Zeitschrift: Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft = Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles = Atti della Società Elvetica di Scienze Naturali

Herausgeber: Schweizerische Naturforschende Gesellschaft

Band: 95 (1912)

Artikel: Ueber eine besondere conforme Transformation in der Ebene

Autor: Emch, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-90213

9. Prof. Dr. E. Meissner (Zürich). *Kinematische Untersuchungen.*

Das Problem der Stützung eines starren Körpers durch Ebenen führt u. a. auf die Frage nach der Existenz polyedraler Flächen. Darunter sind konvexe geschlossene Flächen zu verstehen, die im Innern eines regulären Polyeders sich mit drei Freiheitsgraden derart bewegen lassen, dass sie stets alle Polyederseiten berühren.

Mathematisch führt dies auf lineare Funktionalgleichungen, denen eine auf der Einheitskugel endeutige Funktion genügen muss. Je nach der Art des umschliessenden Polyeders kann man fünf Typen solcher Flächen unterscheiden und es frägt sich, ob ausser der Kugel Flächen von jedem Typus existieren.

Die zum Würfel gehörenden Flächen sind mit den Flächen konstanter Breite identisch. Von den tetraedralen und oktaedralen Flächen werden Beispiele nach einer bestimmten Methode konstruiert, die im Dodekaeder- und Ikosaederfall aber nur die Kugel ergibt.

Zum Schluss wird der Satz bewiesen, dass die Kugel die einzige Lösung desjenigen Problems ist, bei dem das reguläre Polyeder durch ein reguläres dreiseitiges Prisma ersetzt wird. Dies ist um so bemerkenswerter, als die zu lösende Funktionalgleichung derjenigen des Tetraederfalles vollständig analog ist.

10. Prof. Dr. A. Emch, Urbana (U. S. A.) *Ueber eine besondere conforme Transformation in der Ebene.*

Bezeichnet man mit $A\lambda$ und $A\mu$ zwei beliebige Punkte, welche in der komplexen Ebene durch $z\lambda$ und $z\mu$ dargestellt seien und trennt man in dem quadratischen Polynom α_0 $(z - z\lambda$ $(z - z\mu)$ den reellen vom imaginären Teil, so dass

$$u + iv = a_0(z - z_\lambda)(z - z_\mu)$$

ist, so stellen $u = o$, $v = o$ zwei orthogonale gleichseitige Hyperbeln dar, die durch $A\lambda$ und $A\mu$ gehen und ausserdem durch die imaginären Punkte $B\lambda$, $B\mu$, die mit $A\lambda$, $A\mu$ ein orthogonales Quadrupel bilden, mit dem Mittelpunkt $M\lambda\mu$ und den Kreispunkten J_1, J_2 als Diagonalpunkten.

$B\lambda$, $B\mu$ heissen *assozierte Punkte* von $A\lambda$, $A\mu$.

Stellt $u + iv = f(z)$ ein Polynom m^{ten} Grades dar, so wird durch $u + \lambda v = o$ ein *Stelloïdenbüschel* m^{ter} Ordnung definiert, welcher als Grundpunkte die m-reellen Wurzelpunkte des Polynoms und ihre $m\,(m - 1)$ assozierten Punkte besitzt. Umgekehrt bestimmen m beliebige Punkte und ihre $m\,(m - 1)$ assozierten als Grundpunkte ein Büschel von Stelloïden.

Die Polaren k^{ter} Ordnung in Bezug auf ein Stelloïdenbüschel m^{ter} Ordnung bilden einen Stelloïdenbüschel $(m\text{-}k)^{ter}$ Ordnung.

Ist ein Stelloïdenbüschel durch $(m + 1)$ beliebige Punkte und ihre assozierten bestimmt, so kann man jeden Punkt P′ (x', y') der Ebene die n reellen der Grundpunkte des ersten Polarenbüschels bezüglich des Stelloïdenbüschels zerordnen, gemäss der Beziehung

$$z' = z - \frac{(n + 1)\Phi(z)}{\Phi'(z)},$$

worin $\varphi(z) = o$ den Stelloidenbüschel definiert.

Endlich wird noch die Frage behandelt, ob es möglich sei, eine allgemeine irreduzible rationale Transformation

$$z' = \frac{f(z)}{g(z)}$$

in ähnlicher Weise geometrisch zu deuten.

11. R. de Saussure (Genève) : a) *Sur le mouvement le plus général d'un fluide dans l'espace.*

Le mouvement le plus général d'un fluide dans un plan (à un instant donné) est le mouvement défini par le système de tous les cercles tangents en un même point M_0 à une même droite D_0. Ce système est la forme fondamentale de la géométrie des flèches dans un plan, c'est-à-dire de la géométrie où l'on prend comme élément spatial primitif une flèche (ensemble d'un point M et d'une droite D passant par ce point et affectée d'un sens).

A la géométrie des flèches dans le plan correspond dans l'espace à 3 dimensions la géométrie des *feuillets* (ensemble d'un point M, d'une droite dirigée D passant par M, et d'un plan P passant par M et par D, et dont les faces sont différenciées par