

Bemerkungen zur Dreiecksprojektion

Autor(en): **Tertsch, H.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische mineralogische und petrographische Mitteilungen
= Bulletin suisse de minéralogie et pétrographie**

Band (Jahr): **43 (1963)**

Heft 1: **Festschrift Robert L. Parker : zu seinem 70. Geburtstag : 1. Mai
1963**

PDF erstellt am: **16.04.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-33433>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Bemerkungen zur Dreiecksprojektion

Von H. Tertsch † (Wien)

Mit 1 Textfigur

Wenn man für eine gnomonische Kristallprojektion wie üblich die Fläche senkrecht zur Vertikalachse als Projektionsebene (Kopfbild) verwendet, lassen sich nur beschränkte Teile der Projektionskugel darstellen. Vor allem ist es bei dieser Wahl der Projektionsebene gnomonisch nicht möglich, alle drei Endflächen zugleich abzubilden. Diese Schwierigkeit verschwindet, wenn man eine andere, womöglich zentral gelegene Fläche eines *Oktanten* der Projektionskugel zur Projektionsebene macht. Diese Sonderform der gnomonischen Kristallprojektion bildet dann die drei Endflächen im Endlichen als Ecken eines Dreiecks ab, innerhalb dessen *sämtliche* Flächen des projizierten Oktanten der Projektionskugel nicht nur schematisch, sondern auch winkelgetreu eingetragen werden können. Gegenüber der so überaus verwendbaren stereographischen Projektion zeigt die gnomonische Projektion und natürlich auch der Sonderfall der Dreiecksprojektion den Vorteil, dass die Zonen als gerade Linien gezogen werden können und dass die graphische Kristallberechnung und die Indizesbestimmung dadurch sehr vereinfacht wird. Ein anderer Vorteil geht bei der Dreiecksprojektion allerdings verloren: Zonen über dem gleichen Durchmesser erscheinen nicht mehr als parallele Gerade.

Dieser Umstand wie auch die Schwierigkeit, die Projektion winkelgetreu zu gestalten, liessen die Dreiecksprojektion wenig zur Anwendung kommen, wenn auch P. NIGGLI (1924, 1941) in seinen Büchern immer wieder die Vorteile der Dreiecksprojektion, besonders bei *Habitus- und Trachtfragen*¹⁾ hervorhob und ausnützte.

¹⁾ Zur Definition von „Habitus“ und „Tracht“ sei nachdrücklichst auf TERTSCH (1959, S. 198) verwiesen.

Es ist R. L. PARKER zu verdanken, dass er in einer Reihe bedeutungsvoller Arbeiten (1936, 1938, 1940) die Gesetzmässigkeiten und Durchführungsmöglichkeiten der Dreiecksprojektion eingehend ausgestaltete und der praktischen Anwendung zuführte. Er gab für die „winkeltreue Dreiecksprojektion“ ein Netz an, das die Eintragung der Positionswinkel ρ (Polardistanz, Winkel zwischen der Vertikalachse und der Flächennormale) und φ (Azimut) ohne besondere Konstruktionen ermöglichte. Sind für den einzelnen Flächenpol diese Winkel nicht bekannt, dann kann zu dieser Eintragung der Zonenverband dienen, oder man geht von einer stereographischen Projektion aus und entwickelt in einfacher Weise die entsprechende Dreiecksprojektion (TERTSCH, 1959). Ein solches Netz (Abbildung eines rechtwinklig-rechtseitigen sphärischen Dreiecks) gilt für einen *vollen Oktanten der Projektionskugel*, nicht für einen Oktanten der Kristallform.

Es darf nicht ausser acht gelassen werden, dass derartige Dreiecksprojektionen jeweils nur für *einen* Oktanten der Projektionskugel durchführbar sind. Die zugehörige Dreiecksprojektion ist dann ein gleichseitiges Dreieck mit den Eckpunkten A' (100), B' (010) und C' (001) (Fig. 1). Der Mittelpunkt eines solchen Dreiecks ist der Pol der Oktaederfläche 111 im kubischen System.

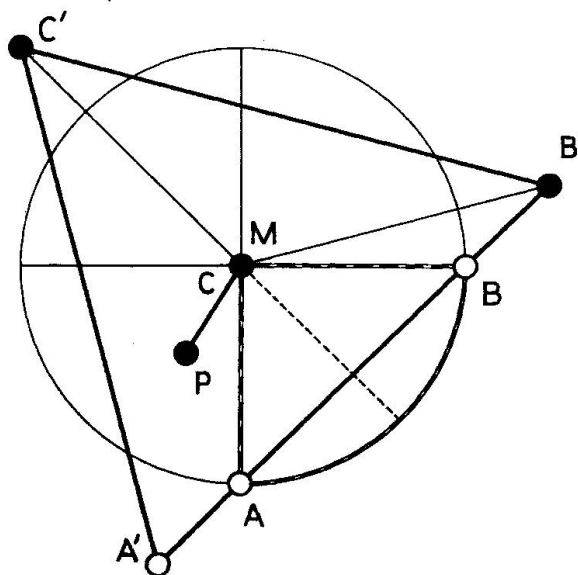


Fig. 1.

Das gilt für alle Systeme mit rechtwinkligem Achsenkreuz (und für das hexagonale System zwischen den Flächen 0001, $10\bar{1}0$ und $\bar{1}2\bar{1}0$), nicht aber für die Endflächen des monoklinen und triklinen Systems.

Während in der Projektion *aller* Systeme 010 immer in B' liegt, müssen die Projektionen von 100 und 001 im monoklinen und triklinen System erst jeweils winkelgetreu eingetragen werden, wobei der gnomonische Pol von 100 natürlich in die Dreieckseite $A'B'$ fallen muss.

Falls Hemiedrien vorliegen, also die Flächenverteilung nicht in allen Oktanten analog ist, muss für jeden einzelnen, abweichenden Oktanten eine gesonderte Dreiecksprojektion angefertigt werden (vgl. dazu P. NIGGLI, 1924 u. 1941, und TERTSCH, 1959).

Für die einfachen geometrischen Beziehungen zwischen der Lage der Endflächen A, B, C in stereographischer Projektion und deren gnomonischen Polen $A'B'C'$ vgl. Fig. 1 und TERTSCH (1959). PARKER schlug den Gebrauch eines käuflichen gleichseitigen Dreiecksnetzes mit 20 cm Seitenlänge vor. Da aber für den Radius 10 der Projektionskugel eine Seite des Dreieckes 24,5 sein müsste, machte er darauf aufmerksam, dass für ein Dreieck mit $s = 20$ ein $r = 8,66$ gültig wäre²⁾.

Soll für das Dreiecksnetz $s = 20$ ein Winkel MP (Fig. 1) eingetragen werden, der nicht aus den Winkeltabellen oder dem Zonenverband abgeleitet werden kann, ist hiebei zu beachten, dass nicht einfach eine Tangententabelle verwendet werden kann, sondern es notwendig ist, die Tangente des anderweitig (zum Beispiel durch die stereographische Projektion) gegebenen Winkels erst für $r = 8,66$ umzurechnen. Eine erste, rohe Übersicht einer solchen Umrechnung gibt die folgende Tabelle.

Tabelle. $\tan MP$ für $r = 8,66$

Grad	cm	Grad	cm	Grad	cm	Grad	cm	Grad	cm	Grad	cm
1	0,15	12	1,85	22	3,50	32	5,42	42	7,81	52	11,10
2	0,30	14	2,16	24	3,86	34	5,85	44	8,37	54	11,92
4	0,61	16	2,51	26	4,23	36	6,31	45	8,66	56	12,86
6	0,91	18	2,82	28	4,62	38	6,78	46	8,98	58	13,87
8	1,22	20	3,16	30	5,00	40	7,29	48	9,62	60	15,03
10	1,53							50	10,33		

Auf jeden Fall ist es wichtig, die (allenfalls theoretische) Lage der 3 Endflächen und der Grundpyramide oder zweier Grundprismen (in den Seiten $A'B'$, $B'C'$, $A'C'$) winkelrichtig einzuzuzeichnen. Aus dem Zonenverband ergeben sich dann die anderen Flächenlagen.

Eine Besonderheit zeigt sich beim *trigonalen* System in der MILLERschen Aufstellung. Hier erscheint der Würfel des kubischen Systems

²⁾ Nicht 8,16, wie infolge eines Druckfehlers angegeben wird.

nach einer der dreizähligen Deckachsen dieses Systems verformt, gestaucht oder gestreckt, und das Grundrhomboeder $10\bar{1}1$ nach BRAVAIS wird zum Projektionsmittelpunkt (gnomonisch 111). Der Winkel ρ (Polardistanz) für $(10\bar{1}1-0001)$ gilt dann *ungeändert* auch für die Dreiecksprojektion. Man kann also in dem Projektionsdreieck von M aus diesem Winkel ρ in den drei zu den Eckpunkten des Dreiecks führenden Azimuten eintragen und erhält damit die Projektionspole für die Flächen des Grundrhomboeders (100, 010, 001 nach MILLER), die bei stumpfen Grundrhomboedern innerhalb, bei spitzen ausserhalb des Netzes zu liegen kommen. Die Ecken des Dreieckes entsprechen Würfel Flächen, wenn eine dreizählige Deckachse (also der Oktaederpol 111) zum Projektionsmittelpunkt wird. Der Würfel ist ja nur der Grenzfall zwischen den stumpfen und spitzen Grundrhomboedern. (Vgl. dazu die Angaben über den $\angle \rho$ in der Reihe der rhomboedriscen Karbonate bei NIGGLI (1926) und dessen Einordnung dieser Karbonate unter die pseudokubischen Minerale.)

Unter sorgfältiger Beachtung aller von R. L. PARKER (1936, 1938, 1940) dargestellten Gesetzmässigkeiten der Dreiecksprojektion (allenfalls auch unter Verwendung von TERTSCH, 1959) ist es leicht, eine winkelgetreue Dreiecksprojektion herzustellen. Sie ist besonders bei *vergleichenden* Habitus- und Trachtstudien wie auch bei allfälligen *Persistenzfragen* (NIGGLI, 1941, S. 645ff.) mit grossem Vorteil zu verwenden.

Literatur

- NIGGLI, P. (1924): Lehrbuch der Mineralogie, 1. Teil. 2. Aufl., p. 121ff., Berlin.
 — (1941): Lehrbuch der Mineralogie, 1. Teil, 3. Aufl., p. 669ff., Berlin.
 — (1926): Lehrbuch der Mineralogie, 2. Teil, 2. Aufl., p. 79ff., Berlin.
 PARKER, R. L. (1936): Über winkeltreue Dreiecksprojektion. Schweiz. Min. Petr. Mitt. 16, 202—208.
 — (1938): Ein Netz zur winkeltreuen Dreiecksprojektion. Schweiz. Min. Petr. Mitt. 18, 475—479.
 — (1940): Ein Beitrag zur „schematischen“ Dreiecksprojektion. Schweiz. Min. Petr. Mitt. 20, 281—288.
 TERTSCH, H. (1959): Von der stereographischen Projektion zur Dreiecksprojektion und Bemerkungen zur Trachtfrage. N. Jb. Min., Mh., 193—199.

Manuskript eingegangen am 1. Juni 1962.