

**Zeitschrift:** Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft =  
Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles = Atti della  
Società Elvetica di Scienze Naturali

**Herausgeber:** Schweizerische Naturforschende Gesellschaft

**Band:** 130 (1950)

**Vereinsnachrichten:** Sektion für Mathematik

**Autor:** [s.n.]

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 28.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## 1. Sektion für Mathematik

Sitzung der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft

Samstag und Sonntag, den 26. und 27. August 1950

*Präsident:* Prof. Dr. A. PFLUGER (Zürich)

*Sekretär:* Prof. Dr. F. FIALA (Neuchâtel)

1. ALBERT CHALLAND (Berne). – *D'une extension possible du domaine des mathématiques appliquées.*

Le chaos des actions humaines (selon l'expression récente d'une notoriété scientifique) paraît en première analyse se ramener à un système de manifestations individuelles plus ou moins fortuites (c'est-à-dire dépendant de lois de probabilité), mais étroitement interdépendantes. Malgré les vues pénétrantes de certains sociologues, ces conglomerats ne semblent pas jusqu'ici avoir été soumis sérieusement au calcul. Le but de l'auteur est à la fois de le faire et d'employer pour cela, au départ, un appareil mathématique pas trop compliqué, ne présupposant que les connaissances que possède normalement un licencié ès sciences.

Un premier problème est celui de la valeur optimum. Soit

$$Y = y_1 + y_2 + \dots + y_i + \dots + y_n$$

un résultat qui doit être le plus grand possible (note d'ensemble d'un certain élève, par exemple). Les valeurs  $y_i$  (notes dans les différentes branches) qui y concourent ne doivent par conséquent pas être trop petites. Mais il peut arriver que par sa grandeur un  $y_i$  exerce une influence défavorable sur la probabilité de  $y_{i+1}$  par exemple (élève se passionnant pour un sujet unique et négligeant tout le reste), de sorte qu'on n'a pas intérêt à ce que  $y_i$  soit le plus grand possible, mais bien plutôt à ce qu'il ait une autre valeur plus favorable qui sera définie comme la valeur optimum. Les sportifs savent cela empiriquement (Tour de France!), mais on construisait aussi empiriquement des flottes avant Archimède; pourtant cela n'enlève rien à l'importance du principe d'Archimède. Notre prétention d'aborder le problème scientifiquement est ainsi justifiée.

Considérons le cas simplifié de deux événements fortuits  $y_1$  et  $y_2$  (avec la restriction peu importante  $y > 0$ ). La loi de probabilité de  $y_1$  est  $p_1(y)$ , c'est-à-dire que  $p_1(y) dy$  est la probabilité pour que  $y_1$  tombe entre  $y$  et  $y + dy$ . La loi de probabilité correspondante  $p_2$  de  $y_2$  dépend

du résultat de l'épreuve qui a donné  $y_1$  et l'on écrira  $p_2(y_1, y) dy$  pour la probabilité que  $y_2$  soit compris entre  $y$  et  $y + dy$ . Pour fixer les idées, on peut prendre

$$p_1(y) = \frac{1}{(1+y)^2} \text{ et } p_2(y) = \frac{y_1}{(y_1+y)^2}$$

exemple qui conduit à des calculs faciles.

Soit maintenant  $z = y_1 + y_2$  et  $P(z) dz$  la probabilité correspondante. Il vient:

$$P(z) dz = \int_{y=0}^{y=z} p_1(y) dy p_2(z-y) dz$$

$$\text{ou encore } d[P(z) dz] = p_1(y) p_2(z-y) dy dz$$

Pour que cette probabilité élémentaire soit maximum, il faut que sa dérivée par rapport à  $y$  soit nulle. On trouve par cette voie la valeur de  $y_1$  qui contribue le plus efficacement à rendre  $z$  probable.

Quant à la recherche de la valeur la plus probable de  $z$ , elle exige la solution en  $z$  de l'équation  $\frac{d}{dz} P(z) = 0$ .

La considération des espérances mathématiques conduit à d'autres questions intéressantes.

La combinaison qui est essayée ici des problèmes de maxima et de minima avec les problèmes de probabilités composées semble nouvelle.

## 2. ERWIN BAREISS (Thayngen). — *Über einen verallgemeinerten Integralsatz.*

Es wird über den Basen zweier Matrixalgebren eine Funktionentheorie aufgebaut, für welche auch ein erster Integralsatz gilt. Dieser Integralsatz enthält alle Integralsätze der hyperkomplexen Funktionen, wie sie von R. Fueter aufgestellt wurden, insbesondere also auch die der Cliffordschen Algebren, der Quaternionen und selbstverständlich den ersten Cauchyschen Satz. Der hergeleitete Satz bildet auch den Ausgangspunkt zur Lösung der Randwertprobleme von homogenen und inhomogenen Systemen von partiellen Differentialgleichungen.

Durch  $m$  Grundeinheiten

$$\alpha_h = \begin{pmatrix} a_{00}^h & \dots & a_{0\ n-1}^h \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1\ 0}^h & \dots & a_{n-1\ n-1}^h \end{pmatrix} \quad (h = 1, \dots, m-1)$$

denken wir uns einen  $m$ -dimensionalen Raum, den  $\alpha$ -Raum, aufgespannt, der durch die  $\alpha$ -Funktionen

$$v(z) = \sum_{h=0}^{m-1} v_h(x_0, \dots, x_{m-1}) \alpha_h(x_0, \dots, x_{m-1})$$

in sich abgebildet wird. Neben dem  $\alpha$ -Raum denken wir uns noch einen  $\varepsilon$ -Raum mit den Einheiten

$$\varepsilon_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad \varepsilon_1 = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 \\ 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad \dots, \quad \varepsilon_{n-1} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

als  $n$ -gliedrige Matrizen. Die  $\varepsilon$ -Funktionen

$$w(z) = \sum_{k=0}^{n-1} \varepsilon_k w_k(x_0, \dots, x_{m-1})$$

bilden den  $\alpha$ -Raum immer auf den  $\varepsilon$ -Raum ab; denn die Multiplikationstafel lautet

$$\alpha_h \varepsilon_k = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_{ik}^h \varepsilon_i$$

Wir definieren den Operator

$$\mathbf{L} = \sum_{k=0}^{m-1} \alpha_k \frac{\partial}{\partial x_k} + \lambda \alpha_m \quad (\lambda = \text{skalarer Parameter})$$

und nennen eine  $\varepsilon$ -Funktion *analytisch*, falls  $\mathbf{L}w = 0$ , und inhomogen analytisch, falls  $\mathbf{L}w = g$  ( $g(z) = \sum_{h=0}^{n-1} g_h \varepsilon_h$ ) in jedem Punkt des betrachteten Bereiches gilt.

Der zu  $\mathbf{L}$  adjungierte Operator lautet

$$(v \mathbf{M}) = \sum_{k=0}^{m-1} \frac{\partial v}{\partial x_k} \alpha_k - \lambda v \alpha_m$$

Die  $\alpha$ -Funktion  $v$  heißt *adjungiert*, wenn in jedem Punkt des Bereiches  $(v \mathbf{M}) = 0$  gilt.

Wie wir gesehen haben, ergibt nun

$$v \alpha_k w = \sum_{h=0}^{n-1} P_{hk} \varepsilon_h$$

eine Größe aus dem  $\varepsilon$ -Raum mit  $P_{hk}$  als reelle Funktion der Variablen  $x_0, \dots, x_{m-1}$ . Der Gaußsche Integralsatz verwandelt das Raumintegral über dem Bereich  $R$  in ein Integral über dessen Oberfläche  $H$

$$\int \dots \int_R \frac{\partial}{\partial x_k} P_{hk} dr = - \int \dots \int_H P_{hk} v_k dh$$



Summation nach den Indices  $h$  und  $k$  ergibt unter Verwendung der ursprünglichen Bezeichnungen

$$\int \dots \int_R \sum_{k=0}^{m-1} \frac{\partial}{\partial x_k} (v \alpha_k w) dr = - \int \dots \int_H (v dZ w)$$

mit

$$dZ = \sum_{k=0}^{m-1} \alpha_k dh v_k$$

Wird nun die Differentiation des Integranden wirklich ausgeführt, so erhält man nach einer Zwischenrechnung und Verwendung der Operatorenschreibweise

$$\int \dots \int_H v dZ w + \int \dots \int_R \left[ (v \mathbf{M}) w + v \sum_{k=0}^{m-1} \frac{\partial}{\partial x_k} \alpha_k \cdot w + v (\mathbf{L} w) \right] dr = 0$$

Diese Formel kann man als den *Greenschen Satz* der hyperkomplexen Funktionen bezeichnen.

Sind nun die  $\alpha$ -Funktionen  $v$  in  $R$  adjungiert, die  $\varepsilon$ -Funktionen inhomogen analytisch und die Elemente  $\alpha_{ik}^h$  konstant, so ergibt sich<sup>1</sup>

$$\int \dots \int_H v dZ w + \int \dots \int_R v dr g = 0$$

Da ferner jede assoziative Algebra einer Matrixalgebra äquivalent ist, sind also auch sämtliche Integralsätze der hyperkomplexen Funktionen von Rud. Fueter u. a. in obiger Formel enthalten<sup>2</sup>.

**3. SOPHIE PICCARD (Neuchâtel).** — *Les groupes que peut engendrer un système connexe et primitif de cycles d'ordre huit et les bases du groupe symétrique dont l'une des substitutions est un cycle d'ordre huit.*

1. Soient  $A = (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8)$  et  $B = (b_1 b_2 b_3 b_4 b_5 b_6 b_7 b_8)$  deux cycles d'ordre huit connexes et primitifs.<sup>3</sup> Les cas suivants peuvent se présenter. 1.  $A$  et  $B$  permutent les mêmes éléments. Alors si  $B$  est l'une des 80 substitutions  $A^i U^j A^{-i}$ , où  $U = (1\ 2\ 4\ 6\ 7\ 5\ 8\ 3)$  ou  $(1\ 2\ 5\ 4\ 7\ 8\ 6\ 3)$ ,  $j = 1, 3, 5, 7$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$  ou bien  $U = (1\ 2\ 4\ 8\ 6\ 5\ 3\ 7)$ ,  $j = 1, 3$ ,  $i = 1, 2, \dots, 8$ , alors  $A$  et  $B$  engendrent le groupe  $G'_{336}$  d'ordre 336, qui peut aussi être engendré par deux cycles connexes et primitifs d'ordre six. Si  $B$  est l'un des 80 cycles  $A^i U^j A^{-i}$  où  $U = (1\ 2\ 3\ 5\ 8\ 6\ 4\ 7)$

<sup>1</sup> Erwin Bareiß: Hyperbolische Systeme von partiellen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten, Comm. Math. Helv. vol. 24/4.

<sup>2</sup> Rud. Fueter: Funktionentheorie im Hyperkomplexen, Vorlesung 1948/49, bearbeitet von E. B.

Ein vollständiges Literaturverzeichnis findet sich am Schluß der Arbeit von Hans Georg Häfeli: Hyperkomplexe Differentiale, Comm. Math. Helv. vol. 20.

<sup>3</sup> Voir S. Piccard: Sur les bases du groupe symétrique, Paris, Vuibert 1946, page 8.

ou  $(1\ 2\ 5\ 6\ 4\ 8\ 7\ 3)$ ,  $j = 1, 3, 5, 7$ ,  $i = 1, 2, \dots, 8$ , ou bien  $U = (1\ 2\ 7\ 3\ 6\ 5\ 8\ 4)$ ,  $j = 1, 3$ ,  $i = 1, 2, \dots, 8$ , alors  $A$  et  $B$  engendrent le groupe  $G''_{336}$  simplement isomorphe à  $G'_{336}$ . Dans tous les autres cas,  $A$  et  $B$  engendrent le groupe symétrique  $\mathfrak{S}_8$ .

2.  $B$  permute 7 des nombres  $1, 2, \dots, 8$  et le nombre 9. Alors, si  $B$  est l'une des 32 substitutions  $A^i U^j A^{-i}$ , où  $U = (2\ 8\ 4\ 5\ 7\ 6\ 3\ 9)$ ,  $j = 1, 3, 5, 7$ ,  $i = 1, 2, \dots, 8$ , alors  $A$  et  $B$  engendrent le groupe  $G'_{72}$  d'ordre 72. Si  $B$  est l'une des 32 substitutions  $A^i U^j A^{-i}$ , où  $U = (3\ 2\ 7\ 5\ 8\ 4\ 6\ 9)$ ,  $j = 1, 3, 5, 7$ ,  $i = 1, 2, \dots, 8$ , alors  $A$  et  $B$  engendrent le groupe  $G'_{72}$  simplement isomorphe à  $G'_{72}$ . Si  $B$  est l'une des 64 substitutions  $A^i U^j A^{-i}$ , où  $U = (2\ 3\ 6\ 5\ 4\ 8\ 7\ 9)$  ou  $(2\ 7\ 3\ 5\ 4\ 6\ 8\ 9)$ ,  $j = 1, 3, 5, 7$ ,  $i = 1, 2, \dots, 8$ , alors  $A$  et  $B$  engendrent le groupe  $G'_{432}$  d'ordre 432. Si  $B$  est l'une des 64 substitutions  $A^i U^j A^{-i}$ , où  $U = (2\ 4\ 6\ 5\ 7\ 3\ 8\ 9)$  ou  $(3\ 2\ 6\ 5\ 4\ 7\ 8\ 9)$ ,  $j = 1, 3, 5, 7$ ,  $i = 1, 2, \dots, 8$ ,  $A$  et  $B$  engendrent le groupe  $G''_{432}$  simplement isomorphe à  $G'_{432}$ . Dans tous les autres cas,  $A$  et  $B$  engendrent le groupe symétrique  $\mathfrak{S}_9$ .

3.  $B$  permute six des nombres  $1, 2, \dots, 8$  et les deux nombres 9 et 10. Alors si  $B$  est l'une des 112 substitutions  $A^i U^j A^{-i}$ , où  $U = (1\ 3\ 2\ 5\ 4\ 6\ 9\ 10)$ ,  $(1\ 3\ 5\ 2\ 10\ 7\ 9\ 4)$ ,  $(1\ 6\ 7\ 4\ 2\ 9\ 10\ 3)$ ,  $j = 1, 3, 5, 7$ ,  $i = 1, 2, \dots, 8$ , ou encore  $U = (1\ 2\ 3\ 9\ 7\ 6\ 5\ 10)$ ,  $j = 1, 3$ ,  $i = 1, 2, \dots, 8$ , les deux substitutions  $A$  et  $B$  engendrent le groupe  $G'_{720}$  d'ordre 720. Si  $B$  est l'une des 112 substitutions,  $RA^i U^j A^{-i} R^{-1}$ , où  $U$ ,  $i$  et  $j$  sont les mêmes que ci-dessus, et  $R = (9\ 10)$ ,  $A$  et  $B$  engendrent le groupe  $G'_{720}$  simplement isomorphe à  $G'_{720}$ . Dans tous les autres cas,  $A$  et  $B$  engendrent le groupe symétrique  $\mathfrak{S}_{10}$ .

4. Les cycles  $A$  et  $B$  ont au plus cinq éléments communs. Ils engendrent alors toujours le groupe symétrique des éléments permutés.

Soit à présent  $S$  un système quelconque connexe et primitif de cycles d'ordre huit. Un tel système peut engendrer soit un groupe d'ordre 336 et de degré huit, soit un groupe d'ordre 72 ou un groupe d'ordre 432 et de degré 9, soit un groupe d'ordre 720 et de degré 10, soit le groupe symétrique des substitutions de tous les éléments permutés par les cycles du système  $S$ .

Quel que soit l'entier  $n \geq 11$ , la condition nécessaire et suffisante pour que deux substitutions  $S$ ,  $T$  du groupe symétrique  $\mathfrak{S}_n$  de degré  $n$ , dont l'une est un cycle d'ordre huit constituent une base de ce groupe, c'est qu'elles soient connexes et primitives.

4. SOPHIE PICCARD (Neuchâtel). — *Les systèmes connexes et primitifs de cycles d'ordre neuf.*

Soient  $A = (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9)$  et  $B$  deux cycles connexes et primitifs d'ordre neuf et soient  $10, 11, \dots, n$  les éléments (s'il y en a) permutés par  $B$  mais non par  $A$ . Si  $A$  et  $B$  permutent les mêmes élé-

ments, les cas suivants sont possibles. 1.  $B$  est l'un des 162 cycles  $A^i U^j A^{-i}$ ,  $i=1, 2, \dots, 9$ ,  $j=1, 2, 4, 5, 7, 8$ ,  $U = (1\ 2\ 7\ 5\ 8\ 3\ 6\ 4\ 9)$ ,  $(1\ 2\ 6\ 8\ 4\ 7\ 3\ 5\ 9)$ ,  $(1\ 4\ 8\ 7\ 5\ 3\ 2\ 6\ 9)$ , et alors le groupe engendré par  $A$  et  $B$  est le groupe  $G_{504}$  d'ordre 504 qui peut aussi être engendré par des couples connexes de cycles d'ordre sept. Si  $B$  est l'un des 324 cycles  $A^i U^j A^{-i}$ , où  $U$  est l'un des six cycles  $(1\ 2\ 4\ 5\ 7\ 6\ 8\ 3\ 9)$ ,  $(1\ 2\ 5\ 6\ 4\ 8\ 7\ 3\ 9)$ ,  $(1\ 2\ 5\ 8\ 6\ 3\ 4\ 7\ 9)$ ,  $(1\ 2\ 8\ 4\ 3\ 7\ 5\ 6\ 9)$ ,  $(1\ 4\ 7\ 2\ 6\ 5\ 8\ 3\ 9)$ ,  $(1\ 5\ 6\ 8\ 2\ 7\ 3\ 4\ 9)$ ,  $A$  et  $B$  engendrent le groupe  $G_{1512}^1$  d'ordre 1512. Si  $B$  est l'un des 486 cycles  $A^i U^j A^{-i}$ , où  $U$  est l'un des neuf cycles  $(1\ 2\ 3\ 6\ 8\ 7\ 4\ 9\ 5)$ ,  $(1\ 2\ 3\ 8\ 4\ 7\ 9\ 5\ 6)$ ,  $(1\ 2\ 3\ 7\ 6\ 9\ 8\ 4\ 5)$ ,  $(1\ 2\ 3\ 7\ 9\ 4\ 6\ 5\ 8)$ ,  $(1\ 2\ 3\ 9\ 6\ 4\ 5\ 8\ 7)$ ,  $(1\ 2\ 9\ 6\ 4\ 3\ 5\ 7\ 8)$ ,  $(1\ 2\ 3\ 5\ 7\ 6\ 8\ 9\ 4)$ ,  $(1\ 2\ 6\ 8\ 4\ 3\ 9\ 5\ 7)$ ,  $(1\ 3\ 6\ 7\ 4\ 8\ 2\ 5\ 9)$ , alors  $(A, B)$  est le groupe  $G_{1512}^2$  d'ordre 1512. Si  $B$  est l'un des 486 cycles  $A^i B^j A^{-i}$ , où  $U$  est l'un des neuf cycles  $(1\ 2\ 3\ 4\ 6\ 8\ 5\ 9\ 7)$ ,  $(1\ 2\ 3\ 6\ 5\ 8\ 9\ 7\ 4)$ ,  $(1\ 2\ 3\ 7\ 8\ 4\ 6\ 9\ 5)$ ,  $(1\ 2\ 3\ 8\ 4\ 9\ 6\ 5\ 7)$ ,  $(1\ 2\ 3\ 8\ 9\ 5\ 4\ 7\ 6)$ ,  $(1\ 2\ 3\ 9\ 4\ 5\ 7\ 6\ 8)$ ,  $(1\ 2\ 4\ 7\ 8\ 5\ 6\ 9\ 3)$ ,  $(1\ 2\ 5\ 7\ 8\ 3\ 6\ 9\ 4)$ ,  $(1\ 2\ 4\ 5\ 7\ 9\ 8\ 5\ 3)$ , alors  $(A, B)$  est le groupe  $G_{1512}^3$ , d'ordre 1512. Les groupes  $G_{1512}^i$ ,  $i=1, 2, 3$ , sont, deux à deux simplement isomorphes. Chacun de ces groupes est à base du second ordre et possède au total 896 616 bases. Dans tous les autres cas possibles,  $A$  et  $B$  engendrent le groupe alterné  $\mathfrak{A}_9$  de degré 9. Si  $n \geq 10$ ,  $A$  et  $B$  engendrent toujours le groupe  $\mathfrak{A}_n$ .

Soit, à présent,  $S$  un système connexe et primitif de cycles d'ordre neuf comprenant un nombre quelconque  $k \geq 2$  de cycles et soit  $G$  le groupe engendré par tous les cycles du système  $S$ . Trois cas et trois seulement sont possibles. Ou bien  $G$  est un groupe d'ordre 504 et de degré 9, simplement isomorphe à  $G_{504}$ , ou bien  $G$  est de degré 9 et d'ordre 1512, il est alors simplement isomorphe à  $G_{1512}^i$ ,  $i=1, 2, 3$ , ou bien  $G$  est l'alterné des substitutions de tous les éléments permutés par les cycles du système  $S$ , ce qui est toujours le cas si le nombre des éléments permutés est  $> 9$ . On en déduit que quel que soit l'entier  $n \geq 10$ , la condition nécessaire et suffisante pour que deux substitutions  $S, T$  de degré  $n$  dont l'une  $T$  est un cycle d'ordre neuf constituent une base du groupe symétrique  $\mathfrak{S}_n$ , si  $S$  est impaire, ou du groupe alterné  $\mathfrak{A}_n$ , si  $S$  est paire, c'est que les deux substitutions  $S$  et  $T$  soient connexes et primitives.

##### 5. SOPHIE PICCARD (Neuchâtel). — *Les classes de substitutions des groupes imprimitifs et les bases de ces groupes.*

Soit  $G_1$  un groupe imprimitif de substitutions des éléments de l'ensemble  $E^{(1)} = \{1, 2, \dots, p_1\}$ . Soit  $M_1 = \{E_1^{(1)}, \dots, E_{p_1}^{(1)}\}$  un ensemble donné de systèmes d'imprimitivité de  $G_1$  et soit  $G_2$  le groupe des substitutions des éléments de l'ensemble  $E^{(2)} = \{1, 2, \dots, p_2\}$  que les substitutions du groupe  $G_1$  effectuent sur les systèmes d'imprimitivité de

l'ensemble  $M_1$ .  $G_2$  est le premier groupe associé à  $G_1$ , relatif à l'ensemble  $M_1$ . Si  $G_2$  est imprimitif, soit  $M_2 = \{E_1^{(2)}, \dots, E_{p_2}^{(2)}\}$  un ensemble donné de systèmes d'imprimitivité de  $G_2$  et soit  $G_3$  le premier groupe associé à  $G_2$  relatif à l'ensemble  $M_2$ , etc. A tout groupe imprimitif  $G_1$  on peut ainsi faire correspondre une suite (au moins) 1)  $G_1, G_2, \dots, G_m$  ( $m \geq 2$ ) de groupes dont le dernier seul est primitif et tels que  $G_i$  est le premier groupe associé à  $G_{i-1}$  relatif à un ensemble donné  $M_{i-1}$  de systèmes d'imprimitivité de  $G_{i-1}$ ,  $i = 2, 3, \dots, m$ .  $G_i$  est le  $(i-1)^e$  groupe associé à  $G_1$ , relatif aux ensembles  $M_1, \dots, M_{i-1}$ ,  $i = 2, \dots, m$ . 1) est une suite complète associée au groupe  $G_1$ ,  $m$  est sa longueur. Soit  $p_i$  le degré de  $G_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ . Le groupe  $G_i$  est  $p_i/p_j$  fois isomorphe à  $G_j$ ,  $i = 1, 2, \dots, m-1, j = i+1, \dots, m$ . Soit  $S^{(1)}$  une substitution quelconque de  $G_1$  et soit  $S^{(i)}$  la substitution de  $G_i$  qui correspond à  $S^{(1)}$  dans l'isomorphisme de  $G_1$  à  $G_i$ . 2)  $S^{(1)}, \dots, S^{(m)}$  est la suite complète associée à  $S^{(1)}$ , relative à la suite 1). Soient  $t, i_1, i_2, \dots, i_t$  des entiers tels que  $1 \leq t \leq m, 1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_t \leq m$ . Nous dirons que  $S^{(1)}$  est de classe  $C_1^{i_1 i_2} \dots i_t$  ( $C_2^{i_1 i_2} \dots i_t$ ) si le nombre total  $\nu$  de substitutions impaires dans la suite 3)  $S^{(i_1)}, S^{(i_2)}, \dots, S^{(i_t)}$  est pair (impair). On définit ainsi  $2(2^m - 1)$  classes de substitutions de  $G_1$ . Nous dirons qu'une classe  $C_1^{i_1 i_2} \dots i_t$  est paire (impaire) si  $i = 1$  ( $i = 2$ ). Une classe impaire peut être vide, mais non une classe paire. Deux classes telles que  $C_1^{i_1} \dots i_t$  et  $C_2^{i_1} \dots i_t$  sont dites complémentaires et comprennent ensemble toutes les substitutions de  $G_1$ . Quelles que soient deux classes complémentaires  $C_1$  et  $C_2$  de  $G_1$ , si deux substitutions  $S^{(1)}$  et  $T^{(1)}$  de  $G_1$  font partie de l'une de ces classes, leur produit  $\varepsilon C_1$ , et si  $S^{(1)} \varepsilon C_1$  et  $T^{(1)} \varepsilon C_2$ , alors  $S T \varepsilon C_2$ . Il s'ensuit que si  $G_1$  contient au moins une substitution de la classe  $C_2$ , la moitié des substitutions de  $G_1$  appartient à  $C_2$ , l'autre moitié  $\varepsilon C_1$  et les substitutions de  $C_1$  forment un sous-groupe distingué de  $G_1$ .

Nous dirons que  $G_1$  est complet par rapport à la suite 1) si aucune de ses  $2^m - 1$  classes impaires n'est vide et si ces classes sont toutes distinctes. Un tel groupe possède au moins  $2^m - 1$  sous-groupes distingués distincts. Quel que soit l'entier  $m \geq 2$ , il existe un groupe imprimitif  $G_1$  auquel on peut associer une suite complète de longueur  $m$  et qui est complet par rapport à cette suite. Un tel groupe  $G_1$  ne saurait être engendré par moins de  $m$  substitutions, tout système de  $k < m$  substitutions de  $G_1$  faisant partie d'une même classe paire.

## 6. LOUIS LOCHER-ERNST (Winterthur). — *Stetige Vermittlung der Korrelationen.*

Es sei eine Korrelation des projektiven  $R_n$  in sich gegeben; im Falle der Korrelation in der Ebene also eine umkehrbar eindeutige und stetige Abbildung der Punkte der Ebene auf die Geraden dieser Ebene, bei der einer Punktreihe ein Strahlenbüschel entspricht. Wir sprechen im folgenden nur von der ebenen Korrelation, die Formeln werden aber

allgemein für den  $R_n$  gegeben. Die Korrelation kann aufgefaßt werden als eine Abbildung der Mannigfaltigkeit der Linienelemente  $x * u$  ( $x$  der Punkt,  $u$  die Gerade des Elementes) auf sich. Ist die Gerade  $u'$  das Bild von  $x$ , der Punkt  $x'$  das Bild der Geraden  $u$ , so stellt die Korrelation  $x * u \rightarrow x' * u'$  eine Berührungstransformation dar. Es stellt sich nun das naheliegende Problem, eine *einparametrische* (Parameter  $t$ ), *im allgemeinen stetige Transformation* der  $x * u$  in die Elemente  $x' * u'$  zu geben. Sind  $x_1, x_2, \dots$  und  $u_1, u_2, \dots$  homogene Koordinaten des Punktes  $x$  bzw. der Geraden (Ebene, Hyperebene)  $u$  und  $X_1, X_2, \dots, U_1, U_2, \dots$  die Koordinaten des Elementes  $X * U$  für den Parameterwert  $t$ , so ist also eine im allgemeinen stetige Transformation

$$X_i = X_i(x_1, x_2, \dots, u_1, u_2, \dots, t), \quad U_i = U_i(x_1, x_2, \dots, u_1, u_2, \dots, t) \quad (1)$$

gesucht, die für  $t = 0$  das Ausgangselement  $x * u$  und etwa für  $t \rightarrow \infty$  das Edelement  $x' * u'$  liefert.

Es zeigt sich, daß man im Falle der allgemeinen Korrelation als naturgemäße Lösung des Problems eine Transformation (1) zu nehmen hat, die für endliche  $t \neq 0$  *keine* Berührungstransformation darstellt. Die Linienelemente eines Punktes werden hierbei übergeführt in eine Schar von Linienelementen, deren Punkte eine Kurve  $C$  zweiter Ordnung und deren Geraden ein Büschel zweiter Klasse bilden, das vom Tangentenbüschel der Kurve  $C$  verschieden ist.

Im Falle der Polarität erhält man eine einparametrische Schar von Berührungstransformationen, nämlich die Gruppe der nichteuklidischen Dilatationen, welche die Elemente eines Punktes  $x$  in diejenigen eines nichteuklidischen Kreises überführen, der für  $t \rightarrow \infty$  in die Polare  $u'$  von  $x$  ausartet.

Eine ausführliche Darstellung der stetigen Vermittlung der Polaritäten findet sich im *Bulletin de la Société des mathématiciens et physiciens de la R. P. de Serbie*, I, Heft 2, 1950.

Der allgemeine Fall wird behandelt in der Arbeit «Stetige Vermittlung der Korrelationen», *Monatshefte für Mathematik*, 54. Bd., S. 235, Wien 1950.

## 7. HUGO HADWIGER (Bern). – Zur Inhaltstheorie $k$ -dimensionaler Polyeder.

Unter einer Inhaltsmaßzahl verstehe man ein über der Klasse der Polyeder  $A$  des  $k$ -dim. euklidischen Raumes eindeutig definiertes Funktional  $f(A)$ , das den nachfolgend aufgestellten Forderungen genügt:

- I.  $f(A) = f(A')$ , falls  $A$  und  $A'$  translationsgleich sind;
- II.  $f(A + B) = f(A) + f(B)$ , falls ein Polyeder  $A + B$  in die beiden Teilpolyeder  $A$  und  $B$  zerlegt ist;
- III.  $f(A) \geq 0$ ;
- IV.  $f(E) = 1$  für einen auserwählten Einheitswürfel  $E$ .

Eine auf diesen vier Postulaten aufgebaute formale Inhaltstheorie, die in dem Sinne elementar ist, als sie *geometrische* Grenzbetrachtungen

vermeidet, zeitigt das Hauptergebnis, daß es *eine*, aber *nur eine* Inhaltsmaßzahl  $f(A) = J(A)$ , nämlich den elementaren Inhalt  $J(A)$  gibt. Mit andern Worten: Der elementare Inhalt ist das einzige *translationsinvariante, addierbare, definite* und *normierte* Polyederfunktional. Insbesondere wird darauf hingewiesen, daß die Bewegungsinvarianz des elementaren Inhalts sich in Verbindung mit den übrigen Grundeigenschaften II. bis IV. aus der mit I. geforderten Translationsinvarianz ohne Grenzbetrachtung ableiten läßt. Dies folgt in geometrisch direkter Weise aus einem u. W. neuen Satz, wonach zwei Einheitswürfel in beliebiger Drehlage stets *translativ* zerlegungsgleich sind.

Der nach dem Dehnschen Satz beim Aufbau einer Inhaltstheorie für  $k \geq 3$  unvermeidliche Grenzübergang erscheint in unserem Fall als eine kaum merkbare *arithmetische* Grenzbetrachtung, welche lediglich beim Nachweis der Einzigkeit der elementaren Inhaltsmaßzahl erforderlich wird.

**8.** ROSALINDE YOUNG (Wallington, Surrey). — *La mode en mathématique*. — Pas reçu de manuscrit.

Es hat noch gesprochen: Jean de Siebenthal, Pully.