Il monopolio nella teoria dell'equilibrio economico : caso dello scambio con prezzi costanti

Autor(en): **Bordini, Arrigo**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bollettino della Società ticinese di scienze naturali**

Band (Jahr): **20 (1925)**

PDF erstellt am: **22.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-1002854

DOTT. ARRIGO BORDIN

Il monopolio nella teoria dell'equilibrio economico.

Caso dello scambio con prezzi costanti.

Il presente articolo ha carattere didattico e costituisce un'applicazione della teoria generale dell'economia matematica ai singoli casi di beni indipendenti, complementari e supplementari. (Cfr. V. Pareto - Man. d'Ec. pol. - App. pagg. 516-517 - A. de Pietri-Tonelli: Lez. di sc. ec. raz. e sperim. II ed. pagg. 278-281 - L. Amorosa: Lez. d'ec. mat. pagg. 135-136; 204-209, per citare alcuni autori). Le equazioni che sono di solito date con espressioni generiche sono, nelle seguenti note, trattate con le forme analitiche più generali, proprie dei casi considerati. Ciò varrà ad uno svolgimento più elementare e forse più facile della teoria in confronto di quanto non si abbia dalla ordinaria esposizione. Il confronto delle conclusioni a cui perverremo per ogni caso darà modo di rilevare proposizioni generali che non sono deducibili dalla concezione del problema nella forma generica solitamente data.

Trattiamo il caso più semplice: due oggetti economici (s. e.) (1) e (2) e due beni A e B, il primo monopolizzato da (1), il secondo trattato in regime di libera percorrenza da ambedue i s. e. Le quantità possedute prima dello scambio siano rispettivamente:

a_1 , a_2 per il bene A
b_1 , b_2 » » » B

Dopo lo scambio, nello stesso ordine

x_1 , x_2
y_1 , y_2

Sia ancora

$$p_B = 1$$

Si assume cioè B come numerario (misuratore del prezzo).

Beni indipendenti:

Il sistema delle curve d'indifferenza sia, dopo lo scambio:

per (1) $$e^{I_1''} = k_1\, x_1^{n_1}\, y_1^{m_1}$$

per (2) $$c^{I_2''} = k_2\, x_2^{n_2}\, y_2^{m_2}$$

$$\left.\begin{matrix} n_1 \;,\; n_2 \\ m_1 \;,\; m_2 \end{matrix}\right\} > 0$$

e con i logg. naturali

$$(\mathrm{I}) \qquad \begin{aligned} I_1'' &= \log k_1 + n_1 \log x_1 + m_1 \log y_1 \\ I_2'' &= \log k_2 + n_2 \log x_2 + m_2 \log y_2 \end{aligned}$$

Derivando le (I) rispetto ad x_i e y_i

Per (1) $$\frac{d\, I_1''}{d\, x_1} = \frac{n_1}{x_1} > 0$$

$$\frac{d\, I_1''}{d\, y_1} = \frac{m_1}{y_1} > 0$$

supposte x_1 y_1 quantità positive. La considerazione di quantità negative (ammontare di debito dei due beni) viene esclusa.

derivando le (I) una seconda volta rispetto alle stesse variabili

$$\frac{d^2\, I_1''}{d\, x_1^2} = -\frac{n_1}{x_1^2} < 0$$

$$\frac{d^2\, I_1''}{d\, y_1^2} = -\frac{m_1}{y_1^2} < 0$$

Essendo x_1 e y_1 indipendenti, le derivate seconde del tipo:

$$\frac{d^2\, I_1''}{dx_1\, dy_1} = 0$$ perchè $-\frac{n_1}{x_1^2}$ è costante rispetto a y_1

e, viceversa, $-\frac{m_1}{y_1^2}$ » » » » x_1

Analogamente rispetto al s. e. (2) dalla seconda delle (I). I caratteri dell'indice sono propri al caso di beni indipendenti.

Per noti procedimenti del caso di libera concorrenza, nel punto d'equilibrio le (I), tenendo conto del prezzo, si modificheranno nelle seguenti:

$$\text{(II)} \qquad \begin{aligned} \frac{n_1}{y_1\, p_A} &= \frac{m_1}{y_1} \\ \frac{n_2}{x_2\, p_A} &= \frac{m_I}{y_2} \end{aligned}$$

che si ottengono derivendo le (I) rispetto ad x_i e y_i ed eguagliando a zero, tenendo conto del prezzo p_A, funzione delle quantità scambiate. Alle (II) si aggiungono le equazioni del bilancio degli scambisti e l'equazione del bilancio d'uno dei beni economici (considerazione di mercato chiuso). In totale si hanno 5 equazioni che determinano le 5 incognite x_1 x_2, y_1, y_2, p_A.

Nel caso del monopolio la prima delle (II) viene a mancare. Il prezzo o la quantità venduta da (1) del bene monopolizzato, sono fissate dal monopolista; delle due la grandezza che rimane incognita si determina mediante tutte le altre condizioni del problema. Per operare in tal modo (1) deve trovarsi nelle condizioni seguenti:

a) La quantità a_1 o la parte di essa destinata ad essere ceduta non gli offre nessuna ofelimità o in valore trascurabile. Da questa condizione sorge l'ineguaglianza fra le ofelimità elementari pondente della merce monopolizzata e del bene scambiato con essa.

b) Essere nello stato materiale, efficente di poter modificare il prezzo del mercato nei due modi sopradetti.

Nel caso che una sola parte di a_1 venga destinata alla cessione, le due parti così separate, si possono considerare come due beni economici distinti. Supponendo che vi sia continuità dell'indice di ofelimità della parte trattenuta, per la sua utilità diretta nei rispetti del monopolista, al crescere di quella l'indice della totalità decresce fino ad annullarsi; dal punto d'indice nullo la quantità ulteriore è destinata allo scambio. Praticamente questa quantità residua è maggiore. In quanto segue, la considerazione dell'indice nullo verrà affacciata nelle conclusioni. Mancando la prima delle (II) conviene sostituire ad essa l'espressione che traduce lo scopo fissato dal monopolista nella determinazione del prezzo e della quantità ceduta per raggiungere la posizione d'equilibrio stabile.

Si hanno tre tipi:

1°) Lo scambio deve dare ad (1) una nuova configurazione di beni economici posseduti che costituisca un massimo d'ofelimità (massimo dell'indice di questo);

2°) Lo scambio deve dare il massimo introito in moneta;

3°) Lo scambio dà il massimo utile in moneta (differenza fra il prezzo di costo e il prezzo di vendita globale).

Il terzo caso cade nel secondo quando il costo unitario sia nullo o sia in generale costante perchè l'utile diviene allora proporzionale all'introito in moneta. Nella rimanente accezione di costo variabile il terzo caso rientra come capitolo particolare nello studio della produzione che non trattiamo in queste note.

(*Tipo 1°*). Il prezzo è fissato in modo che I_1^{II} sia un massimo e cioè, ponendo

$$x_1 = f(p_A)$$
$$y_1 = F(p_A)$$

si dovrà avere massimo

$$I_1^{II} = \log k_1 + n_1 \log f(p_A) + m_1 \log F(p_A)$$

Per l'equazione del bilancio dello scambista:

$$p_A (a_1 - x_1) + b_1 - y_1 = 0$$

$$f(p_A) = \frac{p_A a_1 + b_1 - y_1}{p_A} = \frac{\varphi(p_A)}{\psi(p_A)}$$

$$F(p_A) = p_A (a_1 - x_1) + b_1$$

Essendo: $D \log \dfrac{\varphi(p_A)}{\psi(p_A)} = \dfrac{\varphi'(p_A)\,\psi(p_A) - \psi'(p_A)\,\varphi(p_A)}{\psi(p_A)\,\varphi(p_A)}$

(III)

$$\frac{d\, I_1^{11}}{d\, p_A} = n_1 \frac{y_1 - b_1}{p_A(p_A a_1 + b_1 - y_1)} + m_1 \frac{a_1 - x_1}{p_A(a_1 - x_1) + b_1} = o$$

che è l'equazione mancante da sostituire al posto della prima della (II).

Dovrà essere ancora

$$\frac{d^n\, I_1^{11}}{d\, p_A^n} < o \qquad \text{per n pari}$$

E cioè

(IV)

$$\frac{d^2\, I_1^{11}}{d\, p_A^2} = - \frac{n_1 (y_1 - b_1)(2\, p_A a_1 + b_1 - y_1)}{p_A^2 (p_A a_1 + b_1 - y_1)^2} - \frac{m_1 (a_1 - x_1)^2}{[p_A(a_1 - x_1) + b_1]^2} < o$$

Dalla (III):

(V) $$n_1 \frac{y_1 - b_1}{p_A(p_A a_1 + b_1 - y_1)} = m_1 \frac{a_1 - x_1}{p_A(a_1 - x_1) + b_1}$$

Perchè sia effettuato lo scambio del bene monopolizzato da (1)

$a_1 > x_1$ e perciò il secondo membro della V è positivo

Di conseguenza

$$y_1 > b_1$$

e perciò dovrà essere

$$p_A a_1 + b_1 > y_1$$

Concludendo

(VI) $$p_A a_1 + b_1 > y_1 \gtrless b_1$$

Nella (IV): Il secondo termine è sempre negativo. Il denominatore del primo è sempre positivo (prodotto di quadrati non nulli). La (IV) è giustificata se

$$2\, p_A a_1 + b_1 > y_1$$

vera per la (VI). Questa è la condizione che verifica la (IV) e (V)

Se

$$a_1 \angle x_1$$
$$y_1 \angle b_1$$

I numeratori della (V) sono negativi. Dovranno essere di egual segno i denominatori.

Epperò se

$$p_A \, a_1 + b_1 \triangleright y_1$$
$$p_A \, a_1 + b_1 \triangleright p_A \, x_1$$

che si verificano per il bilancio di (1):

$$p_A \, a_1 + b_1 = y_1 + p_A \, x_1$$

Una delle due disuguaglianze è conseguenza dell'al-l'altra e perciò la (VI) vale anche per questo caso. La (IV) è giustificata. L'altro segno di disuguaglianza è impossibile.

Se

$$a_1 = x_1$$
$$y_1 = b_1$$

la (V) è giustificata. Il primo membro della (IV) si annulla. Sono nulle ancora tutte le derivate superiori al secondo ordine perchè a loro volta son nulli tutti i numeratori dell'espressione di derivata seconda. La posizione di ofelimità antecedente allo scambio ha indice eguale alla successiva per cui non v'è per (1) stimolo a scambiare. I casi di possibilità testè descritti sono individuati dalle rimanenti condizioni del problema.

Facciamo il confronto con il caso di libera concorrenza. La prima della (II) tenendo conto di $x_1 = f\,(p_A)$ si converte nella seguente.

$$y_1 = \frac{m_1}{n_1} \left(p_A \, a_1 + b - y_1\right)$$

Svolgendo e ricavando y_1

$$p_A a_1 + b_1 > y_1 = \frac{m_1}{n_1 + m_1} (p_A a_1 + b_1) \text{ perchè } \frac{m_1}{n_1 + m_1} < 1$$

Posto $n_1 = o$ per la libera concorrenza avremo

$$y_1 = p_A a_1 + b_1$$

Per il monopolio, dalla (V) ricavando y_1

$$y_1 = \frac{m_1 p_A (p_A a_1 + b_1) + n_1 b_1 (p_A - 1)}{p_A (n_1 + m_1)}$$

$$= \frac{m_1}{n_1 + m_1} (p_A a_1 + b_1) + \frac{m_1}{n_1 + m_1} (p_A - 1)$$

Epperò se $n_1 = o$ i due risultati nei due regimi coincidono, come coincidono se $p_A = 1$

Per questo valore la (IV) è soddisfatta. Avremo per esso i seguenti e soli casi di possibilità:

α) numeratore del primo termine della (IV) positivo e di conseguenza negativo il termine:

$$\frac{m_1}{n_1 + m_1} (a_1 + b_1) - b_1 > o$$

$$2a_1 + b_1 - \frac{m_1}{n_1 + m_1} (a_1 + b_1) > o \qquad \text{da cui}$$

$$2a_1 + b_1 > \frac{m_1}{n_1 + m_1} (a_1 + b_1) > b_1$$

$$a_1 \left(2 - \frac{m_1}{n_1 + m_1}\right) > b_1 \left(1 - \frac{m_1}{n_1 + m_1}\right)$$

$$a_1 (2 n_1 + m_1) > b_1 n_1$$

β) Numeratore nullo e nullo perciò il primo termine

$$\frac{m_1}{n_1 + m_1} a_1 + \frac{m_1}{n_1 + m_1} b_1 = b_1$$

$$a_1 m_1 = b n_1$$

Concludiamo: Nel caso di $p_A = 1$ i due regimi, libera concorrenza e monopolio, dànno gli stessi risultati verificate le condizioni suddette. Se $n_1 = o$. in ambedue i regimi, la quantità ceduta è eguale alla quantità succeduta prima dello scambio. I prezzi sono pure identici perchè fissati dalle rimanenti condizioni che si presuppongono eguali nei due regimi.

(*Tipo 2°*) Si dovrà avere

$$p_A (a_1 - x_1) + b_1 = y_1 \quad \text{maxiunum}$$

Lo sarà per $x_1 = o$ e cioè

$$y_1 = p_A\, a_1 + b_1$$

Conclusione eguale a quella ottenuta per il (tipo 1°) nel capo di $n_1 = o$

Infatti, perchè

$$I_1^{\text{u}} = \log k_1 + n_1 \log x_1 + m_1 \log y_1$$

sia massimo, essendo n_1 nullo e $\log k_1$ costante, è necessario che sia massimo y_1

Il tipo 1°) e il 2°) coincidono nel caso di $n_1 = o$ oppure di $p_A = 1$ sia nella libera concorrenza sia nel monopolio che si identificano. In tutti gli altri casi la libera concorrenza differisce dal monopolio rispetto alla quantità di numerario posseduta dopo lo scambio per

$$\frac{n_1\, b_1\, (p_A - 1)}{p_A\, (n_1 + m_1)} \quad \text{quantità positiva o negativa}$$

a seconda che

$$p_A \gtrless 1$$

Beni complementari:

Il sistema delle curve d'indifferenza sia

$$\text{per (1)} \quad I_1^{\text{u}} = K_1\, x_1^{n_1}\, y_1^{m_1} \qquad \text{dove } 1 > \frac{n_i}{m_i} > o$$

$$\text{per (2)} \quad I_1^{\text{u}} = K_2\, x_2^{n_2}\, y_2^{m_2}$$

Derivando rispetto ad x_1:

$$\frac{d\, I_1^{II}}{d\, x_1} = k_1\, y_1^{\ m_1}\, n_1\, x_1^{\ n_1 - 1} > 0$$

e rispetto ad y_1:

$$\frac{d\, I_1^{II}}{d\, y_1} = k_1\, x_1^{\ n_1}\, m_1\, y^{\ m_1 - 1} > 0$$

E derivando una seconda volta rispetto alla stessa variabile e rispetto all'altra:

$$\frac{d^2 I_1^{II}}{d\, x_1^2} = K_1\, y_1^{\ m_1}\, n_1\, (n_1 - 1)\, x_1^{\ n_1 - 2} < 0$$

$$\frac{d^2\, I_1^{II}}{d\, y_1^2} = K_1\, x_1^{n_1}\, m_1\, (m_1 - 1)\, y_1^{m_1 - 2} < 0$$

$$\frac{d^2\, I_1^{II}}{d\, x_1\; d\, y_1} = K_1\, n_1\, x_1^{n_1 - 1}\, m_1\, y^{\, m_1 - 1} > 0$$

$$\frac{d^2\, I_1^{II}}{d\, y_1\; d\, x_1} = K_1\, m_1\, y_1^{\ m_1 - 1}\, n_1\, x^{\ n_1 - 1} > 0$$

Tipo 1°) - Monopolio. Dovrà essere

$I_1^{II} = K_1\, x_1^{\ n_1}\, y_1^{m_1}$ maximum; ponendo $x_1 = f(p_A)$; $y_1 = F\,(p_A)$

$$= K_1\, \frac{(p_A\, a_1 + b_1 - y_1)^{n_1}}{p_A^{\ n_1}}\, [p_A\, (a_1 - x_1) + b_1]^{m_1}$$

Perciò:

$$\frac{d\, I_1^{II}}{d\, p_A} =$$

$$= K \left[\frac{n_1 (p_A\, a_1 + b_1 - y)^{n_1 - 1} a_1\, p_A^{n_1} - n_1\, p_A^{n_1 - 1} (p_A\, a_1 + b_1 - y_1)^{n_1}}{p_A^{2\, n_1}} \times \right.$$

$$\times [p_A\, (a_1 - x_1) + b_1]^{m_1} + m_1\, [p_A\, (a_1 - x_1) + b_1]^{m_1 - 1}\, (a_1 - x_1) \times$$

$$\left. \times\ \frac{(p_A\, a_1 + b_1 - y_1)^{\, n_1}}{p_A^{n_1}} \right] = 0$$

ponendo

$$p_A\, a_1 + b_1 - y_1 = T$$
$$p_A\, (a_1 - x_1) + b_1 = S$$

e semplificando

(VII)

$$\frac{d\, I_1^{II}}{d\, p_A} = \frac{K_1\, T^{\,n_1 - 1}\, S^{m_1 - 1}}{p_A^{\,n_1 + 1}} \left[n_1\, (a_1\, p_A - T)\, S - m_1\, (a_1 - x_1)\, T\, p_A \right] = o$$

dovrà essere ancora

$$\frac{d^n\, I^{II}}{d\, p_A^{\,n}} < o \qquad \text{per n pari}$$

Il primo fattore della (VII) si annulla se

$$\text{VIII} \qquad \begin{aligned} y_1 &= p_A\, a_1 + b_1 \\ p_A\, x_1 &= p_A\, a_1 + b_1 \end{aligned}$$

Così dicasi del II° fattore in parentesi quadra. Ancora il secondo fattore s'annulla per l'eguaglianza dei termini che lo compongono e cioè se:

$$n_1\, (y_1 - b_1)\, [p_A\, (a_1 - x_1) + b_1] = m_1\, (a_1 - x_1)\, p_A\, (p_A\, a_1 + b_1 - y_1)$$

Ricordando $x_1 = f\,(p_A)$

$$n_1\, (y_1 - b_1)\, (y_1 - b_1 + b_1\, p_A) = m_1\, (y_1 - b_1)\, (p_A\, a_1 + b_1 - y_1)$$

Semplificando e raccogliendo y_1

(IX)

$$y_1 = \frac{m_1\, (p_A\, a_1 + b_1) - n_1\, b_1\, (p_A - 1)}{n_1 + m_1} = p_A\, a_1 + b_1 \quad \text{se } n_1 = o$$
$$\text{oppure} \qquad \text{»} \quad p_A = 1$$

In altri casi $y_1 < p_A\, a_1 + b_1$ posto $p_A > 1$

Ammettendo la possibilità di scambio e cioè $x_1 \neq a_1$ $y_1 \neq b_1$ la derivata seconda, nei casi di soluzione della (VII) avrà l'espressione

(X)

$$\frac{\partial^2 l_1^{II}}{\partial p_A^2} = n_1 (y_1 - b_1) K_1 \left[D \frac{(T^{n_1-1} S^{m_1-1})}{p_A^{n_1+1}} . S + D S . \frac{T^{n_1-1} S^{m_1-1}}{p_A^{n_1+1}} \right] -$$

$$- K_1 m_1 (y_1 - b_1) \left[D \left(\frac{T^{n_1-1} S^{m_1-1}}{p_A^{n_1+1}} \right) . T + D T . \frac{T^{n_1-1} S^{m_1-1}}{p_A^{n_1+1}} \right] < o$$

dove

$$D S = a_1 - x_1$$
$$D T = a_1$$

$$D \frac{T^{n_1-1} S^{m_1-1}}{p_A^{n_1+1}} = \frac{T^{n_1-2} S^{m_1-2} [p_{A(n_1-1)} a_1 S + p_{A(m_1-1)} T - (n+1) T S]}{p_A^{n_1+2}}$$

Le soluzioni (VIII) annullano il primo numero della disuguaglianza e quindi la (X) non è giustificata. La soluzione (XI) qnando $n_1 \neq o$, portando alle disuguaglianze

$$y_1 \gtrless p_A a_1 + b_1$$
$$b_1 \lesseqgtr p_A b_1 + y_1$$

per l'equazione da cui procede, giustifica la (X). —

Nel caso di libera concorrenza

$$\frac{K_1 y_1^{m_1} n_1 x^{n_1-1}}{p_A} = K_1 x_1^{n_1} y^{m_1-1}$$

Semplificando e ponendo in evidenza y_1:

$$y_1 = p_A \frac{x_1 m_1}{n_1} \qquad \text{e per } x_1 = f(p_A)$$

$$y_1 = \frac{m_1}{n_1 + m_1} (p_A a_1 + b_1)$$

Tipo 2°). Eguale al caso precedente.

Beni supplementari:

Equazione eguale a quella adottata nel caso precedente ponendo n_1, m_1, K_1 inferiori a zero: Si avrà

$$\frac{d\,I_1^{11}}{d\,x_1} > o$$

$$\frac{d\,I_1^{11}}{d\,y_1} > o$$

$$= \frac{d^2\,I_1^{11}}{d\,x_1^2} < o$$

$$\frac{d^2\,I_1^{11}}{d\,y_1^2} < o$$

$$= \frac{d^2\,I_1^{11}}{dx\,dy} < o$$

$$\frac{d^2\,I_1^{11}}{dy\,dx} < o$$

Nel caso di mouopolio tipo 1°) e 2°) e di libera concorrenza le conclusioni si identificano con quelle del caso precedente.

Per il caso generale di questo ultimo studio se il numero totale dei beni è pari $K_1 < o$ se dispari $K_1 > o$.

Conclusioni generali. Nel caso di $n_1 = o$ abbiamo visto che tutti i regimi portano alle stesse soluzioni: ciò significa che la condizione di monopolio non costituisce un modo d'agire sul mercato dipendente dalla volontà del monopolista quando per questo resti costante l'inesistenza dell'ofelimità per il bene monopolizzato ma è una linea di condotta "necessaria conseguenza" della sua psicologia d'uomo economico.

Bellinzona, marzo 1925.