

Zeitschrift: Schweizerische numismatische Rundschau = Revue suisse de numismatique = Rivista svizzera di numismatica
Herausgeber: Schweizerische Numismatische Gesellschaft
Band: 76 (1997)

Artikel: Vom Umgang mit Zufall und Wahrscheinlichkeit in der numismatischen Forschung
Autor: Füeg, Franz
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-175567>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 11.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

VOM UMGANG MIT ZUFALL UND WAHRSCHEINLICHKEIT IN DER NUMISMATISCHEN FORSCHUNG*

«La statistique mathématique permet d'estimer les probabilités et d'étudier si ces probabilités sont compatibles avec l'observation.»¹

«Whatever it is, it will be wrong, since it cannot be right.»²

Die Sackgasse

Aus der Antike und bis ins Spätmittelalter ist die Gesamtauflage von Münzemotionen unbekannt geblieben. Daher fehlen der Wirtschaftsgeschichte wesentliche Kenntnisse.

Die Stochastik der Mathematiker nährt die Erwartung, Gesamtauflagen von Emissionen könnten mit der Hilfe von Wahrscheinlichkeitsrechnungen annäherungsweise ermittelt werden. In den exakten und empirischen Wissenschaften ist die Wissenschaftsstatistik denn auch zunehmend treffsicher, wenn die Hypothesen der Forschung von einem breiten und fundierten Wissen gestützt sind. In der Numismatik jedoch beschränkt sich das gesicherte Wissen – wenn schriftliche Quellen fehlen – auf nur zwei Parameter, nämlich auf

1. eine zufällige Anzahl von Münzen und auf
2. die Anzahl Stempel, mit denen diese Münzen geprägt wurden.

Für eine ausreichende Hypothese ist dies offensichtlich ungenügend. Zumindest zwei weitere Parameter hätten einigermaßen bekannt zu sein; aber ausreichende Antworten fehlen auf die Fragen,

3. wie viele Münzen einer Ausgabe durchschnittlich von den Stempeln geschlagen werden konnten und
4. in welcher Relation die Anzahl beobachteter Münzen zu den beobachteten Stempeln eine Ausgabe repräsentativ vertritt.

* Ich danke Jörg Müller, Paris, für Kritik und Anregungen. Danken möchte ich auch Cécile Morrisson, die mit der Zustellung von Literatur 1982 meine Neugier für das behandelte Problem geweckt hat.

¹ Ch. Carcassonne, *Méthodes statistiques en numismatique* (Louvain-la-Neuve 1987), 130.

² T.V. Buttrey, *Calculating Ancient Coin Production: Facts and Fantasies. The President's Address*, NC 153, 1993, 335–351.

Aber die Kenntnisse über Stempellegierungen und die mechanischen Einwirkungen auf das Stempelmetall beim Prägen fehlen weitgehend. Und zum vierten Parameter gibt es ebenso wenig eine Antwort, weil die repräsentative Vertretung abhängig ist von der Gesamtauflage.

Die Formeln für Wahrscheinlichkeitsrechnungen sind vor allem entwickelt auf der Grundlage von Grossfunden sowie von Annahmen sinnvoll scheinender Verhältnisse zwischen der Anzahl Münzen und der Anzahl der auf diesen Münzen beobachteten Stempel, die mit der Hilfe des Computers simuliert werden.

W.W. Esty vergleicht mehrere Formeln und gibt der Methode «modified for p» von I.P. Good die beste Qualifikation.³ Günstig sind auch die Formeln von G.F. Carter beurteilt, die den Vorzug haben, das Rechnen von Hand zu erlauben.⁴ Die Resultate nach den Formeln beider Autoren, ermittelt für die Solidusausgaben der Isaurier-Dynastie, unterscheiden sich selten um mehr als 12 Prozent,⁵ also innerhalb der zulässigen Abweichungen, die von den Mathematikern als «confidence range» benannt sind.

Aus der Anzahl der beobachteten Münzen **n**, der Anzahl der beobachteten Stempel **d** und mit der Hilfe der Formeln wird «die wahrscheinliche Anzahl der zum Prägen einer Emission verwendeten Stempel» **k** ermittelt. Die Zuverlässigkeit des in Anführungszeichen gesetzten Satzes wird aber von den Mathematikern vorsichtig eingeschränkt;⁶ Numismatiker lehnen ihn oft vorbehaltlos ab, andere schenken ihm ein (zu) grosses Vertrauen.

Ich habe versucht festzustellen, inwieweit der Satz für die Solidusausgaben unter Theodosius III. bis Romanus II. (715–963) in Konstantinopel zutrifft. Während vieler Jahre ist das Abbildungsmaterial aller Emissionen mit gleicher Intensität zusammengetragen, auf Stempelverbindungen untersucht und **k** nach jedem neuen Zugang an Material mit den Formeln von Carter errechnet.

Als Tendenz ist zunächst festgestellt:

1. Bei einer geringen Anzahl Münzen kann die Zunahme von **n** Unterschiede für **k** von mehr als 100 Prozent bewirken. Erst ab einer gewissen Münzmenge – die je nach Ausgabe verschieden gross ist – verringern sich die Resultatsunterschiede.
2. Wird **k** getrennt gerechnet einerseits nach den Münzen, die in grossen Sammlungen zugänglich sowie in Publikationen bis 1970 abgebildet sind, und andererseits nach dem Material, das seit 1971 publiziert ist, dann sind die Resultatsunterschiede für **k** grösser, als wenn die Konstellation **n:d** beider Gruppen zusammen in die Rechnung einfliesst.

³ W.W. Esty, Estimation of Size of a Coinage: a Survey and Comparison of Methods, NC 146, 1986, 185–215.

⁴ G.F. Carter, A Simplified Method for Calculating the Original Number of Dies from Die Link Statistics, ANSMN 28, 1983, 195–206.

⁵ F. Füg, Die Solidusausgaben 717–803 in Konstantinopel, SNR 76, 1991, Tabelle I.

⁶ Anm. 3, 187 und Anm. 4 205.

Je grösser also die untersuchte Münzmenge **n** ist, um so kleiner werden die Unterschiede für die hochgerechnete Stempelmenge **k**. Die kleiner werdenden Resultatsunterschiede haben zwei einfache Ursachen. Eine weitere Münze zu hundert schon beobachteten bewirkt kleinere Resultatsunterschiede als eine weitere Münze zu nur zehn vorhandenen. Und die Wahrscheinlichkeit ist grösser, bei hundert Münzen einen schon beobachteten Stempel erneut festzustellen als bei nur zehn Münzen. Dies gilt aber dann nicht, wenn eine grössere Menge mit meist neuen Stempeln dem schon untersuchten Material hinzugefügt wird, wie jenes aus grossen Sammlungen:

3. Die Exemplare der ANS, der Eremitage St. Petersburg und im DOC weisen selten identische Stempel auf. Bei Ausgaben, die in diesen Sammlungen durch eine grosse Anzahl Münzen vertreten sind, ist die Auswirkung auf die Resultate in den Graphiken des Annex I zu erkennen. Sie illustrieren den Grund für die Warnungen von Philip Grierson, sich für statistische Untersuchungen nicht zu einseitig auf das Material grosser Sammlungen zu stützen.⁷

Andererseits finden sich von Stempeln, die in diesen Sammlungen nur einmal beobachtet sind, Verbindungen zu Publikationen des Handels, Verbindungen, die ohne die Sammlungsexemplare fehlen würden – womit sich die unter 1. genannte Tendenz wieder einstellen kann.

Diese Tendenz ist im Anhang I illustriert. Die Resultatsabweichungen von **k** überschreiten die zulässigen Abweichungen der Mathematiker, den «confidence range», oft erheblich, solange die Anzahl der Münzen relativ gering ist; mit zunehmender Anzahl werden die Resultatsunterschiede tendenziell kleiner.

Der Satz der Mathematiker müsste demnach ergänzt werden: «**k** gibt die wahrscheinliche Anzahl der zum Prägen einer Emission verwendeten Stempel erst bei einer höheren Anzahl **n** wieder», wobei **n** für jede Emission unterschiedlich hoch sein muss und es unbekannt bleibt, wie hoch sie zu sein hat.

Im Anhang II sind geschätzte Staatsausgaben mit dem beobachteten Solidusmaterial verglichen. Die Unterschiede zwischen dem hochgerechneten Geldwert und jenem des geschätzten Staatsbudgets sind derart bizarr, dass sie sich – auch bei allen Vorbehalten, die gegenüber einem solchen Vergleichen gemacht werden müssen – zunächst und vorläufig aus dem fehlenden «Grundkapital» der Forschung, einer erheblich grösseren Münzmenge, erklären lassen.⁸

⁷ Ph. Grierson, *The Interpretation of Coin Finds*, NC 1966, I–II.

⁸ Je nach Emission sind 80 und mehr Prozent aller publizierten Solidi untersucht; mit jenen aus öffentlichen Sammlungen umfasst der Corpus rund 4700 Exemplare, was dem statistischen Jahresdurchschnitt von weniger als 20 Münzen entspricht. Angesichts der grossen Produktion belegt dieser Jahresdurchschnitt, wie gering die Menge ist, die der Forschung tatsächlich zur Verfügung steht. Überraschend ist der gleiche Durchschnitt sowohl für die Isaurier-Dynastie (717–793), für die Zeit von 793 bis 867 als auch für die Dynastie der Mazedonen (867–963) festgestellt, was wohl den Bedarf des Sammlermarktes widerspiegelt.

Damit sind die Wahrscheinlichkeitsrechnungen aber nicht vom Tisch, denn die Resultate, errechnet nach den Formeln der Mathematiker, geben die Stempelrelationen zwischen den sich folgenden Ausgaben weniger falsch wieder als mit den blossen Mengen der beobachteten Münzen und Stempel. In diesem Sinn ist die Graphik von Anhang III zu lesen.

Ein Schritt aus der Sackgasse

Für das Hochrechnen von Emissionsmengen kommt T.V. Buttrey zu einer radikalen Einschätzung: «Whatever it is, it will be wrong, since it cannot be right.»⁹ Und nachdem die frühen Warnungen von Grierson ohne entscheidende Wirkung geblieben sind,¹⁰ hat Buttreys «Presidents Address» nicht nur das Verdienst, aufzuschrecken, sondern vor allem Aspekte des Problems an konkreten Fällen darzulegen.

Was ist zu tun? Buttrey antwortet: «We should do nothing. Nothing can be done, there is no solution to this problem.»¹¹ Den Grund, diese Aufforderung zum Nichtstun abzulehnen, liefern vergleichbare Forschungen in einem ebensolchen Feld voller Unbestimmtheiten. Wäre die archäologische Forschung etwa der Aufforderung zum Nichtstun gefolgt, hätte sie nicht den Stand heutigen Wissens erreicht. Und Archäologie ist auch die Forschung auf dem Gebiet der Geldkunde und der Geldwirtschaft.

Der entscheidende Mangel der Forschung nach den Emissionsmengen ist die Annahme, schlüssige Antworten seien nach einigen wenigen Schritten zu erhalten. Die Theorie ist nun vierzig Jahre alt und die Erfahrung ihrer Mängel umfangreich genug, um die Sackgasse zu erkennen, in die sie geführt hat. Der Grundsatz für eine Forschung im Feld grosser Unbestimmtheiten ist vernachlässigt worden, dass Fortschritte nämlich nur in einzelnen und sich folgenden Schritten zu erwarten sind, jeder Schritt eine adäquate Forschungstheorie verlangt und auf eine lange Dauer – oft auf Jahrzehnte – auszurichten ist.

Das wesentliche und oft einzige «Forschungskapital» sind die Münzen und die auf diesen Münzen beobachteten Stempel. Darum schafft erst die grösstmögliche und nach Stempeln geordnete Münzmenge eine Grundlage zu weiterführenden Forschungen. An diese Voraussetzung sind Methoden, Möglichkeiten und Erwartungen geknüpft, die zunächst kurz zusammengefasst seien:

⁹ Anm. 2, 349.

¹⁰ Ph. Grierson in DOC III, 94–97.

¹¹ Anm. 2, 351.

1. Die Menge des untersuchten Münzmaterials ist ständig zu vergrössern. (Die Menge eines Fundes, mag sie noch so gross sein, ist a priori limitiert.)
2. Das zu untersuchende Material ist mit gleicher Intensität zusammenzutragen, damit die Emissionen in etwa denselben Proportionen vertreten sind, mit denen die Münzen zufällig auf uns kommen.
3. Das untersuchte Material muss zur Nachprüfung, Korrektur und Ergänzung jedermann zugänglich sein.
4. Mit der zunehmenden Münzmenge wird die Informationsmenge vergrössert und der Grad der Zufälligkeit vermindert. (Die Informationsmenge ergibt sich aus der Anzahl der Münzen und der auf diesen Münzen beobachteten Stempel. Eine Verdoppelung der Münzmenge vergrössert die Informationsmenge um rund das Vierfache.)
5. Die Forschung beschränkt sich also nicht auf eine gegebene Menge, sondern orientiert sich vielmehr an der Veränderung der Informationen (die nur mit ständiger Vermehrung des Materials zu gewinnen ist).
6. Die grossen und zunehmend grösseren Informationsmengen sowie sich verändernde Konstellationen von Münz- und Stempelzahl setzen die Stochastiker in den Stand, ihre Formeln plausibel zu revidieren.
7. Resultate aus Wahrscheinlichkeitsrechnungen sind zunächst Beiträge, um Relationen und Proportionen zu erfahren, die sich aus dem beobachteten Material ermitteln lassen. (Abschliessende Resultate, selbst wenn sie als revisionsbedürftig anerkannt werden, sind mit einer zu grossen Wahrscheinlichkeit unzutreffend.)
8. Ein Ziel der Forschung ist zunächst nicht die geschätzte Menge einer Emission, sondern eine Annäherung an jene Konstellation, die eine Emission repräsentativ vertritt. (Diese Annäherung setzt die grosse und grösser werdende Informationsmenge voraus. Weil aber der Umfang einer Emission unbekannt bleibt, bleibt auch unbekannt, in welcher Konstellation sie zutreffend repräsentiert wird.)
9. Die Forderung nach grosser und grösser werdender Menge setzt Untersuchungen vor allem nach Abbildungen voraus. (Fehllesungen sind wegen mangelhafter Abbildungen in Kauf zu nehmen; oft aber lassen sie sich korrigieren, wenn eine Münze mehrfach publiziert ist.)
10. Die Charakteristik von Stempelfehlern, besonders dann, wenn sich derselbe Fehler auf mehreren Münzexemplaren findet, könnte Hinweise auf die Legierung des Stempelmetalls geben.

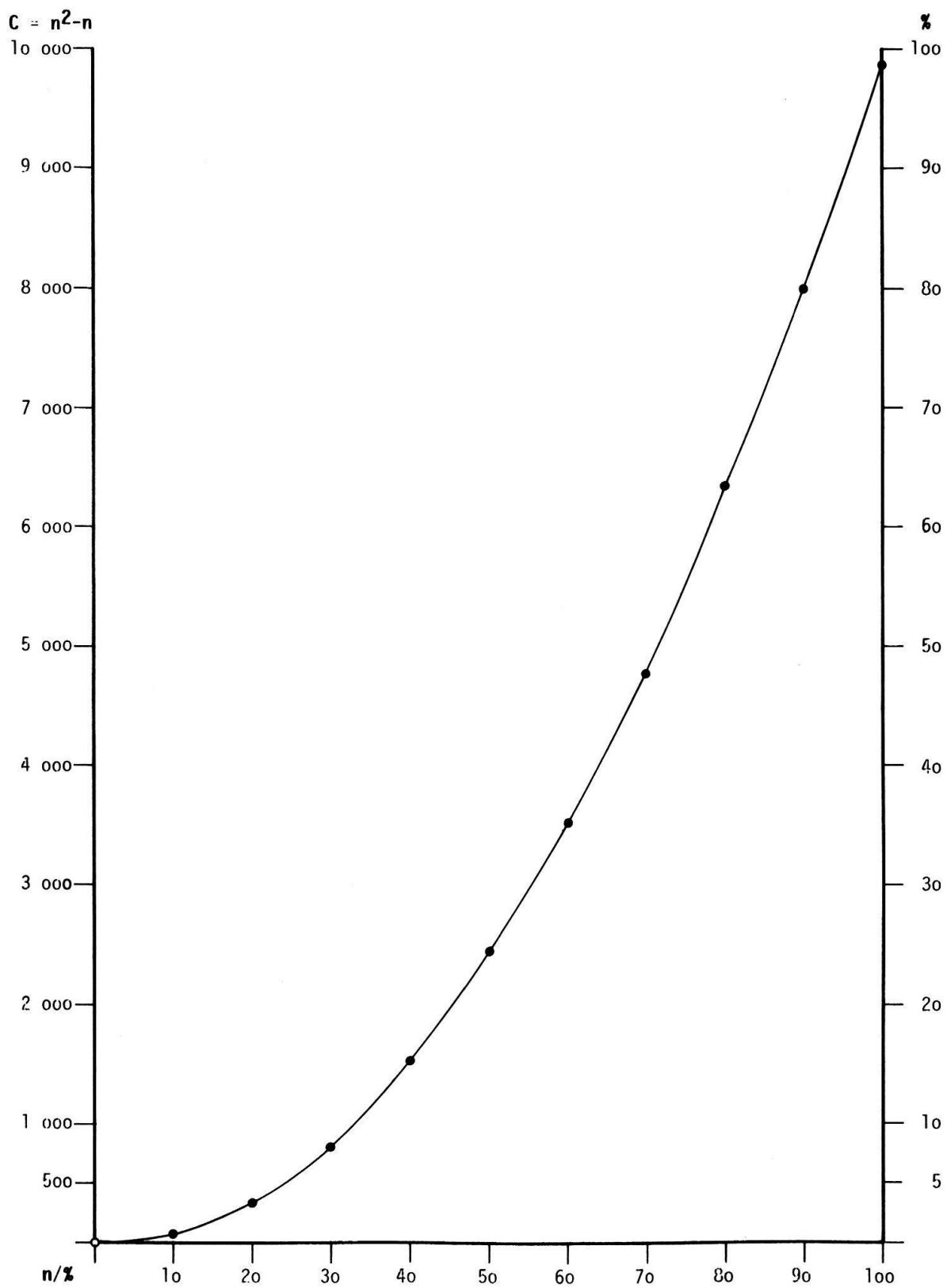
Die «Grosse Menge» und die zunehmende Informationsmenge

Nach einem langen Stillstand hat auch die Forschung der Wirtschaftsgeschichte neue Impulse erhalten, die die Numismatik vermehrt zur vergleichenden Forschung verpflichtet, denn die Münzen, die auf uns kommen, bleiben oft die einzigen Zeugen der monetären Wirtschaft. Von vielen Emissionen sind jedoch, aufs Jahr gerechnet, bloss wenige Exemplare und oft, wenn es hoch kommt, nur eine Handvoll bekannt.

Alle Informationen, die diese Münzen hergeben, sind daher auszuschöpfen. Die Anzahl der Münzen und Stempel, die Stempelverbindungen und deren Fehlen präsentieren sich in gewissen Konstellationen, die mit der Zunahme des Münzmaterials gleichbleiben oder sich verändern. Diese Konstellationen und ihre Veränderung liefern der Stochastik quantitative Daten.

Auch ohne mathematische Kenntnisse ist es offensichtlich, dass die grosse Menge der Stempelvergleiche einen umfassenderen Einblick in die Konstellation einer Emission gibt als eine kleinere Menge. Für gewisse Ausgaben sind es zudem auch nur grosse Mengen, die Aufschluss über den Prägeaufbau geben (vgl. Anhang IV).

Beim Vergleich jeder Münze n mit jeder anderen nimmt die Informationsmenge exponentiell zu. Die Anzahl der Informationen C ist $(n-1) \times (n:2)$ für eine und n^2-n für beide Münzseiten, für zehn Münzen also $10 \times 10 - 10$. Die *Figur 1* zeigt die exponentielle Zunahme der Informationsmenge C und erlaubt abzulesen, in welchem Ausmass diese Menge zunimmt. Ist von 100 Münzen nur ein Sample von zehn miteinander verglichen, dann sind weniger als ein Prozent der möglichen Informationen bekannt, bei einem Drittel der Münzen nur erst 11 Prozent und bei der Hälfte weniger als 25 Prozent.



Figur 1

Noch anschaulicher sei die exponentielle Zunahme der Informationsmenge am konkreten Beispiel meiner Untersuchung der Solidusausgaben von 715 bis 963 illustriert:

Von den 4700 beobachteten Exemplaren ist etwa die Hälfte bis 1970 publiziert und in Sammlungen zugänglich. In den vergangenen Jahren war der Zuwachs an neuem Material besonders hoch; sollte diese Zunahme weiterhin gleichbleiben, dann würde sich die gegenwärtig untersuchte Münzmenge in dreissig bis vierzig Jahren verdoppeln. Von diesem zukünftigen Zeitpunkt aus gerechnet wären heute nur ein Viertel der möglichen Informationen bekannt und für das bis 1970 publizierte Material nur ein Siebzehntel!

Repräsentativität und Sättigungsgrad

Wären der Umfang einer Emission und deren Konstellation bekannt, dann könnte festgelegt werden, wie die Ausgabe mit einer geringen Anzahl Münzen repräsentativ vertreten ist. Weil dieser Weg sich ausschliesst, ist eine Annäherung an die Repräsentativität zu versuchen über das Verhältnis der beobachteten Münzen **n** entweder zur beobachteten Anzahl Stempel **d** oder zur hochgerechneten Anzahl Stempel **k**. Mit **k** ist die Konstellation von Münz- und Stempelzahl indes weniger falsch wiedergegeben als mit **d**.

Das Verhältnis **d:k** ist als «Sättigungsgrad» (**S**) bezeichnet, um in Analogie zum Begriff «Sättigung» in der Chemie keine absoluten Aussagen zu suggerieren.

Beispiel der Ermittlung des Sättigungsgrades mit den Formeln von Carter:

		d^{inf}	d^{sup}
Anzahl der beobachteten Münzen	n	50	
Anzahl der beobachteten Stempel	d	30	40
Hochgerechnete Anzahl Stempel	k	60,5	156
Sättigungsgrad S	d:k	0,5	0,26
		x 100%	x 100%
Sättigungsgrad in Prozent		50%	26%

d^{inf(erior)}: die Münzseite mit der kleineren Anzahl Stempel.

d^{sup(erior)}: die Münzseite mit der grösseren Anzahl Stempel.

Nach diesem Beispiel bedeutet der Sättigungsgrad: Von der hochgerechneten Anzahl Stempel sind 50 und 26 Prozent tatsächlich beobachtet.

Für den Grad, mit dem eine Emission repräsentativ vertreten ist, könnte der Sättigungsgrad Indizien hergeben, besonders durch seine Veränderung, die die Zunahme der Münzmenge verursacht. Diese Vermutung beruht auf systemati-

schen Beobachtungen. Mit zunehmender Münzmenge steigt der Sättigungsgrad an. Gemessen an einem willkürlichen Massstab wird dieser Anstieg deutlich: Soll eine Emission mit 30 und mehr Solidi vertreten und der Sättigungsgrad beider Stempelseiten höher als 0,5 (50 Prozent) sein, dann haben mit dem bis 1970 publizierten Material der Solidusausgaben von 715 bis 963 fünf, mit den Publikationen bis heute jedoch 20 Emissionen diese Werte erreicht. Die Zunahme gilt jedoch nur als Tendenz. Der Sättigungsgrad kann abnehmen, wenn sich in einer grösseren Menge neuer Münzen nur wenige schon beobachtete Stempel befinden.

Für die vermutete Annäherung an eine repräsentative Vertretung der Emission jedoch ist die Erhöhung des Sättigungsgrades allein ungenügend, denn oft treten Konstellationen auf, bei denen **S** sich zwar erhöht, aber die hochgerechnete Stempelzahl **k** vermindert. Die Menge des 1991 publizierten Materials von Leo III. bis Nikephoros I.¹² hat sich inzwischen um einen Drittel vergrössert. Von den Serien, nach Vorder- und Rückseite unterschieden, sind 53 vergleichbar. Bei 46 Serien hat sich seit 1991 der Sättigungsgrad erhöht und bei zwei vermindert. Die hochgerechnete Stempelzahl **k** dagegen ist nur bei 19 Serien höher, bei 26 jedoch geringer. Eine Annäherung an die repräsentative Vertretung dürfte aber wohl erst dann erfolgen, wenn nicht nur **S**, sondern auch **k** zunehmend ist.

Anschaulichkeit, Relationen und Proportionen

Es widerspricht zunächst dem logischen Verhalten, sich einer Sache annähern zu wollen, von der zwar gewiss ist, dass sie existiert, deren Eigenschaften jedoch, durch die sie erst bestimmbar wird, unbekannt bleiben. Andere Forschungsgebiete kennen vergleichbare Antinomien; sie stellen eine besondere Herausforderung dar, mit ihnen methodisch sinnvoll umzugehen. Die Forschung mit vielen Unbestimmtheiten erfordert deshalb Antriebe, die oft nur auf Umwegen zu neuen Einsichten führen.

Ein solcher Antrieb könnte mit Datenmaterial zu schaffen sein, das zueinander in nachprüfbare Beziehungen gesetzt und graphisch anschaulich gemacht wird.

Die Graphik des Anhangs III ist ein solcher Versuch. Sie zeigt die hochgerechnete Anzahl Stempel **k** auf der Ordinate, verteilt – auf der Abszisse – auf die wahrscheinliche und hypothetische Prägeperiode der Emissionen von 715 bis 963. Die Relationen, in denen die Ausgaben zueinander stehen, sind durch die gerasterten Flächen dargestellt. Bestimmt werden diese Flächen durch die Zeit-Abszisse und die **k**-Ordinate. Alle Daten gründen aber nur auf einer zufälligen Anzahl Münzen und auf Vermutungen über die Prägeperioden. Inwieweit die Relationen die Wirklichkeit falsch oder einigermaßen zutreffend wiedergeben, bleibt unbekannt. Zudem bildet die Graphik bloss einen ephemeren Stand der Untersuchung ab, der sich mit der Zunahme oder der Verminderung der Münzzahl verändert. Dasselbe gilt für den Sättigungsgrad, der in dieser Graphik nicht wiedergegeben ist.

¹² Siehe Anm. 5.

Die Veränderungen können etwa mit der Hilfe von Computer Aided Design (CAD) graphisch wie ein bewegter Film dargestellt werden und dergestalt mit bildhafter Anschaulichkeit die methodische Phantasie zu einer neuen, adäquateren Forschungstheorie anregen.

Ähnliches gilt für das Vergleichen von absoluten Zahlen in der Form von Proportionen. Bei einigen Emissionen sind unterscheidbare Serien festgestellt. Die Vermutung, die Serien stünden zueinander in bestimmbar Proportionen, erwies sich in vielen Fällen als obsolet, in anderen – zumindest vorläufig – als zutreffend.

Die Fähigkeit, Relationen und Proportionen rechnerisch auf die Kommastelle genau festzustellen, führt zwar zu einer beeindruckenden, aber oft fehlleitenden Genauigkeit. Darum sollte sich das Rechnen von Proportionen und Relationen möglichst auf ganze Zahlen und auf Brüche von ganzen Zahlen beschränken, also etwa $1:1/3$, $1:2/5$. Dies kommt dem Rechnen der Alten entgegen. Für die Römer erforderte das Multiplizieren und Dividieren sehr viel Zeit,¹³ und die Null war bis ins europäische Hochmittelalter als Rechenzahl unbekannt. Der Abakus der Römer war im Zehnersystem aufgebaut; die einfachste Art aber, nämlich mit den Fingern zu rechnen, beruhte auf dem Duodezimalsystem, und metrologische Studien zeigen, dass dieses System bevorzugt war. Das Zwölfersystem lässt mehr Teilungen mit ganzen Zahlen zu – 2, 3, 4, 6 – als das Dezimalsystem – 2, 5. Leider ist das auch in einem kulturellen Sinn eminentere Zwölfersystem nun selbst in angelsächsischen Ländern zugunsten des «rationalistischeren» Zehnersystems aufgegeben. Die Forschung der antiken und mittelalterlichen Numismatik indes dürfte vor manchen Fehlurteilen bewahrt bleiben, wenn sie die Rechenweise der Alten im Auge behält.

Prognostik

Die Münzen kommen zufällig auf uns. Trotz dieser Zufälligkeit können sie auf eine Systematik hinweisen; darauf gründet ja auch die Annahme, mit Wahrscheinlichkeitsrechnungen sei die Stempelmenge einer Emission annähernd zu ermitteln.

Hier ist die Prognostik als eine Forschungshilfe verstanden. Bei gewissen Emissionen lässt sich eine Regelmässigkeit feststellen, die nur für die eine und selbe Ausgabe zutrifft. Diese Regelmässigkeit erlaubt sinnvolle Prognosen, auch wenn nicht zu erwarten ist, dass sich je ein endgültiger Beweis für das Prognostizierte führen lässt. Wird jedoch eine Prognose bei ständigem Zuwachs an Münzen nicht widerlegt, dann ist die Aussage zwar nicht bewiesen, aber sie besteht nun mit einem höheren Grad an Wahrscheinlichkeit.

Ein wertvolles Arbeitsmittel sind dem Forscher Prognosen für den Hausgebrauch. Sie fordern heraus, Gegenargumente zu suchen, die, wenn sie selbst bei grosser Vermehrung der Münzmenge sich nicht feststellen lassen, die Prognose aufwertet. Zudem wirkt ein solches Prognostizieren wie eine Falle, die sich der Forscher baut, um Fehlinterpretationen rascher zu entdecken.

¹³ G. Ifrah, *Histoire universelle des chiffres – Lorsque les nombres racontent les hommes* (Paris 1981).

Ständig bestätigte Regelmässigkeiten rechtfertigen eine besondere Aufmerksamkeit. Als Beispiel seien die beiden Emissionen von Konstantin VI. und Irene mit den drei dynastischen Ahnen (780–?793) erwähnt. Die Umschrift der einen Ausgabe beginnt auf der Rückseite und die Umschrift der anderen auf der Vorderseite. Die ersten vierzig beobachteten Solidi zeigten folgende Konstellationen:

- beinahe jeder Stempel hat eine andere Legendenvariante,
- die Anzahl dieser Varianten beider Ausgaben ist gleich,
- und ihr Verhältnis der Vorder- zur Rückseite ist 3:2.

Im Laufe der Jahre hat sich die Anzahl der Solidi beinahe verdreifacht, und bei keinem Zuwachs war eine entscheidende Abweichung von diesen Konstellationen festgestellt.

Solche Beobachtungen fordern, trotzdem mehrfache Zufälligkeiten im Spiel sind, Prognosen geradezu heraus. Denn es könnte sein, dass eine Ausgabe sich einmal als Referenzausgabe erweist, indem ihre Konstellation mit hoher Wahrscheinlichkeit die Gesamtauflage repräsentativ vertritt. Leider sind die beiden Dynastenausgaben für die untersuchte Zeitperiode untypisch, denn ähnliche Konstellationen finden sich nur noch bei Michael III. unter der Regentschaft von Theodora und Thekla (842–?846) und der Alleinregierung von Konstantin VII. (944/945). Als ein besonderes Forschungsobjekt erweist sich die Ausgabe der Denare des P. Crepusius aus dem Jahr 82 v. Chr., das am Schluss kurz vorgestellt wird.

Stempelfehler, Stempellegierungen und die Mechanik des Prägens

Aus der Antike sind nur wenige Stempel bekannt und aus Byzanz keine. Sie wurden wohl mit grosser Umsicht zerstört, um Prägungen ausserhalb der staatlichen Kontrolle zu verhindern.

Die Gammaverteilung in Metallen, die Carter in seinen Formeln berücksichtigt,¹⁴ ist kein allgemeines physikalisches Phänomen, das von Zeit und Ort unabhängig besteht. Bestimmt wird die durchschnittliche Lebensdauer – genauer: die Anzahl der Schläge, die mit einem Stempel bis zum Bruch durchgeführt werden kann – zunächst durch deren Legierung. Kenntnisse über die Metallbeschaffenheit könnten annäherungsweise durch die Struktur der Stempelfehler auf den Münzen erfahren werden. Solidi besonders von Leo III. und Nikephoros I. zeigen Stempelfehler, die sich vergrössern. Ihr Aussehen und die kontinuierliche Ausdehnung erinnert an Korrosionsschäden auf Eisen, die sich unter Druckbelastung abplatteten und dabei unscharfe, «weiche» Ränder aufweisen. Spätestens unter Leo VI. zeigen sich die Fehler oft wie als kleine, kristallin scharfkantige Ausbrüche; jedoch ist nicht auszumachen, ob die Münzen Ausbrüche aus den Stempeln abbilden oder Ausbrüche aus dem Münzmetall.

¹⁴ Anm. 4, 197–198.

Die höhere Qualität der Münzglyptik unter der Mazedonischen Dynastie dürfte nicht nur auf die grössere Fertigkeit der Stempelschneider, auf bessere und anders profilierte Werkzeuge, sondern auch auf andere Legierungen der Stempel zurückzuführen sein. Ständige Kriege gegen die Araber vor allem unter Theophilos (829–842) brachten auch intensive diplomatische Beziehungen zu den Kalifen und einen kulturellen Austausch. Und es könnte sehr wohl der aus Persien stammende «Damaszenerstahl» in Konstantinopel imitiert worden sein und die Stempellegierung beeinflusst haben. Der Damaszenerstahl ist eine Kombination von kohlenstoffreichem Eisen und kohlenstoffarmem Stahl; er ist fest wie Gusseisen und zugleich zäh und elastisch wie Stahl.¹⁵

Mehrere Münzen mit denselben Stempelfehlern liefern mathematisch begründbare Hinweise, nach denen Mathematiker Formeln für die Wahrscheinlichkeitsberechnungen entwickelt haben.¹⁶

Vermutlich wird dieser Forschungsweg aber nicht wesentlich weiterführen; zwei Gründe seien dafür genannt: Erze, die selbst aus der einen und selben Grube gewonnen werden, können bei längerem Abbau von unterschiedlicher Qualität sein. Und der handwerkliche Betrieb der Schmelzöfen produzierte wohl Schmelzgut von molekular unterschiedlichen Eigenschaften. Beide Vermutungen stützen sich auf Erfahrungen der modernen Metallurgie, in der selbst mit wissenschaftlichen und industriellen Methoden Abweichungen nie ganz vermieden werden können.

Diesen Gegebenheiten tragen Carter, Nord und Esty Rechnung und suchen allgemeine Methoden mit dem Ziel, die durchschnittliche Lebensdauer der Stempel der Antike und selbst des Mittelalters ermitteln zu können.¹⁷ Auch wenn das Unternehmen der drei Autoren erfolglos bleiben sollte – Buttrey begründet seine Einwände¹⁸ –, so kann es doch zu Erkenntnissen führen, aus denen sich ein weiterer Forschungsweg eröffnet.

Eindrücklich belegen Cécile Morrisson et al., dass die durchschnittliche Lebensdauer der Stempel nicht nur von den metallurgischen Eigenschaften, sondern auch vom Prägevorgang bestimmt wird.¹⁹ Erheblich sind die Auswirkungen auf die Produktivität der Stempel durch die Geometrie und den Erwärmungsgrad des Schrötlings, das Profil der Stempel sowie das Gewichtsverhältnis zwischen Hammer und Oberstempel. Der Energieaufwand beim Schlagen kann für dünne und breite Histamena des 11. Jahrhunderts bis zu zehnmal höher sein als für Dicksolidi aus Karthago im 7. Jahrhundert.²⁰ Ähnliches gilt für hohe gegenüber

¹⁵ C. St. Smith, *A History of Metallography* (MIT Press, Cambridge, Mass. 1988).

¹⁶ Esty, Anm. 3, 189–190.

¹⁷ G.F. Carter und R.S. Nord, *Calculation of the Average Die Lifetimes and the Number of Anvils for Coinage in Antiquity*, *AJN* 3–4, 1991–1992, 147–164. W.W. Esty und G.F. Carter, *The Distribution of the Number of Coins Struck by Dies*, *AJN* 3–4, 1991–1992, 165–186.

¹⁸ T.V. Buttrey, *Calculating Ancient Coin Production II; Why it Cannot be Done*. The President's Address, *NC* 154, 1994, 341–352.

¹⁹ C. Morrisson et al., *A Mechanical Approach to Coin Striking Application to the Study of Byzantine Gold Solidi*, in: *Monnaie et finances à Byzance: analyses, techniques* (Variorum, Aldershot GB 1994), XIII, 41–55.

²⁰ Ebda, vergl. Fig. 7 und 11.

flachen Stempelprofile. Ist der Hammer zudem etwas leichter als der Oberstempel, dann kann der Hammer schneller angehoben und damit der Energieaufwand verringert werden. Ich denke, dass dies ebenso für Stempellegierungen gilt, die nicht nur zäh, sondern auch elastisch sind wie etwa der Damaszenerstahl. K.-o.-Spezialisten unter den Boxern haben die Fähigkeit, die Faust nach dem Schlag blitzschnell zurückzuziehen; mit dieser elastischen Bewegung erhöhen sie die Schlagwirkung. Der Vergleich mag schockieren, beruht aber auf demselben physikalischen Gesetz der kinetischen Energie, das auch beim Schlagen von Münzen gilt.

Je geringer der Energieaufwand ist und damit die Kraft, die auf den Oberstempel einwirkt, um so mehr Schläge kann dieser aushalten. Beim Prägeschlag wird Metall des Schrötlings verdrängt. An seiner äusseren Seite fliesst die Masse zum Schrötlingsrand. Oft ist die Fliessbewegung in der Zeichnung und Legende am Rand konkaver Histamena zu erkennen. Das Metall des Schrötlings widersetzt sich der Verformung, und dieser Widerstand muss beim Schlagen überwunden werden. Die dafür notwendige Energie kann gemessen werden; jedoch sind die Resultate nur annähernd genau, weil weder die Geometrie des Schrötlings noch die Temperatur, auf die er möglicherweise erhitzt wird, bekannt sind. Genau zu messen dagegen ist mit profilometrischen Analysen die Metallmasse, die an der Münze verdrängt wird (*Fig. 2*).

Untersuchungen über die Mechanik des Prägevorgangs ergänzen andere technische und physikalische sowie die numismatischen Analysen; aber erst die Zusammenarbeit aller Disziplinen führt zu besseren Aufschlüssen. «Within these limits, numismatics and mechanics have a long way to walk together».²¹



Fig. 2

²¹ Anm. 19, 48.

1. Je mehr geordnetes Material den Mathematikern verfügbar ist, um so umfassender kann ihr «Spiel» mit Versuch und Irrtum sein. Grossfunde allein sind ungenügend, weil ihre Menge begrenzt, also nicht vermehrt und damit nicht verändert werden kann. Ungenügend ist auch das Material aus Grosssammlungen in Museen, weil deren Exemplare nur selten durch Stempel verbunden sind. Erst zusammen mit den Abbildungen in den Handelskatalogen stellen sich jene Konstellationen ein, die nicht nur die Unterschiede der Hochrechnungen für **k** kleiner werden und den Sättigungsgrad **S** in der Tendenz ansteigen lassen, sondern sich auch, eben wegen der ständigen Materialvermehrung, verändern. Das Material aus dem Handel dürfte vorwiegend aus Einzel- und Streufunden stammen, deren Finder den Fundort meist verschweigen. Aufschlussreiche Informationen, die damit der archäologischen Forschung vorenthalten sind, werden durch die umfangreichen Publikationen etwas kompensiert, indem sie, zusammen mit den Fund- und Sammlungspublikationen, jene archäologische Forschung, wie sie hier beschrieben ist, erst sinnvoll betreiben lässt.
2. Von allen Ausgaben ist das Material mit gleicher Intensität zusammenzutragen, damit die gesamte auf uns gekommene Menge in möglichst gleichen Verhältnissen vertreten ist.
3. Das Material in Verkaufskatalogen macht das Stempellesen nach Abbildungen nötig. Dieses Lesen ist mit Fehlern behaftet. Die ungleiche Belichtung von oben rechts und links oder gar von unten, beschnittene Münzränder, grobe, die Einzelheiten auf den Abbildungen verschiebende Druckraster, und Abbildungen, die die Münzen nicht massstabsgetreu wiedergeben, verleiten zu Lesefehlern. Diese Fehler wirken sich auf die Statistik doppelt aus; Mehrfachpublikationen derselben Münze indes lassen solche Fehler meist korrigieren.
4. Eine andere Quelle für Lesefehler ist die Ermüdung. Wenn 300 Münzen keine deutlichen Unterschiede der Schrift und Zeichnungen aufweisen, dann sind theoretisch 89700 und bei 400 Münzen 159600 Vergleiche notwendig. Filmbänder und Lesegeräte könnten eine Hilfe sein. Bloss verhalten sich Lesegeräte ähnlich wie ein dressierter Hund; dieser reagiert nur in der Weise, die ihm der Dressurakt vorgibt.
5. Der menschlichen Natur entspricht es offensichtlich, nach Gleichem zu suchen, also nach identischen Stempeln. Eine falsch behauptete Stempelkoppelung ist aber leichter festzustellen als eine übersehene. Darum sollte sich die Suche auf Nichtidentitäten konzentrieren.
6. Ebenso sind Stempelfehler festzustellen. Nach Abbildungen lassen sich solche Fehler aber meist nur dann mit Gewissheit nachweisen, wenn sie auf mehr als einer Münze von gleichen Stempeln beobachtet sind.
7. Das ausgewertete Münzmaterial muss mit Quellenangaben und Stempelverbindungen zugänglich sein, auch mit den Quellenangaben aller Mehrfachpublikationen einer Münze. Nur so sind Untersuchungen und deren Resultate nach-

prüfbar, zu falsifizieren und zu ergänzen. Ergebnisse, die nicht reproduziert werden können, gehen der weiterführenden Forschung verloren.

Stochastik

Der griechische Stochastikós ist der im Erraten geschickte. Die Stochastik setzt sich ein Ziel und versucht, den Weg dorthin zu finden, oder verallgemeinert: durch Vermutung zu erkennen. Vorläufer der mathematischen Stochastik sind jene Glücksspieler, die Gesetzmässigkeiten beobachten und ihre Erfolgchancen berechnen. Ähnlich wird in der mathematischen Probabilistik vorgegangen.

Die Menge der Beobachtungen wird geordnet und nach den Regeln der mathematischen Logik verglichen. Die Stochastik kann wie ein zweifaches Spiel verstanden werden: das eine mit dem beobachteten Material und das andere mit mathematischen Formeln. Aber beide Spiele dürfen zueinander nicht widersprüchlich sein: «La statistique mathématique permet d'estimer les probabilités et d'étudier si ces probabilités sont compatibles avec l'observation.»²²

1. Das beobachtete Material muss den Mathematikern zur Verfügung stehen, geordnet nach der Anzahl Münzen, den Stempelverbindungen und, wenn möglich, nach den Stempelfehlern, unterschieden nach Emissionen und unterscheidbaren Serien einer Emission. Je grösser die Münzmenge ist, um so weniger falsch dürften die Resultate der Wahrscheinlichkeitsrechnung sein.
2. Um das Formelwerk überprüfen und korrigieren zu können, muss periodisch das neu auftauchende Material zusammen mit dem schon beobachteten ebenso geordnet verfügbar sein. Denn eine ständig sich vergrössernde Menge könnte auch Einsichten in Ursachen und Zusammenhänge von Veränderungen verschaffen und das Formelwerk der Mathematiker beeinflussen.
3. Das Vergleichen von zeitlich sich folgenden Emissionen dürfte zu Erkenntnissen führen, die an einer isoliert beobachteten Ausgabe nicht zu gewinnen sind.
4. Die «Grosse Menge» ist nicht für jede Ausgabe gleich. Sie kann bei einer als «selten» taxierten Ausgabe schon mit 30 Exemplaren gross und bei einer anderen mit 300 Münzexemplaren noch klein sein.
5. Einer sinnvollen Wahrscheinlichkeitsrechnung dürften sich Ausgaben entziehen, die mit weniger als 30 Exemplaren vertreten sind. Dasselbe gilt, wenn eine Münzseite mit weniger als etwa einem Sechstel oder mit mehr als fünf Sechstel der Münzmenge durch Stempel verbunden ist.

²² Anm. 1, 130.

Diese Frage von Benoit B. Mandelbrot, dem Vater der fraktalen Geometrie, scheint ebenso banal zu sein wie die Frage nach dem Umfang einer Emission. So wenig aber die kleinsten Abweichungen von einer imaginären Küstenlinie gemessen werden können, so wenig ist die Gesamtauflage von Emissionen allein mit abstrakter «Menge» zu schätzen.

Sicher war die monetäre Autorität in Staaten der Antike total; aber nach wie vor im Ungewissen sind wir nicht nur über wesentliche Elemente der Geldwirtschaft, sondern selbst über solche der Prägetätigkeit. Vermutlich weisen nur Ausgaben einer kurzen Zeitperiode vergleichbare Konstellationen auf, vielleicht sind sie von Ausgabe zu Ausgabe verschieden. Kenntnisse über Prägerhythmen fehlen: Wann war eine Münzstätte konstant, wann nur periodisch aktiv? Wurden Aufträge erteilt, eine bestimmte Menge zu münzen? Oder wurde je nach dem spontanen Bedarf geprägt? Hat eine Regierung Münzen der Vorgängerin weiterhin prägen lassen? Sind alle Emissionen einer Regierung bekannt?

Sehr vieles deutet darauf hin, dass Folgerungen, die aus den Konstellationen einer Zeitperiode und selbst einer Ausgabe gezogen werden, nicht ohne weiteres auf andere übertragbar sind. Und es könnte sich erweisen, dass gewisse Emissionen sich für eine quantitative Untersuchung eignen, andere aber sich diesem Weg verschliessen.

Nach der Niederschrift ist mir das Werk von M.I. Finley, «Die antike Wirtschaft»²³, in die Hand gekommen. Der Autor urteilt und zitiert zu den Fragen der Zahl und Statistik: Sogar in der Wirtschaftsgeschichte der Neuzeit ist es oft so, dass die Zahl der verfügbaren Daten häufig unter dem Minimum liegt, das für gewöhnliche statistische Verfahren notwendig ist. In solchen Fällen ist der entscheidende Faktor für erfolgreiches Vorgehen des Forschers, aussergewöhnlich wirksame Methoden für die Auswertung der Daten zu finden – das heisst eine Methode zu entwickeln, die es ihm erlaubt, mit den beschränkten verfügbaren Daten zu einem Ergebnis zu kommen. Ausserhalb des Zusammenhangs mit einem vorausgesetzten Denkmodus sagt die Quantität überhaupt nichts aus. Statistische Angaben helfen sowohl Denkmuster zu entdecken wie sie zu erläutern, doch gibt es auch Seiten, die sich einer quantitativen Behandlung entziehen. Eine weitere Gefahr ist, dass man, sofern es gelungen ist, eine vernünftige Reihe von Zahlen zu gewinnen, diese Kenntnis den Menschen der Antike selbst als wichtiges Kriterium ihrer Entschlüsse und Entscheidungen unterstellt. Es ist daher unser Problem, die richtigen Fragen zu stellen. Und die anekdotenhafte Arbeitsweise aufzugeben, ein oder zwei Beispiele auszugraben und so zu tun, als ob das ein Beweis sei. Aber mit Zahlen urteilen heisst mehr als nur zählen und aufzeichnen. Mit Zahlen urteilen setzt eine Vorstellung von Relationen und Tendenzen voraus, ohne die das gesammelte Zahlenmaterial von beschränkter Qualität bleiben muss.²⁴

Zum Problembereich sind im Werk von Finley die nachstehenden Publikationen zitiert:

A. Fishlow und R.W. Fogel, *Quantitative Economic History. An Interim Evaluation*, Journal of Economic History 31, 1971, S. 15–42.

R.J. Fogel, *The New Economic History. Its Findings and Methods*, Economic History Review (2. Reihe) 19, 1966, S. 642–656.

J. Stengers, *L'historien devant l'abondance statistique*, Revue de l'Institut de Sociologie 1970, S. 427–458.

²³ M.I. Finley, *Die antike Wirtschaft* (München 1993³). Originalausgabe: *The Ancient Economy* (Berkeley und Los Angeles 1984²).

²⁴ Ders., 18–20.

Die Forschungshilfen der Mathematiker indes sind angewiesen auf die grossen, die grösser werdenden und geordneten Mengen an Münzmaterial. Eine kurze Beschreibung von zwei Forschungen möchte diese Bedingung verständlich machen.

Esty und Carter²⁵ stellen zunächst fest, in welcher Anzahl Stempelverbindungen (frequencies **f**) auftreten. «**f**1 = 6» bedeutet, dass 6 Rückseitenstempel auf nur je 1 Münze beobachtet sind; «**f**3 = 4» bedeutet, dass 4 Stempel auf je 3 Münzen beobachtet sind. Das Ziel ist es, sich der unbekannten Anzahl Stempel **f**₀ anzunähern. Die statistischen Daten sind mit «Ketten» der Stempelkoppelungen graphisch anschaulich gemacht. Solche Verbindungsketten zeigt die *Figur 3* der drei Ausgaben von Konstantin VI. und Irene (780–797).

Zu beachten ist, dass die Autoren sich vor allem an den Münzrückseiten orientieren, weil diese mit den Oberstempeln geprägt sind, die einem grösseren Verschleiss unterliegen als die Unterstempel. Das Beispiel der beiden ersten Ausgaben von Konstantin VI. zeigt jedoch, dass mit Oberstempeln auch Münzvorderseiten geprägt wurden. Um Missverständnisse zu vermeiden, schlage ich vor, die Münzseiten einer Serie mit der grösseren von jenen der kleineren Anzahl Stempel mit **d**^{sup(erior)} und **d**^{inf(erior)} zu unterscheiden.

Die Methoden von Carter und Nord²⁶ sind entwickelt auf Grund von Beobachtungen bei der Denar-Serie des P. Crepusius (82 v. Chr.), einer Serie, aus der sich ungewöhnlich viele Informationen gewinnen lassen, weil sie in 1865 Exemplaren zur Verfügung steht, die Rs.-Stempel von 1 bis 519 numeriert sind und die Vs.-Stempel Kombinationen von Buchstaben und Symbolen aufweisen.

Wie dies üblicherweise zu beobachten ist, sind auch hier Münzen mit nur einer Stempelkoppelung und auch solche mit unterschiedlichen Koppelungen festgestellt. Eine einzige Verbindung berechtigt zur Annahme, die entsprechenden Denare seien in der Regel während nur eines Arbeitstages geprägt, für die Produktion der Denare dagegen mit unterschiedlichen Verbindungen seien zwei und mehr Arbeitstage benötigt worden. Eine unterschiedliche Verbindung kommt zustande, wenn der Rs.-Stempel, um ihn vor Diebstahl zu schützen, nachts unter Verschluss gehalten und anderntags mit einem anderen Vs.-Stempel am Prägeplatz verbunden wurde.

Die Konstellation der Stempelverbindungen gibt Hinweise auf die Zahl der Arbeitsplätze (anvils), an denen gleichzeitig geprägt wurde, auf die Anzahl der Rs.-Stempel, die unter Verschluss waren (reverse die box), sowie auf die Zeitdauer (lifetime), während der mit Stempeln bis zu deren Verbrauch geprägt wurde. Nach den vorläufigen Ergebnissen sind 16 bis 20 Rs.-Stempel unter Verschluss gehalten, 2 bis 4 Arbeitsplätze benutzt und während 6 bis 14 Stunden mit denselben Stempeln geprägt worden. Produziert war die Auflage mit rund 515 Vs.- und 470 Rs.-Stempeln in etwa 127 Tagen. Bei einer Prägetätigkeit von 10 Stunden je Tag

²⁵ Siehe Anm. 17, 165–186.

²⁶ Ebda, 147–164.

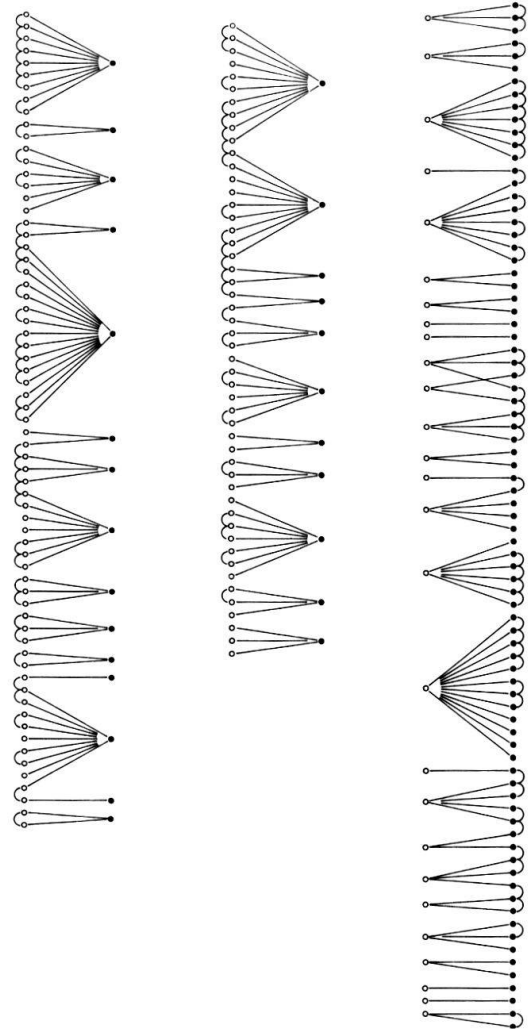
Figur 3: Stempelverbindungen

Konstantin VI. und
Irene (780–797)

Ausgabe 1
dVs. Rs.

Ausgabe 2
dVs. Rs.

Ausgabe 3
dVs. Rs.



Anzahl Solidi n
d Vs./Rs.
Ratio d Vs./Rs.
k Vs./Rs.
Ratio k Vs./Rs.
Sättigungsgrad S Vs./Rs.
Anzahl Stempelverbindungen
Frequencies f

67	50	81
28/15	27/11	27/41
1,9 : 1	2,4 : 1	1 : 1,5
40/17	48/13	34/67
2,4 : 1	3,8 : 1	1 : 2,0
70/88 %	57/88 %	79/61 %
32	31	49
f1 = 2	f2 = 3	f1 = 7
f2 = 5	f3 = 4	f2 = 8
f3 = 3	f6 = 1	f3 = 6
f6 = 1	f7 = 1	f4 = 2
f7 = 1	f9 = 1	f6 = 1
f9 = 2	f10 = 1	f7 = 2
f15 = 1		f12 = 1

und einer Produktion von 15 000 Denaren mit einem Oberstempel ist ein Denar in rund drei Sekunden geschlagen worden.

Um die Methoden von Carter, Esty und Nord und ihre versuchte Annäherung an das tatsächliche Geschehen testen zu können, ist ein umfangreiches und nach Stempelverbindungen geordnetes Material verlangt.²⁷ Tatsächlich lässt sich nur an weiteren Emissionen überprüfen, ob die Erwartung der Mathematiker sich erfüllt, ihre Methoden seien auch für andere Ausgaben der Antike und gar des Mittelalters gültig.

Um diese Prüfung – gleichgültig in welchem Grad – zu bestehen, ist eine erst rudimentär entwickelte Forschungsdisziplin der Numismatik auszuweiten, nämlich «alle» auf uns gekommenen Münzen «aller» Ausgaben auf ihre Stempelkonstellation zu untersuchen und die Ergebnisse jedermann derart zugänglich zu machen, damit sie überprüft und korrigiert werden können und der weitergehenden Forschung dienstbar sind. Den Nutzen wird nicht nur die Stochastik haben, sondern die numismatische Forschung schlechthin.

Es kann jedoch die abermillionenfache, die galaktische Datenmenge erst sinnvoll produziert, verarbeitet und zugänglich gemacht werden, wenn sich die Forschung technischer Hilfen bedient. Diese Hilfe muss zu folgendem fähig sein:

- Verarbeiten von Texten;
- Abbilden der Münzen vom Original und von Illustrationen;
- Bildüberlagerung von zwei Münzen zum Vergleichen von Stempeln;
- Zeichnen der Stempelverbindungen und anderer Graphiken;
- Aufnahme von Rechenprogrammen, Übertragung der in den Graphiken enthaltenen Daten sowie das Rechnen mit diesen Daten entsprechend den Rechenprogrammen;
- Ausdrucken aller Eingaben und Berechnungen;
- weltweites Übermitteln von Text und Bild.

Diese Hilfen leistet ein Computer, der grosse Datenmengen verarbeiten kann – mit einer Festplatte im Bereich von etwa 5 Giga und einer Graphikkarte mit hohem Auflösungsvermögen. Die Aufnahme des Textes verlangt die «orthographical character recognition» (OCR), die Aufnahme von Bildern einen Scanner sowie zur Bildweitergabe einen Drucker von Fotoqualität. Ist das System etwa mit einem universitären Computer verbunden, dann kann es zu reduzierten Kosten On-line über ein weltweites Netzwerk – wie Internet – genutzt werden. Mit einem Modem ist der Computer mit der Telefonleitung verbunden.

Ein dieserart weltweit vernetztes System macht aufwendige Publikationen des umfangreichen Datenmaterials überflüssig und vereinfacht die wissenschaftliche Kontrolle und Ergänzung; zudem erlaubt es den ortsunabhängigen Kontakt der Forscher.

²⁷ Anm. 17, 164 und 181.

Grossfunde lassen sich, bevor sie der Forschung endgültig verlorengehen, fachgerecht und in kürzerer Zeit als bisher protokollieren. Die vielen Tausend Histamina etwa von Romanos III. (1028–1034), die ans Tageslicht gekommen sind, gingen nur zu einem kleinen Teil in den Handel; ein Teil wurde zu Schmuck verarbeitet und der Rest eingeschmolzen. Wäre der Fund in das Museum der Fundregion gekommen, dann hätte er wohl nur in Kartonschachteln überlebt.

In beiden Fällen ist der Fund der Forschung vorenthalten. Dabei wäre es eine derart grosse Menge, die die umfassendsten Erkenntnisse über die Organisation und Intensität des Prägens verschafft, während eine kleine Menge – bzw. eine kleine Emission – statistisch meist wenig Fassbares hergibt.

Die grosse Verarbeitungsgeschwindigkeit elektronischer Systeme hat indes eine besondere Tücke, weil gespeicherte Forschungsarbeiten ebenso verlorengehen können wie ein Buch, das in der Grossbibliothek falsch eingereiht ist. Die numismatische Forschung bedarf daher auch einer weltweit nutzbaren Datenbank, mit der die Benutzersysteme kompatibel verbunden sind.

Franz Füeg
Im Walder 36
8702 Zollikon

Anhang I (siehe Seite 137): *Veränderungen von **k** und des Sättigungsgrades **S***

Auf der Abszisse sind – fortlaufend addiert – die beobachtete Anzahl der Solidi sowie, links und rechts darunter, die Anzahl der beobachteten Stempel **dVs** und **dRs** notiert. Auf der Ordinate sind zwei voneinander unabhängige Skalen aufgetragen: links für die hochgerechnete Anzahl Stempel **k** und rechts – rot – die Skala für den Sättigungsgrad **S** = **d/k**.

1A, 1B und 1C zeigen die Resultatsentwicklungen, wenn das Münzmaterial chronologisch nach seiner ersten Publikation angeordnet wird und jenes aus Sammlungskatalogen und Museen zwischen «1970» und «1971» eingefügt ist.

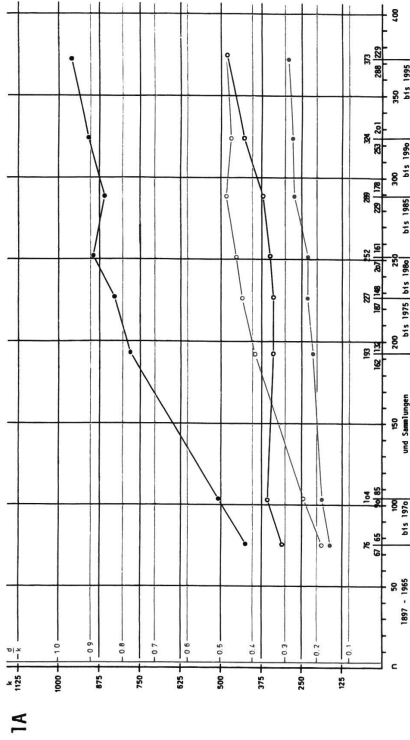
Weil diese chronologische Anordnung ebenso zufällig ist wie jede andere, sind 2A, 2B und 2C nach anderen Kriterien angeordnet: 2A nach Kontrollzeichen (auf der Vorderseite!), 2B nach unterscheidbaren Typen der Zeichnung und 2C chronologisch von 1995 an rückwärts, also mit der letzten Veröffentlichung jener Exemplare, die mehrfach publiziert sind, womit deren frühere Publikation aus der Rechnung fällt.

Die Resultate sind zur besseren Lesbarkeit ihrer Unterschiede durch Linien verbunden.

Theophilos mit Michael und Konstantinos



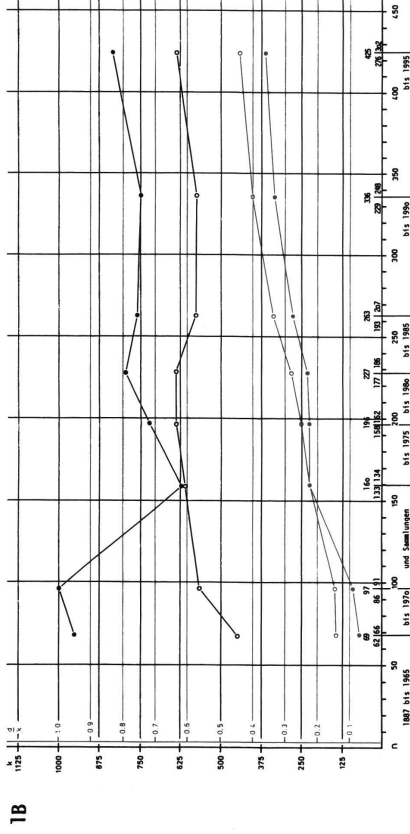
k s
 $k_{\text{sup}} = \frac{d}{k} \cdot \text{sup} =$
 $k_{\text{inf}} = \frac{d}{k} \cdot \text{inf} =$



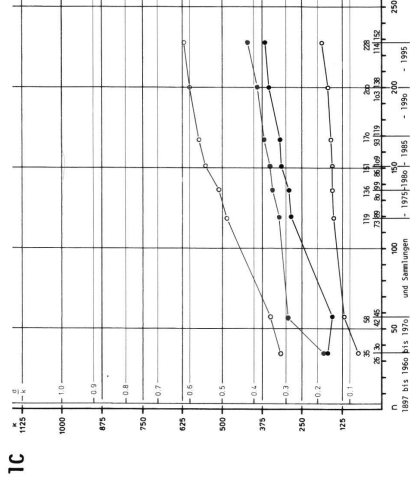
Basilios I. und Konstantinos



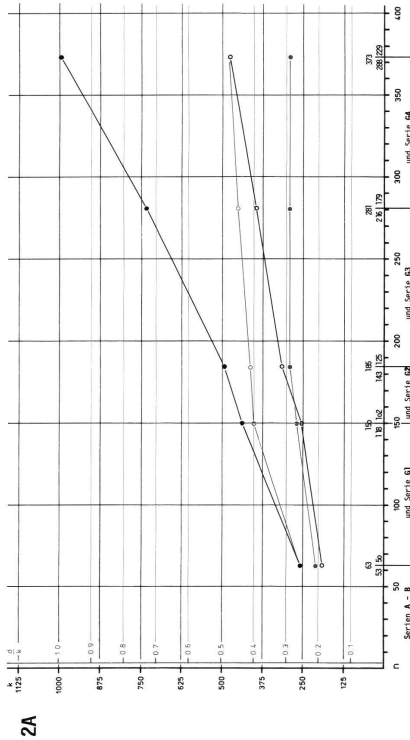
k s
 $k_{\text{sup}} = \frac{d}{k} \cdot \text{sup} =$
 $k_{\text{inf}} = \frac{d}{k} \cdot \text{inf} =$



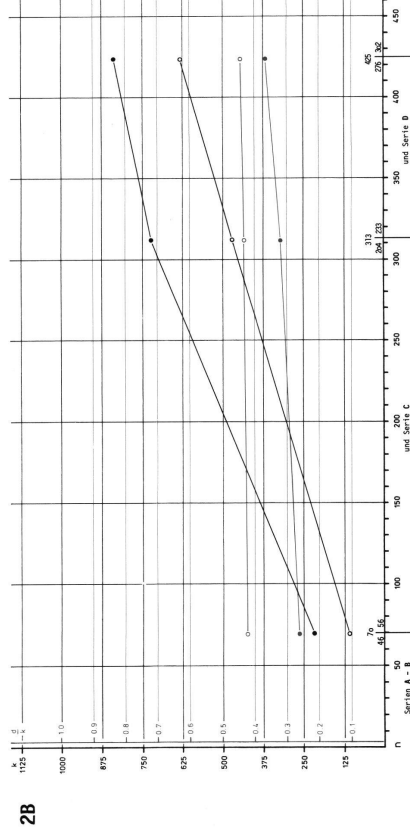
Romanos I. und Christophoros



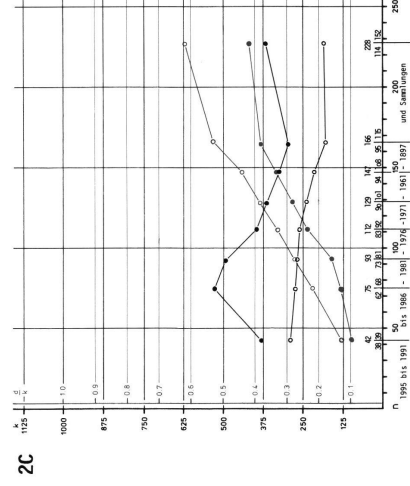
Theophilos mit Michael und Konstantinos



Basilios I. und Konstantinos



Romanos I. und Christophoros



Anhang II (siehe Seite 137): *Staatsbudgets und Anzahl der Stempel k: ein Vergleich*

Für die Regierung des Theophilos (829–842) hat J.B. Bury die jährlichen Steuereinnahmen auf etwa 44 Millionen Nomismata geschätzt.²⁸ Die Summe ist in englischen Pfund aufgeführt und die Umrechnung nur an einem Beispiel aus dem 12. Jahrhundert möglich. W. Stein schätzt das Jahresbudget im 9. Jahrhundert auf höchstens 6 Millionen Nomismata.²⁹ Ausführlich belegt sind die Schätzungen von W.T. Treadgold. Danach belief sich das Staatsbudget für die Regierungen von Konstantin VI. und Irene (780–797) und Irene (797–802) im Mittel auf 1,8 Millionen³⁰ sowie für Michael III. unter der Regentschaft (842–856) im Mittel auf 2,8 Millionen und einen Überschuss von 0,5 Millionen,³¹ den C. Morrisson auf 0,3 Millionen korrigiert,³² total also 3,1 Millionen. Für die Zeit um 811 hat Treadgold 600000 Nomismata an Soldzahlungen ermittelt,³³ was einem Staatsbudget von 1,8 bis 2,4 Millionen entspricht; in den nachstehenden Vergleichsrechnungen sind für die Regierungen von Nikephoros I. (802–811) und Michael I. (811–813) 2,1 Millionen angenommen. Weil Treadgolds Schätzungen für Sizilien nur 3 und 2 Prozent betragen, sind sie vom Gesamtbudget nicht in Abzug gebracht.

Als Versuch sind die Schätzungen von Treadgold mit der Anzahl der beobachteten Stempel **d**^{sup} und der hochgerechneten Anzahl **k**^{sup} verglichen.

Für die Jahre 780–797 sind drei Solidus-Emissionen mit einem höchst ungleichen Aufkommen bekannt; zudem könnte die Ausgabe von Leo IV. mit den beiden sitzenden Kaisern während der Regentschaft Irenes von 780–787 ausgegeben worden sein. Darum sind auch die beiden Ausgaben von Leo IV. (776–780) in den Vergleich einbezogen und mit den Emissionen von Konstantin VI. und Irene (780–797) in Varianten verglichen (siehe Anhang III).

Die Schätzung Treadgolds für Michael III. bezieht sich auf das Jahr 842, also das Todesjahr des Vaters Theophil, so dass sie auch für dessen Regierung eine gewisse Gültigkeit haben könnte. Theophils Geldbedarf muss aber erheblich grösser gewesen sein angesichts der jährlich sich wiederholenden Kriege gegen die Araber³⁴ und den aussergewöhnlichen Aufwendungen für Bauten sowie den Schmuck des Palastes, die der Glanz Bagdads herausgefordert hat.³⁵

Der Übergang von der 1. Ausgabe Michael III. zur 2. Ausgabe ist unbekannt; angenommen ist der 1. September 846, der sechste Geburtstag des Kaisers.

²⁸ J.B. Bury, *A History of the Eastern Roman Empire from the Fall of Irene to the Accession of Basil I* (A.D. 802–867) (London 1912), 119.

²⁹ E. Stein, *Studien zur Geschichte des byzantinischen Reiches vornehmlich unter den Kaisern Justinus II. und Tiberius Constantinus* (Stuttgart 1919), 141–160.

³⁰ W.T. Treadgold, *The Byzantine State Finances in the Eighth and Ninth Centuries* (Boulder, Co. 1982), 86 und 119.

³¹ Ebda, 61 und 115.

³² C. Morrisson, *Monnaies et finances dans l'Empire Byzantin X^e–XIV^e siècle*, in *Monnaie et finances à Byzance: analyses, techniques* (Variorum, Aldershot GB, 1994), IV, 296 f.

³³ Anm. 30, 116 f.

³⁴ A.A. Vasiliev, *Byzance et les Arabes. La Dynastie d'Amorium (820–867)*, Brüssel 1935¹, 1959², 89–120.

³⁵ Anm. 28, 129–135.

Die Umrechnungen auf eine gleiche Zeiteinheit – die Woche (**W**) – gehen aus von den Annahmen, die Summe des Staatsbudgets **B** sei vollständig in Goldmünzen zur Verfügung gestanden und mit den Stempeln **D^{sup}** seien durchschnittlich 20000 Schläge ausgeführt worden. Es seien also für die Budgets von 1,8, von 2,1 und von 3,1 Millionen (**N**) im Wochendurchschnitt 34520 und 40270 und 59450 Solidi (**N/W**) geprägt worden und dafür seien, wiederum im Wochendurchschnitt, rund $1\frac{3}{4}$ und 2 sowie 3 Stempel (**D^{sup}/W**) nötig gewesen. Ebenso auf den Wochendurchschnitt sind **d^{sup}** und **k^{sup}** umgerechnet (**d/W** und **k/W**).

Wie viele Stempel beobachtet und hochgerechnet sind gegenüber jener Anzahl, die dem Gegenwert des Staatsbudgets entspricht, ist mit der Formel $100 : [\mathbf{d} \text{ (bzw. } \mathbf{k})/\mathbf{W} : \mathbf{D}/\mathbf{W}]$ ermittelt. Die Resultate zeigen, dass einem beobachteten und hochgerechneten Stempel jene mehrhundertfach grösseren Zahlen gegenüberstehen, die dem ungefähren Wert des geschätzten Staatsbudgets **B** entsprechen.

Dieses Vergleichen bedarf jedoch erheblicher Einschränkungen. So ist die durchschnittliche Schlagzahl bis zum Verbrauch der Stempel nicht zu belegen. Und die Gesamtauflage der Emissionen ist nicht dem Wert des Staatsbudgets gleichzusetzen, denn Geld floss in die Staatskasse zurück, das sowohl die eigene als auch frühere Regierungen ausgegeben haben, und Steuern könnten auch mit fremdem Geld eingenommen sein, war doch der Besant von Nachbarvölkern übernommen worden. Zudem sind wohl Zahlungen auch in Naturalien erfolgt und in Metallen, die nicht ausgemünzt waren.

Dagegen schätzt C. Morrisson das Staatsbudget auf höchstens einen Drittel der Geldmenge, die im Umlauf war,³⁶ und die Steuereinnahmen auf nicht mehr als 5 bis 10 Prozent des «produit brut».³⁷

Wie dem auch sei: Die hochgerechnete Stempelzahl **k** liegt wohl in erheblichen Grössenordnungen unter jener Anzahl Stempel, die zum Prägen der Emissionen tatsächlich verbraucht worden sind.

³⁶ Anm. 32, 295.

³⁷ C. Morrisson, *L'économie monétaire byzantine: à propos d'un ouvrage récent*, RN 1987, 255 f.

Regierungen Emissionen, Prägeperioden	W	$\frac{D_{sup}}{W}$	Beobachtete Stempel		Verhältnis der Stempel zum Wert des Staatsbudgets B	
			dsup	ksup	dsup : B	ksup : B
Leo IV.						
1 - 4 14.04.776 - 8.09.780	230	1 $\frac{3}{4}$	127	304	1 : 310	1 : 130
Konstantinos VI. und Irene						
1 8.09.780 - 10.11.790	531		28	40	1 : 3300	1 : 2300
Leo IV.						
1 - 2 14.04.776 - 8.09.780	230		49	116	1 : 810	1 : 340
3 - 4 8.09.780 - ca.12.787	382		78	188	1 : 850	1 : 350
Konstantinos VI. und Irene						
1 ca.01.788 - 10.11.790	149		28	40	1 : 920	1 : 640
2 ca.02.791 - ca.08.793	135		27	48	1 : 870	1 : 490
3 ca.09.793 - 19.08.797	207		41	67	1 : 880	1 : 530
Irene						
1 - 2 19.08.797 - 1.11.802	271		67	152	1 : 700	1 : 310
Nikephoros I.						
1 - 4 1.11.802 - 26.07.811	456	2	151	300	1 : 600	1 : 300
Michael I. und Staurakios						
1 25.12.811 - 11.07.813	80		17	23	1 : 940	1 : 700
Theophilos						
1 - 3 2.10.829 - 20.01.842	642	3	340	1100	1 : 570	1 : 180
Michael III., Theodora, Thekla						
1 20.01.842 - ca.08.846	241		51	196	1 : 1400	1 : 370
Michael III., Theodora						
2 ca.09.846 - 18.03.856	497		42	87	1 : 3500	1 : 1700

Anhang III (siehe Seiten 138): *Stempelrelationen der Solidusausgaben 715–963*

Die Graphik stellt vergleichbar das untersuchte Material aller Emissionen dar. Wiedergegeben sind:

1. auf der Ordinate die Anzahl k pro Woche (k/W),
2. auf der Abszisse k/W , verteilt auf die vermuteten Prägeperioden und
3. das Verhältnis von k^{sup} zu k^{inf} .



Die Unterscheidung nach $k^{\text{inf(erior)}}$ und $k^{\text{sup(erior)}}$ ist notwendig, weil die Vorder- und Rückseite der Münzen bzw. die Unter- und Oberstempel einiger Ausgaben sich nicht sicher unterscheiden lassen.

Die Graphik deutet unterschiedliche Prägeintensitäten an; aber sie bestätigt die These von M. Hendy nicht, wonach verschwenderischen Regierungen sparsame gefolgt sind.³⁸

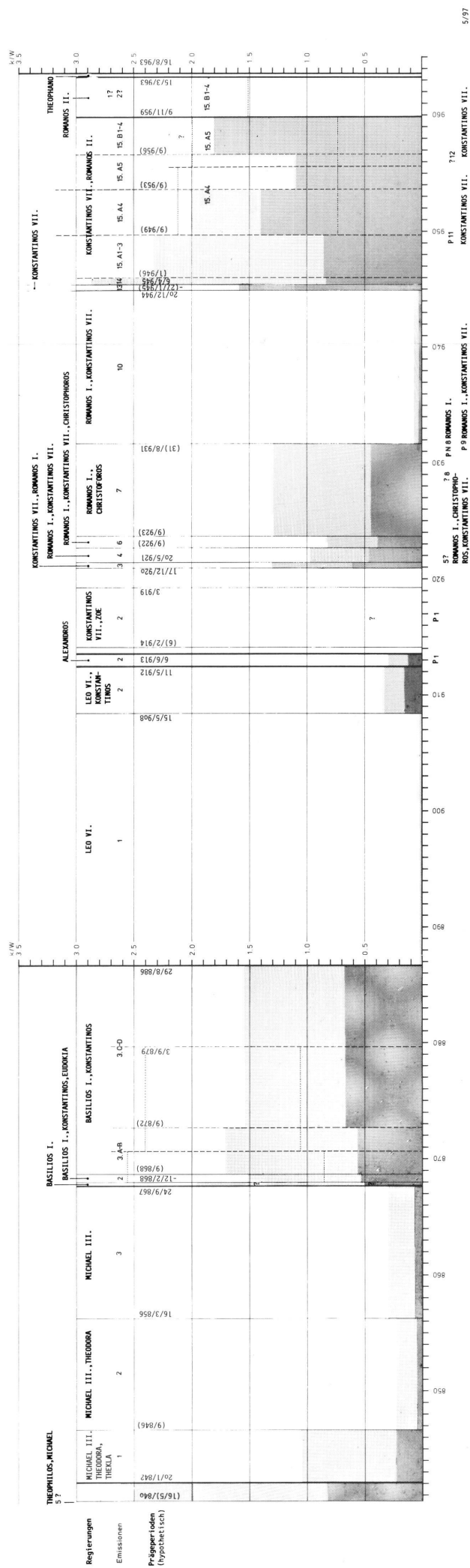
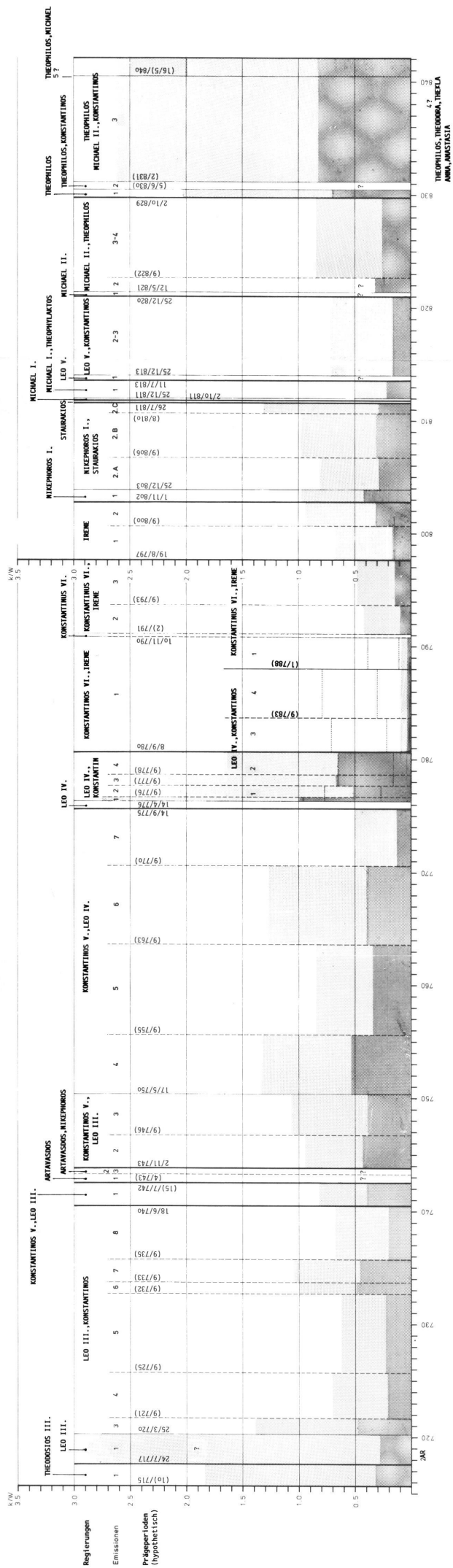
In der Novelle 52 bestimmt Leo VI., dass Geld jeder Sorte seinen Wert und Kurs bewahrt, sofern es authentisch geprägt und von gleichem Gewicht ist, gleichgültig, ob es von einer früheren oder der gegenwärtigen Regierung stammt. Darf dies auch als ein Hinweis verstanden werden, dass unter Leo VI. und Konstantin VII. Reserven früherer Regierungen abgeschöpft wurden?




























Für die Jahre 776 bis 790 und 948 bis 963 ist mit rot punktierten Linien eine andere als die traditionelle Verteilung der Emissionen im Namen des Hauptkaisers aufgetragen. Denn es könnte sein, dass Irene während ihrer Regentschaft (780–787) nicht mit dem eigenen Namen, sondern die Ausgabe mit den beiden sitzenden Kaisern von Leo IV. emittiert hat. Und es ist sicher, dass Romanos II. (959–963) die letzte Ausgabe seines Vaters Konstantin VII. weiterführte, diese aber mit verunklärter Rückseitenlegende (siehe Anhang IV).

Legende

-  $k^{\text{sup}}/W(\text{oche})$
 $k^{\text{inf}}/W(\text{oche})$
- k ermittelt nach den Formeln von Carter
- sup grössere Anzahl Stempel, in der Regel der Rückseite
- inf kleinere Anzahl Stempel, in der Regel der Vorderseite
- ? Die Ermittlung von k ergibt kein sinnvolles Resultat. weil die Anzahl der Münzen zu klein ist oder weil die Münzen einer Serie mit weniger als einem Sechstel oder mehr als fünf Sechsteln durch Stempel verbunden sind.
- P Solidus-Proben

³⁸ M.F. Hendy, *Studies in Byzantine Monetary Economy c. 300–1450* (Cambridge 1985), 226.



Konstantin VII.		Konstantinos VII. und Romanos II.		Romanos II.	
Die Kreuzarme des Nimbus sind mit einfachen Linien begrenzt.		Die Kreuzarme des Nimbus sind mit Doppellinien begrenzt.			
BNC Type 8; DOC Cl.XII		DOC Cl.XI.DOC Cl.XIIa			
Die Rückseiten-Legenden mit A		BNC Type 11 DOC Cl. XIV			
Die Rückseiten-Legenden mit A		15.A1			
Die Rückseiten-Legenden mit A		BNC Type 12; DOC Class XV			
Die Rückseiten-Legenden mit A		15.A2			
Die Rückseiten-Legenden mit A		A3			
Die Rückseiten-Legenden mit A		A4			
Die Rückseiten-Legenden mit A		A4			
Die Rückseiten-Legenden mit A		A5			
Die Rückseiten-Legenden mit A		B3			
Die Rückseiten-Legenden mit A		B4			
Die Rückseiten-Legenden mit A		B4			
Die Rückseiten-Legenden mit A					
Evangeliar frontal,Pantokrator ohne Haarscheitel.		Das Evangeliar mit Vorderseite und Schliesse, der Pantokrator mit Haarscheitel.			