

**Zeitschrift:** Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft =  
Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles = Atti della  
Società Elvetica di Scienze Naturali

**Herausgeber:** Schweizerische Naturforschende Gesellschaft

**Band:** 122 (1942)

**Vereinsnachrichten:** Section de Mathématiques

**Autor:** [s.n.]

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## 1. Section de Mathématiques

Séance de la Société suisse de Mathématiques

Dimanche, 30 août 1942

Président : Prof. Dr PAUL BUCHNER (Bâle)  
Secrétaire : Prof. Dr MAX GUT (Zurich)

### 1. P. NOLFI (Zürich). — *Die Darstellung stochastischer Vorgänge mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitstheorie.*

Die Anwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie auf die Probleme der Statistik begegnet erheblichen Schwierigkeiten. So ist die Forderung nach der Gleichwahrscheinlichkeit der Fälle in den allerwenigsten praktischen Aufgaben auch nicht nur annähernd erfüllt. Die zahlreichen Vorschläge, welche auf eine Beseitigung dieser Unzulänglichkeiten der Theorie hinzielen, sind noch sehr umstritten. Daneben führt die übliche wahrscheinlichkeitstheoretische Darstellung statistischer Erscheinungen immer wieder zu logischen Widersprüchen, so z. B. hinsichtlich der Wahl der Zeiteinheit. — Durch eine etwas anders geartete Deutung des wirklichen Geschehens, das auch den neuern Erkenntnissen über die reale Wirklichkeit Rechnung trägt, gewinnt man eine mathematische Darstellung, welche die eben angedeuteten Mängel nicht mehr aufweist. Nach dieser Deutung wird jedem mutmasslichen Ereignis zu einem bestimmten Zeitpunkt eine bestimmte Wahrscheinlichkeit für dessen Eintreten zugeordnet. Durch einen Grenzübergang, durch welchen die Wahrscheinlichkeitsdichten eingeführt werden, erhält man unter Wahrung der allgemeinen Verknüpfungsregeln je nach der Problemstellung allgemeine mathematische Ausdrücke, welche die Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeiten für beliebig geartete statistische Gesamtheiten zu ermitteln gestatten. Bei Betrachtung von Spezialfällen stösst man auf bekannte Formeln, so z. B. auf die Poissonsche Formel für die Abschätzung der Wahrscheinlichkeit seltener Ereignisse, die in diesem Zusammenhang als exakte Lösung einer bestimmten Aufgabe erscheint, d. h. also auf Resultate, die auf anderm Wege von Borel, Lundberg und Khinchine hergeleitet wurden. Die in der Versicherungsmathematik mit Hilfe des Begriffes der Intensität erhaltenen Resultate ergeben sich ebenfalls als Spezialfälle aus dieser allgemeinen Betrachtungsweise.

2. ALEXANDRE PREISSMANN (Bâle). — *Quelques propriétés globales des espaces de Riemann.*

Alors que les propriétés globales (connexion topologique, allure des géodésiques, etc.) des surfaces dont la courbure garde un signe constant commencent à être bien connues, il n'en est pas de même des espaces de Riemann. La présente communication est une contribution à l'étude des espaces de Riemann de courbure partout *négative*. Nous sommes parvenus à démontrer dans ce cas les théorèmes suivants :

I. Un espace de Riemann dont le groupe fondamental est cyclique possède au plus une géodésique fermée et dans le cas général il existe au plus une géodésique fermée de chaque classe d'homotopie.

II. Si une géodésique fermée fait partie de la classe d'homotopie  $a$ , tous les sous-groupes abéliens du groupe fondamental qui contiennent  $a$  sont des groupes cycliques.

III. Tous les sous-groupes abéliens d'un espace *fermé* sont cycliques.

Ce dernier théorème montre en particulier que le produit topologique de deux variétés fermées ne saurait être métrisé par une métrique de courbure partout négative.

Ces théorèmes s'appliquent au cas particulier des formes spatiales hyperboliques.

3. BENO ECKMANN (Zürich). — *Über stetige Lösungen linearer Gleichungssysteme.*

In dem System

$$(1) \quad \sum_{k=1}^n a_{ik} x_k = 0 \quad i = 1, \dots, m$$

von  $m$  linearen homogenen Gleichungen mit  $n$  Unbekannten sollen die Koeffizienten  $a_{ik}$  alle reellen Werte durchlaufen, für welche die Matrix  $(a_{ik})$  den Rang  $m$  hat. Wir suchen eine für alle solchen Werte der Koeffizienten gültige, stetig von ihnen abhängige und nie-triviale Lösung, d. h. ein System von reellen stetigen Funktionen  $x_k = f_k (a_{11}, \dots, a_{nm})$  dieser Koeffizienten, die für alle zugelassenen

Werte die Relationen  $\sum_{k=1}^n a_{ik} f_k = 0$  erfüllen und nie gleichzeitig verschwinden, und nennen dies kurz eine *stetige Lösung des Systems* (1).

Unser Problem lautet : Für welche Zahlen  $n$  und  $m$  besitzt das System eine stetige Lösung ?

Spezielle Fälle solcher Lösungen werden (für  $m=n=1$  und für  $m=2, n=7$ ) durch das bekannte Vektorprodukt von  $m$  Vektoren im  $n$ -dimensionalen Raum geliefert; ebenso gibt es eine (besonders einfache) Lösung für  $m=1$  und gerades  $n$ . Dagegen kann man gestützt auf einfache topologische Sätze zeigen, dass es *keine stetige Lösung gibt, wenn  $n-m$  gerade ist*. Die vollständige Antwort auf unsere Frage

ist uns aber nicht bekannt, und sie scheint in den noch verbleibenden Fällen ( $n-m$  ungerade und  $m \geq 2$ ) nicht einfach zu sein. Immerhin können wir mit Hilfe tieferliegender topologischer Methoden zeigen : *Für  $n-m = 3$  oder 7 und  $m \geq 2$  besitzt das System keine stetige Lösung.*

Der Beweis dieses Satzes beruht auf allgemeinen Sätzen über *gefaserete Räume* und besteht im wesentlichen aus der Bestimmung von *Homotopiegruppen* gewisser Mannigfaltigkeiten  $V_{n,m}$  (das sind die Mannigfaltigkeiten aller reellen orthogonalen Matrizen von  $n$  Spalten und  $m$  Zeilen); so ist z. B. die 3. Homotopiegruppe von  $V_{5,3}$  unendlich zyklisch und die 7. von  $V_{9,3}$  zyklisch von der Ordnung 4. Dabei spielen Sphärenabbildungen, Homotopieeigenschaften der orthogonalen Gruppen und die Parallelisierbarkeit der 3- und der 7-dimensionalen Sphäre eine wichtige Rolle. Überhaupt steht das gestellte Problem in mannigfachem Zusammenhang mit aktuellen topologischen und algebraischen Fragen, u. a. mit der Frage der Existenz einer stetigen, nicht notwendig assoziativen Gruppenmultiplikation mit Einselement in einer Sphäre. Wir werden darauf sowie auf die Einzelheiten der Beweise und Formulierungen in einer ausführlichen Arbeit eingehen.

#### 4. HEINZ HOPF (Zürich). — *Räume, die Transformationsgruppen mit kompakten Fundamentalbereichen gestatten.*

Für eine offene Mannigfaltigkeit lassen sich in naheliegender Weise die « unendlich fernen Endpunkte » erklären (H. Freudenthal, Math. Zeitschrift 33 [1931], 692—713). Mit den Methoden aus der zitierten Arbeit von Freudenthal lässt sich leicht folgender Satz beweisen :

*Eine offene Mannigfaltigkeit, welche eine Gruppe topologischer Transformationen mit kompaktem Fundamentalbereich gestattet, besitzt entweder einen Endpunkt oder zwei Endpunkte oder eine Endpunktmenge von der Mächtigkeit des Kontinuums.*

Insbesondere ist eine reguläre Überlagerungsmannigfaltigkeit einer geschlossenen Mannigfaltigkeit entweder geschlossen oder von der in dem Satz beschriebenen Art. Zum Beispiel kann daher die dreimal punktierte  $n$ -dimensionale Sphäre nicht als universelle Überlagerungsmannigfaltigkeit einer geschlossenen Mannigfaltigkeit auftreten — womit eine Frage beantwortet ist, die vor längerer Zeit von Herrn Threlfall gestellt und durch welche die hier besprochene Untersuchung angeregt worden ist.

Der Satz besitzt im Rahmen der Homotopietheorie von Hurewicz das folgende Korollar :

*Die zweite Homotopiegruppe einer geschlossenen dreidimensionalen Mannigfaltigkeit ist entweder Null oder unendlich zyklisch oder die direkte Summe von abzählbar unendlich vielen unendlich zyklischen Gruppen.*

5. MAX GUT (Zürich). — *Zur Theorie der Klassenkörper der Kreiskörper, insbesondere der Strahlklassenkörper der quadratisch-imaginären Zahlkörper.* — Erscheint in « Commentarii Mathematici Helveticae », Band 15.

6. H. HADWIGER (Bern). — *Über die unbestimmte Konvergenz und eine Erweiterung des Abelschen Stetigkeitssatzes.*

Für Zahlenfolgen bzw. komplexwertige Funktionen eines reellen Parameters bei linksseitiger Annäherung an einen Randpunkt des Definitionsbereichs werden die Begriffe *Endwert* und *Endwertmenge* eingeführt. Je nachdem diese Endwertmenge einpunktig oder mehrpunktig bzw. beschränkt oder unbeschränkt ist, heißt das Verhalten der Folge oder Funktion bestimmt oder unbestimmt bzw. konvergent oder divergent. So ergeben sich die vier Verhaltensarten : *bestimmt konvergent*, *bestimmt divergent*, *unbestimmt konvergent* und *unbestimmt divergent*. Es wird nun eine Erweiterung des Abelschen Stetigkeitssatzes, die sich auf Grund der neuen Begriffe aussprechen lässt, in Aussicht gestellt.

7. ROLIN WAVRE (Genève). — *Sur la décomposition spectrale des opérateurs hermitiens.* — Voir l'« Enseignement mathématique ».

8. KONRAD BLEULER (Genève). — *Über die Positivität von Greenschen Functionen.* — Kein Manuscript erhalten.

Ont encore parlé : Sophie Piccard, Neuchâtel; Ed. Batschelet, Bâle; E. Stiefel, Zurich.