

<b>Zeitschrift:</b>	Bollettino della Società ticinese di scienze naturali
<b>Herausgeber:</b>	Società ticinese di scienze naturali
<b>Band:</b>	63 (1972-1973)
<b>Artikel:</b>	Simmetrie spazio-temporali e le loro conseguenze nella fisica
<b>Autor:</b>	Janner, Aloysio
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-1003499">https://doi.org/10.5169/seals-1003499</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.12.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

ALOYSIO JANNER

*Aloysio Janner, Istituto di fisica teorica  
Istituto di fisica teorica dell'Università cattolica di Nimega (Olanda)*

## Simmetrie spazio-temporali e le loro conseguenze nella fisica

### 1. INTRODUZIONE

Il concetto di simmetria è vasto e profondo nel contempo. In casi singoli non è difficile precisare che cosa si intenda con questo concetto. Ma è praticamente impossibile darne una definizione concreta che sia correttamente applicabile a tutti i casi in cui si presenti. Ciò è dovuto al fatto che le simmetrie che s'osservano in natura hanno un carattere multiforme e assai spesso sono solo realizzate approssimativamente.

E' perciò ragionevole, tanto per incominciare, fare alcuni esempi. Nella geometria euclidea s'incontrano simmetrie ad ogni più sospinto. Basti pensare alla simmetria di rotazione d'un punto o di una circonferenza, alla simmetria di traslazione d'una retta e così via. Secondo F. Klein<sup>1)</sup> si può giungere fino a una completa caratterizzazione di questa geometria tramite il concetto d'invarianza delle relazioni geometriche rispetto a trasformazioni euclidee (o per dirla in parole povere rispetto a trasformazioni quali traslazioni, rotazioni, inversioni e riflessioni) che sono appunto trasformazioni che conservano la distanza (euclidea) fra punti dello spazio.

Già in questi esempi si riconoscono due tipi di simmetria : una simmetria della forma geometrica (una circonferenza è invariante rispetto a rotazioni attorno al suo centro) e una simmetria della legge (la definizione di circonferenza è invariante rispetto a trasformazioni euclidee dello spazio considerato).

Nel nostro stesso corpo la simmetria bilaterale si manifesta chiaramente. Ognuno si rende conto, come questa non sia l'unica simmetria osservata nella materia vivente. Ma in zoologia o botanica quando si parla di simmetria s'intende generalmente la simmetria geometrica d'una forma. Questo tipo di simmetria s'osserva anche nella materia inanimata come tutti sanno. Basti pensare ai cristalli.

In fisica s'osservano simmetrie di tipo geometrico sia relative alle forme che alle leggi geometriche. Queste ultime simmetrie s'apparentano con altre d'origine assai più oscura e che vennero scoperte solo recentemente. Intendo qui accennare alle cosiddette simmetrie dinamiche il cui ruolo fondamentale appare per esempio nella fenomenologia delle particelle elementari.

La simmetria è importante anche nelle arti figurative e perfin nella musica, benchè in quest'ultimo caso una precisa caratterizzazione del con-

cetto sia tutt'altro che facile. Hermann Weyl è l'autore d'un prezioso libretto<sup>2)</sup> sulle simmetrie concepite appunto nel loro senso più lato. E' un libretto che caldamente raccomando a chi ancora non lo conosce.

Due concetti sono strettamente legati a quello di simmetria : il concetto d'*oggetto* e il concetto di *trasformazione* di quest'oggetto. Si dice che l'*oggetto* ha una simmetria determinata quando rimane *invariante* rispetto alla trasformazione : in questo caso si parla d'una *trasformazione di simmetria*. Per esprimere la stessa cosa in un modo popolare : in un locale c'è una sfera ; esco dalla porta ; rientro e non sono in grado di dire se qualcuno nel frattempo ha girato la sfera o meno. In quest'esempio l'*oggetto* è la sfera e le trasformazioni di simmetria sono le rotazioni attorno al suo centro.

Gli oggetti che qui andrò considerando possono essere oggetti materiali, oppure campi (quali per esempio i campi elettromagnetici) oppure leggi fisiche, oppure lo spazio-tempo stesso. Per quel che concerne le trasformazioni di simmetria mi limiterò a considerare simmetrie di tipo geometrico che son quelle meglio conosciute. Spero ciononostante di riuscire a mostrare come non sia sempre facile esprimere in modo preciso quel che veramente s'intende. La ragione è da ricercare nel fatto che gli oggetti citati più sopra sono idealizzazioni e semplificazioni della realtà naturale, mutualmente in relazione, talvolta in modo evidente, talvolta in modo nascosto, spesso in modo misterioso.

## 2. SIMMETRIE NELLO SPAZIO

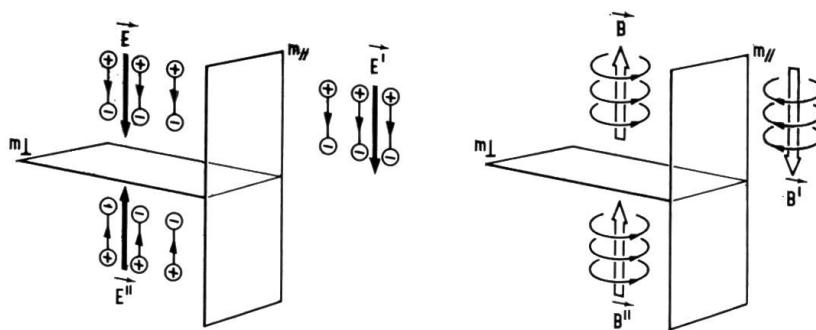
Per spazio intendo qui lo spazio in cui viviamo, lo spazio per antonomasia, lo spazio descritto tramite il modello dello spazio geometrico euclideo a tre dimensioni. Considererò dapprima le simmetrie di riflessione poi quelle di traslazione e di rotazione.

### a) *Simmetrie di riflessione*

La trasformazione geometrica qui considerata è quella che a ogni punto dello spazio fa corrispondere la sua immagine specchiata rispetto a un dato piano (che rappresenta lo specchio). Normalmente il piano dello specchio vien identificato con la trasformazione corrispondente. Un oggetto invariante rispetto a una tale trasformazione ha una simmetria di riflessione. Quella bilaterale del nostro corpo citata sopra ne è un esempio. Di un oggetto geometrico dato non è difficile verificare se possegga o meno simmetrie di riflessione.

Vediamo ora che cosa si può dire di tali simmetrie nel caso d'un campo. Consideriamo tanto per fare un esempio un campo elettrico e uno magnetico costanti nel tempo e nello spazio. Le loro simmetrie sono diverse. La ragione va ricercata nel fatto che tutti i campi elettrici che conosciamo sono generati da cariche elettriche (monopoli elettrici) mentre monopoli magnetici non essendo ancora stati scoperti, i campi magnetici sono generati da correnti elettriche, cioè da cariche elettriche in mo-

vimento. Il campo generato da cariche riflesse è per definizione l'immagine riflessa del campo originale. Non è perciò difficile verificare che un campo elettrico omogeneo (nello spazio) e uniforme (nel tempo) è invariante rispetto a uno specchio  $m \parallel$  parallelo alle linee di forza e cambi segno rispetto a uno specchio  $m \perp$  perpendicolare ad esse. La situazione è esattamente l'opposta nel caso d'un campo magnetico (fig. 1):



*Fig. 1 Il campo elettrico  $E$  e il campo magnetico  $B$  si comportano diversamente rispetto a riflessioni dello spazio. Le loro simmetrie sono diverse.*

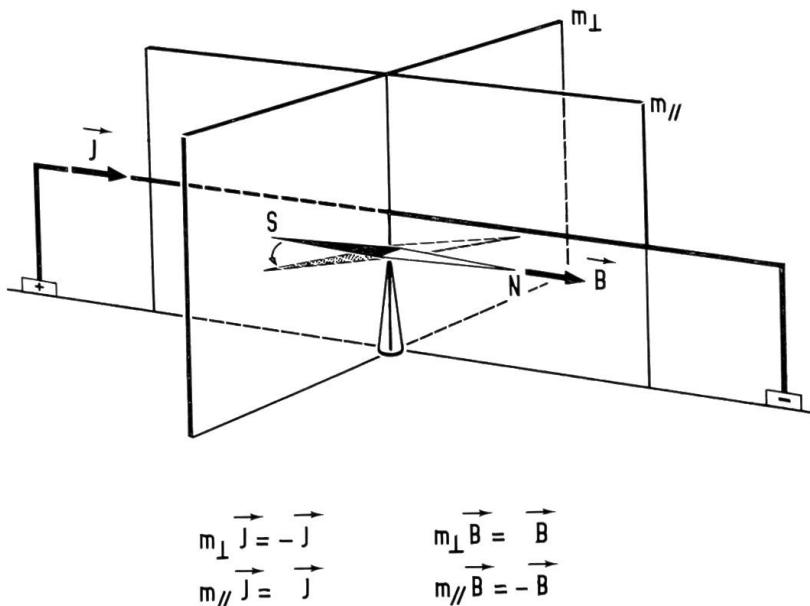
Questa situazione si caratterizza chiamando  $E$  un vettore polare e  $B$  un vettore assiale.

Si verifica sperimentalmente che un ago magnetico parallelo a un filo conduttore vien deviato dalla sua posizione parallela non appena il filo è percorso da corrente. Questa esperienza può servire a verificare come un piano longitudinale rispetto a filo ed ago non sia piano di simmetria nel caso della superposizione dei due fenomeni corrente e ago magnetico, perché se lo fosse l'ago non potrebbe subire una deviazione rispetto alla posizione simmetrica iniziale (Fig. 2). Si può perciò concludere che  $B$  non è un vettore polare, in armonia con l'analisi delle simmetrie di riflessione del campo magnetico.

E se domani monopoli magnetici venissero scoperti e si fosse in grado di costruire un ago magnetico senza l'ausilio di correnti elettriche ? E' qui opportuno notare come implicitamente si sia assunto che l'immagine riflessa d'una carica elettrica positiva è una carica elettrica positiva. Questa ipotesi può essere considerata come una specificazione dello specchio scelto. Solo l'esperienza potrà eventualmente insegnarci se l'immagine di un polo magnetico sud rispetto a un tale specchio sia sud o nord. Con la scelta dello specchio lasciamo naturalmente la pura geometria, per cui

non possiamo dire che la nostra trasformazione sia una semplice riflessione dello spazio euclideo.

Consideriamo ora leggi della fisica quale terzo tipo d'oggetti. Le leggi della meccanica sono simmetriche rispetto a una qualsiasi riflessione dello spazio. In terminologia tecnica si dice che le leggi della meccanica hanno la *simmetria di parità*. Con ciò s'intende dire che da un dato esperimento



*Fig. 2* Il piano longitudinale  $m_{\parallel}$  è solo apparentemente piano di simmetria riflessa perchè non lo è per il campo dell'ago magnetico. Quello trasversale  $m_{\perp}$  lo è per il campo magnetico ma non per il filo percorso da corrente. Se uno dei due piani lo fosse l'ago non verrebbe deviato dalla corrente.

e dall'esperimento riflesso rispetto a questo si deducono le stesse leggi della meccanica. In particolare se una traiettoria è meccanicamente possibile, la sua immagine riflessa rispetto a uno specchio qualsiasi è pure meccanicamente possibile. Val la pena d'osservare come l'oggetto che possiede la simmetria di riflessione non sia la traiettoria stessa, ma la legge della meccanica che la governa. Traiettoria e traiettoria riflessa sono infatti in generale diverse.

Se si esamina attentamente la natura delle forze che appaiono in esperimenti di meccanica si constata come siano in realtà forze elettromagnetiche. Si può affermare in generale che le *interazioni elettromagnetiche* (o in altre parole le leggi dell'elettromagnetismo) sono invarianti rispetto a riflessioni dello spazio, siano cioè parità - simmetriche.

In natura s'osservano anche altri tipi d'interazione. Il fatto che in un nucleo d'atomo un certo numero di particelle caricate positivamente (i protoni) possano esistere allo stato legato se in presenza d'un certo numero d'altre particelle elettricamente neutrali (i neutroni) è una prova che le interazioni alla base delle forze nucleari sono più forti di quelle elettromagnetiche. Le interazioni di tipo nucleare vengono perciò chiamate *interazioni forti*. Anche le interazioni forti godono della simmetria di parità.

Nuclei radioattivi sono instabili. Ce ne sono di quelli che emettono elettroni (i cosiddetti raggi  $\beta$ ). Responsabili di quest'emissione sono forze d'ancora un altro tipo, conseguenza delle cosiddette *interazioni deboli*.

Con gran sorpresa dei fisici di tutto il mondo, un esperimento eseguito con nuclei di cobalto radioattivo permise di constatare nel 1957 come le interazioni deboli non siano parità-invarianti. I momenti magnetici di nuclei di cobalto vengono orientati in un campo magnetico in modo che un piano perpendicolare alla direzione del loro momento magnetico diventi un piano di simmetria di riflessione. Sperimentalmente si constata che l'emissione di elettroni non avviene simmetricamente rispetto a tale piano specchio (fig. 3). Se ne deduce che le forze respon-

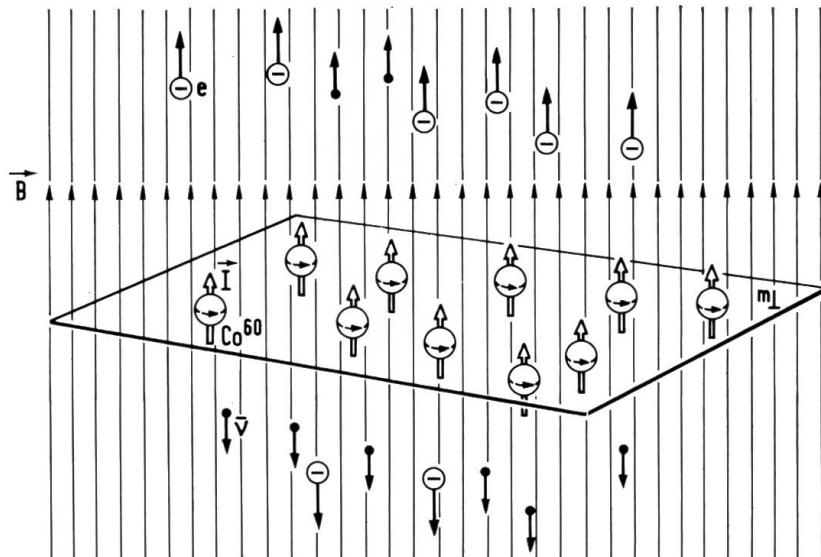


Fig. 3 I nuclei di cobalto orientati dal campo magnetico  $B$  hanno il piano  $m \perp$ , perpendicolare alle linee di forza, quale piano di simmetria. Eppure l'emissione radioattiva di elettroni e di antineutrini non ha questa simmetria. Perciò le interazioni deboli, responsabili di questa emissione, non conservano la parità.

sibili della radioattività non hanno il suddetto specchio come loro simmetria. In termini più tecnici s'esprime la stessa cosa dicendo che le interazioni deboli (a differenza di quelle forti ed elettromagnetiche) non

conservano la parità. Yang e Lee, i due fisici che proposero lo storico esperimento, ricevettero per questo il premio Nobel.

Se ora l'oggetto è lo spazio tridimensionale stesso, localmente esso ha le proprietà d'uno spazio euclideo e quindi è invariante rispetto a qualsiasi riflessione. Tutto ciò sembra ovvio ma non lo è, lo spazio fisico essendo ben più complesso d'uno spazio geometrico, come già ebbi modo di alludere parlando delle simmetrie d'un campo elettromagnetico. Ma qual è la natura dello spazio, quale la sua struttura ?

### b) *Simmetrie di rotazione e di traslazione*

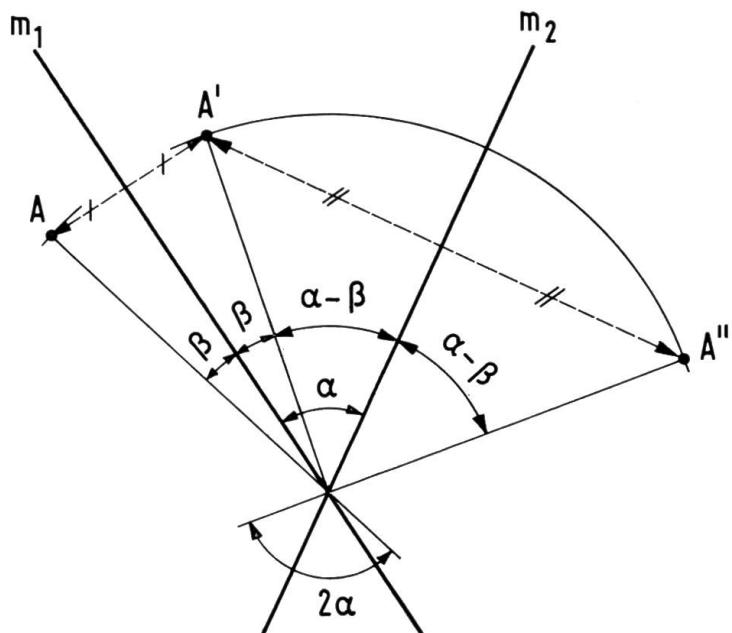
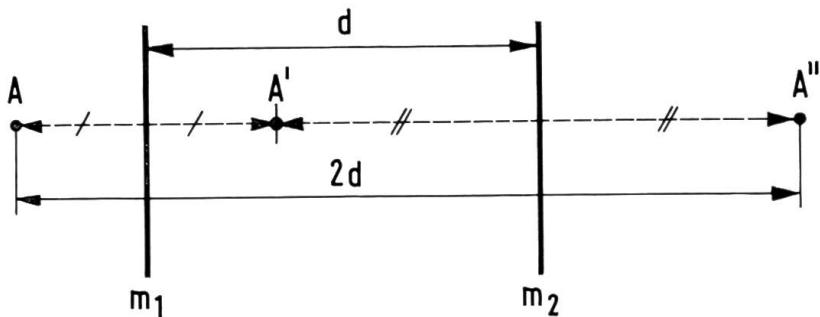
Con due o più riflessioni si generano altre trasformazioni dello spazio euclideo. Consideriamo due piani specchio che formano un angolo  $\alpha$  fra di loro. L'immagine (rispetto al secondo specchio) dell'immagine (rispetto al primo specchio) d'un punto, può essere anche ottenuta direttamente per mezzo d'una rotazione d'un angolo  $2\alpha$  attorno all'asse formato dalla intersezione dei due specchi. Si dice che il prodotto di due riflessioni è una rotazione da esso generata (fig. 4 b). Se i due piani sono paralleli, la loro intersezione è all'infinito e la rotazione diventa equivalente ad una traslazione. Supponendo che  $d$  è la distanza fra i due piani paralleli, la traslazione generata dal prodotto delle due riflessioni è di  $2d$  (fig. 4 a).

Ne consegue che un oggetto simmetrico rispetto a due specchi diversi possiede anche la simmetria di rotazione (o di traslazione) corrispondente al prodotto delle due altre simmetrie. L'affermazione inversa non è necessariamente vera !

Abbiamo visto come lo spazio euclideo (e quindi nella descrizione adottata anche lo spazio fisico) sia invariante rispetto a specchi in posizione arbitraria. E' perciò chiaro che lo spazio deve quindi essere simmetrico rispetto a ogni possibile traslazione (si dice che lo spazio è *omogeneo*) e simmetrico rispetto ad ogni possibile rotazione (si dice che lo spazio è *isotropo*). Ciò non significa naturalmente che i fisici siano in grado di riflettere, spostare o ruotare lo spazio per verificarne l'invarianza di parità, l'omogeneità e l'isotropia. Ciò significa unicamente che il risultato d'un esperimento fisico non dipende dalla posizione e dall'orientamento dell'apparecchio di misura nello spazio (sempre beninteso nella approssimazione accessibile in laboratorio). O per dirla in altri termini le leggi della fisica sono (localmente) invarianti rispetto a rotazioni e traslazioni dello spazio perché dedotte da esperimenti con apparecchi di misura che hanno le proprietà suddette. Da queste stesse considerazioni appare chiaro come assai più delicato sia trarre conclusioni relative a simmetrie di riflessione. Spostare un apparecchio è immensamente più facile che realizzare un apparecchio immagine riflessa d'un altro, tanto più quando lo specchio non è uno puramente geometrico !

Le simmetrie di rotazione e di traslazione dello spazio hanno conseguenze fisiche della massima importanza. Si può dimostrare come la simmetria di traslazione sia responsabile della *conservazione dell'impulso* (la

quantità di movimento  $p = mv$ ) e la simmetria di rotazione della conservazione del *momento angolare* ( $J = r \times p$ ).



*Fig. 4* Specchiando A rispetto al piano  $m_1$  s'ottiene  $A'$ . Specchiando  $A'$  rispetto al piano  $m_2$  s'ottiene  $A''$ . Il risultato di queste due trasformazioni è nel caso (a) una traslazione di  $2d$  e nel caso (b) una rotazione di  $2\alpha$ . Il primo può essere visto come un caso particolare del secondo.

Un cristallo è costituito da un gran numero di atomi (dell'ordine di  $10^{23}$  per ogni  $\text{cm}^3$ ) e può essere descritto come la ripetizione d'un motivo (di dimensioni finite) che riempie tutto lo spazio. Questa descrizione sta

alla base del modello di cristallo infinito, un modello evidentemente, dato che di cristalli infinitamente grandi in natura non ne esistono. Ma è solo grazie a questa semplificazione che si possono attribuire al cristallo delle simmetrie di traslazione. Applicando ad un punto tutte le traslazioni di simmetria d'un cristallo si ottiene un reticolo tridimensionale. Ne consegue che la distribuzione della materia in un cristallo è periodica, ma non omogenea né isotropa.

Se ora consideriamo un cristallo (per esempio un metallo) come uno « spazio » in cui elettroni di conduzione possono muoversi liberamente, il fatto che tale « spazio » non sia invariante rispetto a tutte le traslazioni implica che l'impulso d'un elettrone in tale ambiente non è strettamente conservato. Naturalmente sia elettroni che cristallo conservano l'impulso. Fisicamente quello che succede è che determinati impulsi (la cui ampiezza e direzione dipende dalla struttura del reticolo cristallino e che sono quindi chiamati impulsi reticolari) sono trasmessi dalla particella in questione (un elettrone di conduzione nel nostro caso) a tutto il cristallo : ora questo essendo macroscopico (e quindi praticamente infinito rispetto all'elettrone) non si muove, simulando in tal modo una non-conservazione dell'impulso per la particella. Questo è il fenomeno che sta alla base dell'effetto Mössbauer e delle cosiddette bande d'energia per gli elettroni in un cristallo. Queste ultime sono dovute al fatto che la superficie d'energia costante d'un elettrone in un cristallo considerata in funzione dell'impulso (o più precisamente del quasi-impulso) dell'elettrone è periodica : ha cioè come simmetria il reticolo ottenuto applicando all'impulso zero tutti i possibili impulsi reticolari.

Il carattere discreto delle simmetrie di traslazione d'un cristallo ha conseguenze anche rispetto alle possibili simmetrie di rotazione. Così solo rotazioni di angoli di  $0^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  e  $180^\circ$  possono essere simmetrie in un cristallo : questo in tre dimensioni. Tutte le simmetrie che cristalli possono avere (riflessioni, rotazioni, traslazioni discrete e combinazioni di queste trasformazioni) sono classificate ed elencate in apposite tavole che vengono utilizzate nei lavori di determinazione di strutture cristalline.

### 3. SIMMETRIE NEL TEMPO

#### a) *Simmetrie di traslazione*

Per il tempo la simmetria di riflessione (o di inversione rispetto a un tempo dato, nel modello del tempo rappresentato da uno spazio euclideo a una dimensione) non è per noi una simmetria naturale. L'esperienza, diciamo così, biologica che abbiamo del tempo, ne fa un fenomeno chiaramente diretto dal passato verso il futuro. Ritneremo più tardi su questo aspetto. Del resto dal punto di vista biologico anche la simmetria di traslazione nel tempo non è naturale : ogni istante è unico e irripetibile. La mia impressione è che la simmetria di traslazione del tempo più che dovuta al tempo stesso (se così mi posso esprimere) nasca dalla scelta particolare che in fisica si fa dei fenomeni studiati. La fisica non si oc-

cupa di fenomeni unici, ma solo di fenomeni ripetibili. Si tratta di fenomeni abbastanza semplici le cui condizioni di ripetibilità possono esser controllate in modo sufficientemente accurato. L'esistenza stessa della fisica è basata sul fatto che un esperimento condotto oggi, se ripetuto domani nelle stesse condizioni dà gli stessi risultati. Questa proprietà si manifesta in una simmetria delle leggi della fisica : quella d'invarianza rispetto a tutte le traslazioni nel tempo ; traslazioni sia verso il futuro che verso il passato.

Ne consegue, ad esempio, che sulla base di leggi fisiche, siamo in grado non solo di calcolare gli eclissi di luna futuri, ma anche quelli avvenuti nel passato, quando ancora nessun uomo popolava la terra.

La simmetria di traslazione nel tempo ha per conseguenza la *conservazione dell'energia*, una proprietà fondamentale simile in natura a quella della conservazione dell'impulso. Pensando al globo terrestre come un grande laboratorio in movimento nello spazio siderale è chiaro quanto intimamente connesse siano le traslazioni nel tempo a nostra disposizione con quelle dello spazio.

Finora nessun esperimento ha permesso di dubitare della validità universale della legge di conservazione dell'impulso e dell'energia. Non mi è sempre chiaro fino a che punto queste leggi notevoli siano una conseguenza della scelta dei fenomeni osservati, e fino a che punto essi siano invece legati alla natura dei fenomeni stessi.

Da che fisica esiste, gli scienziati riflettono sulla natura del tempo. Ancor oggi ci si chiede se il tempo e lo spazio siano veramente continui o discreti. Se il tempo fosse discreto la nostra vita sarebbe formata da un rapido susseguirsi di scene singole, tali da produrre l'illusione d'una continuità : un po' come al cinema o alla televisione. Non è mia intenzione entrar qui nei dettagli del difficile problema a sapersi se il tempo sia continuo o discreto. Mi basti menzionare, con l'ausilio dell'effetto stroboscopico, come le simmetrie d'un movimento continuo siano diverse da quelle d'uno discreto. In quest'ultimo caso, ci sono velocità di rotazione (d'una raggiera per esempio) che simulano il riposo e che appaiono quindi come simmetrie dell'oggetto fermo.

Simmetrie di traslazione nel tempo di fenomeni fisici (e non più di leggi fisiche come più sopra) sono molto più semplici. Quelle continue sono caratteristiche d'ogni fenomeno stazionario: quelle discrete appaiono in ogni movimento periodico.

### b) *L'inversione del tempo*

L'inversione del tempo è, come già detto, la trasformazione di riflessione rispetto a un tempo dato (l'origine). Una delle proprietà più notevoli della meccanica (sia classica che quantistica) è che le leggi della meccanica (e anche le interazioni elettromagnetiche) sono invarianti rispetto all'inversione del tempo. Ancora una volta, questo non significa che i fisici siano in grado di invertire l'evolvere del tempo, ma solo che l'evoluzione d'un sistema fisico può esser pensata sia verso il futuro che

verso il passato sempre secondo le stesse leggi fisiche. Si pensi ad esempio alla traiettoria d'una particella : se questa è meccanicamente possibile anche quella percorsa in senso inverso lo è. Lo stesso non può invece dirsi della termodinamica : un corpo a contatto con un altro a temperatura più bassa si raffredda fino a raggiungere la stessa temperatura. Il fenomeno ottenuto invertendo l'evolvere del tempo non è termodinamicamente possibile : due corpi a contatto che abbiano la stessa temperatura non mutano fino a raggiungere uno stato in cui i due corpi abbiano temperatura diversa. Si esprime questo fatto dicendo che i fenomeni termodinamici sono *irreversibili* nel tempo. Le leggi della termodinamica sono basate su quelle della meccanica. Uno dei problemi fondamentali a cui schiere di fisici hanno dedicato intense ricerche è quello di comprendere come mai la termodinamica sia irreversibile mentre la meccanica è reversibile rispetto al tempo.

L'operazione di inversione del tempo può anche essere applicata al campo elettromagnetico, trasformando in modo corrispondente le cariche sorgenti del campo stesso, così come già discusso nel caso spaziale. Anche qui si assume che l'inversione del tempo non cambi il segno delle cariche. Considerando la figura 1 è facilissimo constatare come il campo elettrico  $E$  sia invariante rispetto all'inversione del tempo, mentre il campo magnetico  $B$  cambi segno (dato che le correnti mutano verso). Questo naturalmente nel caso omogeneo uniforme considerato.

Le leggi dell'elettromagnetismo, come quelle della meccanica, sono invarianti rispetto all'inversione del tempo.

#### 4. SIMMETRIE NELLO SPAZIO-TEMPO

##### a) *La combinazione di trasformazioni nello spazio con quelle nel tempo*

La nostra vita si svolge nel tempo e nello spazio, ma non siamo abituati a considerare sinteticamente simmetrie nello spazio-tempo.

Perfino quando vogliamo indicare le simmetrie d'un movimento abbiamo la tendenza di dimenticare o la componente spazio oppure quella tempo. Così, per esempio, il moto della terra attorno al sole vien descritto (con una certa approssimazione) quale moto circolare, sottolineando la simmetria spaziale legata alla conservazione (approssimativa) della distanza terra-sole. Oppure si parla del periodico alternarsi delle stagioni, ponendo l'accento sulla simmetria temporale. In realtà la simmetria del moto della terra attorno al sole consiste in una rotazione nello spazio combinata con una traslazione nel tempo : una simmetria che ricorda quella d'una vite spazio-temporale.

Il nostro stesso camminare in una data direzione è una combinazione d'una riflessione nello spazio con una traslazione nello spazio e nel tempo. Studiando le orme lasciate sul terreno si ritrova la componente spaziale di dette simmetrie. E' interessante notare come esse si manifestino nel moto di molti animali (fig. 5). Nel caso del camminare lo specchio

è fisso rispetto allo spazio-tempo, ma nello spazio-tempo possiamo anche considerare specchi in movimento.

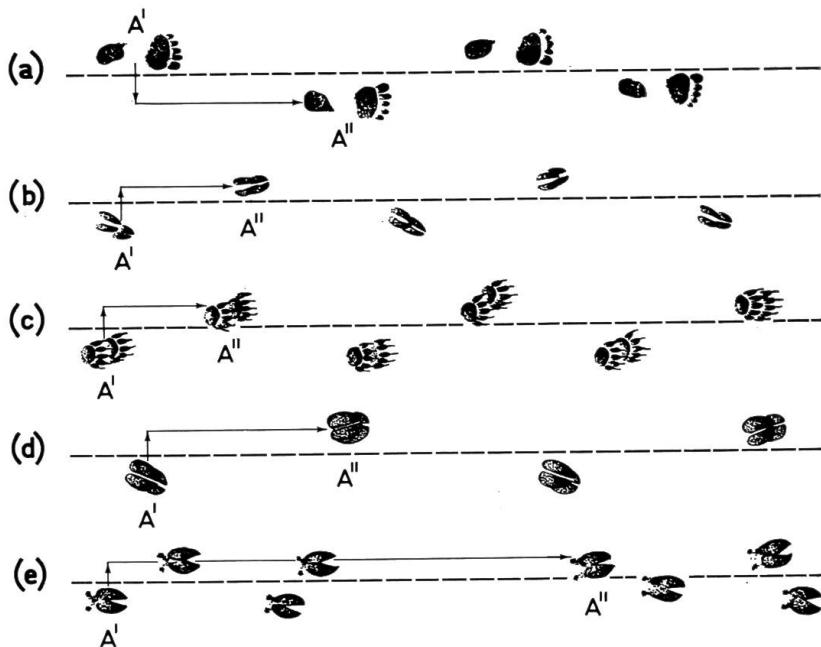


Fig. 5 La simmetria spazio-temporale legata al camminare è la combinazione d'una riflessione spaziale con una traslazione nello spazio-tempo, come ci si può render conto osservando le orme lasciate sul terreno : (a) uomo, (b) camoscio, (c) tasso, (d) cervo, (e) cervo al galoppo. (Da M. A. IJsseling e A. Scheygrond, Wat is dat voor een dier ? N.V. W.J. Thieme & Co, Zutphen [NL]).

Combinando uno specchio a riposo (rispetto al laboratorio) con uno in movimento uniforme s'ottiene una cosiddetta trasformazione di Lorentz speciale : una trasformazione cioè d'un punto a riposo in uno in moto a velocità costante. Einstein ci ha insegnato come spazio-tempo formino uno spazio quadri-dimensionale che occorre considerare come un tutto. « Rotazioni » in questo spazio sono appunto trasformazioni del tipo sudetto. Per piccole velocità rispetto a quelle della luce, l'« angolo di rotazione » è proporzionale alla velocità. Anche qui constatiamo che il punto immagine dell'immagine si muove a velocità doppia di quella dello specchio.

Considerazioni di simmetria nello spazio e nel tempo fanno parte dei fondamenti della fisica dalla scoperta della teoria della relatività in poi. Per un fatto che non so spiegare in modo convincente, i fisici si sono finora praticamente limitati a studiare le simmetrie spazio-temporali delle leggi fisiche, ma la simmetria spazio-temporiale di fenomeni fisici di solito non viene considerata.

### b) Simmetrie magnetiche

Conosco un solo caso in cui la simmetria spazio-temporiale d'un oggetto (che non sia una legge) è studiata in dettaglio : quello dei *cristalli*

*magnetici*. In questi cristalli s'osserva una distribuzione ordinata di dipoli magnetici (simili per così dire a dei minuscoli magneti). Consideriamo il caso in cui tutti questi dipoli magnetici sono paralleli e orientati nello stesso senso. La somma dei campi magnetici elementari dà allora un campo magnetico totale che macroscopicamente può essere considerato omogeneo e uniforme. Un tale cristallo è chiamato *ferromagnetico*. La inversione del tempo cambia il segno d'un campo magnetico: un cristallo ferromagnetico non può quindi mai avere l'inversione del tempo quale simmetria.

I raggi Röntgen « vedono » di un tale cristallo (in prima approssimazione) solo la distribuzione delle cariche elettriche e danno quindi un'informazione parziale sulla struttura di questi cristalli. Vedono perfino simmetrie che, se si tien conto della struttura magnetica, in realtà non lo sono. Ci sono infatti in cristalli magnetici delle rotazioni, delle riflessioni o delle traslazioni che sono simmetrie solo se combinate con un'inversione del tempo. Si parla allora di simmetrie magnetiche. Facciamo un esempio semplice sulla base del campo magnetico omogeneo citato sopra. Abbiamo visto che una riflessione rispetto a un piano parallelo alle linee di forza non lasci il campo magnetico invariante, perché questo cambia segno. E' perciò chiaro che se la combiniamo con un'inversione del tempo diventa una simmetria (magnetica) del campo stesso.

Simmetrie magnetiche sono necessarie se si vuol classificare la struttura magnetica di cristalli: sperimentalmente questa struttura s'ottiene studiando la diffrazione di neutroni termici polarizzati. I neutroni possiedono un dipolo magnetico elementare e possono avvertire la distribuzione dei dipoli magnetici nei cristalli.

### c) *Il teorema CPT*

Riprendiamo, per finire, le simmetrie spazio-temporali delle leggi fisiche. Abbiamo visto che ci sono interazioni che non sono invarianti rispetto alla trasformazione di parità P (riflessione dello spazio). E' possibile che lo stesso possa dirsi anche della trasformazione d'inversione del tempo T.

Una pietra angolare della fisica d'oggi è il cosiddetto teorema CPT. Questo teorema afferma che tutte le leggi fisiche (e quindi anche tutte le interazioni possibili) sono invarianti rispetto al prodotto delle trasformazioni P, T e C ove con C si denota la coniugazione di carica, una operazione che trasforma particelle in anti-particelle (quindi per esempio cariche positive in cariche negative, positroni in elettroni, e viceversa).

Secondo Dirac (che per il primo predisse l'esistenza di anti-particelle, nel caso specifico l'esistenza del positrone) anti-particelle possono esser visualizzate come buchi nello spazio. Questo modello spiega tutta una serie di proprietà sorprendenti delle anti-particelle. Le anti-particelle hanno la stessa massa, ma la carica opposta e sotto l'influsso d'una forza un'anti-particella è accelerata nel senso opposto di quello in cui lo viene una particella.

Vorrei cercare di rendere plausibile la connessione che esiste fra le trasformazioni C, P e T sulla base d'un modello veramente molto primitivo. Sia acqua il modello dello spazio, sassolini quello di particelle e bolle d'aria (« buchi nell'acqua ») quello di anti-particelle. La stessa forza di gravità che muove le « particelle » verso il basso, muove le « anti-particelle » verso l'alto. L'inversione del tempo trasforma il movimento delle « particelle » in uno delle « anti-particelle » ; la coniugazione di carica trasforma sassolini in bolle d'aria e viceversa. Abbiamo per così dire la simmetria CT. Nel caso di vere particelle e anti-particelle e secondo la teoria dei campi, occorre anche riflettere lo spazio per ottenere una simmetria generale : questo è il contenuto del teorema CPT.

Così lo studio delle simmetrie nello spazio e nel tempo ci costringe a considerare altri tipi di trasformazioni la cui natura è assai più misteriosa. E' questo il fenomeno che rende affascinante lo studio delle simmetrie.

## BIBLIOGRAFIA

- 1) *F. Klein*, Vorlesungen über nicht-Euklidische Geometrie, Chelsea, New York, 1959.
- 2) *H. Weyl*, Symmetrie, Birkhäuser Verlag, Basel 1955.
- 3) *E. P. Wigner*, Symmetries and Reflections, Scientific essays, Indiana University Press, Bloomington & London, 1967.