Zeitschrift: Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft = Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles = Atti della Società Elvetica di Scienze Naturali

Herausgeber: Schweizerische Naturforschende Gesellschaft

Band: 66 (1883)

Protokoll: Mathematische Section

Autor: Fiedler, W. / Rudio

C. Mathematische Section.

Sitzung den 8. August, Vormittags 8—11 Uhr,

im Polytechnikum.

Präsident: Herr Prof. *W. Fiedler.*
Secretär: Herr Dr. *Rudio.*

Herr Prof. *Geiser* von Zürich macht eine Mittheilung über die Flächen dritten Grades. Er gibt einen geometrischen Beweis dafür, dass die dritte von Steiner angegebene Erzeugungsart die allgemeinsten Flächen dritten Grades liefert.

Herr Dr. *Rudio*, Privatdocent in Zürich, spricht über die geodätischen Linien auf den Flächen zweiten Grades. Sei gegeben eine Fläche zweiten Grades

$$\frac{x^2}{a^2-\lambda} + \frac{y^2}{b^2-\lambda} + \frac{z^2}{c^2-\lambda} = 1$$

und auf derselben ein Punkt x, y, z mit den elliptischen Coordinaten u, v. Um die Länge einer geodätischen Linie der Fläche (λ) zu berechnen, welche durch den Punkt u, v hindurchgeht, construiren wir zu der Fläche (λ) die confocale Fläche (μ), welche von den Tangenten der betrachteten geodätischen Linie umhüllt wird. Die gemeinsamen Tangenten der Flächen (λ) und (μ) können dann angesehen werden als die Normalen einer neuen transcendenten Fläche, für welche die confocalen Flächen (λ) und (μ) die beiden Schaalen der Centrenfläche bilden.

In Folge der Relation, welche zwischen den Krümmungslinien dieser transcendenten Fläche und den geodätischen Linien der Flächen (λ) und (μ) besteht, genügt es, den dem Punkte u, v entsprechenden Krümmungsradius der transcendenten Fläche zu berechnen, um gleichzeitig die Länge der durch u, v gehenden geodätischen Linie der Fläche (λ) zu erhalten. Für die Richtungscosinus dieses Krümmungsradius findet man

$$\xi = x \left\{ \frac{U}{a^2 - u} \; \frac{\mu - u}{v - u} + \frac{V}{a^2 - v} \; \frac{\mu - v}{u - v} \right\}$$

$$\eta = y \left\{ \frac{U}{b^2 - u} \; \frac{\mu - u}{v - u} + \frac{V}{b^2 - v} \; \frac{\mu - v}{u - v} \right\}$$

$$\zeta = z \left\{ \frac{U}{c^2 - u} \; \frac{\mu - u}{v - u} + \frac{V}{c^2 - v} \; \frac{\mu - v}{u - v} \right\}$$

wenn man zur Abkürzung setzt

$$U = \sqrt{\frac{(a^2 - u)(b^2 - u)(c^2 - u)}{(\lambda - u)(\mu - u)}} \quad V = \sqrt{\frac{(a^2 - v)(b^2 - v)(c^2 - v)}{(\lambda - v)(\mu - v)}}$$

Für den Krümmungsradius selbst und folglich auch für die Länge der geodätischen Linie von einem festen Anfangspunkt bis zum Punkte u, v findet man

$$\varrho = \frac{1}{2} \left\{ \int \frac{du}{U} + \int \frac{dv}{V} \right\}$$

eine Formel, welche zuerst von Jacobi auf dem Wege der Mechanik gefunden wurde.

Bezeichnet man mit P^1 den Punkt, wo die Fläche (μ) von der den Flächen (λ) und (μ) gemeinsamen Tangente, die durch den Punkt $P\ (u, v)$ geht, berührt wird, so findet man für die Distanz PP^1 den Ausdruck

$$r = \frac{u - v}{U - V}$$

Herr Prof. *Fiedler* spricht *über die Durchdringung gleichseitiger Rotationshyperboloide mit parallelen Achsen.*

Eingelaufen war eine Arbeit von Herrn Professor Dr. *Veronese* aus Padua: »Geometrischer Beweis der Formel

$$\begin{vmatrix} p \\ r-1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} q-1 \\ 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} p \\ r \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} q-1 \\ 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} p \\ r+1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} q-2 \\ 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} p \\ r+2 \end{vmatrix} + \cdots = \begin{vmatrix} p+q-1 \\ p+r-2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} p+q-1 \\ p-r+1 \end{vmatrix}$$

mittelst der n-dimensionalen Geometrie«.

Die Arbeit konnte nicht mehr verlesen werden.