un anémographe dont on pourrait utiliser les indications en le rendant indépendant de la température.

8. J. Andrade (Besançon). — *Spiral double pour chronomètres marins.*

I. — On sait que le spiral *cylindrique* réglant des chronomètres marins, à spires suffisamment nombreuses, constitue avec le balancier un organe régulateur dont les vibrations ont été obtenues isochrones par deux procédés distincts devinés par deux artistes au XVIII^me^ siècle.

L'Anglais Arnold modelait le spiral à ses extrémités suivant des courbes terminales appropriées.

Le français Pierre Le Roy conservait au spiral sa forme cylindrique, mais lui donnait une étendue angulaire d'un nombre entier de tours plus ou moins un quart de tour.

Phillips a justifié par la théorie la règle d'Arnold et précisé le tracé des courbes terminales.

M. Caspari a donné la théorie de la méthode de Le Roy.

La méthode d'Arnold produit sur le balancier libre non seulement une vibration isochrone, mais encore une vibration régulière, c'est-à-dire sinusoïdale, qui est liée à la proportionnalité de l'angle dont tourne le balancier au moment qui lui est transmis par le spiral.

Au contraire, la méthode de Pierre Le Roy produit un isochronisme satisfaisant, mais détruit la régularité, c'est-à-dire la loi sinusoïdale de la vibration du balancier.

Or, on peut désirer conserver la loi sinusoïdale, non pas par une simple coquetterie théorique, mais pour obtenir des avantages de marche qui sont liés à cette régularité sinusoïdale elle-même.

Le principal de ces avantages est la sécurité complète de l'isochronisme sinusoïdal à l'égard de la lente mais forte variation du terme constant du frottement qui est dû à l'épaississement des huiles.

Mais d'autre part, d'excellents régleurs répugnent à violer l'élasticité du spiral par le modelage des courbes terminales.

Dans ces conditions, il m'a paru intéressant de chercher à généraliser la méthode de Pierre Le Roy, de manière à obtenir une *vibration sinusoïdale sans courbes terminales.*

Or nous allons voir que le but est facile à atteindre, en nous servant de l'analyse d'approximation qui a conduit M. Caspari à sa belle justification théorique de la méthode devinée par Le Roy.

Rappelons d'abord la valeur du moment transmis au balancier par la déformation d'un spiral cylindrique.

Soient avec les désignations habituelles :

$$\left.\begin{array}{l}\text{E le coefficient d'élasticité}\\ \text{L la longueur}\end{array}\right\}\text{ du spiral ;}$$

I le moment d'inertie géométrique de sa section transversale par rapport à l'axe de flexion de cette section ;

A le moment d'inertie du balancier ;

p l'étendue angulaire du spiral cylindrique, et u l'angle d'écart du balancier;

Soit : $K^2 = \frac{EI}{AL}$. Si l'on néglige le petit effet d'inertie du spiral. et si l'on a égard à la petitesse de $\frac{1}{p}$ nous pourrons adopter pour mesure du moment transmis au balancier l'expression :

$$- K^2 u - K^2 u \frac{2}{p^2} [2 - 2 \cos(p + u) + u \sin(p + u)]$$

Cette formule est due à M. Caspari ; j'en ai tiré les conséquences suivantes :

Adoptons un second spiral prolongeant en quelque sorte le premier, mais s'encastrant sur une nouvelle virole et sur un nouveau piton ; désignons par K' et p' les analogues de K et p pour ce second spiral appliqué au même balancier.

Ce nouveau spiral transmettra au balancier le moment

$$- K'^2 u - K'^2 u \frac{2}{p'^2} [2 - 2 \cos(p' + u) + u \sin(p' + u)]$$

Mais maintenant associons nos deux spiraux de manière que l'on ait :

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{K'^2}{p'^2} = \dfrac{K^2}{p^2} \\ p' \;= p + (2K'' + 1)\,\pi \end{array}\right. \qquad \text{(K'' entier)}$$

L'ensemble des deux spiraux produira sur le balancier une vibration *isochrone et sinosoïdale* de durée :

$$\frac{2\pi}{\sqrt{K^2 + K'^2 + \dfrac{8K^2}{p^2}}}$$

Le mode opératoire le plus simple consistera à scinder un spiral cylindrique en deux portions égales, de sorte que

$$p' = -\,p = (2K'' + 1)\frac{\pi}{2}$$

II. *Description.* — Un spiral cylindrique d'environ vingt tours et demi est coupé en deux portions égales, dont chacune, avec son piton et sa virole propres angulairement distantes de 90°, reproduit un spiral de Le Roy.

La fig. 1 représente les deux spiraux attachés à leurs viroles et pitons respectifs.

La fig. 2 est une vue en plan montrant les positions relatives des points d'attache des spiraux au balancier et aux pitons.

Les fig. 3 et 4 montrent schématiquement des variantes d'exécutions dans lesquelles les positions relatives de chacun des deux spiraux sont différentes de celles de la fig. 2.

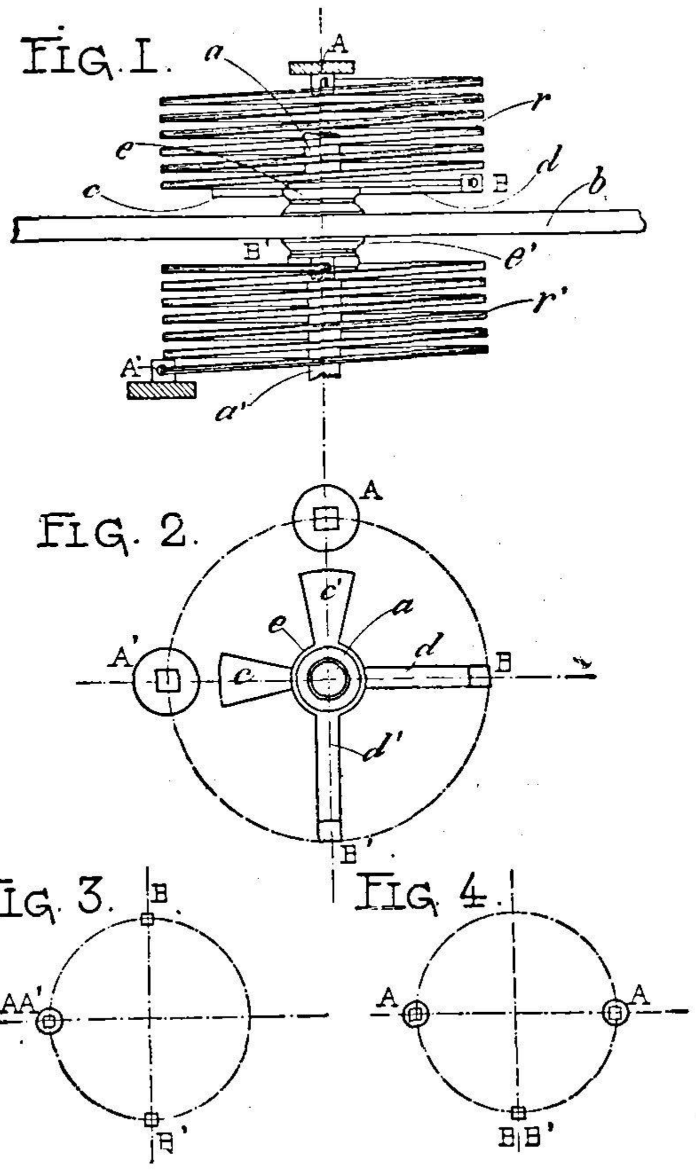
Le dispositif régulateur représenté fig. 1 et 2 comporte deux spiraux identiques, r et r', fixés indépendamment l'un de l'autre de chaque côté du balancier b, dont a et a' sont les parties supérieure et inférieure de l'axe du balancier. Sur la partie supérieure a de l'axe de balancier est fixée la virole e, munie des bras c et d (fig. 2).

La partie inférieure a' porte la virole e' à bras c' et d' (fig. 2).

A et A' sont les pitons respectifs de chacune des deux portions du spiral.

Le spiral *r'* est fixé au balancier par l'extrémité B' du bras *d'* de la virole *c'* et d'autre part au piton A'.

Ainsi que le montre la fig. 2, les points d'attache B, B' au balancier de chacun des spiraux font par rapport aux pitons



correspondants A, A' un angle égal à 90°, soit 90° entre les points A, B et 90° entre A', B'.

Dans la forme d'exécution représentée en fig. 2, la position relative des points d'attache A et B par rapport à ceux A' et B' correspond à la disposition en croix des bras *c*, *d* et *c'*, *d'* des viroles. Cette disposition laisse arbitraire l'écart angulaire

B′, elle pourrait par exemple être modifiée comme l'indiquent les fig. 3 et 4.

Dans les fig. 3 et 4, A et A′ sont les pitons, B et B′ les points d'attache à la virole du balancier.

Les deux spiraux r et r' sont identiques comme dimensions et nature, et cette condition est réalisée au mieux en prélevant par sectionnement les spiraux r et r' à un même spiral.

Plus encore que pour le spiral simple, l'emploi des aciers « Guillaume » est ici tout indiqué.

De plus, comme pour tous les spiraux cylindriques, l'emploi de pitons-glissières réglables formant plans dont le prolongement passe par l'axe du balancier peut être ici recommandé pour l'ajustage des deux spiraux.

Le spiral double sans courbes terminales qui vient d'être décrit, breveté en Allemagne, fait actuellement l'objet de demandes de brevets dans les différents pays d'industrie horlogère.

9. L. DE LA RIVE (Genève). — *Sur l'équivalence de la force Biot et Savart dans le champ magnétique uniforme et de la force centrifuge composée.*

Considérons un électron en mouvement dans un champ magnétique uniforme avec une vitesse initiale normale au champ qui est dirigé suivant OZ de telle sorte que la trajectoire est dans le plan xy; les équations du mouvement sont :

$$[1] \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{eH}{m}\frac{dy}{dt} \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{eH}{m}\frac{dx}{dt}$$

où e est la charge de l'électron en unités électromagnétiques, H l'intensité du champ et m la masse de l'électron. Faisons $eH/m = 2\omega$, ω étant une vitesse angulaire, et cherchons l'équation de la trajectoire par rapport à des axes x', y' animés d'un mouvement de rotation autour de OZ d'une vitesse angulaire ω.

Pour trouver les équations du mouvement, il faut obtenir :

1° Les composantes de la force réelle donnée par les [1] projetées sur les x' y' ; pour l'axe x' on a :

$$X_1 = 2\omega \frac{dy}{dt} \cos \omega t + 2\omega \frac{dx}{dt} \sin \omega t$$