt hat, und die mir annehmbar zu sein scheint, läßt sich auch sagen, daß eine Abgrenzung, wie wir sie hier vornehmen, der ursprünglichen Intention des Aristoteles entspricht. Wenn jene Hypothese zutrifft, so sind die Kapitel der Ersten Analytik, in denen die Lehre von den modalen Syllogismen dargestellt ist, nachträglich in einen zuvor schon bestehenden Text eingeschoben worden.

§ 10. In der aristotelischen Syllogistik werden einzelne Buchstaben als *Variable* verwendet. Mit Recht sieht Łukasiewicz darin einen höchst bedeutsamen Schritt zur Begründung der Logik. Er erwähnt in diesem Zusammenhang, daß W. D. Ross, dessen wir im vorangehenden schon einmal gedacht haben (vgl. oben § 1), andeutet, daß Aristoteles durch die Verwendung von Variablen der Begründer der formalen Logik geworden ist (a. a. O. S. 8).

Indem wir nun die Frage aufwerfen, wie Aristoteles und die antiken Kommentatoren die Variablen verwenden, stoßen wir auf Probleme von nicht geringer Tragweite, die erst durch das Werk von Łukasiewicz aufgedeckt worden sind. Aristoteles verwendet zwar Variable, aber er hat keinen Ausdruck, der dem Begriff «Variable» entsprechen würde; dagegen verwenden antike Kommentatoren der Ersten Analytik, nämlich *Alexander von Aphrodisias* und *Johannes Philoponos*, das griechische Wort «*στοιχεῖον*», das neben andern Bedeutungen auch die Bedeutung hat, die man in der deutschen Sprache mit dem Wort «Buchstabe» verbindet, in der Bedeutung, die wir heute dem Ausdruck «Variable» geben.

Für die Variablen lassen sich unter bestimmten Umständen, die hier nicht angegeben werden sollen, Ausdrücke einsetzen, die wir heute Konstanten nennen würden; man kann in solchen Fällen von *Substitutionen* sprechen. Einer der antiken Kommentatoren, Johannes Philoponos, verfügt auch schon über einen technischen Ausdruck, dessen Bedeutung sich genau mit der Bedeutung des deutschen Ausdruckes «substituieren» deckt; er verwendet in dieser Bedeutung ein griechisches Verbum, das dem lateinischen Verbum «subicere» und dem deutschen Verbum «darunterwerfen» entspricht.

Aristoteles macht häufig von dem Verfahren der Substitution Gebrauch. Allerdings sind die Fälle selten, in denen Substitutionen ausgeführt werden in Syllogismen, die wir heute allgemeingültig nennen würden; häufig dagegen sind Fälle, da eine Substitution ausgeführt wird in einem Ausdruck, der seiner Struktur nach einem Syllogismus analog ist, aber nicht allgemeingültig zu nennen ist. Daß Aristoteles in Fällen der zweiten Art häufig Substitutionen ausführt, erklärt sich daraus, daß er darin ein Mittel sieht, um zu beweisen, daß die betreffenden Ausdrücke nicht allgemeingültig sind.

Erwähnenswert scheint mir die Feststellung von Łukasiewicz, daß sich im zweiten Buch der Zweiten Analytik ein Satz findet, der durch Substitution abgeleitet wird aus demjenigen Syllogismus, welchem in der traditionellen Logik der Modus Barbara entspricht. Dieser Satz kann in deutscher Sprache mit folgenden Worten wieder-gegeben werden: Wenn jede breitblätterige Pflanze die Blätter verliert und jeder Weinstock eine breitblätterige Pflanze ist, so verliert jeder Weinstock die Blätter (a. a. O. S. 2).

Aristoteles deutet zwar in gewissen Fällen an, daß für bestimmte Variablen bestimmte Konstanten einzusetzen sind; aber er stellt keine allgemeine Regel auf, durch die festgesetzt würde, welche Substitutionen als zulässig zu gelten haben. Dagegen hat der schon mehrfach genannte Kommentator Johannes Philoponos eine solche Regel aufgestellt, indem er erklärte, man dürfe für eine Variable Begriffe beliebiger Materie substituieren.

Unsere Überlegungen führen uns hier auf einen Punkt, der für die Beurteilung der aristotelischen Syllogistik von grundlegender Bedeutung ist; und ich muß gestehen, daß ich mir in diesem Punkt die Auffassung, die Łukasiewicz vertritt, nicht vorbehaltlos zu eigen machen kann.

Łukasiewicz erklärt an einer Stelle, die dem letzten Abschnitt seines Werkes angehört, daß Aristoteles in seine Logik keine leeren Begriffe einführe. Der Ausdruck «*leerer Begriff*» bedarf hier einer Erklärung. Wir geben eine solche, indem wir festsetzen, daß ein Ausdruck dann und nur dann ein leerer Begriff heißen soll, wenn ihm eine Aussagefunktion entspricht, die keinem ihrer Argumente einen wahren Satz zuordnet.

Die Auffassung, die Łukasiewicz vertritt, geht nun dahin, daß man das aristotelische System nicht richtig deute, wenn man voraussetze, daß für die Variablen auch leere Begriffe eingesetzt werden dürfen. Es ist dies einer der Gründe, die er geltend macht, um zu zeigen, daß die Kritik der aristotelischen Syllogistik, die von Vertretern der mathematischen Logik geübt wird, auf einem Mißverständnis beruhe. Demgegenüber möchte ich sagen, daß das aristotelische System an dieser Stelle eine Lücke zeigt, weil keine Substitutionsregel aufgestellt wird. Es werden ja nur Beispiele von Substitutionen gegeben. Auch wenn man zugeben kann, daß die Beispiele von Substitutionen, die man findet, durchweg solcher Art sind, daß in den gegebenen Fällen nur Begriffe, die nicht leer sind, für die Variablen substituiert werden, so läßt sich doch daraus nicht eine Substitutionsregel entnehmen. Übrigens ist zu sagen, daß die Substitutionsregel des Johannes Philoponos, deren wir schon gedacht haben, nicht solcher Art ist, daß damit die Substitution leerer Begriffe ausgeschlossen wird.

§ 11. Wir haben im vorangehenden schon mehrfach den Ausdruck «*Syllogismus*» verwendet und dabei zumeist die aristotelischen Syllogismen im Auge gehabt. Wir heben nun hervor, daß der Begriff «aristotelischer Syllogismus» für unsere Überlegungen wesentlich ist. Eine Definition dieses Ausdruckes soll hier nicht gegeben werden; andeutungsweise läßt sich sagen, daß aristotelische Syllogismen einheitliche Formeln sind, deren Struktur sich in exakter Weise beschreiben läßt. Der Ausdruck «einheitlich» ist in dieser Erklärung verwendet worden, um von vornherein einen Zug hervortreten zu lassen, der nach der neuen Auffassung, die von Łukasiewicz entwickelt worden ist, den aristotelischen Syllogismen den Syllogismen der traditionellen Logik gegenüber eigentümlich ist.

Die Syllogismen der traditionellen Logik sind Schlußregeln; sie besagen, daß man von Sätzen bestimmter Struktur, die als Prämissen bezeichnet werden, übergehen kann zu einem Satz bestimmter Struktur, der als Schlußsatz oder Konklusion bezeichnet wird. Eine solche Schlußregel kann nicht als eine einheitliche Formel gelten. Ich hebe hervor, daß man aristotelische Syllogismen und Syllogismen der traditionellen Logik einander umkehrbar eindeutig zuordnen kann, und daß es darum zulässig ist, den Ausdruck «der aristotelische Syllogismus, welcher dem Modus Barbara entspricht», zu gebrauchen; aber eine Identifikation eines aristotelischen Syllogismus mit der ihm entsprechenden Schlußregel der traditionellen Logik ist unzulässig.

Es scheint mir unzweifelhaft zu sein, daß Łukasiewicz hier eine bedeutsame Tatsache aufgedeckt hat und daß diese Tatsache für das Verständnis der aristotelischen Syllogistik und der Beweise, die von Aristoteles innerhalb des damit bezeichneten Bereiches geführt werden, wesentlich ist.

Es ist von historischem Interesse, festzustellen, daß es nicht nur in der neueren Zeit und im Mittelalter, sondern schon in der letzten Zeit des griechisch-römischen Altertums üblich war, die aristotelischen Syllogismen durch Schlußregeln zu ersetzen und daß man sich des Unterschiedes, der zwischen den aristotelischen Syllogismen und den ihnen entsprechenden Schlußregeln besteht, nicht bewußt geworden ist. Łukasiewicz weist darauf hin, daß zuerst im Kommentar des Alexander von Aphrodisias sich Ansätze zu einer derartigen Darstellung der Syllogistik finden und daß diese Umbildung der aristotelischen Syllogistik wohl unter dem Einfluß der stoischen Logik, die eine Regellogik war, erfolgt ist.

Wir wollen uns hier daran erinnern, daß Heinrich Maier die Tatsache, daß aristotelische Syllogismen und Syllogismen der traditionellen Logik nicht zu identifizieren sind, geahnt hat, daß aber diese Tatsache in seiner Darstellung der Syllogistik des Aristoteles nicht zur Geltung kommt.

§ 12. Bei der Darstellung eines Syllogismus bedient sich Aristoteles vielfach, aber nicht immer, des Begriffes der *Notwendigkeit.* Beispielsweise stellt er den Syllogismus, der in seinem System dem Modus Barbara entspricht, durch einen Ausdruck dar, der sich in deutscher Sprache durch die folgenden Worte wiedergeben läßt:

«wenn *A* von jedem *B* und *B* von jedem *C* ausgesagt wird, so ist es notwendig, daß *A* von jedem *C* ausgesagt werde.»

Es ist heute möglich, den Begriff der Notwendigkeit da, wo er in der Formulierung eines aristotelischen Syllogismus auftritt, in exakter Weise zu deuten. Durch den Ausdruck der Notwendigkeit soll offenbar angedeutet werden, daß die betreffende Formel als eine allgemeingültige zu betrachten ist. In der modernen Logik verwendet man gewisse Ausdrücke, die man *Quantifikatoren* nennt, und deren Bedeutung durch Hinweis auf die Bedeutung des deutschen Wortes «jedes» zu erklären ist. Im aristotelischen System entspricht der Ausdruck «Notwendigkeit» einem Quantifikator oder genauer gesagt einer Verbindung von Quantifikatoren.

Genauigkeitshalber sei hier noch auf folgenden Punkt aufmerksam gemacht. Aristoteles stellt bei der Formulierung von Syllogismen den Ausdruck der Notwendigkeit nicht, wie man es erwarten würde, an die Spitze der ganzen Formel, sondern ins Innere der Formel, indem er diesen Ausdruck dem Nachsatz des betreffenden Bedingungssatzes unmittelbar vorangehen läßt. Um diejenigen aristotelischen Syllogismen, in denen der Ausdruck der Notwendigkeit auftritt, in exakter Weise deuten zu können, muß man die Festsetzung treffen, daß sie zunächst zu ersetzen sind durch Ausdrücke, die aus ihnen durch eine Transformation, die sich in exakter Weise beschreiben läßt, hervorgehen.

Es sei hier im Vorbeigehen bemerkt, daß schon Heinrich Maier Tatsachen, die in diesem Zusammenhang bedeutsam werden, beachtet hat. Er spricht von *syllogistischer Notwendigkeit.* Es läßt sich zwar nicht sagen, daß er eine exakte und befriedigende Erklärung dieses Ausdruckes gegeben hätte; aber man kann doch sagen, daß der Ausdruck «syllogistische Notwendigkeit» zu einer andeutungsweisen Beschreibung oder Kennzeichnung der aristotelischen Syllogismen dienlich ist.

§ 13. Es ist eine allgemein bekannte Tatsache, daß in der aristotelischen Syllogistik und in der traditionellen Logik ein eigenartiges Verfahren ausgebildet worden ist, das vielfach als eine *Reduktion oder Zurückführung* eines Syllogismus auf einen andern Syllogismus bezeichnet wird; allgemein bekannt ist auch die Tatsache, daß die Scholastiker befremdlich klingende Wörter gebildet haben, die irgendwie mit der Reduktion von Syllogismen auf andere Syllogismen in Zusammenhang zu bringen sind. Ich habe den Eindruck, daß erst durch die tiefgehenden Analysen, die in dem Werke von Łukasiewicz dargestellt sind, das Wesen jener Reduktionen zu voller Klarheit gebracht worden ist.

Zunächst muß betont werden, daß diese Reduktionen *Beweise* sind. Es ist zu sagen, daß auch den älteren Autoren diese Tatsache nicht entgangen ist. Heinrich Maier bezeichnet die Zurückführung gewisser Modi oder Schlußweisen auf andere Modi als Beweise, und Aristoteles selbst gebraucht in diesem Zusammenhang gelegentlich das griechische Wort «*ἀπόδειξις*», das wir in der deutschen Sprache durch das Wort «Beweis» wiedergeben können. Aber diese Einsicht konnte innerhalb des aristotelischen Systems deshalb nicht zu voller Auswirkung kommen, weil ihr ein Satz der aristotelischen Beweistheorie im Wege stand; es ist dies der Satz, der besagt, daß jeder Beweis ein Syllogismus sei und durch eine der drei Figuren geschehe (vgl. An. pr. 1, 23, S. 41 b 1).

Hier muß mit voller Deutlichkeit gesagt werden: Die Zurückführung eines Syllogismus auf einen Syllogismus ist nicht selbst wieder ein Syllogismus. Es scheint mir unverkennbar zu sein, daß man die Schwierigkeit, auf die wir hier stoßen, nur dadurch überwinden kann, daß man erklärt: Die Reduktionen von Syllogismen auf Syllogismen sind als Beweise zu deuten; deshalb kann jener Satz der aristotelischen Beweistheorie, auf den wir hingewiesen haben, nicht aufrechterhalten werden.

Der Inbegriff der Sätze, den wir hier im Auge haben, läßt sich nun als ein axiomatisches System bezeichnen; soweit ich zu sehen vermag, läßt sich sagen, daß dieses System vom historischen Gesichtspunkt aus als das erste aller axiomatischen Systeme auszuzeichnen ist. Die Erkenntnis dieser Tatsache ist dadurch erschwert worden, daß Aristoteles in diesem Zusammenhang das griechische Wort, dem das deutsche Fremdwort «Axiom» entspricht, und das er sonst zu verwenden pflegt, nicht gebraucht. Doch läßt sich sagen, daß Aristoteles diejenigen Syllogismen, die in seinem axiomatischen System die Stellung von Axiomen haben, *vollkommene Syllogismen* nennt, und daß er diejenigen Syllogismen, die in diesem System zu den abgeleiteten Sätzen zu zählen sind, *unvollkommene Syllogismen* nennt.

In dem Werke von Łukasiewicz sind die Beweise, die Aristoteles aufgestellt hat und die in der Ersten Analytik dargestellt sind, mit Hilfe der Mittel, die uns die exakte oder mathematische Logik heute in die Hand gibt, neu dargestellt, und dadurch wird ein tiefgründiges Verständnis dieser Beweise ermöglicht. Es seien hier folgende Punkte hervorgehoben.

Łukasiewicz benutzt bei der Darstellung der aristotelischen Beweise eine Disziplin, die man als Aussagenlogik bezeichnen kann, als Hilfsdisziplin. Aristoteles hat die betreffenden Sätze, auf denen sein Beweisverfahren beruht, auch gekannt und benutzt; aber die Sprache, in der er seine Theorie darstellte, war nicht so durchgebildet, daß es ihm möglich gewesen wäre, diese Sätze darzustellen. Unter den Beweisen aristotelischer Syllogismen bilden diejenigen, welche man indirekte Beweise zu nennen pflegt, eine besondere Gruppe. Es scheint mir ein besonderes Verdienst der Darstellung von Łukasiewicz zu sein, daß er die Struktur dieser Beweise zu voller Klarheit gebracht hat.

Die Erklärungen dieser Beweise, die bis dahin gegeben wurden, insbesondere die Erklärungen, die in dem Werke von Heinrich Maier zu finden sind, erscheinen uns heute unbefriedigend. Schon die Bezeichnung dieser Beweise als indirekte Beweise ist anfechtbar und irreführend. Versteht man nämlich unter einem indirekten Beweis einen Beweis, für den es wesentlich ist, daß von der Negation des zu beweisenden Satzes ausgegangen wird, so muß man sagen, daß die Beweise, die wir hier im Auge haben, nämlich die Beweise der aristotelischen Syllogismen, die den scholastischen Modi Baroco und Bocardo entsprechen, keine indirekten Beweise sind. Zwar ist es richtig, daß bei der Darstellung dieser Beweise Negationen von Sätzen gebildet werden; aber keiner der Sätze, dessen Negation gebildet wird, ist identisch mit dem zu beweisenden Satz. Die Methode, die Łukasiewicz ausgebildet hat, bewährt sich aufs beste. Ich habe den Eindruck, daß es kaum möglich ist, über die Natur der betreffenden Beweise ins klare zu kommen, wenn man nicht Gebrauch machen will von Thesen, die jener Disziplin angehören, die man als Aussagenlogik zu bezeichnen pflegt.

§ 14. In dem Vorangehenden wurde schon darauf hingewiesen, daß Aristoteles häufig von dem Verfahren der Substitution Gebrauch macht (vgl. oben § 10); es sei nun hervorgehoben, daß es sich dabei stets darum handelt, daß eine Konstante für eine Variable substituiert oder, wie man auch sagen könnte, eingesetzt wird. Die moderne Logik kennt noch eine andere Art von Substitutionen; nach moderner Auffassung lassen sich für Variable nicht nur Konstanten, sondern unter bestimmten Umständen auch andere Variablen einsetzen. Dies legt uns die Frage nahe, ob Aristoteles und die antiken Kommentatoren auch derartige Substitutionen ausgeführt haben. In dem Werke von Łukasiewicz werden diese Probleme im Hinblick auf zwei Beispiele, die höchst instruktiv sind, entschieden.

Es läßt sich feststellen, daß Aristoteles derartige Substitutionen auch in Fällen, da sie naheliegend wären und rasch zum Ziele führen würden, vermeidet, daß dagegen sein Kommentator Alexander von Aphrodisias derartige Substitutionen ausführt.

Die Fälle, die wir im Auge haben, seien noch etwas genauer gekennzeichnet. Durchweg handelt es sich um aristotelische Syllogismen, also um Formeln, in denen drei verschiedene Variablen, etwa die Variablen A, B und C, auftreten, wobei jede der drei verschiedenen Variablen an je zwei Stellen auftritt. In beiden Fällen besteht die Möglichkeit, aus dem gegebenen Syllogismus eine neue Formel dadurch abzuleiten, daß für eine der drei Variablen eine andere der drei Variablen eingesetzt wird; und diese Substitution ist in beiden Fällen zweckmäßig und führt rasch zum Ziel. Es läßt sich zeigen, daß Aristoteles von der Möglichkeit einer solchen Substitution noch keinen Gebrauch macht, während Alexander von Aphrodisias von der ihm gegebenen Möglichkeit Gebrauch macht.

Es sei hier im Vorbeigehen auf folgenden Umstand aufmerksam gemacht. Kant bemerkt in der Vorrede zur Kritik der reinen Vernunft, daß die Logik seit Aristoteles keinen Schritt rückwärts habe tun müssen, daß sie aber auch bis zur gegenwärtigen Zeit keinen Schritt vorwärts, d. h. über die von Aristoteles geschaffene Theorie hinaus, habe tun können; und in den geschichtlichen Ausführungen, die er seiner Darstellung der Logik vorausschickte, kommt derselbe

Gedanke zum Ausdruck. Daß sich in der aristotelischen Syllogistik nichts findet, was sich späterhin als unzutreffend erwiesen hat, kann man als im wesentlichen richtig gelten lassen; daß aber diese Theorie in der auf Aristoteles folgenden Zeit in keiner Weise mehr bereichert und vertieft worden wäre, das erscheint uns heute nicht mehr zutreffend. Die Tatsachen, auf die wir aufmerksam geworden sind, dienen uns zum Beweise dafür, daß Alexander von Aphrodisias innerhalb des Bereiches der aristotelischen Syllogistik in einem bedeutsamen Punkt einen Fortschritt erreicht hat.

§ 15. Es sei mir erlaubt, an dieser Stelle den Ausdruck «*syllogistische Form*», der an den Ausdruck «Syllogismus» erinnern soll, einzuführen.

Der deutsche Ausdruck «syllogistische Form» entspricht einem englischen Ausdruck, den Łukasiewicz in seiner Darstellung der aristotelischen Syllogistik gebraucht und darf als eine wortgetreue Übersetzung dieses Ausdruckes gelten. Eine Definition soll hier nicht aufgestellt werden; doch scheinen mir Andeutungen dem Zweck einer raschen Verständigung dienlich zu sein.

Der Begriff der syllogistischen Form ist eine Erweiterung des Begriffes «aristotelischer Syllogismus», den wir im vorangehenden vielfach gebraucht und gelegentlich erläutert haben (vgl. oben § 11). Syllogistische Formen sind Ausdrücke bestimmter Struktur, die sich in exakter Weise beschreiben läßt. Man kann die syllogistischen Formen in mehrfacher Weise in Klassen einteilen. Eine dieser Einteilungen führt auf die Feststellung, daß es genau vier *Figuren* syllogistischer Formen gibt. Diese Feststellung berührt sich eng mit der Annahme von vier Figuren von Syllogismen, die zum Bestand der traditionellen Logik gehört.

Sachlich höchst bedeutsam ist die Unterscheidung gültiger und ungültiger, das heißt *allgemeingültiger* und *nicht allgemeingültiger* syllogistischer Formen. Zu den allgemeingültigen syllogistischen Formen gehören die aristotelischen Syllogismen.

Wenn man den Begriff des aristotelischen Syllogismus in geeigneter Weise erweitert, so kann man auch sagen, daß die Klasse der allgemeingültigen syllogistischen Formen und die Klasse der aristotelischen Syllogismen identisch sind.

§ 16. Es sei an dieser Stelle dreier einfacher Feststellungen gedacht, die als *Zahlangaben* bezeichnet werden können.

Eine dieser Feststellungen besagt, daß die Zahl unterscheidbarer syllogistischer Formen 256 ist; eine zweite besagt, daß die Zahl gültiger, d. h. allgemeingültiger syllogistischer Formen 24 ist; aus diesen beiden Feststellungen folgt eine dritte, die besagt, daß die Zahl der ungültigen, d. h. der nicht allgemeingültigen syllogistischen Formen 256–24, das heißt 232 ist (vgl. Łukasiewicz a. a. O. S. 96).

Diese Zahlangaben sind in mehrfacher Hinsicht von Interesse. Die erste Feststellung deckt sich dem Sinne nach im wesentlichen mit einer Bemerkung, die sich in dem bekannten Werke von *D. Hilbert und W. Ackermann* «Grundzüge der theoretischen Logik» findet und die besagt, daß rein kombinatorisch betrachtet 256 verschiedene Arten von Schlüssen denkbar sind (vgl. a. a. O. 1. Auflage S. 38). Die zweite Feststellung deckt sich dem Sinne nach im wesentlichen mit einem Satz, den *Leibniz* aufgestellt hat und auf den in dem schönen Werk von L. Couturat «La Logique de Leibniz» nachdrücklich hingewiesen wird. L. Couturat zitiert eine Stelle, die einem Brief angehört, den Leibniz am 22. März 1714 geschrieben hat. Leibniz sagt hier, er habe in seiner Jugend gezeigt, nicht nur, daß es vier Figuren gebe, was leicht zu zeigen sei, sondern auch, daß jeder Figur genau sechs nützliche Modi angehören (vgl. a. a. O. S. 2). Daraus ist zu entnehmen, daß es nach der Auffassung von Leibniz 24 gültige Modi gibt.

Es ist zu beachten, daß Leibniz bei den Modi eigentlich nicht allgemeingültige syllogistische Formen, das heißt einheitliche logische Formeln, sondern syllogistische Schlußregeln im Auge hat. Da aber die allgemeingültigen syllogistischen Formeln und die syllogistischen Schlußregeln einander umkehrbar eindeutig zuzuordnen sind, so läßt sich doch sagen, daß sich der betreffende Satz von Leibniz dem Sinne nach im wesentlichen mit der zweiten der oben beschriebenen Feststellungen deckt.

Ein letzter Punkt, der in diesem Zusammenhang bedeutsam erscheint, ist folgender. C. A. Meredith, ein Gelehrter, dessen wir hier schon einmal gedacht haben, hat Feststellungen sehr allgemeiner Art gemacht, aus denen sich die Zahlangaben, die wir hier im Auge haben, durch Einsetzung des Zeichens der Zahl 3 für die Zahlvariable «*n*» ableiten lassen (vgl. Łukasiewicz a. a. O. S. 42).

§ 17. Für das Folgende sind die beiden Ausdrücke «*anerkennen*» und «*verwerfen*» von Bedeutung. Łukasiewicz selbst erklärt, daß er die Unterscheidung von dem Philosophen *Franz Brentano* übernommen habe (vgl. Łukasiewicz a. a. O. S. 94). In dem bekannten Werke von Franz Brentano, das betitelt ist «Psychologie vom empirischen Standpunkt», werden die beiden Ausdrücke «als wahr annehmen» und «als falsch verwerfen» gebraucht; wir glauben annehmen zu dürfen, daß darauf die Unterscheidung, die Łukasiewicz im Auge hat, beruht. An die Stelle des Ausdruckes «anerkennen» oder «als wahr annehmen» wird nun von Łukasiewicz der Ausdruck «behaupten» bzw. der diesem deutschen Ausdruck entsprechende englische Ausdruck gesetzt, während der Ausdruck «als falsch verwerfen» oder kürzer «verwerfen» bzw. der diesem deutschen Ausdruck entsprechende englische Ausdruck von Łukasiewicz beibehalten wird. Wir weisen in diesem Zusammenhang darauf hin, daß von Łukasiewicz der einfache Satz aufgestellt wird: «wir behaupten wahre Sätze und verwerfen falsche Sätze» (vgl. Łukasiewicz a. a. O. S. 94). Man wird diesen Satz wohl als eine Erläuterung der Begriffe «behaupten» und «verwerfen» deuten dürfen.

§ 18. Von diesem Standort aus gelingt es Łukasiewicz, die aristotelische Syllogistik in exakter und in gewisser Hinsicht sehr origineller Weise zu entwickeln. Die 24 allgemeingültigen syllogistischen Formen werden nun als Sätze aufgefaßt, die zu behaupten sind. Es zeigt sich, daß es möglich ist, ein axiomatisches System aufzubauen, dem von den 24 allgemeingültigen syllogistischen Formen zwei als Axiome angehören und innerhalb dessen die übrigen 22 allgemeingültigen syllogistischen Formen beweisbar sind.

Unter den Axiomen dieses Systems findet sich ein Satz, der sich in freier Weise wiedergeben ließe mit den Worten «irgendein a ist a». Dieser unscheinbare Satz, den man vielleicht zunächst als unverständlich oder als allzu trivial ablehnen möchte, ist nun von grundlegender Bedeutung. Ich versuche dies zu erklären, indem ich sage: dadurch, daß der genannte Satz als allgemeingültig angesehen wird, wird festgesetzt, daß Begriffe, die als leere Begriffe zu bezeichnen sind, nicht für die Variablen, die in den Axiomen und in den aus den Axiomen abgeleiteten Sätzen auftreten, eingesetzt werden dürfen. Indem dieser Satz unter die Axiome aufgenommen wird, wird die Lücke im aristotelischen System, von der wir im vorangehenden gesprochen haben (vgl. oben § 10), geschlossen. Die 232 syllogistischen Formen, die nicht allgemeingültig sind, werden aufgefaßt als Sätze, die zu verwerfen sind. Schon Aristoteles hat Methoden, die es ermöglichen, zu zeigen, daß bestimmte syllogistische Formen nicht allgemeingültig oder, mit andern Worten, daß sie zu verwerfen sind, ausgebildet und hat die Untersuchung für das gesamte Gebiet – allerdings noch nicht für die syllogistischen Formen der vierten Figur – in streng systematischer Weise durchgeführt. Łukasiewicz bringt die Prinzipien der beiden aristotelischen Methoden, die es ermöglichen, gewisse syllogistische Formen zu verwerfen, im historischen Teil seines Werkes zur vollen Klarheit.

Es sei uns erlaubt, hier zur Erleichterung der Übersicht zwei neue Ausdrücke einzuführen, nämlich die Ausdrücke «*absolute*» oder «*unbedingte Methode*» und «*relative*» oder «*bedingte Methode*». Diese beiden Methoden ermöglichen Beweise dafür, daß bestimmte syllogistische Formen zu verwerfen sind, und beide Methoden sind, wie Łukasiewicz zeigt, von Aristoteles angewandt worden. Der Unterschied, der zwischen ihnen besteht, läßt sich angeben, indem man sagt: bei der Anwendung der relativen Methode stützt man sich darauf, daß zuvor schon festgestellt wurde, daß eine bestimmte syllogistische Form zu verwerfen ist; man zeigt in diesem Fall, daß die gegebene syllogistische Form zu verwerfen ist, weil eine andere syllogistische Form schon verworfen worden ist. Bei Anwendung der absoluten Methode zeigt man, daß die gegebene syllogistische Form zu verwerfen ist, ohne daß man voraussetzt, daß eine andere syllogistische Form schon verworfen worden ist; man kann sagen, daß man in diesem Falle zeigt, daß die betreffende syllogistische Form unbedingt zu verwerfen ist.

Łukasiewicz zeigt nun, daß *die absolute oder unbedingte Methode*, die von Aristoteles häufig angewendet wird, nicht solcher Art ist, daß sie von der modernen formalen Logik übernommen werden könnte. Der Grund dafür ist der, daß man bei Anwendung dieser Methode gezwungen ist, sich auf Sätze zu stützen, die außerhalb des Bereiches der Logik liegen. Dieser Gedanke sei hier an Hand eines Beispiels verdeutlicht.

Es handelt sich um den aristotelischen Beweis dafür, daß gewisse syllogistische Formen, die der ersten Figur zuzuzählen sind und eng zusammengehören, nicht allgemeingültig sind. Aristoteles faßt zwei Gruppen von je drei Sätzen ins Auge.

Die erste der zwei Gruppen wird gebildet von folgenden drei Sätzen:

«jeder Mensch ist ein Lebewesen»,
«kein Pferd ist ein Mensch»,
«jedes Pferd ist ein Lebewesen»;

und die zweite Gruppe wird gebildet von folgenden drei Sätzen:

«jeder Mensch ist ein Lebewesen»,

«kein Stein ist ein Mensch»,

«kein Stein ist ein Lebewesen» (vgl. An. pr. Kap. 4, p. 26a 2).

Im Anschluß an die Ausführungen, die sich in dem Werke von Łukasiewicz finden, interpretieren wir die betreffende Stelle, indem wir erklären: die Meinung der Aristoteles geht dahin, daß hinsichtlich der Sätze beider Gruppen gelte, daß sie insgesamt wahr sind. Wird nun vorausgesetzt, daß dies zutrifft, das heißt, daß sämtliche Sätze beider Gruppen wahr sind, so ergibt sich, daß syllogistische Formen bestimmter Struktur nicht allgemeingültig sind, das heißt daß diese syllogistischen Formen zu verwerfen sind.

Hier läßt sich nun folgendes sagen: Es ist offensichtlich, daß die Sätze, auf die sich der aristotelische Beweis gründet, nicht Sätze sind, die innerhalb des Bereiches der Logik liegen. Zum Beweis dafür kann man sich darauf berufen, daß in diesen Sätzen Begriffe auftreten, die man in der modernen Logik zu den außerlogischen Konstanten zählen würde. Die vier Begriffe, die wir hier im Auge haben und die wir zu den außerlogischen Konstanten zählen müssen, sind die Begriffe «Lebewesen», «Mensch», «Pferd» und «Stein».

Die *relative Methode* wird von Aristoteles auch mehrfach angewendet, und Łukasiewicz analysiert einen dieser Fälle in höchst instruktiver Weise. In dem gegebenen Fall führt Aristoteles den Satz, daß nicht gilt:

wenn kein N ein M ist und einige X nicht M sind, sind einige X nicht N

darauf zurück, daß nicht gilt:

wenn kein N ein M ist und kein X ein M ist, sind einige X nicht N.

Im Vorbeigehen sei hier noch auf folgende Tatsache aufmerksam gemacht. Es besteht die Möglichkeit, im Anschluß an eine Bemerkung, die Łukasiewicz in diesem Zusammenhang macht, eine Eigentümlichkeit einer Stelle des aristotelischen Textes in exakter Weise zu interpretieren. An der betreffenden Stelle erklärt Aristoteles, daß unter den gegebenen Umständen weder der partikuläre noch der allgemeine Satz notwendig werde (vgl. An. pr. 26 a 6). Man kann sich nun fragen, warum Aristoteles hier den Begriff «partikulär» dem Begriff «allgemein» und nicht umgekehrt den Begriff «allgemein» dem Begriff «partikulär» vorangehen lasse, da man dies an sich eher erwarten würde. Ich glaube, daß sich dies erklären läßt, indem man sagt: Aristoteles verbindet an der betreffenden Stelle die absolute und die relative Methode. Er denkt sich, daß zunächst nach der absoluten Methode erwiesen werde, daß der partikuläre Satz nicht folgen kann, und daß dann nach der relativen Methode erwiesen wird, daß darum, weil der partikuläre Satz nicht folgt, auch der allgemeine Satz nicht folgen kann. Das ist auch durchaus richtig, denn es läßt sich sagen: wenn der allgemeine Satz folgen würde, so müßte der partikuläre Satz folgen; nun folgt der partikuläre Satz nicht, also folgt auch der allgemeine Satz nicht.

Die relative Methode kann nun von der modernen Logik übernommen werden; sie ist in ihrem Grundgedanken durchaus haltbar. Doch ist zu sagen, daß die relative Methode zu keinen Ergebnissen führen kann, wenn nicht im voraus schon feststeht, daß bestimmte syllogistische Formen zu verwerfen sind.

Łukasiewicz zeigt in dem auf den historischen Teil folgenden systematischen Teil seines Werkes, daß es auch möglich ist, die Lehre von den nicht allgemeingültigen, das heißt den zu verwerfenden syllogistischen Formen in streng axiomatischer Weise zu entwickeln.

Hier werden zwei nicht allgemeingültige syllogistische Formen als Axiome aufgestellt, das heißt, es wird vorausgesetzt, daß die betreffenden Formeln als nicht allgemeingültig anzusehen sind; und es werden zwei Regeln der Verwerfung aufgestellt, die es ermöglichen, festzustellen, daß gewisse syllogistische Formen zu verwerfen sind, weil schon festgestellt ist, daß andere syllogistische Formen zu verwerfen sind. Innerhalb dieses axiomatischen Systems läßt sich dann beweisen, daß die 230 syllogistischen Formen, die nicht allgemeingültig sind und nicht die Stellung von Axiomen erhalten haben, in der Tat nicht allgemeingültig sind oder, mit andern Worten, daß sie zu verwerfen sind.

§ 19. Łukasiewicz behandelt im letzten Kapitel seines Werkes ein Problem tiefgründiger Art, das er das *Entscheidungsproblem* nennt. Die Theorie, die hier zur Entfaltung kommt, kann aufgefaßt werden als ein modernes logistisches System, das die Disziplin, die man die aristotelische Syllogistik nennt, in sich schließt, aber über den Bereich der Probleme, die man bis dahin dieser Disziplin zugewiesen hat, weit hinausreicht. Ich möchte in aller Kürze auf die Grundgedanken dieser Theorie hier noch eingehen.

Wir beginnen die neuen Überlegungen wieder damit, daß wir einen neuen Ausdruck einführen, der als die deutsche Übersetzung eines englischen Ausdruckes, welchen Łukasiewicz selbst gebraucht, gelten kann; es ist dies der Begriff «*signifikanter Ausdruck der aristotelischen Syllogistik*». Um einen kürzeren Ausdruck zur Verfügung zu haben, setzen wir fest, daß der Begriff «*aristotelischer Ausdruck*» mit dem zuvor genannten Begriff gleichbedeutend sein soll. Wir verzichten darauf, hier eine Definition aufzustellen und bestimmen den neuen Begriff andeutungsweise, indem wir folgende zwei Festsetzungen treffen:

1. Wie der Begriff «syllogistische Form» eine Erweiterung des Begriffes «aristotelischer Syllogismus» ist, so ist der Begriff «aristotelischer Ausdruck» eine Erweiterung des Begriffes «syllogistische Form».

2. Die aristotelischen Ausdrücke sind Ausdrücke bestimmter Struktur, die sich in exakter Weise beschreiben läßt.

Im Hinblick auf unsere früheren Überlegungen können wir nun sagen, daß wir über ein Axiomensystem verfügen, das es uns erlaubt, in jedem Fall zu entscheiden, ob ein aristotelischer Ausdruck, der eine syllogistische Form ist, anzuerkennen oder zu verwerfen ist. Es gibt auch aristotelische Ausdrücke, die nicht syllogistische Formen sind und hinsichtlich derer sich doch innerhalb des Axiomensystems, das schon aufgestellt worden ist, entscheiden läßt, ob sie anzuerkennen oder zu verwerfen sind; aber es läßt sich nicht sagen, daß dies hinsichtlich aller aristotelischer Ausdrücke, die nicht syllogistische Formen sind, zutrifft.

Ein interessantes Beispiel eines derartigen Ausdruckes ist eine Formel, die in dem Werke von Łukasiewicz dargestellt wird und die sich in deutscher Sprache bei leichter, in diesem Zusammenhang unwesentlicher Umformung mit folgenden Worten wiedergeben läßt: «wenn einige *a b* sind, so ist entweder jedes *a* ein *b* oder es ist jedes *b* ein *a*.»

Dieses Beispiel darf auch vom historischen Gesichtspunkt aus als interessant bezeichnet werden; denn Leibniz ist bei logischen Studien, die er im Jahre 1679 ausgeführt hat, auf ein Problem gestoßen, das mit dieser Formel in Zusammenhang zu bringen ist. Fragmente aus dieser Zeit, die erst von *Louis Couturat* im Jahre 1903 veröffentlicht worden sind, lassen erkennen, daß Leibniz gelegentlich daran dachte, definitorisch festzusetzen, daß der Satz «einige *a* sind *b*» dann und nur dann gelten soll, wenn sich sagen läßt: «entweder ist jedes *a* ein *b* oder es ist jedes *b* ein *a*», und daß er in der Folge zu der

Einsicht gekommen ist, daß eine solche Festsetzung nicht zweckmäßig wäre.

Łukasiewicz stellt nun im letzten Abschnitt seines Werkes ein axiomatisches System auf, das, wenn er seine Intention erreicht hat, folgenden Vorzug besitzt: Es läßt sich in dem System hinsichtlich jedes aristotelischen Ausdruckes entscheiden, ob er anzuerkennen oder zu verwerfen ist.

Die Frage, ob er diese Intention erreicht hat, ist subtiler Art und soll hier nicht erörtert werden. Es sei in diesem Zusammenhang nur auf einen Umstand hingewiesen, der mir in mehrfacher Hinsicht bedeutsam zu sein scheint. Wir haben im vorangehenden schon den Namen des polnischen Logistikers *Słupecki* genannt. In diesem Zusammenhang können wir darauf hinweisen, daß Słupecki eine neue Ableitungsregel aufgestellt hat, und zwar, wie wir präzisierend hinzufügen können, eine Regel der Verwerfung. Łukasiewicz hat diese Regel in sein neues axiomatisches System, für das sie von grundlegender Bedeutung ist, aufgenommen und nennt die betreffende Regel *die Regel von Słupecki*. Um andeutungsweise anzugeben, welcher Art sie ist, sei hier darauf hingewiesen, daß Łukasiewicz erklärt, daß diese Regel in enger Beziehung steht zu bestimmten Sätzen der traditionellen Logik. Einer der Sätze, an die man hier denken kann, besagt, daß aus bloß verneinenden Sätzen nichts folge. Während nun aber der angeführte Satz der traditionellen Logik zwar als Ahnung von etwas Richtigem gelten kann, aber streng genommen nicht richtig ist und leicht zu widerlegen ist, ist die Regel von Słupecki vollkommen präzis und, soweit ich zu sehen vermag, unanfechtbar.

§ 20. Abschließend und zusammenfassend möchte ich folgende Tatsachen hervorheben.

Die modernen historischen Forschungen im Gebiete der antiken Logik haben zu Ergebnissen geführt, die von nicht geringem wissenschaftlichem Wert sind. Diese Ergebnisse zwingen uns in vielen Fällen, kritisch Stellung zu nehmen zu älteren Darstellungen der Geschichte der Logik; manches, was wir in diesen Werken finden, erscheint uns heute entweder als falsch oder als unverständlich. Doch darf gesagt werden: das Ziel der Kritik, die hier geübt wird, ist nicht die Zerstörung, sondern der Aufbau. Wir können auf die Benutzung der älteren Werke auch jetzt noch nicht verzichten; damit wir sie benützen können, ohne uns der Gefahr auszusetzen, uns in Unklarheiten und Widersprüche zu verwickeln, müssen wir deutlich sagen, in welcher Hinsicht uns die älteren Darstellungen heute nicht mehr als den wissenschaftlichen Ansprüchen, die wir stellen müssen, entsprechend gelten können. Es ist evident geworden, daß die aristotelische Syllogistik eine Wissenschaft von hoher Exaktheit ist. Unter denjenigen, die man zu den großen Philosophen zählen darf, ist wohl Leibniz derjenige, welcher dieser Auffassung am nächsten gekommen ist. An einer Stelle, deren wir hier schon einmal gedacht haben (vgl. oben § 18), erklärt er: «Die Logik der Syllogismen ist wahrhaft demonstrativ, genau so wie die Arithmetik oder die Geometrie.» Doch erst durch die moderne Forschung oder, genauer gesagt, durch die tiefgründigen Studien, die von Vertretern der logistischen Schule der Polen durchgeführt worden sind, ist die Tatsache, daß die aristotelische Syllogistik den Charakter einer exakten Wissenschaft hat, evident geworden. Es hat sich auch gezeigt, daß diese Theorie eine bewunderungswürdige Lebenskraft hat und unserer Zeit Anregungen zu neuen exakten Forschungen zu geben vermag.