Zeitschrift: Schweizerische mineralogische und petrographische Mitteilungen = Bulletin suisse de minéralogie et pétrographie

Band: 44 (1964)

Heft: 2

Artikel: Versuch einer einfachen Systematik der wichtigsten Plagioklas-Zwillingsgesetze

Autor: Burri, Conrad

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-34338

Versuch einer einfachen Systematik der wichtigsten Plagioklas-Zwillingsgesetze

Von *Conrad Burri* (Zürich)

Zusammenfassung

Die Zwillingsachsen der drei parallelen Hemitropien Ala (Estérel), Periklin und Karlsbad entsprechen den konventionellen kristallographischen Achsen a, b, c, diejenigen der drei normalen Hemitropien X, Albit und Manebach denjenigen des reziproken Systems a*, b*, c*. Die Zwillingsachsen der sechs komplexen Hemitropien stehen normal zu je einer normalen und parallelen Zwillingsachse, welche ihrerseits wiederum selbst normal zueinander stehen. Sie lassen sich durch die entsprechenden Vektorprodukte formulieren. Die Zwillingsachsen der Gesetze „Prisma" und Baveno entsprechen den Normalen zu Flächen einfachster Indizes der Zonen [001] bzw. [100] und werden durch vektorielle Addition im reziproken System erhalten.

Summary

The twin axes of the three parallel hemitropies Ala (Estérel), Pericline and Carlsbad are given by the conventional crystallographic axes a, b, c, whereas those of the three normal hemitropies X, Albite and Manebach correspond to the axes of the reciprocal system a*, b*, c*. The twin axes of the six complex hemitropies are each normal to a normal as well as to a parallel twin axis, normal to each other. They may, therefore, be obtained by vectorial multiplication. The twin axes of the laws "Prism" and Baveno are normals to faces of simple indices belonging to the zones [001] and [100] and result from vectorial addition in the reciprocal system.

Eine systematische Darstellung aller bis jetzt für Plagioklas konstatierten oder aus Analogie zu den monoklinen Feldspäten als möglich vermuteten Zwillingsgesetze erfolgt am besten unter Berücksichtigung der durch E. v. Fedoroff erkannten kubischen Pseudosymmetrie dieser Mineralart. Sie wurde von P. Niggli (1926, 550—552) für die häufigsten Zwillingsgesetze durchgeführt und durch C. Burri (1962) auf sämtliche heutzutage bekannten oder vermuteten erweitert. Für viele Zwecke jedoch, zum Beispiel in Verbindung mit einer Einführung in die Technik der Plagioklasbestimmung mit der U-Tischmethode, für welche eine Kenntnis der wichtigsten Plagioklas-Zwillingsgesetze unumgänglich ist, eignet sich eine derartige Betrachtung wegen der von der konventionellen abweichenden Aufstellung und Symbolisierung nicht, da der Anfänger dadurch nur verwirrt würde. Die bekannten Einführungen in die U-Tischmethodik und Plagioklasbestimmung von Duparc-Reinhard, Reinhard, Wülfing, Berek etc. begnügen sich im allgemeinen mit einer blossen Aufzählung, wobei nach G. Tschermak (1880), welcher seinen Vorläufer in G. E. Kayser (1834, 1835) hat (vgl. auch Burri 1962a), in normale, parallele und komplexe Hemitropien gegliedert wird, das heisst in Flächennormalen-, Kanten- und Kantennormalengesetze. Vom didaktischen Standpunkt aus erscheint dieses Vorgehen nicht allzu glücklich, da eine Aufzählung dieser Art weder verstehen lässt, weshalb gerade die erwähnten und keine andern Gesetze realisiert sind, noch die Beziehungen, welche zwischen den einzelnen Arten von Zwillingen bestehen, klar hervorhebt.

Es soll daher im folgenden versucht werden, eine einfache systematische Darstellung der für die routinemässige Plagioklasbestimmung mit dem U-Tisch im allgemeinen in Betracht gezogenen Zwillingsgesetze zu geben. Der Verfasser hofft, dass sie den didaktischen Anforderungen besser gerecht wird als die in den erwähnten elementaren Einführungen enthaltenen blossen Aufzählungen. Wenn hier ausser vom konventionellen Achsensystem a, b, c auch vom reziproken a^*, b^*, c^* Gebrauch gemacht wird, so dürfte dies angesichts der ausgedehnten Anwendung, welche das reziproke Gitter (Ewald, 1921, vgl. auch Buerger, 1942, 107—127) heute in der Kristallstrukturanalyse findet, keiner besonderen Rechtfertigung bedürfen. Es ist höchstens darauf hinzuweisen, dass auch in der älteren Kristallographie schon mit reziproken Achsensystemen gearbeitet wurde, wenn sie auch nicht direkt so benannt wurden. In älteren Arbeiten spielen sehr oft die drei Pinakoidwinkel, A, B, C genannt, welche mit den heute allgemein als α^*, β^*, γ^* bezeichneten Achsenwinkeln des reziproken Systems identisch sind, eine mit den Achsenwinkeln α, β, γ des konventionellen Achsensystems gleichwertige Rolle. Es ist vor allem L. Weber, welcher in seiner ausgezeichneten und leider nicht genügend beachteten Einführung in die vektoranalytische Behandlung kristallographischer Aufgaben (in Niggli, 1924, 107—120) auf diese Tatsache hingewiesen hat. Nach diesem Autor ist ein Kristall morphologisch entweder durch seine Kantenrichtungen (Zonenachsen) oder seine Flächennormalenrichtungen charakterisiert. Denkt man sich beide je von einem Ursprung ausstrahlend, so erhält man zwei Vektorfiguren, welche Weber als Zonenbündel $\mathfrak{Z}$ und das Flächennormalenbündel $\mathfrak{F}$ bezeichnet. Wählt man drei nichtkomplanare geeignete Vektoren des Zonenbündels zu Koordinatenachsen, so erhält man das konventionelle Achsenkreuz, auf welches man die übrigen Zonenachsen beziehen kann. Man bezeichnet ihre Absolutwerte mit a, b, c und die von ihnen eingeschlossenen Winkel mit α, β, γ. Man kann jedoch auch drei Vektoren des Flächennormalenbündels als Koordinatenachsen wählen und erhält damit ein zweites Koordinatensystem, welches zwar für sich allein nicht üblich ist, aber ebenfalls zur morphologischen Charakterisierung des Kristalls verwendet werden könnte, indem man die anderen Flächennormalen darauf beziehen würde. Da jede Kante, beziehungsweise Zonenachse durch zwei Flächen, und umgekehrt jede Fläche durch zwei Zonen bestimmt ist, stehen die beiden Systeme miteinander im Zusammenhang, wobei die gegenseitigen Beziehungen sich am einfachsten mit Hilfe von Vektorprodukten ausdrücken lassen. Wählt man die Achsen des Flächennormalensystems derart, dass sie zu den Achsenebenen des konventionellen Achsenkreuzes (Zonensystem) normal stehen, so erhält man das zum ersten (konventionellen) System reziproke System, dessen Achsen mit a*, b*, c* und dessen Achsenwinkel mit α^*, β^*, γ^* bezeichnet werden. Dass von beiden an und für sich gleichwertigen und gleichberechtigten Systemen in der morphologischen Kristallographie in neuerer Zeit fast ausschliesslich das durch die Kantenrichtungen (Zonen) definierte konventionelle üblich ist, dürfte nach Weber seinen Grund in dem überragenden Einfluss haben, welchen Chr. S. Weiss mit seiner Methodik auf die Entwicklung der Kristallographie ausgeübt hat. Die Tatsache, dass sich jedoch eine ganze Reihe von kristallographischen Problemen mit Hilfe des reziproken Systems viel eleganter lösen lässt und dass die entsprechenden Ausdrücke leichter zu handhaben sind, dürfte vielleicht dazu führen, dass in Zukunft beide Systeme wieder mehr gleichberechtigt nebeneinander Verwendung finden, um so mehr als die strukturelle Kristallographie diesen Weg bereits beschritten hat.

Für die hier beabsichtigte Darstellung der Zwillingsgesetze wird vom konventionellen triklinen Achsensystem a, b, c der Plagioklase ausgegangen, wobei den Achsen nach Länge und Richtung drei Vektoren $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$ zugeordnet werden. Diese entsprechen drei ausgezeichneten Richtungen des Weberschen Zonenbündels. Fasst man sie als Zwillingsachsen (ZA) auf, so entsprechen sie den drei bekannten parallelen Hemitropien (Kantengesetzen):

$$\mathfrak{a} = [100] = \text{ZA des Ala-(Estérel-)Gesetzes}$$
$$\mathfrak{b} = [010] = \text{ZA des Periklin-Gesetzes}$$
$$\mathfrak{c} = [100] = \text{ZA des Karlsbad-Gesetzes}$$

Aus dem konventionellen Achsenkreuz a, b, c erhält man die zu den drei Hauptpinakoiden normalen Achsen des reziproken Systems a*, b*, c* in bekannter Weise durch vektorielle Multiplikation. Sie entsprechen den ZA von normalen Hemitropien, beziehungsweise Flächennormalengesetzen, da sie normal zu den durch die beiden multiplizierten Vektoren aufgespannten Flächen stehen, und gehören dem WEBERschen Flächennormalenbündel an:

$$[\mathfrak{a}\mathfrak{b}] = \mathfrak{c}^* = \perp(001) = \text{ZA des Manebach-Gesetzes}$$
$$[\mathfrak{b}\mathfrak{c}] = \mathfrak{a}^* = \perp(100) = \text{ZA des X-Gesetzes}$$
$$[\mathfrak{c}\mathfrak{a}] = \mathfrak{b}^* = \perp(010) = \text{ZA des Albit-Gesetzes}$$

Da definitionsgemäss jede konventionelle Achse normal zu zwei reziproken steht und jede reziproke normal zu zwei konventionellen, folgt, dass die ZA gewisser normaler Hemitropien normal zu den ZA gewisser paralleler Hemitropien stehen müssen. Sind bei zwei verzwillingten Individuen eine derartige normale und eine parallele Hemitropie, für welche die ZA normal zueinander stehen, gleichzeitig realisiert, so ergibt sich die Möglichkeit einer weiteren Deutung der vorliegenden Verzwillingung. Halbdrehungen um zwei zueinander normale Achsen sind nämlich geometrisch einer Halbdrehung um eine dritte Achse, welche auf der durch die beiden ersten bestimmten Ebene normal steht, äquivalent. Dieser Satz ergibt sich als Spezialfall eines allgemeineren Satzes der Symmetrielehre, welcher besagt, dass das Produkt zweier Halbdrehungen um zwei sich schneidende Achsen u und v gleich einer Drehung um eine dritte, zu u und v normale Achse a um einen Drehwinkel α ist, welcher dem doppelten Winkel (u, v) entspricht. (Vgl. z. B. SCHOENFLIES, 1923, 31—34.) Stehen die beiden Digyren u, v (ZA), wie im betrachteten Fall, normal zueinander, so resultiert als Drehwinkel α der dritten, zu u und v normalen Achse 180°, das heisst die dritte Achse ist ebenfalls eine Digyre, beziehungsweise ZA.

Diese Art von Zwillingsgesetzen, deren ZA normal zu denjenigen je einer normalen und parallelen Hemitropie steht und selbst einer irrationalen Richtung entspricht, werden bekanntlich als komplexe Hemitropien oder Kantennormalen-Gesetze bezeichnet.

Definitionsgemäss steht jede der drei Achsen des konventionellen oder reziproken Systems normal zu zwei Achsen des Systems der andern

Art. Es müssen sich demnach durch Bildung der entsprechenden Vektorprodukte insgesamt sechs komplexe Hemitropien ergeben, wie sie schon G. E. Kayser (1834, 1835) bekannt waren. Folgendes Schema zeigt die Zusammenhänge:

	$\mathfrak{a}$	$\mathfrak{b}$	$\mathfrak{c}$
$\mathfrak{a}^*$	—	$[\mathfrak{a}^*\mathfrak{b}]$	$[\mathfrak{a}^*\mathfrak{c}]$
$\mathfrak{b}^*$	$[\mathfrak{b}^*\mathfrak{a}]$	—	$[\mathfrak{b}^*\mathfrak{c}]$
$\mathfrak{c}^*$	$[\mathfrak{c}^*\mathfrak{a}]$	$[\mathfrak{c}^*\mathfrak{b}]$	—

Die Produkte $[\mathfrak{a}\mathfrak{a}^*]$, $[\mathfrak{b}\mathfrak{b}^*]$, $[\mathfrak{c}\mathfrak{c}^*]$ definieren keine komplexen ZA, weil die betreffenden normalen und parallelen ZA nicht normal zueinander stehen.

Die Nomenklatur der Komplexgesetze ergibt sich bekanntlich durch Aneinanderfügen der Bezeichnungen der normalen und parallelen Hemitropien, deren ZA in der zur Komplexachse normalen Ebene liegen und wie sie durch die Faktoren des betreffenden Vektorproduktes gegeben sind. Dabei ist es üblich, die Bezeichnung der normalen Hemitropie voranzustellen. In einigen Fällen existieren auch weitere, auf Grund typischer Vorkommen beruhende synonyme Bezeichnungen, wie zum Beispiel Ala- oder Estérel-, Roc-Tourné- und Scopi-Gesetz. Das Aklin-Gesetz hat seinen Namen daher, dass es seinerzeit als Spezialfall des Periklin-Gesetzes mit von der Zusammensetzung unabhängiger Lage der Verwachsungsebene (001) angesehen wurde, während heute die Interpretierung als Manebach-Ala-Komplexgesetz vorherrscht.

Unter Berücksichtigung der früher gegebenen Bezeichnungen für die normalen und komplexen Hemitropien ergeben sich die folgenden Komplexgesetze gemäss obigem Schema:

$ZA = [\mathfrak{b}^*\mathfrak{a}] = \frac{\perp [100]}{(010)}$ Albit-Ala-(Albit-Estérel-)Gesetz

$ZA = [\mathfrak{c}^*\mathfrak{a}] = \frac{\perp [100]}{(001)}$ Manebach-Ala-(= Aklin-)Gesetz

$ZA = [\mathfrak{a}^*\mathfrak{b}] = \frac{\perp [010]}{(100)}$ X-Periklin-(= Karlsbad-B-)Gesetz

$ZA = [\mathfrak{c}^*\mathfrak{b}] = \frac{\perp [010]}{(001)}$ Manebach-Periklin-(= Scopi-)Gesetz

$ZA = [\mathfrak{a}^*\mathfrak{c}] = \frac{\perp [001]}{(100)}$ X-Karlsbad-(= Aklin-B-)Gesetz

$ZA = [\mathfrak{b}^*\mathfrak{c}] = \frac{\perp [001]}{(010)}$ Albit-Karlsbad-(= Roc-Tourné-)Gesetz

Diese Zusammenstellung der Komplexgesetze entspricht derjenigen, wie sie üblicherweise in den Anleitungen zur Plagioklasbestimmung vermittels der U-Tischmethode gegeben wird und wie sie sich erstmals bei G. E. Kayser (1834, 1835) findet. Auf die teilweise Nichtunterscheidbarkeit dieser Gesetze von gewissen normalen oder parallelen Hemitropien wird hier nicht eingegangen, da sich diese Frage in den Anleitungen zur U-Tischmethode, vor allem bei M. Reinhard (1931), erörtert findet.

Die bis jetzt erwähnten 3 normalen, 3 parallelen und 6 komplexen Hemitropien entsprechen den bereits 1834 durch G. E. Kayser als „Cyclus der 12 Zwillingsgesetze der Plagioklase" angeführten Gesetzen. Wie bei diesem Autor fehlen jedoch noch weitere normale Hemitropien, vor allem das wichtige Baveno-Gesetz, welches für trikline Feldspate in die beiden korrespondierenden Gesetze Baveno-r mit ZA $\perp$(021) und Baveno-l mit ZA $\perp$(0$\bar{2}$1) zerfällt. Ferner fehlt das nach seinem Auftreten bei Orthoklas (K. Haushofer, 1879) als Prisma-Gesetz bezeichnete Zwillingsgesetz. Sein Äquivalent ist zwar bei Plagioklas bis jetzt noch nie mit Sicherheit konstatiert worden, es wird jedoch in allen Zusammenstellungen der Plagioklas-Zwillingsgesetze immer als mögliches Gesetz mitberücksichtigt. Für trikline Feldspäte zerfällt auch dieses Gesetz in zwei korrespondierende mit ZA $\perp$(110), beziehungsweise $\perp$(1$\bar{1}$0), welche üblicher- jedoch inkorrekterweise als „Prisma"-r, beziehungsweise „Prisma"-l bezeichnet werden, obwohl diese Form im triklinen System nicht möglich ist.

Betrachtet man vorerst die „Prisma"-Gesetze, so fällt sofort auf, dass (110) und (1$\bar{1}$0) die einfachsten Formen der Hauptzone [001] = c sind, welche zwischen den Hauptpinakoiden gelegen sind und deren Indizes durch Addition von (100) und (010), beziehungsweise (0$\bar{1}$0) erhalten werden, das heisst durch vektorielle Additionen $\mathfrak{a}^* + \mathfrak{b}^*$ im reziproken System. Für (021), beziehungsweise (0$\bar{2}$1), Flächen der Hauptzone [100] = a, scheint der Fall zuerst nicht so einfach zu liegen. Verdoppelt man jedoch die c-Achse, wie dies für Anorthit aus strukturellen Gründen ohnehin gerechtfertigt wäre, so würden die beiden Flächen die neuen Indizes (011)′, beziehungsweise (0$\bar{1}$1)′ erhalten, was sich auch deshalb rechtfertigen liesse, als sie gegenüber der b- und der c-Achse annähernd gleiche Neigung aufweisen. Auch die Zwillingsebenen des Baveno-Gesetzes wären auf diese Weise somit Flächen einer Hauptzone, mit einfachsten Indizes, wie sie durch Addition aus denjenigen der Hauptpinakoide (001) und (010), beziehungsweise (0$\bar{1}$0) erhalten werden.

Damit sind alle wichtigen Zwillingsgesetze, welche bei der Plagioklasuntersuchung mit Hilfe der U-Tischmethoden üblicherweise in Betracht gezogen werden, systematisch erfasst. Es handelt sich um 3 parallele, 5 normale und 6 komplexe Hemitropien. Für die 3 parallelen (Ala-, Periklin- und Karlsbad-Gesetz) sind die Achsen des konventionellen Achsensystems a, b, c Zwillingsachsen. Von den 5 normalen Hemitropien haben deren 3 (X-, Albit- und Manebach-Gesetz) die Achsen a*, b*, c* des reziproken Systems zu ZA, während die beiden restlichen (Baveno- und „Prisma"-Gesetze) die Normalen einfachster Flächenlagen der Hauptzonen a = [100], beziehungsweise c = [001], nämlich von (110), beziehungsweise ($1\bar{1}0$) und (021), beziehungsweise ($0\bar{2}1$) zu ZA haben. Die ZA der 6 Komplexgesetze stehen normal zu Ebenen, welche durch je eine Achse des konventionellen und des reziproken Achsensystems, welche normal zueinander stehen, bestimmt sind.

Literatur

BUERGER, M. J. (1942): X-ray crystallography. New York, Wiley.

BURRI, C. (1962): A survey of feldspar twinning. Norsk Geol. Tidskr. 42 (Feldspar vol.) 193—206.

— (1962a): Gustav Eduard Kayser (geb. 1808) und die Zwillingsgesetze der Plagioklase. Schweiz. Min. Petr. Mitt. 42, 25—36.

EWALD, P. P. (1921): Das „reziproke Gitter" in der Strukturtheorie. Z. Kristallogr. 56, 129—156.

HAUSHOFER, K. (1879): Orthoklaszwillinge von Fichtelberg. Z. Kristallogr. 3, 601—602.

KAYSER, G. E. (1834): De cyclo quodam legum duodecim secundum quas crystalli generum feldspathi familiae singulariorum geminatim conjunctas inveniuntur. Inaug. Diss. Univ. Berlin, Berolini, Typis Nauckianis.

— (1835): Über einen Cyclus von 12 Zwillingsgesetzen, nach welchen die ein- und eingliedrigen Feldspathgattungen verwachsen. Poggend. Ann. 34, 109—128 und 301—319.

NIGGLI, P. (1924): Lehrbuch der Mineralogie Bd. I, 2. Aufl. Berlin, Bornträger.

— (1926): Lehrbuch der Mineralogie Bd. II, 2. Aufl., Berlin, Bornträger.

REINHARD, M. (1931): Universaldrehtischmethoden. Basel, Wepf.

SCHOENFLIES, A. (1923): Theorie der Kristallstruktur. Berlin, Bornträger.

Institut für Kristallographie und Petrographie der Eidgenössischen Technischen Hochschule, Zürich

Manuskript eingegangen am 28. Februar 1964.