Zeitschrift: Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft. Wissenschaftlicher und administrativer Teil = Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles. Partie scientifique et administrative = Atti della Società Elvetica di Scienze Naturali

Herausgeber: Schweizerische Naturforschende Gesellschaft

Band: 141 (1961)

Artikel: Die Symmetrien in den Naturgesetzen

Autor: Jauch, J.M.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-90533

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die Symmetrien in den Naturgesetzen

Prof. Dr. J. M. Jauch (Genf)

Der Begriff der Symmetrie, alt und ehrwürdig wie er ist, hat nicht immer dieselbe Bedeutung gehabt. Heute bezeichnen wir mit Symmetrie vornehmlich einen exakten mathematischen Begriff, der uns in diesem Vortrag fast ausschließlich beschäftigen wird und der sich in den exakten Naturwissenschaften als äußerst wichtig und fruchtbar erwiesen hat. Wir finden aber etwas von dem andern Sinn des Wortes wieder, wenn wir versuchen, das Fremdwort «Symmetrie» ins Deutsche zu übertragen. Man hat für eine solche Übersetzung das Wort «Ebenmaß» vorgeschlagen. Es ist wohl kein Zweifel, daß Ebenmaß und Symmetrie nicht genau dasselbe bedeuten. Wir sprechen einem Kunstwerk Ebenmaß zu, wenn es uns in harmonischer Ausgeglichenheit erscheint. Aber Symmetrie mit seiner harschen Präzision ist etwas, das dem lebendigen Kunstwerk fremd ist. Symmetrie in der Kunst führt zum reinen Formalismus, bestensfalls zur Dekoration.

In diesem Doppelsinn des Wortes erkennen wir etwas von dem Urboden, aus dem der Begriff gewachsen ist. Wir finden ihn mit dieser Doppelbedeutung zum Beispiel bei den Pythagoräern, wo sich in der entzückten Betrachtung der Harmonien des Kosmos die höchste Stufe menschlicher Vollkommenheit äußert, wo sich aber gleichzeitig diese Harmonien in Zahlen und Formen dargestellt finden. Für einen reinen Mathematiker heutiger Prägung wäre die Entdeckung der Irrationalzahlen ein großer Erfolg gewesen, für den Pythagoräer dagegen war es eine Katastrophe, weil sie dem Glauben an die innere Harmonie der Welt das Fundament entriß. Wenn wir die Schriften der antiken Gelehrten lesen, so sind wir erstaunt, wie oft zur Rechtfertigung einer bestimmten Vorstellung über die physikalische Welt ihre Vollkommenheit herangezogen wurde. So lehrt uns Aristoteles zum Beispiel, daß nur die Kreisbewegung mit ihrer vollkommenen Symmetrie für die ewige Bewegung der Himmelskörper in Frage kommen könne, eine Lehre, die durch Ptolemäus weiter entwickelt wurde und die für anderthalb Jahrtausende den Fortschritt in der Astronomie durch ihren dogmatischen Charakter aufgehalten hat.

Die Priorität der Symmetrie als ein ästhetisches Prinzip in der Naturerkenntnis ist beim antiken Menschen ein tiefverwurzeltes Vorurteil. Erst nach der Befreiung von diesem Vorurteil waren diejenigen Fortschritte möglich, welche zur modernen Naturerkenntnis geführt haben.

Doch will ich hier nicht lange bei der historischen Entwicklung des Begriffes der Symmetrie in der Naturerkenntnis verweilen. Nur ganz kurz möchte ich auf einige Höhepunkte dieser Entwicklung hinweisen: Wie sich unter dem verwegenen Blick des mit dem neuerfundenen Teleskop ausgerüsteten Galilei die kristallklaren Sphären des Kosmos in korruptible Materie auflöst; wie Keplers Ellipsen der Vorherrschaft der Kreisbahnen, die noch bei Kopernikus und bei Galilei besteht, den Rang abstreiten; wie sich langsam die Erkenntnis einer ganz neuen Art Symmetrie in der Naturerkenntnis durchsetzt, welche zur Grundlage der modernen Naturerkenntnis geworden ist: der Weltraum ist homogen. Die Naturgesetze auf dem Mond, den Planeten, der Sonne und überall sind identisch. Das Gesetz, mit dem der Apfel vom Baume fällt, ist genau dasselbe wie das Gesetz, das den Mond und die Planeten auf ihren Bahnen hält. Die neugefundene Symmetrie ist selbst ihrem Entdecker Newton schwer gefallen. Aus dem berühmten Briefwechsel von Leibniz mit Clarke wissen wir, daß erst Leibniz den Sinn dieser Symmetrie erkannt hat und daß wir von ihm die erste Formulierung des Relativitätsprinzipes haben.

Die mathematisch präzise Formulierung des Symmetriebegriffes war dem Mathematiker Galois vorbehalten, der gezeigt hatte, daß der mathematische Sinn genau identisch ist mit dem der Gruppe von Transformationen, welche eine gewisse Eigenschaft invariant lassen. Eine Symmetrie im abstrakten Sinn ist erschöpfend charakterisiert durch die Struktur einer solchen Gruppe. Was die invariante Eigenschaft selbst ist und was durch die Transformationen transformiert wird, bleibt dabei unwesentlich. Eine Symmetrie kann sich also zum Beispiel in einer geometrischen Figur, einem Naturgesetz, einer algebraischen Gleichung oder in einem Kristall äußern. Wir sprechen von einer Gruppe von Automorphismen. Die Automorphismen einer ebenen geometrischen Figur sind diejenigen euklidischen Bewegungen der Ebene, welche diese Figur mit sich selbst zur Deckung bringen. Die Automorphismen eines Naturgesetzes sind diejenigen Transformationen der physikalischen Größen, welche dieses Gesetz unverändert lassen.

In dieser abstrakten Form, die wir von Galois gelernt haben, ist der Begriff der Symmetrie in die moderne Physik eingedrungen, und er spielt dort eine außerordentlich wichtige Rolle. Aber nicht nur in der Physik, sondern auch die moderne Mathematik ist ohne diesen Begriff undenkbar. So ist zum Beispiel das sogenannte Erlanger Programm von Felix Klein nichts anderes als eine Klassifikation der verschiedenen Geometrien nach ihren Automorphismengruppen. Die euklidische Geometrie ist die Invariantentheorie der orthogonalen Transformationen, die projektive Geometrie diejenige der projektiven Transformationen, die Topologie diejenige der kontinuierlichen Transformationen.

Doch gehen wir jetzt über zum Hauptpunkt unserer Betrachtungen: die Symmetrie in den Naturgesetzen. Zunächst eine Vorbemerkung, welche die zentrale Stellung des Symmetriebegriffes in der Naturerkennt-

nis eindrücklich beleuchtet. *Jedes Naturgesetz ist überhaupt schon eine Symmetrie.* Um dies zu erläutern, fragen wir uns, was wir eigentlich unter einem Naturgesetz verstehen. Ohne auf philosophisch-technische Finessen einzugehen, können wir mit einer für unsere Zwecke genügenden Präzision ein Naturgesetz etwa definieren als «eine unveränderliche Beziehung zwischen beobachtbaren physikalischen Größen».

Wenn ich also ein physikalisches Gesetz, zum Beispiel das Faradaysche Induktionsgesetz, hinschreibe

$$\nabla \times E = -\dot{B}$$

so drückt dieses Gesetz eine unveränderliche Beziehung aus zwischen dem elektrischen Feld E und der magnetischen Induktion B. Ganz wesentlich ist dabei, daß diese Relation zu allen Zeiten dieselbe ist. Wir würden nicht von einem Gesetz sprechen, wenn diese Relation nur an einem einzigen Zeitpunkt erfüllt wäre, für einen andern Zeitpunkt aber ganz anders lauten würde.

Auf der Unveränderlichkeit des Naturgesetzes beruht ja gerade seine Verifizierbarkeit und die Möglichkeit, es mitzuteilen und zu erlernen. Reichenbach erwähnte einmal, daß bei der Vorführung eines Filmes, worin ein Felsen gesprengt wird, gerade in dem Augenblick ein Erdbeben erfolgte und die Zuschauer daher eine Erschütterung verspürten, als der Schuß abging. Es ist klar, daß diese Beziehung zwischen zwei Naturereignissen kein Naturgesetz darstellt. Es fehlt die Invarianzeigenschaft. Als der Film ein zweitesmal gespielt wurde, trat das Erdbeben nicht mehr ein. Wir sprechen dann von einem Zufall.

Ein Naturgesetz ist kein Zufall. Die Beziehung zwischen gewissen beobachtbaren Eigenschaften tritt immer und mit Notwendigkeit ein.

Die Transformationen, mit denen wir hier zu tun haben, sind die Translationen in der Zeit. Die invariante Eigenschaft ist die besondere Relation, welche zwischen den beobachtbaren Größen ausgedrückt wird. Die Naturgesetze sind also alle diejenigen Beziehungen zwischen den beobachtbaren Größen, welche unter der Translation der Zeit invariant sind.

Mit der Invarianz unter der Zeittranslation ist aber die Symmetrie des Naturgesetzes im allgemeinen nicht erschöpft. Es ist zum Beispiel klar, daß die Gleichung in den USA genau so richtig ist wie in Rußland. An einem internationalen Physikerkongreß verstehen sich die Russen mit den Amerikanern sehr gut, solange sie nur über Physik reden. Wir haben also auch eine Invarianz des Naturgesetzes gegenüber Translationen des Raumes. Das ist es, was wir als die Homogenität des Raumes bezeichnen. Ebenso finden wir, daß die Naturgesetze im allgemeinen keine Richtung des Raumes auszeichnen. Wir sprechen von Isotropie des Raumes.

Diese Symmetrieeigenschaften lassen sich durch gewisse Erhaltungssätze nachweisen. So zum Beispiel entspricht der Invarianz unter der Zeittranslation der Satz von der Erhaltung der Energie, dem der Raum-

translation die Erhaltung des Impulses, und endlich die Isotropie drückt sich durch den Satz von der Erhaltung des Drehimpulses aus. Wir sehen hier, wie tief diese Erhaltungssätze mit dem Wesen des Naturgesetzes verbunden sind. Es gibt keine Möglichkeit, diese Erhaltungssätze zu verwerfen, ohne überhaupt die Existenz des Naturgesetzes in Frage zu stellen. Dieser Zusammenhang zwischen Symmetrie und Erhaltungssatz bleibt auch in der Quantenmechanik bestehen.

Doch kehren wir zu den Symmetrien der klassischen Physik zurück. Schon Newton und Leibniz war es bekannt, daß die Gesetze der Mechanik noch weitere Symmetrien aufweisen. So zum Beispiel läßt sich eine gleichförmige Translation aus den Bewegungsgleichungen nicht erkennen. Mathematisch gesprochen: die Transformation

$$x \to x' = x + v\,t \qquad \text{mit } v \text{ konstant}$$

läßt die Newtonschen Bewegungsgleichungen

$$F = m\ddot{x}$$

invariant. Allerdings hat sich später gezeigt, daß diese sogenannten Galilei-Transformationen nur eine erste Annäherung an die richtigen Symmetrietransformationen, die sogenannten Lorentz-Transformationen, sind. Die allgemeine Invarianz der Naturgesetze gegenüber Lorentz-Transformationen wurde von Einstein zu einem Prinzip erhoben, das den Grundstein der speziellen Relativitätstheorie bildet und das zu einer großartigen Synthese von Elektrizität und Mechanik geführt hat und das damit die klassische Physik zum Abschluß brachte.

Nun zeigt sich aber weiter, daß die Gesetze der klassischen Physik sogar invariant sind unter den Spiegelungen des Raumes und unter der Transformation der Zeitumkehr.

Die zwei letztgenannten Symmetrien sind besonders beachtenswert. Versuchen wir uns einmal zu vergegenwärtigen, was sie bedeuten: Die Spiegelungssymmetrie betrifft die Unterscheidung zwischen rechts und links. Es gibt in der klassischen Mechanik keine Möglichkeit, die zwei Orientierungen des Raumes voneinander zu unterscheiden. Die Definition von links und rechts ist eine bloße Konvention, genau so willkürlich wie zum Beispiel die Wahl eines Koordinatensystems oder der Name eines Elementarteilchens. Daß in der klassischen Physik diese Symmetrie besteht, ist um so erstaunlicher, als nämlich in der organischen Welt diese Symmetrie nicht vollständig ausgenützt ist. Es ist zum Beispiel bekannt, daß der Zucker in zwei spiegelbildlich orientierten Formen auftritt, die chemisch völlig gleichwertig sind. Der lebende Körper benutzt aber nur eine dieser zwei Formen und kann die andere nicht verarbeiten. Ähnlich steht es mit den Schneckenhäusern. Die meisten sind Spiralen in einem und demselben Drehsinn. Nur ganz selten gibt es eine Abart, welche ihr Haus im umgekehrten Sinne baut. Der menschliche Körper selbst hat zwar im großen und ganzen eine Spiegelsymmetrie, die aber nicht konsequent durchgeführt ist. Das Herz ist

bekanntlich auf der linken Seite, und auch die Nervenbahnen sind im allgemeinen nicht genau spiegelsymmetrisch entwickelt, wie zum Beispiel das Phänomen der Links- und Rechtshändigkeit beweist.

Ich mache hier auf diesen Unterschied zwischen den unorganischen und der organischen Welt aufmerksam, weil es wichtig ist zu bemerken, daß die mangelnde Symmetrie der Lebewesen nicht auf eine mangelnde Symmetrie der Naturgesetze zurückzuführen ist. Wir beobachten hier ein Phänomen, das uns oft begegnet: Die Symmetrie der Naturgesetze selbst ist zu unterscheiden von der Symmetrie, welche von den Objekten realisiert werden, welche diese Naturgesetze befolgen. Zum Beispiel daß es Rechts- und Linksquarz gibt bedeutet nicht, daß jeder Quarzkristall ein Zwilling ist. Die physikalischen Objekte sind nämlich das Produkt von den Naturgesetzen und von den Anfangsbedingungen. Die Naturgesetze sind symmetrisch, aber die Anfangsbedingungen nicht notwendigerweise.

Dieser Unterschied wird besonders deutlich, wenn wir uns die Symmetrie der Zeitumkehr vor Augen führen. In der klassischen Mechanik war diese Symmetrie Newton schon bekannt. Sie zeigt sich zum Beispiel darin, daß es zu jeder vorgegebenen Planetenbahn genau zwei Bewegungen gibt, welche Lösungen der Bewegungsgleichungen sind und welche durch die Zeitumkehr ineinander transformiert werden.

In der Hamiltonschen Form der allgemeinen mechanischen Systeme drückt sich die Symmetrie der Zeitumkehr ganz einfach aus: Wenn $q(t)$ und $p(t)$ eine Lösung ist, dann ist

$$q'(t) = q(-t)$$

$$p'(t) = -p(-t)$$

auch eine Lösung. Alle bekannten mechanischen Systeme erfüllen diese Bedingung. Es ist ganz leicht, mathematisch Systeme zu konstruieren, welche diese Bedingung nicht erfüllen. Sie kommen aber in der Natur nicht vor. Das ist die Symmetrie der Zeitumkehr.

Sie sehen, es ist mit der Symmetrie der Zeitumkehr nicht wesentlich anders als mit der Symmetrie der Spiegelung, und doch sträubt sich unser Gefühl dagegen. Gibt es in dieser Welt etwas Eindrucksvolleres, als daß die Zeit für uns abläuft, daß wir ein unvermeidliches Schicksal erfüllen. Wo spiegelt sich in den Naturgesetzen die Evolution ?

Es gibt in der ganzen Physik nur ein einziges Gesetz, das einen Unterschied zwischen der Vergangenheit und Zukunft macht. Das ist der berühmte zweite Hauptsatz der Thermodynamik. Dort wird zum Beispiel ausgesagt, daß die Wärme immer vom warmen zum kalten Körper fließt, und dieses Gesetz ist offenbar nicht invariant bei der Transformation der Zeitumkehr. Das Merkwürdige an diesem Gesetz ist, daß es weder fundamental noch allgemein richtig ist. Es ist erstens nicht fundamental in dem gleichen Sinne, wie zum Beispiel die klassische Mechanik fundamental ist, denn es läßt sich auf die Mechanik zurückführen. Es

ist also bloß eine logische Konsequenz eines anderen Gesetzes und gewisser statistischer Zusatzannahmen und sagt daher im wesentlichen nicht mehr aus, als was schon implizite in der Mechanik und diesen Annahmen enthalten ist.

Es ist aber auch nicht allgemein richtig, denn es ist genau betrachtet ein statistisches Gesetz, das bloß Aussagen macht über das mittlere Verhalten von Systemen, welche aus einer großen Zahl von Molekülen bestehen und von denen wir nur unvollständige Kenntnisse haben. Es gibt beobachtbare Abweichungen von diesem Gesetz, welche sich zum Beispiel in dem Phänomen der Brownschen Bewegung äußern.

Für das tatsächliche Verhalten makroskopischer Systeme sind zwar diese Abweichungen von geringer Bedeutung. Für das prinzipielle Verständnis der irreversiblen Prozesse in einer Natur, welche nur Gesetze hat, die bei der Zeitumkehr invariant sind, ist der statistische Charakter des zweiten Hauptsatzes aber ganz wesentlich. Denn nur weil der zweite Hauptsatz statistischer Natur ist, ist er in der Tat trotz seiner Irreversibilität mit der Zeitumkehrsymmetrie vereinbar.

Etwas extrem gesprochen könnte man sagen: Es gibt keine Irreversibilität in der Natur, es gibt nur statistische Schwankungen, die unter Umständen äußerst unwahrscheinlich sein können.

Wir sind heute sicher, daß diese Auffassung der Irreversibilität für die abgeschlossenen mechanischen Systeme richtig ist. Ob sich diese Auffassung auch auf das Verhalten der organischen Natur und den Kosmos als Ganzes übertragen läßt, bleibt noch offen.

Die Symmetrie der Zeitumkehr ist nicht etwa eine Erfindung der Physiker, um sich das Leben einfacher zu machen, sondern es ist ein durch viele Erfahrungen bewährtes Naturgesetz. Es ist in der klassischen sowie in der Quantenmechanik gültig.

Ich will hier einige dieser Tatsachen erwähnen, durch welche sich dieses Gesetz empirisch verifizieren läßt.

Als erstes Beispiel erwähne ich die sogenannten Onsager-Relationen. Wenn ein thermodynamisches System durch äußere Einflüsse aus dem Gleichgewicht gebracht wird, so sucht es dieses Gleichgewicht wieder zu erreichen, indem die thermodynamischen Variablen eine zeitliche Veränderung aufweisen.

Zum Beispiel ein Stab kann durch Zufuhr oder Abfuhr von Wärme unter einem konstanten Temperaturgradienten gehalten werden, es fließt dann ein konstanter Strom von Wärme vom wärmern zum kältern Ende. Nun gibt es die Möglichkeit, daß zwei oder mehrere solche äußern Kräfte gleichzeitig auftreten können, und dementsprechend kann es zwei oder mehrere thermodynamische Variablen geben, welche sich unter dem Einfluß der äußeren Bedingungen verändern können. Wenn wir diese Varablen mit $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ bezeichnen, zum Beispiel so gewählt, daß $\alpha_1 = \ldots = \alpha_n = 0$ den Gleichgewichtszustand bezeichnet, dann ist die Entropie eine gewisse Funktion $S(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ dieser Variablen. Zu jedem

Wert der Variablen gehören gewisse äußere Kräfte X_i, welche man folgendermaßen definieren kann

$$X_i = \frac{\partial S}{\partial a_i} \, (i = 1, \ldots, n)$$

Diese äußern Kräfte bewirken eine zeitliche Veränderung der Variablen a_i und in der Nachbarschaft des Gleichgewichtes wird diese zeitliche Veränderung eine lineare Funktion der Kräfte:

$$\frac{da_i}{dt} = \sum_k L_{ik} X_k$$

Onsager hat nun die wichtige Entdeckung gemacht, daß die Koeffizienten L_{ik} nicht von einander unabhängig sein können, wenn die Symmetrie der Zeitumkehr besteht. Sie erfüllen die sehr einfache Beziehung

$$L_{ik} = L_{ki}$$

Das sind die berühmten Onsager-Relationen, welche man auf viele verschiedene Arten experimentell nachweisen kann.

Als ein zweites Beispiel nenne ich die sogenannte Kramers-Verdoppelung. Es handelt sich um folgendes Phänomen: Wenn man ein Ion mit einer ungeraden Anzahl von Elektronen in ein äußeres elektrisches Feld bringt, so spalten sich die möglichen Zustände in verschiedene Energieniveaus auf. Kramers hat gezeigt, daß wegen der Symmetrie der Zeitumkehr diese Aufspaltung nie vollständig sein kann. Jedes Niveau muß mindestens aus zwei (oder einer geraden Anzahl) von Zuständen bestehen. Dieses Phänomen läßt sich experimentell sehr schön nachweisen, indem man die Ionen in ein Kristallgitter mit starken elektrischen Feldern einbettet und die Aufspaltungen durch die paramagnetische Resonanz mißt.

Eine dritte Möglichkeit, die Symmetrie der Zeitumkehr nachzuweisen, besteht auf dem Gesetz des sogenannten «detailed balancing». Wenn wir einen Streuprozeß betrachten, wobei zwei Teilchen A und B gestreut werden, die nach der Streuung in zwei neue Teilchen C, D übergehen, so können wir den Streuprozeß auch immer in der umgekehrten Richtung betrachten, also entweder

$$A + B \rightarrow C + D \tag{1}$$

oder

$$C + D \rightarrow A + B \tag{2}$$

A priori ist nicht der geringste Grund vorhanden, weshalb die zwei Prozesse etwas miteinander zu tun haben sollten. Ganz anders aber, wenn die Symmetrie der Zeitumkehr zu Recht besteht. Dann sind die beiden Prozesse nicht unabhängig voneinander. Diese Abhängigkeit kann man folgendermaßen anschaulich ausdrücken. Man betrachte den Prozeß (2), lasse aber darin die Zeit rückwärts laufen. Es kommt dann ein

Prozeß vom Typus (1) zustande. Die zwei Streuvorgänge, welche durch diese Operation auseinander hervorgehen, treten immer mit gleicher Häufigkeit auf. Das ist das Prinzip des «detailed balancing».

Es gibt viele Möglichkeiten, dieses Prinzip nachzuweisen. Ich erwähne als Beispiel nur den Prozeß

$$\pi^+ + d = p + p$$

welcher in einem berühmten Experiment zur Bestimmung des Spins vom π-Meson benutzt worden war.

Diese drei Beispiele mögen genügen. Es gibt noch viele andere. Wir wollen aber nicht dabei verweilen. Wichtig ist für uns, daß die Symmetrie der Zeitumkehr der Naturgesetze eine empirisch gesicherte Tatsache ist, daß in dem reichen Erfahrungsmaterial der modernen Physik kein einziges Faktum bekannt ist, welches dieser Symmetrie widerspricht.

Die Symmetrien, welche ich bis jetzt betrachtet habe, sind alles solche, welche auf den Eigenschaften des Raum-Zeit-Kontinuums beruhen. Sie haben also sozusagen eine natürliche Ursache, die man als die «Strukturlosigkeit» dieses Kontinuums bezeichnen könnte. Die Unterscheidung verschiedener Punkte, Richtungen und Orientierungen in Raum und Zeit ist bloße Konvention und hat kein physikalisches Korrelat. Wenn die Symmetrien der fundamentalen Naturgesetze damit erschöpft wären, so könnte ich hier abbrechen. Dem ist aber nicht so. Es zeigt sich nämlich, daß es noch andere Symmetrien gibt, deren Existenz wir zwar empirisch feststellen können, für die wir aber keine so natürliche Erklärung haben wie diejenigen, welche mit dem Raum-Zeit-Kontinuum zusammenhängen.

Die Betrachtung dieser Symmetrien führt uns mitten in die aktuellsten Probleme der modernen Physik. Ich will hier im zweiten Teil meines Vortrages einige dieser Symmetrien erwähnen sowie einige der Spekulationen, welche sich daran knüpfen.

Als erstes Beispiel nenne ich die Symmetrien des gewöhnlichen Wasserstoffatoms. Als zentralsymmetrisches System haben wir natürlich eine Symmetrie, welche durch die dreiparametrige Gruppe der euklidischen Drehungen mit einem festen Zentrum dargestellt werden. Die Folge dieser Symmetrie ist ein Phänomen, welches wir in der Quantenmechanik als Entartung bezeichnen. Das bedeutet folgendes: In der Quantenmechanik eines Einelektronensystems zeigt man, daß der Zustand eines solchen Systems durch drei Quantenzahlen n, l, m beschrieben wird. In allgemeinen Systemen ist die Energie des stationären Zustandes eine Funktion aller drei Zahlen. Wenn dagegen Rotationssymmetrie besteht, dann beweist man allgemein, daß die Energie von m unabhängig sein muß. Daraus folgt, daß jeder Energiewert genau $2\,l + 1$ Zustände enthalten muß, und das nennen wir eine $2\,l + 1$-fache Entartung.

Diese Entartung ist nun beim Wasserstoffatom tatsächlich der Fall. Aber es ist nun merkwürdigerweise eine zusätzliche Entartung vorhanden, welche nur beim Wasserstoffatom auftritt und sonst bei keinem anderen

zentralsymmetrischen System. Die Energie hängt auch nicht von l ab, ist also nur eine Funktion von n allein, und jedes Energieniveau ist n^2-fach entartet (wir vernachlässigen hier den Spin des Elektrons, welcher die Entartung noch einmal verdoppelt).

Dieses merkwürdige Phänomen hat eine gewisse Ähnlichkeit mit der oben erwähnten Kramers-Verdoppelung, und genau wie in jenem Fall, so ist die Ursache dieser Entartung eine zusätzliche Symmetrie, welche in diesem Falle nichts mit der Raum-Zeit-Symmetrie zu tun hat. Diese zusätzliche Symmetrie ist nun vom russischen Physiker Fock tatsächlich entdeckt und von mir in meiner Dissertation weiter untersucht worden. Ich konnte zeigen, daß es noch mehrere andere Systeme gibt, wo solche unerwarteten zusätzlichen Symmetrien auftreten können.

Diese Beispiele zusätzlicher Symmetrien sind aber meines Erachtens nicht von fundamentaler Bedeutung. Sie drücken ganz spezielle Eigenschaften der Wechselwirkungen zwischen den verschiedenen Teilchen des Systems aus.

Viel tiefergehend ist eine Symmetrie, welche man als Ladungssymmetrie bezeichnet. Die Bedeutung dieser Symmetrie wird uns klarer, wenn wir uns die gegenwärtige Situation der Elementarteilchen rasch vor Augen führen. Man kennt heute etwa dreißig Elementarteilchen. Sie unterscheiden sich in der Masse, dem Spin, der Lebensdauer, dem Zerfallsschema und weiteren Eigenschaften, die man als Isotopenspin und Seltsamkeit bezeichnet. Dieser erstaunlichen Vielfalt steht eine ebenso erstaunliche Uniformität gegenüber bezüglich ihres Verhaltens im elektromagnetischen Feld. Die elektrische Ladung aller dieser Teilchen ist auf genau drei Werte beschränkt, nämlich o und $\pm e$, wo $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ Coulomb, das elektrische Elementarquantum der Ladung ist.

Aber noch mehr: Zu jedem Teilchen mit der Ladung $+e$ gehört ein Partner mit der Ladung $-e$ und umgekehrt. Die Vertauschung dieser Partner nennen wir die Ladungskonjugation, und die Ladungssymmetrie sagt aus, daß diese Vertauschung eine Symmetrietransformation ist. Das heißt also, die Naturgesetze sind gegenüber dieser Vertauschung invariant.

Diese Symmetrie ist deshalb nicht trivial, weil die uns bekannte Welt die Ladungsträger durchaus nicht symmetrisch enthält. So ist zum Beispiel in den Atomen und Molekülen die positive Ladung immer an die schweren Atomkerne gebunden, während die negative Ladung immer an den viel leichtern Elektronen auftritt. Also von Ladungssymmetrie ist da keine Rede. Das Prinzip dieser Symmetrie sagt aber aus, daß es neben dem negativen Elektron (das wir auch kürzer Negaton nennen) noch ein Gegenstück, ein Positon, geben muß, das sich in nichts vom Negaton als in seiner Ladung unterscheidet. Dieses von der Theorie vorausgesagte Teilchen existiert in der Tat und ist in den dreißiger Jahren von Anderson und Neddermeyer in den kosmischen Strahlen entdeckt worden. Ebenso muß es neben dem gewöhnlichen positiven

Proton das negative Antiproton geben, und auch dieses ist vor etwa sechs Jahren von Segré und Chamberlain entdeckt worden. Seither sind noch mehrere Antiteilchen entdeckt worden, und die erwähnte Symmetrie der Ladungskonjugation ist für ein großes Gebiet der Physik bestätigt.

Sie sehen, daß wir es hier mit der gleichen Situation zu tun haben wie mit den Symmetrien in den Lebewesen. Die tatsächlich bekannte physikalische Welt realisiert nicht die volle Symmetrie, welche in den Naturgesetzen selbst enthalten ist.

Das gibt Anlaß zur Frage, ob vielleicht andere Spiralnebel existieren, welche die andere ladungskonjugierte Hälfte der Welt realisieren. Wegen der Ladungssymmetrie ist diese Frage nicht leicht zu entscheiden, denn diese Symmetrie sagt ja eben aus, daß sich die zwei konjugierten Weltsysteme in keinem physikalischen Gesetz unterscheiden und deshalb physikalisch völlig gleich erscheinen. Erst wenn zwei konjugierte Weltsysteme miteinander in Zusammenstoß gerieten, würde sich eine Katastrophe von kosmischem Ausmaß ereignen, indem sie sich gegenseitig unter Verwandlung in Photonen und Neutrinos vernichten würden.

Die Ladungskonjugation ist nun allerdings nicht eine vollkommene Symmetrie. In jüngster Zeit ist, durch eine Betrachtung von Lee und Yang angeregt, diese Symmetrie einer experimentellen Prüfung unterzogen worden, und es hat sich dabei herausgestellt, daß bei den sogenannten schwachen Wechselwirkungen, welche zum Beispiel den radioaktiven Zerfalls des Neutrons vermitteln, diese Symmetrie in der Tat verletzt ist. In gleicher Weise ist bei denselben Wechselwirkungen die Spiegelsymmetrie verletzt, und nurmehr die Kombination dieser zwei Transformationen läßt die Wechselwirkung invariant. Diese wichtige Entdeckung kam als eine große Überraschung für viele, denn sowohl die Ladungskonjugation als auch die Spiegelsymmetrie haben sich in einem weiten Gebiet der Physik als Symmetrietransformation neu bewährt.

Dieses letzte Resultat muß im Zusammenhang mit einem von Schwinger und Lüders entdeckten Theorem betrachtet werden, welches unter dem Namen TCP-Theorem in die Literatur eingegangen ist. Die drei Buchstaben stehen für die drei Transformationen der Zeitumkehr (T), Ladungskonjugation (C) und Raumspiegelung (P). Das Theorem sagt aus, daß unter sehr allgemeinen Voraussetzungen (die ich hier nicht genauer charakterisieren kann) das Produkt dieser drei Transformationen immer eine Symmetrietransformation sein muß. Daraus folgert man zum Beispiel, daß aus der Symmetrie der Zeitumkehr (T) immer auch die Symmetrie bezüglich CP folgt.

Zum Schluß dieses Vortrages will ich noch auf eine Klasse von Symmetrien hinweisen, welche von mir Supersymmetrien genannt werden. Diese Symmetrien gibt es nur in der Quantenmechanik. In der klassischen Mechanik hat es nichts Analoges. Ein Prototyp dieser Symmetrie ist in der Quantenmechanik schon längst bekannt. Er entspricht der

Symmetrie, welche die Identität der Elementarteilchen ausdrückt. In der Quantenmechanik ist diese Identität eine viel radikalere Aussage als in der klassischen Mechanik. Es heißt dort nämlich nichts weniger, als daß es im Prinzip unmöglich ist, zwei identische Elementarteilchen (z.B. zwei Elektronen) durch irgendeine Beobachtung voneinander zu unterscheiden.

In der klassischen Mechanik läßt sich eine solche Unterscheidung zwar etwas künstlich immer durch ein Gedankenexperiment durchführen. Man braucht bloß an einem beliebigen Zeitpunkt eine willkürliche Identifizierung der zwei Teilchen vorzunehmen und dann diese Identifizierung auf ihrer klassischen Bahn zu verfolgen. In der Quantenmechanik läßt sich eine solche Identifizierung auch angeben, sie läßt sich aber nicht in die Zukunft oder die Vergangenheit ausdehnen, da es in der Quantenmechanik keine stetigen Bahnkurven gibt, welche von den Teilchen durchlaufen werden. Es gibt statt dessen nur Wellenpakete, welche sich immer zum Teil etwas überlappen. Unter solchen Umständen weiß man nie, ob die zwei Teilchen nicht plötzlich ihre Rollen vertauscht haben. Sie lassen sich also prinzipiell nicht dauernd voneinander unterscheiden.

In einem quantenmechanischen System mit genau n identischen Teilchen ist die Symmetriegruppe die Gruppe der Permutation der n Teilchen. Sie besteht also aus $n!$ Elementen. Die Operationen der $n!$ Permutationen stellen Symmetrien dar, das heißt sie lassen das dynamische Gesetz des Systemes invariant. Nun haben diese Symmetrien aber noch eine besondere zusätzliche Eigenschaft, welche sie von den bis jetzt erwähnten gewöhnlichen Symmetrien unterscheidet. Die oben erwähnte prinzipielle Ununterscheidbarkeit heißt nämlich, daß auch jede observable Größe unter der Permutation der n Teilchen invariant sein muß, denn nur auf diese Weise kommt die vollständige Identität der Teilchen zum Ausdruck. Ich nenne eine solche Symmetrie mit dieser zusätzlichen Eigenschaft eine Supersymmetrie. Das Studium der Supersymmetrien, welches ich mit meinem Mitarbeiter in Genf, Herrn Misra, durchgeführt habe, hat einige interessante Eigenschaften zutage gefördert, welche ich hier ganz kurz erwähnen möchte.

Wiederum wie beim CPT-Theorem von ganz allgemeinen Voraussetzungen ausgehend, konnten wir zeigen, daß die Supersymmetrien im Darstellungsraum der Zustandsvektoren eine abelsche, unitäre Gruppe sein müssen. Ferner läßt sich der Darstellungsraum auf eindeutige Weise in eine direkte Summe von Unterräumen aufspalten, derart daß in jedem dieser Unterräume die Observablen ein irreduzibles System von Operatoren bilden.

Wenn wir diese Resultate auf die Supersymmetrien der Vertauschung von n identischen Teilchen anwenden, so ergibt sich sofort ein Resultat, welches man schon längst als empirische Tatsache kennt, das aber bis jetzt keine befriedigende Erklärung gefunden hat. Zunächst bemerkt man, daß die Gruppe der Permutationen von n Objekten nur

für $n=1$ und $n=2$ abelsch ist. Unser Theorem bedeutet nun nicht etwa, daß es Systeme mit mehr als zwei identischen Teilchen nicht gibt – das wäre offensichtlich Unsinn –, sondern bloß, daß in der Quantenmechanik nur die abelschen Darstellungen dieser Symmetriegruppe auftreten können. Man hat also unter allen möglichen Darstellungen der Permutationsgruppe alle abelschen aufzusuchen. Zum Glück ist die Darstellungstheorie der endlichen Gruppen ein vollständig bekannter Zweig der modernen Algebra. Es gibt für jedes $n \geqq 2$ genau zwei abelsche Darstellungen der Permutationsgruppe. Bei der ersten, der symmetrischen, bleibt die Wellenfunktion unverändert, wenn man zwei Teilchen vertauscht, bei der zweiten wechselt sie das Vorzeichen.

Man kommt also hier zwangsläufig auf die beiden Fälle, welche man in der Physik als Einstein-Bose- beziehungsweise Fermi-Dirac-Statistik bezeichnet. Es gibt nur zwei Symmetrieklassen der identischen Teilchen. Diese Anwendung unseres Theorems ist von dem spanischen Mathematiker G. Tixaire zuerst angegeben worden.

Es hat nicht an Versuchen gefehlt, die Statistik solcher Teilchen zu verallgemeinern, entsprechend den nichtabelschen Darstellungen der Permutationsgruppe. Einer der neuesten dieser Versuche ist von Glaser und Fierz für eine mögliche Erklärung des μ-Mesons in Betracht gezogen worden. Nach dem obigen Theorem verstehen wir jetzt besser, wieso alle diese Ansätze nicht gelungen sind.

Ich möchte noch hinzufügen, daß nach dem obenerwähnten Theorem nur die symmetrische oder antisymmetrische Darstellung auftreten kann. Das Theorem sagt aber nichts darüber aus, welche der beiden möglichen Darstellungen für eine gegebene Teilchensorte nun auch tatsächlich auftritt. Darüber gibt ein anderes Theorem Aufschluß, das von Pauli vor etwa zwanzig Jahren gefunden wurde. Dieses sagt aus, daß Teilchen mit halbzahligem Spin antisymmetrische, solche mit ganzzahligem Spin dagegen symmetrische Wellenfunktionen haben. Alle Elementarteilchen, welche man bis jetzt in der Natur gefunden hat, befolgen diese Gesetzmäßigkeiten.

Misra und ich haben noch auf weitere Anwendungen des obigen Theorems über Supersymmetrien hingewiesen, welche die Rolle der Eichtransformationen in der Quanten-Elektrodynamik aufklären. Ich möchte hier auf die etwas technischen Resultate nicht weiter eingehen. Es sei bloß festgehalten, daß der Begriff der Supersymmetrie in der Theorie der Elementarteilchen ein nützlicher Begriff ist, der auf mehrere bekannte Tatsachen ein neues Licht wirft und bisher unbekannte Zusammenhänge aufzeigt.

Ich komme zum Schluß meiner Darstellung, in der ich zu zeigen versuchte, welche Rolle der Begriff der Symmetrie in der modernen Physik spielt und wie sich durch Symmetriebetrachtung neue Einsichten gewinnen lassen in die vielen noch wenig bekannten Gesetzmäßigkeiten der Physik.

Ich muß aber nun zugestehen, daß ich etwas einseitig vorgegangen bin, um die Bedeutung der Symmetrien besonders eindrucksvoll vor Augen zu führen. Von meinen Ausführungen könnten Sie leicht die Überzeugung gewinnen, daß die Aufzeigung der fundamentalen Symmetrien zum wesentlichen Teil der Naturerkenntnis gehört. Um diesen Eindruck etwas abzuschwächen, möchte ich hier auf zwei wichtige Einschränkungen hinweisen in den Anwendungsmöglichkeiten des Symmetriebegriffes.

Zunächst muß betont werden, daß die Kenntnis der Symmetrien der physikalischen Systeme die Struktur dieser Systeme nicht eindeutig bestimmt. Symmetriebetrachtungen allein genügen nie, um das dynamische Grundgesetz aufzufinden. So zum Beispiel kann man durch Symmetriebetrachtungen wohl feststellen, in welche Termsysteme ein atomares System aufspalten kann. Die Größe dieser Aufspaltung selbst aber ist durch Symmetriebetrachtungen allein nie festzustellen. Dazu gehört eine Kenntnis des dynamischen Gesetzes selbst.

Eine zweite Einschränkung kommt daher, daß unter Umständen Symmetrien nur eine angenäherte Gültigkeit haben können. Ein eindrucksvolles Beispiel ist die Symmetrie der Ladungskonjugation, welche sich in der ganzen Physik bewährt hat, mit Ausnahme der ganz schwachen Wechselwirkungen, welche um mehrere Zehnerpotenzen schwächer sind als die elektromagnetischen oder gar die Kernkräfte.

Es scheint allgemein so zu sein: je feinere Einzelheiten man experimentell unterscheidet, desto geringer wird die Symmetrie eines physikalischen Systems. Dieser Umstand zeigt besonders deutlich, daß der scharfe, mathematisch formulierte Symmetriebegriff dem wahren Sachverhalt nicht vollkommen entspricht. Es ist deshalb zweckmäßiger, zum vorneherein auf eine vollständige Beschreibung des physikalischen Systems zu verzichten und das wahre System durch ein Modellsystem zu ersetzen, das sich nur in gewissen gröbern Zügen mit dem wahren System deckt, das aber in den feinern Einzelheiten davon abweicht. In der Kristallographie ist dieses Vorgehen schon längst angewendet worden, und man unterscheidet dort den Idealkristall vom realen Kristall, der mit allen seinen Kristallfehlern bloß eine Annäherung an den Idealkristall darstellt. Solche Modellsysteme zeigen dann wohl die Symmetrien in ihrer vollen Präzision, sie sind aber eben nur Modelle und haben deshalb nur eine eingeschränkte Bedeutung.

Ich komme abschließend zum Ausgangspunkt meiner Betrachtungen zurück, in der ich auf den andern Sinn des Wortes Symmetrie hingewiesen habe, der dem ästhetischen Bedürfnis des Menschen entspricht, in seiner Umwelt nicht nur eine chaotische Ansammlung von Ereignissen zu sehen, sondern eine Verwirklichung eines unfaßbar großen Kunstwerkes, das seine innern Gesetzmäßigkeiten durch seine Symmetriestrukturen kundgibt.

Zwar sprechen wir heute nicht mehr von einer «Harmonie der Sphären», und viele Erfahrungen haben uns gelehrt, daß die Symmetrien

nicht als a priori gegeben betrachtet werden können, sondern erst aus den Naturgesetzen selbst abgelesen werden müssen.

Die Priorität des ästhetischen Erlebnisses ist also aus der Naturwissenschaft sicher entfernt. Und doch hat dieses Erlebnis immer und immer wieder die innere Antriebskraft geliefert, um von den sichern Gefilden der Alltagswelt aus immer tiefer in die unfaßbaren Geheimnisse des Naturgeschehens vorzudringen. In diesem Sinne ist der Pythagoräische Standpunkt also auch heute noch nicht vollständig aus der Wissenschaft verschwunden. Das ästhetische Erlebnis als Motiv der Forschung bleibt bestehen und stellt ein wichtiges Gegenstück dar zum extremen Pragmatismus, der uns heute von allen Seiten umgibt und dessen Überhandnehmen den Tod allen wahren Forschens bedeuten würde.