

Zeitschrift:	Schweizerische mineralogische und petrographische Mitteilungen = Bulletin suisse de minéralogie et pétrographie
Band:	29 (1949)
Heft:	1
Artikel:	Grundsätzliches zur Bestimmung der optischen Indikatrix mit Hilfe des Universaldrehtisches
Autor:	Berek, M.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-23683

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 25.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Grundsätzliches zur Bestimmung der optischen Indikatrix mit Hilfe des Universaldrehtisches

Von *M. Berek*, Wetzlar

Die Untersuchung von Dünnschliffen mit Hilfe des Universaldrehtisches stützt sich auf Beobachtungen von Auslöschungen und Messungen von Gangunterschieden. Immer tritt dabei die Aufgabe auf, zu der jeweiligen Beobachtungsrichtung im Glassegment, die mit der Richtung der Mikroskopachse zusammenfällt, die korrespondierende Richtung im Kristall anzugeben. Dies ist im strengen Sinne im allgemeinen gar nicht möglich, da zu einer im Glassegment fortschreitenden Welle zufolge der Doppelbrechung des Kristalls in diesem zwei Wellen mit verschiedenen Normalenrichtungen gehören; sie sind innerhalb der Ebene, die durch die Beobachtungsrichtung im Segment und durch die Schleifnormalen bestimmt wird, unterschiedlich gegenüber der Richtung der Wellennormalen im Segment abgelenkt. Jede Gangunterschiedsmessung bei schrägem Lichteinfall gibt daher nicht die Doppelbrechung in einer eindeutig bestimmten Richtung im Kristall, sondern die Differenz der Brechungsindices für zwei verschiedene Richtungen, die umso mehr auseinanderfallen, je stärker die Doppelbrechung des Kristalls ist, je mehr seine Lichtbrechung von der im Segment abweicht und je grössere Neigungswinkel am U-Tisch benutzt werden. Aus demselben Grund treten auch bei der Messung von Auslöschungswinkeln besondere Verhältnisse auf. Da bei schrägem Lichteinfall die beiden in den Kristall hineingebrochenen Wellen verschiedene Fortpflanzungsrichtungen haben, stehen ihre Schwingungsrichtungen im allgemeinen nicht senkrecht aufeinander. Beim Austritt dieser Wellen aus dem Kristall entstehen wohl, sofern der Dünnschliff von parallelen Flächen begrenzt ist, zwar wieder zwei Wellen mit einer einheitlichen Richtung im Glassegment; aber ihre Schwingungsrichtungen liegen nicht genau senkrecht zueinander und haben gegenüber denen im Kristall eine verschieden starke Drehung erfahren. Das einschlägige Gesetz hat F. E. WRIGHT¹⁾ formuliert. Man kann es,

¹⁾ F. E. WRIGHT, Tschermaks Min. Petr. Mitt. **30**, 1911; 194.

auf unseren Fall angewandt, so aussprechen: Das gegen die Einfalls-ebene gemessene Azimut jeder aus dem Kristall in das obere Glassegment des U-Tisches übertretenden Welle ist um 90° von demjenigen Azimut verschieden, das eine in dem unteren Glassegment einfallende Welle haben müsste, um im Kristall nur die zweite zu dem vorgegebenen Einfallswinkel gehörige Welle allein zu erzeugen. Die Beziehungen, welche des Näheren für solche „uniradiale“ Azimute bestehen, hat schon 1837 J. MAC CULLAGH aufgestellt²⁾.

Aus den geschilderten Verhältnissen folgt, dass das übliche Verfahren, dessen wir uns beim Auffinden einer Symmetrieebene (S. E.) mittels des U-Tisches zu bedienen pflegen, und bei dem wir das Bestehenbleiben der Auslöschung während einer Betätigung der Drehachse A_4 ³⁾ als Kriterium für das Einstehen einer S. E. im Kristall ansehen, prinzipiell unkorrekt ist. Denn wenn die Beobachtungsrichtung innerhalb einer Ebene \mathcal{E} im Glassegment wandert (Fig. 1), bewegen sich die korrespondierenden Richtungen im Kristall zufolge der Doppelbrechung nicht wieder in einer Ebene, sondern auf den Mantelflächen K_1, K_2 zweier verschiedener Kegel. Das beim üblichen Aufsuchen einer S. E. angewandte Kriterium kann also in Strenge nicht auf eine S. E. führen und zwar auch dann nicht, wenn, wie es bei kleiner Doppelbrechung statthaft ist, die beiden Mantelflächen K_1, K_2 durch eine mittlere ersetzt gedacht werden. Immer bleibt die Diskrepanz bestehen, dass einer Ebene \mathcal{E} im Segment nicht wieder eine Ebene im Kristall korrespondiert und umgekehrt, sowie zusätzlich, dass auch die Schwingungsrichtungen im Segment andere Lagen haben als im Kristall.

Wenn wir aus diesen Gründen an die mit dem U-Tisch wirklich erreichbaren Genauigkeiten nur begrenzte Ansprüche stellen dürfen, hat es andererseits sehr wohl einen Sinn, methodisch so zu verfahren, dass die bei schrägem Lichteinfall sich zufolge der Doppelbrechung nachteilig auswirkenden Umstände möglichst wenig ins Gewicht fallen. In dieser Hinsicht ist es günstig, die Auslösungen nur für zwei solche Richtungen $\mathfrak{R}, \mathfrak{R}'$ im Segment miteinander zu vergleichen, für welche die Schwingungsrichtungen bei ihrem Übertritt vom Kristall in das Segment gleiche Ablenkung erfahren. Dies tritt, wie sich mit Hilfe der Formeln von J. MAC CULLAGH zeigen lässt, näherungsweise immer dann ein, wenn zu den Richtungen $\mathfrak{R}, \mathfrak{R}'$ im

²⁾ Siehe z. B. in F. POCKELS, Kristalloptik, Leipzig u. Berlin 1906; 185.

³⁾ Die hier benutzten Bezeichnungen für die Drehachsen und die Drehwinkel entsprechen denen in M. BEREK, Universaldrehtischmethoden, Leipzig u. Berlin 1924; 10 u. 37.

Segment gleiche Einfallswinkel gehören und wenn die Lichtbrechung des Segments der mittleren Lichtbrechung im Kristall möglichst gut angepasst ist.

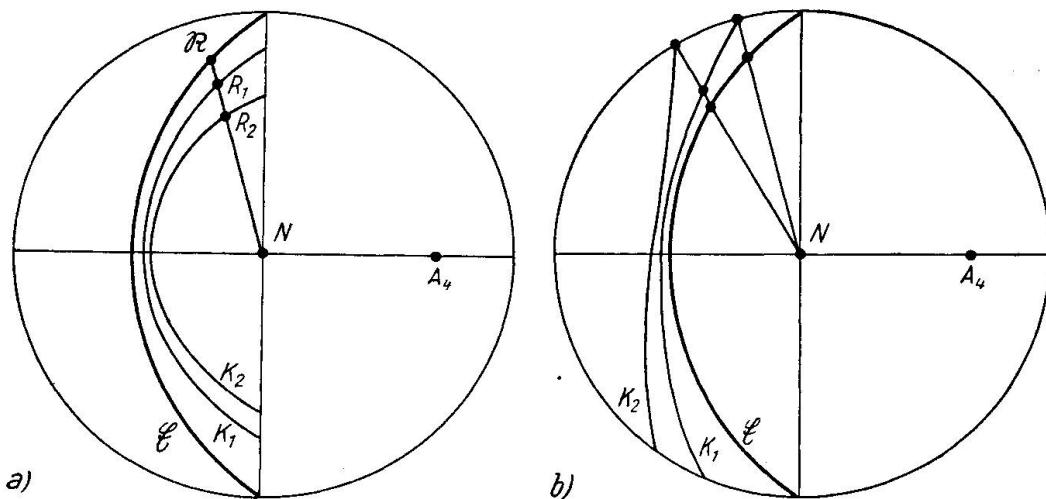
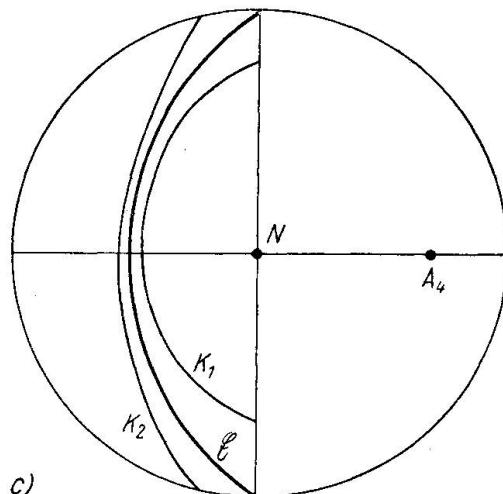


Fig. 1. Die zu einer im Glassegment in der Ebene \mathcal{E} liegenden Beobachtungsrichtung \mathfrak{R} korrespondierenden Richtungen R_1, R_2 der Wellennormalen im Kristall (schematisch). a) $n_s < n_K$; b) $n_s > n_K$; c) $(n_K)_1 > n_s > (n_K)_2$. Die Zentraldistanz $\mathfrak{R}N$ ist mit den Zentraldistanzen R_1N und R_2N durch das Brechungsgesetz der Wellennormalen verknüpft. Der Gesamtheit der Wellennormalen in der Ebene \mathcal{E} des Glassegments entsprechen im Kristall Wellennormalenrichtungen auf zwei Kegelmantelflächen K_1 und K_2 . Diese durchschneiden sich in den Richtungen der optischen Achsen. Diejenigen Punkte der Projektion, in denen im Falle $n_s > n_K$ die Kurven K_1, K_2 den Grundkreis der Projektion treffen, bestimmen die Grenzwinkel der Totalreflexion.



Ist nach dem üblichen Verfahren eine Ebene \mathcal{E} im Glassegment ermittelt, für die bei Betätigung der Drehachse A_4 näherungsweise die Auslöschung erhalten bleibt, so betrachten wir des weiteren nur zwei Richtungen \mathfrak{R} und \mathfrak{R}' in dieser Ebene, die wir mittels der Drehachse A_4 wechselweise einstellen können und die so liegen, dass einerseits ihr Winkelabstand $\alpha_4 - \alpha'_4$ reichlich bemessen ist und dass andererseits für jede dieser beiden Richtungen bei Drehung um A_5 der Wechsel zwischen Aufhellung und Verdunklung gut zu erkennen ist.

Ferner wählen wir (Fig. 2) die Richtungen \mathfrak{R} , \mathfrak{R}' nach Möglichkeit so, dass $\alpha'_4 = -\alpha_4$ ist, damit diese Richtungen gleiche Winkel mit der Schliffnormale N bilden und somit für beide Richtungen die Drehungen der Schwingungsrichtungen beim Übergang vom Kristall zum Segment annähernd gleich werden. Wenn dann in den Richtungen \mathfrak{R} und \mathfrak{R}' gleiche Auslöschungslagen beobachtet werden, sind zwar

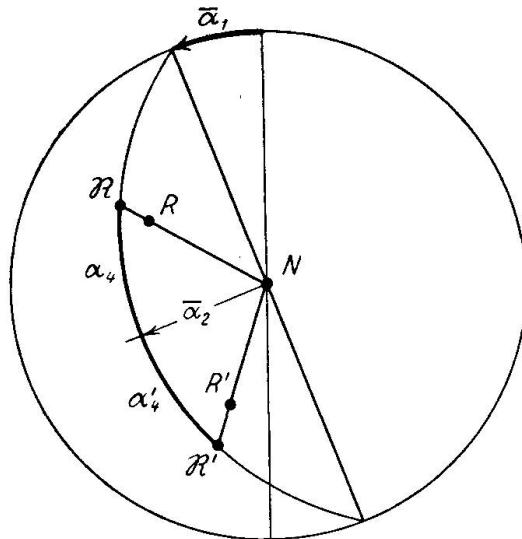


Fig. 2. Zur Bestimmung einer optischen S.E. mit Hilfe von zwei unter gleichen Winkeln gegen die Schliffnormale geneigten Hilfsrichtungen \mathfrak{R} , \mathfrak{R}' mit gleicher Auslöschungslage.

$$\mathfrak{R}N = \vartheta_s; \quad \mathfrak{R}'N = \vartheta'_s.$$

in den zu \mathfrak{R} und \mathfrak{R}' korrespondierenden Richtungen R , R' im Kristall die Schwingungsrichtungen gegenüber denen für \mathfrak{R} und \mathfrak{R}' anders, untereinander aber gleich orientiert, und daher müssen nach der Fresnel'schen Regel im Kristall die Richtungen R und R' in einer optischen S. E. liegen. Dies wird durch folgenden Messvorgang verwirklicht:

In der nach dem üblichen Verfahren näherungsweise als S. E. ermittelten Ebene \mathfrak{E} (Koordinaten α_1 , α_2) stellen wir zunächst mittels einer Neigung α_4 um die Drehachse A_4 eine Beobachtungsrichtung \mathfrak{R} ein und korrigieren mit der Drehachse A_2 bis zur vollkommenen Auslöschung nach. Hierauf stellen wir die Richtung \mathfrak{R}' ($\alpha'_4 = -\alpha_4$) ein, bestimmen aber jetzt die Auslöschungslage durch Drehung um A_5 . Fällt sie mit der Ausgangsstellung der Achse A_5 zusammen, so genügen die Richtungen \mathfrak{R} und \mathfrak{R}' den gestellten Anforderungen. Gewöhnlich wird das nicht genau der Fall sein. Wir bringen dann A_5 in die Ausgangsstellung zurück und korrigieren die hierdurch bewirkte

schwache Aufhellung mittels der Drehachse A_1 bis zur völligen Auslöschung, stellen dann durch Betätigung der Drehachse A_4 nochmals den ersten Neigungswinkel α_4 ein und prüfen wiederum, ob bei Drehung um A_5 die beste Auslöschung mit der Ausgangsstellung dieser Achse zusammenfällt. Andernfalls bringen wir A_5 wieder in die Ausgangsstellung zurück und korrigieren jetzt mit A_2 nach und so fort, immer abwechselnd A_4 auf α_4 und α'_4 einstellend und wechselnd mit A_1 und A_2 nachkorrigierend, bis wir schliesslich Richtungen \mathfrak{R} , \mathfrak{R}' mit völlig gleichen Auslöschungslagen festgestellt haben. Die endgültigen Koordinaten dieser Richtungen sind die zuletzt abgelesenen Winkel $\bar{\alpha}_1$ und $\bar{\alpha}_2$, sowie die Versuchswerte α_4, α'_4 . Mit ihrer Hilfe trägt man \mathfrak{R} , \mathfrak{R}' ohne jede Korrektion der Koordinaten in das stereographische Netz ein (Fig. 2), verbindet dort \mathfrak{R} und \mathfrak{R}' je mit N und misst die Bogenlängen $\mathfrak{R}N = \vartheta_s$ und $\mathfrak{R}'N = \vartheta'_s$ ab, die gleich gross sein müssen, falls $\alpha'_4 = -\alpha_4$ benutzt worden ist. Genauer erhält man diese Bogenlängen durch Berechnung; aus den sphärischen Dreiecken der Fig. 2 folgt:

$$\cos \vartheta_s = \cos \bar{\alpha}_2 \cdot \cos \alpha_4; \quad \cos \vartheta'_s = \cos \bar{\alpha}_2 \cdot \cos \alpha'_4 \quad (1)$$

Die Winkel $\vartheta_s, \vartheta'_s$ werden nun nach dem Brechungsgesetz auf die Brechungswinkel $\vartheta_K, \vartheta'_K$ im Kristall reduziert:

$$\sin \vartheta_K = \frac{n_s}{n_K} \sin \vartheta_s; \quad \sin \vartheta'_K = \frac{n_s}{n_K} \sin \vartheta'_s \quad (2)$$

wobei man für n_K einen mittleren Brechungsindex des Kristalls wählt. Die zu $\vartheta_K, \vartheta'_K$ gehörigen Bogenlängen zählt man auf den Durchmessern $N\mathfrak{R}$ und $N\mathfrak{R}'$ je von N aus ab und erhält so, von der Doppelbrechung abgesehen, die zu $\mathfrak{R}, \mathfrak{R}'$ korrespondierenden Richtungen R, R' im Kristall. Der sie verbindende Grosskreis ist die Projektion einer optischen S. E. im Kristall, so genau, als dies in Anbetracht der Doppelbrechung überhaupt möglich ist. Wenn $|\alpha'_4| = \alpha_4$ gewählt wurde, wird der durch R, R' gezogene Grosskreis den Grundkreis der Projektion in denselben Punkten schneiden, wie der durch $\mathfrak{R}, \mathfrak{R}'$ gehende Grosskreis, anderenfalls nicht, was dann aber auch richtig ist; denn die durch R, R' im Kristall bestimmte Ebene korrespondiert in keinem Falle der Ebene \mathfrak{E} im Segment, sondern es sind jedesmal nur die Richtungen R, R' in der S. E. den Richtungen $\mathfrak{R}, \mathfrak{R}'$ im Segment zugeordnet. Daher geht auch der Grosskreis RR' in keinem Fall genau durch denjenigen Punkt, den man erhalten würde, wenn man, wie beim üblichen Verfahren, die Neigung α_2 der Ebene \mathfrak{E} nach dem Brechungsgesetz korrigierte.

In einem Sonderfall wird das eben beschriebene Messverfahren vollkommen exakt, und zwar dann ganz unabhängig von der Grösse der Lichtbrechungsunterschiede im Segment und im Kristall und auch ganz unabhängig davon, wie hoch die Doppelbrechung des Kristalls ist. Dieser Fall liegt vor, wenn die optischen Achsen der Einstellung am U-Tisch zugänglich sind. Hat man eine solche Richtung \mathfrak{B} im Segment gefunden, für die während einer Drehung um A_5 keinerlei Helligkeitswechsel zu beobachten ist, so ist die zu \mathfrak{B} korrespondierende Richtung B im Kristall die einer optischen Achse. Da sich in einer solchen Richtung die beiden Kegelmantelflächen K_1, K_2 der Fig. 1 durchschneiden, ergibt sich die Zentraldistanz $BN = \vartheta_B$ der optischen Achse in diesem Falle exakt nach dem Brechungsgesetz aus der Zentraldistanz $\mathfrak{B}N$ der Richtung \mathfrak{B} im Segment mit $n_K = \omega$ bzw. mit $n_K = n_{\beta}$, je nachdem, ob der Kristall optisch einachsig oder zweachsig ist. Ist er optisch einachsig, so ist zugleich mit B die Lage der Indikatrix im Kristall vollkommen bestimmt; der zu B als Pol gehörige Grosskreis stellt die Normalebene zur optischen Achse dar. Ist der Kristall optisch zweachsig, so muss man für die Bestimmung der Indikatrix im Kristall noch die zweite optische Achse finden, oder es müssen, falls diese der Beobachtung nicht zugänglich ist, andere Ermittlungen angestellt werden. Hiernach unterscheiden sich die Vorgänge bei der Einmessung. Wir behandeln zunächst den Fall, dass beide optischen Achsen der Beobachtung zugänglich sind. Bei der Einmessung dieser Richtungen ist folgendes zu beachten:

Hat man nach dem üblichen Verfahren eine Ebene \mathfrak{E} im Glassegment gefunden, für die bei Drehung um A_4 die Auslöschung näherungsweise erhalten bleibt, und konnte, nachdem diese Ebene in eine Diagonallage zu den Schwingungsrichtungen der Nicols gebracht wurde, darin der Austritt einer optischen Achse festgestellt werden, so korrigiert man deren Richtung durch geringe Betätigung der Drehachsen A_2 und A_4 , ohne die Stellung von A_1 zu ändern, vorsichtig so nach, bis bei Drehung um A_5 keinerlei Helligkeitswechsel zu beobachten ist. Für diese Einkorrektion kann auch das konoskopische Interferenzbild vorteilhaft genutzt werden. Die schliesslichen Koordinaten der Richtung \mathfrak{B} im Segment seien $\alpha_1, \bar{\alpha}_2, \bar{\alpha}_4$; sie werden ohne jede weitere Korrektion zur Eintragung der Richtung \mathfrak{B} in das stereographische Netz verwandt (Fig. 3a). Genau so verfährt man mit der zur zweiten optischen Achse korrespondierenden Richtung \mathfrak{B}' im Glassegment, wobei wiederum A_1 unverändert stehen bleibt, und erhält mit den entsprechenden Koordinaten $\alpha_1, \bar{\alpha}'_2, \bar{\alpha}'_4$ die Projek-

tion der Richtung \mathfrak{B}' im stereographischen Netz (Fig. 3a). Die daraus entnommenen oder entsprechend zu (1) berechneten Zentraldistanzen (wobei es natürlich in diesem Fall heissen muss: $\cos \vartheta_s = \cos \bar{\alpha}_2 \cdot \cos \bar{\alpha}_4$ und $\cos \vartheta'_s = \cos \bar{\alpha}'_2 \cdot \cos \bar{\alpha}'_4$) reduziert man nach dem Brechungsgesetz mit $\frac{n_s}{n_\beta}$ auf die Winkel ϑ_K , ϑ'_K , deren Bogenlängen von N aus auf den Durchmessern $N\mathfrak{B}$, $N\mathfrak{B}'$ abgetragen werden und zu den Richtungen B, B' im Kristall führen. Der durch B, B' gelegte Grosskreis (Fig. 3b) stellt die Projektion der Ebene der opti-

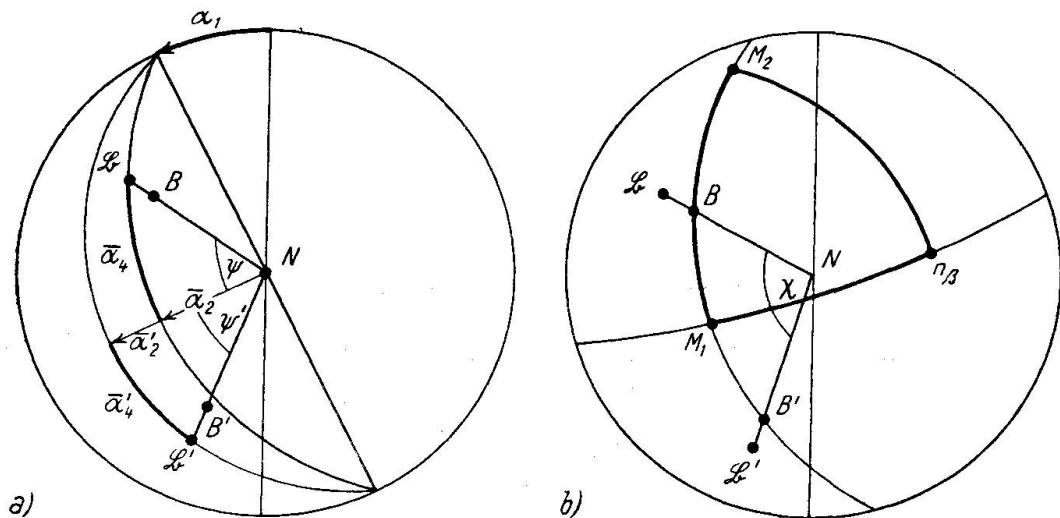


Fig. 3. Sonderfall der Beobachtung zweier optischer Achsen.

- Darstellung ihrer wahren Richtungen im Kristall.
- Vollständige Lagebestimmung der Indikatrix.

schen Achsen im Kristall dar; der Bogen $BB' = 2V$ ist der wahre Winkel der optischen Achsen, der Halbierungspunkt M_1 dieses Bogens die Projektion der ersten Mittellinie; der Pol des Grosskreises BB' ist die Richtung n_β . Damit ist die Indikatrix vollständig, und zwar ohne jede Näherung, im Kristall festgelegt, und es bedarf nur noch der Entscheidung, ob M_1 den Charakter n_γ oder n_α hat, was wir hier übergehen können.

Wir wollen nun im Folgenden den nach diesem Vorgang gefundenen Wert für $2V$ vergleichen mit dem, was sich nach dem üblichen Verfahren ergibt. Für diese Untersuchung ersetzen wir, weil die Eintragungen und Ablesungen in der stereographischen Projektion nur mit einer beschränkten Genauigkeit möglich sind, die Operationen im Netz durch die entsprechenden mathematischen Formeln. Wir haben zunächst entsprechend zu (1) und (2):

$$\cos \vartheta_s = \cos \bar{\alpha}_2 \cdot \cos \bar{\alpha}_4; \quad \cos \vartheta'_s = \cos \bar{\alpha}'_2 \cdot \cos \bar{\alpha}'_4$$

$$\sin \vartheta_K = \frac{n_s}{n_\beta} \sin \vartheta_s; \quad \sin \vartheta'_K = \frac{n_s}{n_\beta} \sin \vartheta'_s$$

ferner aus Fig. 3a:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\operatorname{tg} \bar{\alpha}_4}{\sin \bar{\alpha}_2}; \quad \operatorname{tg} \psi' = \frac{\operatorname{tg} \bar{\alpha}'_4}{\sin \bar{\alpha}'_2}$$

oder nach Belieben auch:

$$\sin \psi = \frac{\sin \bar{\alpha}_4}{\sin \vartheta_s}; \quad \sin \psi' = \frac{\sin \bar{\alpha}'_4}{\sin \vartheta'_s} \quad (3)$$

ferner durch Kombination der Fig. 3a und b:

$$\chi = \psi + \psi'$$

und aus Fig. 3b:

$$\cos 2V = \cos \vartheta_K \cos \vartheta'_K + \sin \vartheta_K \sin \vartheta'_K \cos \chi$$

Aus diesem Formelsystem lässt sich $2V$ sukzessive berechnen. Die Vorzeichen von $\bar{\alpha}_4$ und $\bar{\alpha}'_4$ sind dabei, abweichend von der üblichen Zählweise, beide dann gleichartig zu nehmen, wenn diese Winkel entgegengesetzt gerichteten Drehungen um die Achse A_4 entsprechen. Bei dem üblichen Messverfahren andererseits bestimmen wir die Koordinaten α_1 und α_2 einer Ebene E , die wir so aufsuchen, dass für alle Richtungen in ihr die Auslöschungslagen möglichst übereinstimmend sind, und stellen dann durch Drehung um A_4 die Neigungen α_4, α'_4 fest, welche auf die Richtungen B, B' führen, denen im Kristall optische Achsen entsprechen. Wir korrigieren dann α_2 nach dem Brechungsgesetz und tragen mittels α_1 und $(\alpha_2)_{\text{korr}}$ die zu E korrespondierende Ebene E in das stereographische Netz ein (Fig. 4a), so dass der Grosskreis E den Grundkreis in denselben Punkten wie E schneidet. Es bestehen dann zwei Möglichkeiten, die zu den Richtungen B, B' im Segment korrespondierenden Richtungen B, B' im Kristall anzugeben: Entweder man trägt auf dem Grosskreis E die Bogenlängen α_4, α'_4 ein, wie in Fig. 4a geschehen, verbindet N mit den so gefundenen Punkten B, B' und erhält in den Durchschnittspunkten der Geraden BN bzw. $B'N$ mit dem Grosskreis E die gesuchten Richtungen B, B' im Kristall. Dieses Verfahren erscheint ganz plausibel, da die Wellennormalen beim Übergang des Lichts vom Segment zum Kristall in der Einfallsebene, die durch die Richtungen N und B bzw. durch N und B' gegeben ist, verbleiben. Oder

man korrigiert die Winkel α_4 , α'_4 nach dem Brechungsgesetz und trägt, wie in Fig. 4b geschehen, $(\alpha_4)_{\text{korr}}$, $(\alpha'_4)_{\text{korr}}$ auf dem Grosskreis E ab. Die Zulässigkeit dieses Verfahrens, das ich in „Universal-drehtischmethoden“, l. c. S. 58, seinerzeit empfohlen habe, erscheint weniger plausibel, da es sich bei den Winkeln α_4 , α'_4 nicht um Winkel gegen das Einfallslot N handelt.

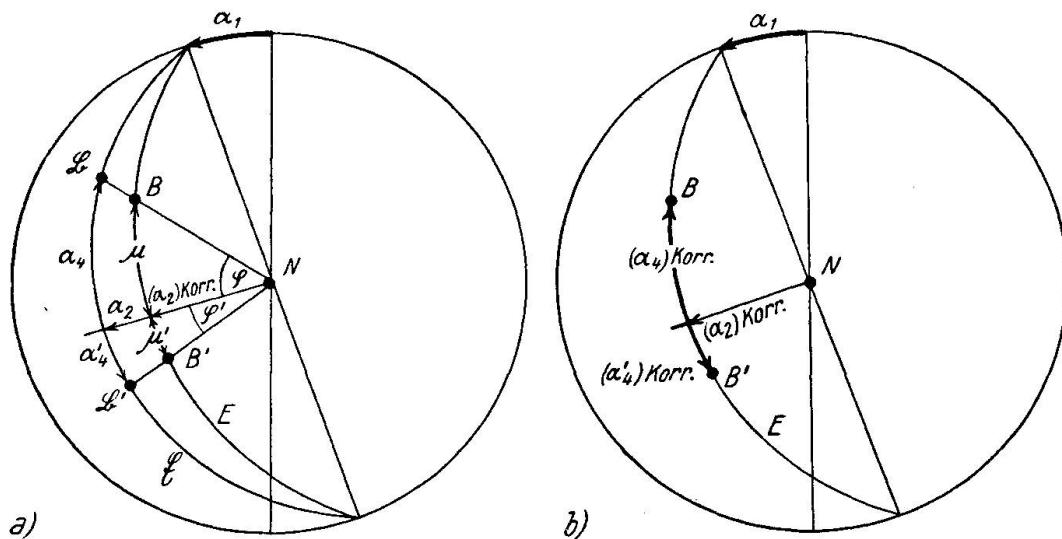


Fig. 4. Zur Darstellung a) der Beziehung c 4)
b) der Beziehung c 5)

Im Falle des Vorgangs nach Fig. 4a haben wir mit den Bezeichnungen dieser Figur:

$$\tan \varphi = \frac{\tan \alpha_4}{\sin \alpha_2} = \frac{\tan \mu}{\sin (\alpha_2)_{\text{korr}}}$$

also:

$$\tan \mu = \frac{\sin (\alpha_2)_{\text{korr}}}{\sin \alpha_2} \tan \alpha_4 = \frac{n_s}{n_K} \tan \alpha_4$$

Entsprechendes gilt für die zur Richtung \mathfrak{B}' gehörigen Winkel φ' , μ' , α'_4 . Wegen

$$2V = \mu + \mu'$$

erhält man für den wahren Winkel der optischen Achsen in diesem Falle:

$$\tan 2V = \frac{\tan \mu + \tan \mu'}{1 - \tan \mu \cdot \tan \mu'} = \frac{\frac{n_s}{n_K} (\tan \alpha_4 + \tan \alpha'_4)}{1 - \left(\frac{n_s}{n_K}\right)^2 \tan \alpha_4 \cdot \tan \alpha'_4} \quad (4)$$

Hinsichtlich der Vorzeichen von α_4 und α'_4 ist dasselbe zu beachten, wie anschließend an (3) festgelegt wurde.

Bei dem Vorgang nach Fig. 4b andererseits wurde benutzt:

$$\sin(\alpha_4)_{\text{korr}} = \frac{n_s}{n_K} \sin \alpha_4; \quad \sin(\alpha'_4)_{\text{korr}} = \frac{n_s}{n_K} \sin \alpha'_4$$

Dann ist

$$2V = (\alpha_4)_{\text{korr}} + (\alpha'_4)_{\text{korr}} \quad (5)$$

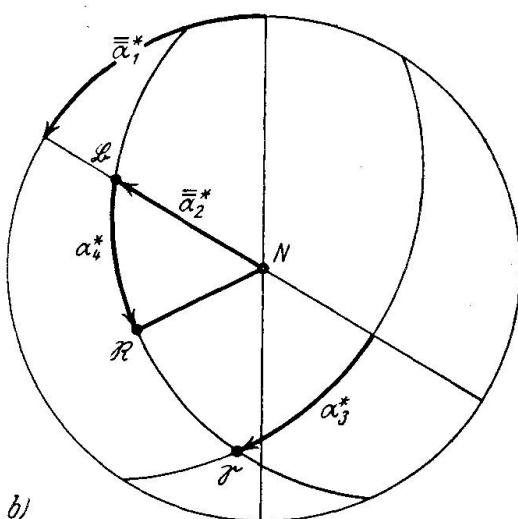
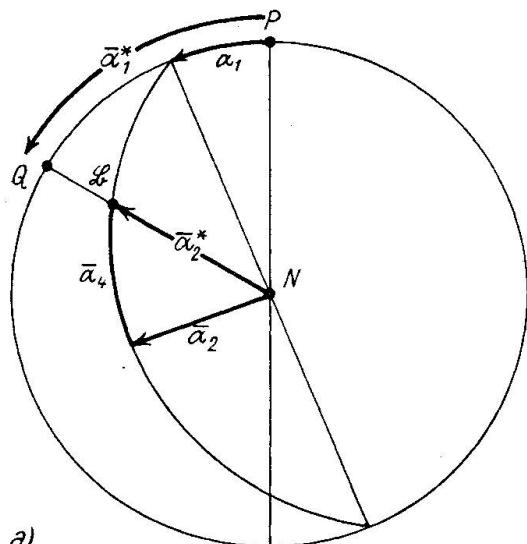
Für die vergleichsweisen Auswertungen nehmen wir als numerisches Beispiel $\alpha_4 = 40^\circ$ und $\alpha'_4 = 20^\circ$, lassen $\frac{n_s}{n_K}$ bzw. $\frac{n_s}{n_\beta}$ zwischen 0,90 und 1,10 und α_2 zwischen 0° und 50° variieren. Dabei setzen wir im Falle der exakten Bestimmung willkürlich $\alpha_2 = \alpha'_2$; die Zulässigkeit hiervon wird sich sofort erweisen. Wir erhalten damit nach den Formeln (3), (4) bzw. (5) die in Tab. 1 vermerkten Werte von $2V$. Wir ersehen zunächst, dass bei dem Formelsystem (3) entsprechenden Ergebnissen in der Tat die Abhängigkeit des Wertes $2V$ von der Koordinate α_2 ausserordentlich gering ist. Es war daher für die Berechnung von $2V$ ohne weiteres zulässig, $\alpha_2 = \alpha'_2$ zu setzen. Gegenüber diesen exakten Werten führt das der Gleichung (4) entsprechende Verfahren, sobald merkliche Lichtbrechungsunterschiede zwischen Segment und Kristall vorhanden sind, zu fehlerhaften Daten. Interessanter Weise liefert das der Beziehung (5) entsprechende Verfahren, obwohl dabei zwei Unzulässigkeiten begangen werden, nämlich die fehlerhafte Bestimmung von E durch Reduktion von α_2 und die unrichtige Korrektion der Winkel α_4, α'_4 , zu Ergebnissen, die sich über den ganzen Bereich der Neigungen α_2 und für alle Werte von $\frac{n_s}{n_K}$ gut den exakten Werten von $2V$ anschmiegen, so gut jedenfalls, als man mit dem U-Tisch überhaupt messen kann. Der doppelte Fehler kompensiert sich also bei dieser Methode praktisch vollständig, und die in „Universaldrehtischmethoden“, l. c. gegebene Anweisung war also berechtigt. Trotzdem möchte ich nunmehr das exakte Verfahren vorziehen, da dieses nicht nur den Winkel $2V$, sondern auch die Lage der Indikatrix einwandfrei wiedergibt.

Ist bei einem zweiachsigen Kristall nur eine optische Achse der Beobachtung zugänglich, so kann man trotzdem die Bestimmung der Indikatrix gegenüber dem üblichen Verfahren verbessern, wenn man im Segment zu der Richtung \mathfrak{B} noch eine Hilfsrichtung \mathfrak{R} hinzunimmt. Die Richtung \mathfrak{B} wird, wie oben beschrieben, möglichst

Tabelle 1

$2V$ für $\alpha_4 = 40^\circ$, $\alpha'_4 = 20^\circ$, nach den Formeln (3), (4) bzw. (5) berechnet

$\frac{n_s}{n_\beta}$ bzw. $\frac{n_s}{n_K}$	Formelsystem (3)						Gleichung (4) gültig für $\alpha_2 > 0$	Gleichung (5) unabhängig von α_2
	$\alpha_2: 0^\circ$	10°	20°	30°	40°	50°		
0,90	53,28	53,28	53,28	53,29	53,30	53,33	$55,20^\circ$	$53,28^\circ$
0,95	56,60	56,60	56,60	56,60	56,61	56,62	57,63	56,60
1,00	60,00	60,00	60,00	60,00	60,00	60,00	60,00	60,00
1,05	63,50	63,50	63,50	63,50	63,52	63,54	62,30	63,50
1,10	67,10	67,10	67,11	67,14	67,20	67,42	64,53	67,10



a)

b)

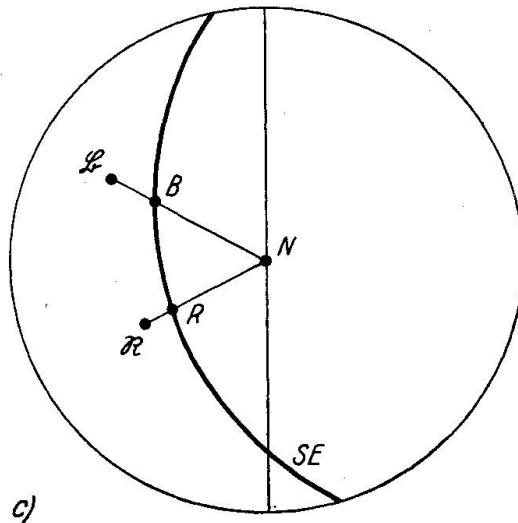


Fig. 5. Nur eine optische Achse ist der Beobachtung zugänglich.

- a) Bestimmung der Koordination $\bar{\alpha}_1^*$ und $\bar{\alpha}_2^*$ von \mathfrak{B} .
- b) Auffinden der Hilfsrichtung \mathfrak{R} .
- c) Finden der Ebene der optischen Achsen im Kristall.

gut nachkorrigiert, mittels der so gefundenen Koordinaten α_1 , $\bar{\alpha}_2$, $\bar{\alpha}_4$ ohne jede Berücksichtigung der Lichtbrechungsunterschiede in das stereographische Netz eingetragen und aus diesem (Fig. 5a) das Azimut $PQ = \bar{\alpha}_1^*$, sowie die Zentraldistanz $\mathfrak{B}N = \bar{\alpha}_2^*$ von \mathfrak{B} entnommen. Auf diese beiden Koordinaten werden dann die beiden Drehachsen A_1 und A_2 eingestellt; wenn die Drehachse A_4 in der Ausgangsstellung ist, steht nunmehr \mathfrak{B} in der Beobachtungsrichtung ein; das Gesichtsfeld im Mikroskop sollte dann, sofern $\bar{\alpha}_1^*$ und $\bar{\alpha}_2^*$ genau ermittelt sind, dunkel sein, und bei Drehung um A_5 sollte kein Helligkeitswechsel zu beobachten sein. Ist ein solcher doch noch bemerkbar, so korrigieren wir mit A_1 und A_2 ein wenig nach. Auch hierbei leistet eine zusätzliche konoskopische Beobachtung gute Dienste. Die endgültigen Stellungen seien $\bar{\alpha}_1^*$ und $\bar{\alpha}_2^*$. Wir neigen nun (bei beliebiger Stellung von A_3) mittels der Drehachse A_4 um einen Winkel α_4^* , der zwar ausgiebig sein soll, dabei aber die Beobachtungsrichtung der Richtung der Schliffnormale möglichst annähern soll. Die dabei aufgetretene Aufhellung beseitigen wir durch Drehung um A_3 . Dieses Azimut α_3^* , bei dem Auslösung eintritt, muss möglichst genau ermittelt werden. Des weiteren handelt es sich darum, zunächst in der stereographischen Projektion die Hilfsrichtung \mathfrak{R} , die zuletzt unter Auslösung in der Beobachtungsrichtung stand, zu finden. Zu diesem Zweck wiederholen wir die Eintragung der Richtung \mathfrak{B} im Netz mit den endgültig gefundenen Koordinaten $\bar{\alpha}_1^*$, $\bar{\alpha}_2^*$ (Fig. 5b), zeichnen dann den zu \mathfrak{B} als Pol gehörigen Grosskreis und tragen auf diesem von seinem Schnittpunkt mit dem Durchmesser $\mathfrak{B}N$ aus die Bogenlänge $\bar{\alpha}_3^*$ ab. Durch den so erhaltenen Punkt \mathfrak{S} und durch \mathfrak{B} legen wir den Grosskreis und zählen auf ihm von \mathfrak{B} aus die Bogenlänge α_4^* ab. So erhalten wir die gesuchte Richtung \mathfrak{R} im Segment, die zuletzt unter Auslösung in der Beobachtungsrichtung stand. Da für \mathfrak{R} nach Massgabe der vollzogenen Operationen eine der zugehörigen Schwingungsrichtungen durch die Richtung \mathfrak{B} geht, muss nach der Fresnel'schen Regel die zu \mathfrak{R} korrespondierende Richtung im Kristall in die Ebene der optischen Achsen fallen. Wir reduzieren den Winkel $\bar{\alpha}_2^* = \mathfrak{B}N$ und die Zentraldistanz $\mathfrak{R}N$ nach dem Brechungsgesetz und erhalten so die Projektionen der Richtungen B bzw. R im Kristall (Fig. 5c). Der durch sie gelegte Grosskreis stellt die Projektion der Ebene der optischen Achsen im Kristall dar, nach Massgabe von \mathfrak{B} exakt, nach Massgabe von \mathfrak{R} so genau, wie überhaupt möglich, bestimmt. Zur vollständigen Ermittlung der Indikatrix benötigen wir in diesem Fall noch die Kenntnis einer zweiten S. E. Beim Aufsuchen derselben

ist wieder das eingangs beschriebene Verfahren, das zwei Hilfsrichtungen \mathfrak{R} , \mathfrak{R}' benutzt, anwendbar. Auf dieses allgemeinere Verfahren muss man auch dann zurückgreifen, wenn keine optische Achse der Beobachtung zugänglich ist. Der Winkel der optischen Achsen lässt sich dann nur indirekt nach bekannten Methoden durch weitere Messungen von Auslöschungswinkeln oder von Gangunterschieden bestimmen⁴⁾.

Schon E. v. FEDOROW hat in Anbetracht des Umstandes, dass zufolge der Lichtbrechungsunterschiede zwischen Segment und Kristall die Beobachtungsrichtung im Segment eine andere ist als die im Kristall, die Frage aufgeworfen, ob man bei eingehenderer Berücksichtigung dieser Verhältnisse nicht auch Anhaltspunkte für die Höhe der Lichtbrechung im Kristall gewinnen könnte. Er versuchte dies so zu erreichen, dass er die unkorrigierten Koordinaten der nach dem üblichen Verfahren bestimmten S. E. zur Eintragung in die stereographische Projektion benutzte und die Abweichungen, die sich dann aus dem Netz für die Bogenlängen zwischen den optischen S. A. gegenüber 90° ergaben, durch probeweise wechselnde Annahmen des Wertes von n_K nachträglich bestmöglich auszugleichen suchte. Es wird dies aber zumeist wegen der Ungenauigkeit, welcher die Bestimmung der S. E. nach dem üblichen Verfahren unterliegt, illusorisch. Verf. hat vor längerer Zeit ein anderes Verfahren zur Bestimmung von n_K entwickelt⁵⁾, das auf folgendem Gedanken beruht: Für Fortpflanzungsrichtungen, die innerhalb einer solchen Ebene im Kristall liegen, welche die Schliffnormale N enthält und die zugleich senkrecht auf einer S. E. steht, müssen in Richtungen R_v , R'_v , die paarweise gegen die S. E. gleich geneigt sind, die Gangunterschiede, wenn man sie auf die Schliffdicke in Richtung der Normale reduziert hat, aus Symmetriegründen gleich gross sein. Dies lässt sich, wie l. c. geschildert, leicht prüfen und aus der Nichtübereinstimmung die mittlere Lichtbrechung im Kristall erschliessen. Bei einiger Sorgfalt ist leicht eine Genauigkeit von einigen Einheiten der 3. Dezimale zu erreichen. Hierbei braucht man die Koordinaten der S. E. nur ganz näherungsweise ermittelt zu haben; ihre genaue Lage ergibt sich aus dem Messverfahren nachträglich von selbst.

In diesem Zusammenhang ist es von Interesse, dass die Frage nach der Bestimmung der Lichtbrechung in Dünnschliffen mittels des

⁴⁾ M. BEREK, l. c. S. 91 u. 114.

⁵⁾ M. BEREK, l. c. S. 109 u. folgende.

U-Tisches neuerdings von zwei Seiten aus näher diskutiert worden ist⁶⁾). L. CHOMARD⁷⁾ ist dabei von der Messung von Auslöschungswinkeln ausgegangen. Sie werden für vier frei gewählte Richtungen im Dünnschliff bestimmt, und ausserdem wird der Gangunterschied in Richtung der Schliffnormale gemessen. Hieraus lassen sich, ohne dass irgend eine S. E. aufgesucht zu werden braucht, neben der Lage der Indikatrix, dem wahren Winkel der optischen Achsen, dem Charakter der Doppelbrechung theoretisch auch die drei Hauptbrechungsindices finden. Praktisch ist aber letzteres unmöglich, da die Berechnung der drei Hauptbrechungsindices eine Genauigkeit in der Bestimmung der Auslöschungswinkel erfordert, wie sie in Wirklichkeit bei weitem nicht zu erreichen ist. Wenn man aber den mittleren Hauptbrechungsindex anderweitig her kennt (es muss aber der mittlere Hauptbrechungsindex sein und nicht irgend ein mittlerer Brechungsindex des Kristalls), gelingt die Bestimmung der beiden anderen Hauptbrechungsindices, und zwar mit einer Genauigkeit, die in günstigen Fällen bis in die 3. Dezimale reicht. Die Genauigkeit, mit der man dabei die Lage der Indikatrix und den Winkel 2V findet, entspricht etwa der bei Anwendung des direkten Verfahrens, wenn die optischen Achsen der Beobachtung zugänglich sind. Bemerkenswert und ein gewisser weiterer Vorteil dieser von L. CHOMARD entwickelten Methode ist es, dass sie nur einen zweikreisigen U-Tisch erfordert. Aber sehr abträglich ihrer allgemeineren Anwendung ist der überaus grosse Rechenaufwand, der in jedem einzelnen Falle aufgebracht werden muss.

Auch J. MÉLON⁸⁾ hat eine hier einschlägige Untersuchung veröffentlicht. Das von ihm beschriebene Verfahren erfordert gleichfalls einen nur zweikreisigen Drehtisch und gründet sich ausschliesslich auf die Messung von Gangunterschieden. Bedeuten \mathfrak{S}_1 , \mathfrak{S}_2 die Schwingungsrichtungen für senkrechten Lichtdurchgang (Fig. 6) durch den Dünnschliff, so müssen ausser dem Gangunterschied in

⁶⁾ Ich verdanke die Kenntnis dieser Arbeiten, die mir infolge der Zeitumstände entgangen waren, der Freundlichkeit von Herrn C. BURRI.

⁷⁾ L. CHOMARD, Théorie et Pratique de la Méthode Féodorow. Procédé classique et méthode analytique générale. Ann. d. Mines (13) 5 (1934) 153—218.

⁸⁾ J. MÉLON, Essai de détermination des propriétés optiques d'un minérale par la mesure, en lumière parallèle oblique, des retards en différents points d'une lame cristalline.

Thèse présentée à la Faculté des Sciences de l'Université de Liège pour l'obtention du titre d'Agrégé de l'Enseignement supérieure en Sciences Minérales. Liège, H. Vaillant Carmanne S. A. (1934) 108 p. und: Ann. Soc. géol. Belgique (Liège) 57 (1933—34) 3—108.

Richtung der Schliffnormale N noch die Gangunterschiede für Richtungen im Segment, die in den Ebenen NS_1 und NS_2 liegen, gemessen werden, wobei je 4 solcher Richtungen mit gleichem Winkelabstand von N zu einer Gruppe zusammengefasst werden. Im allgemeinen Fall muss man die Gangunterschiede für zwei solcher Gruppen kennen, um hieraus die Orientierung der optischen Achsen im Kristall gegen die Schliffnormale, den wahren Winkel der opti-

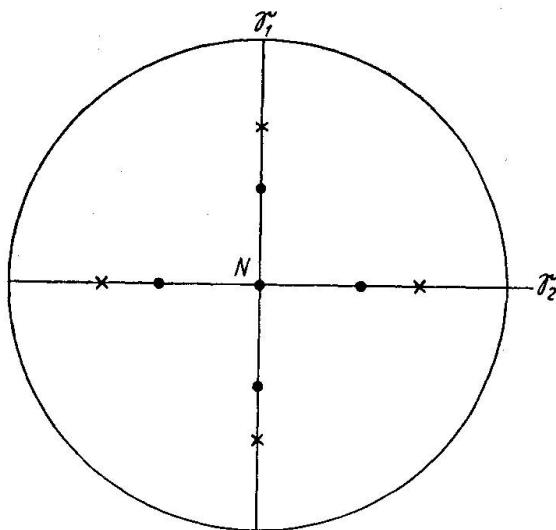


Fig. 6. Zur Bestimmung der Indikatrix nach J. MÉLON. Schema für die Gangunterschiedsmessungen. Je vier gegen N gleichgeneigte Richtungen bilden eine Gruppe.

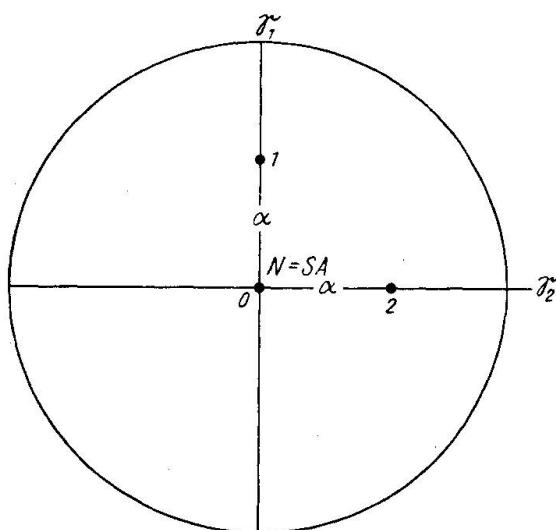


Fig. 7. Schema zur Bestimmung des wahren Winkels der optischen Achsen aus drei Gangunterschieden in den mit 0, 1, 2 bezeichneten Richtungen, auch zur Bestimmung der mittleren Lichtbrechung anwendbar, wenn die Schliffnormale Richtung einer optischen S.A. im Kristall ist (J. MÉLON).

schen Achsen und einen mittleren Brechungsindex des Kristalls berechnen zu können. Aber in der Praxis liegen auch hier die Grenzen wesentlich enger; die Bestimmung der mittleren Lichtbrechung nach dieser Methode scheitert im allgemeinen an der unzureichenden Genauigkeit der Gangunterschiedsmessungen. Die Rechenarbeit ist übrigens auch hier im allgemeinen Fall ausserordentlich umfangreich und selbst dann noch gross, wenn man auf eine Bestimmung von n_K verzichtet. Von grösserem Interesse wird diese Methode aber in dem Sonderfall, wenn die Schliffnormale mit einer optischen S. A. zusammenfällt. Man hat dann ausser dem Gangunterschied in Richtung der Schliffnormale nur noch die Gangunterschiede in zwei Richtungen zu messen, die im Segment in den Ebenen $N\mathcal{S}_1$ und $N\mathcal{S}_2$ liegen und gegen N gleich geneigt sind (Fig. 7). In diesem Sonderfall besteht zwischen dem Gangunterschied Γ_0 in Richtung der Schliffnormale, den auf die Schliffdicke in Richtung N reduzierten Gangunterschieden Γ'_1 , Γ'_2 für die beiden gegen N im Segment unter dem Winkel α geneigten Beobachtungsrichtungen und dem zu α gehörigen Brechungswinkel ϱ im Innern des Kristalls eine überaus einfache Beziehung, die bei kleiner bis mässiger Doppelbrechung so gut wie streng gilt, nämlich:

$$\frac{\Gamma'_1 + \Gamma'_2}{\Gamma_0} = \frac{1 + \cos^2 \varrho}{\cos \varrho} \quad (6)$$

Hieraus lässt sich ϱ leicht berechnen. Aus dem Brechungsgesetz folgt dann für einen mittleren Wert der Lichtbrechung im Kristall:

$$n_K = n_s \frac{\sin \alpha}{\sin \varrho} \quad (7)$$

Wählt man α hinreichend gross, so kann man für n_K eine Genauigkeit von 1 bis 2 Einheiten der 2. Dezimale erreichen. Auch für den Winkel der optischen Achse ergeben sich in diesem Sonderfall einfache Beziehungen:

Liegt die Ebene der optischen Achsen in der Schliffebene ($N \parallel n_B$), so gilt für $2V$, gleichgültig, welches die Brechungsindices von Segment und Kristall sind:

$$\cos 2V = \frac{|\Gamma'_1 - \Gamma'_2|}{\sqrt{(\Gamma'_1 + \Gamma'_2)^2 - 4\Gamma_0^2}} \quad (8)$$

Ist $|\Gamma'_1 - \Gamma'_2| > 0$, so liegt die Richtung mit dem Index 2 über derjenigen Schwingungsrichtung von N, welche den spitzen Winkel $2V$ halbiert.

Fällt die Schliffnormale mit einer Mittellinie zusammen, gleichgültig, ob es sich um die spitze oder um die stumpfe handelt, so folgt der Winkel Ω , den eine der optischen Achsen mit der Schliffnormale im Kristall bildet, aus:

$$\sin^2 \Omega = \frac{2\sqrt{(\Gamma_1' + \Gamma_2')^2 - 4\Gamma_0^2}}{|\Gamma_1' - \Gamma_2'| + \sqrt{(\Gamma_1' + \Gamma_2')^2 - 4\Gamma_0^2}} \quad (9)$$

Ist $\Gamma_1' - \Gamma_2' > 0$, so liegt die Richtung mit dem Index 2, andernfalls die mit dem Index 1 in der Ebene der optischen Achsen; je nachdem, ob sich $\Omega \geq 45^\circ$ ergibt, ist die Schliffnormale erste bzw. zweite Mittellinie.

Sowohl L. CHOMARD wie J. MÉLON sind der Ansicht, dass die von ihnen entwickelten Methoden auch in allgemeineren Fällen für eine Bestimmung der Lichtbrechung ausreichen würden, wenn es gelänge, die Messgenauigkeiten wesentlich zu erhöhen. Letzteres ist wohl durch instrumentelle Verfeinerungen zu erreichen; aber in Wirklichkeit dürfte hieraus ein nutzbarer Gewinn nicht folgen, da allen diesen Methoden durch die eingangs geschilderten, in der Doppelbrechung begründeten Verhältnisse unübersteigbare Grenzen gesetzt sind. Mit dem von mir l. c. beschriebenen Verfahren zur Bestimmung der mittleren Lichtbrechung kommt man auch im Falle beliebiger Orientierung des Dünnschliffs um etwa eine Dezimale weiter als mit der Methode von J. MÉLON, selbst wenn bei dieser der oben diskutierte Sonderfall einer besonders günstigen Orientierung des Schliffs vorliegt. Es kommt dies daher, dass bei dem Verfahren von J. MÉLON die Ungenauigkeiten der Messung in voller Grösse in die Rechnung eingehen, während bei dem von mir beschriebenen Vorgang die unvermeidlichen Fehler durch ein bei dieser Methode angewandtes graphisches Verfahren sich gut kompensieren. Man zieht daraus den Schluss, dass die mit dem 4- (oder 5-)kreisigen U-Tisch anwendbaren Methoden jenen, die einen nur 2-kreisigen Drehtisch benutzen, doch überlegen sind.

Schliesslich möge in diesem Zusammenhang noch auf ein naheliegendes, häufig anwendbares und ganz einfaches Verfahren aufmerksam gemacht werden, das die Hauptdoppelbrechung $n_y - n_a$ liefert, wenn man einen ungefähren Wert für die mittlere Lichtbrechung im Kristalle kennt. Sind irgendwie die den optischen Achsen korrespondierenden Richtungen B , B' im Glassegment gefunden, des weiteren aus deren unkorrigierten (also auf das Segment bezogenen) Koordinaten die Zentraldistanzen $BN = \vartheta_s$ und $B'N = \vartheta_{s'}$ ermittelt

und hat man schliesslich die Doppelbrechung $n_1 - n_2$ in Richtung der Schliffnormale gemessen, so kann man bei kleiner bis mässiger Doppelbrechung das Biot-Brewster'sche Gesetz anwenden und hat damit zur Berechnung der Hauptdoppelbrechung $n_\gamma - n_\alpha$ die einfache Beziehung:

$$n_\gamma - n_\alpha = \frac{n_1 - n_2}{\left(\frac{n_s}{n_K}\right)^2 \sin \vartheta_s \cdot \sin \vartheta'_s} \quad (10)$$

Dieses Verfahren lässt sich (wenn man ohne U-Tisch arbeitet) sinn-gemäss auch auf das konoskopische Interferenzbild übertragen, sobald dort die Spuren beider optischer Achsen sichtbar sind. Man bestimmt in irgend welchen durch ein Mikrometer im Okular vorgegebenen Einheiten unter Anwendung der Bertrand'schen Hilfslinse die Zentraldistanzen h, h' der AchsenSpuren. Mit Hilfe der Abbe-Helmholtz'schen Sinusbedingung geht dann die Formel (10) über in die Beziehung:

$$n_\gamma - n_\alpha = \frac{(n_1 - n_2) n_K^2}{h \cdot h' \cdot K^2} \quad (11)$$

K ist der Faktor, der die in willkürlichen Einheiten ausgedrückten Längen h, h' auf numerische Aperturen reduziert (Mallard'sche Konstante). Am einfachsten ist es, die Messkala im Okular mittels eines Apertometers gleich von vornherein nach numerischen Aperturen zu eichen. Entsprechen dann die Achsenlagen im Interferenzbild den numerischen Aperturwerten A, A' , so hat man an Stelle von (11):

$$n_\gamma - n_\alpha = \frac{(n_1 - n_2) n_K^2}{A \cdot A'} \quad (12)$$

Hierbei ist es gleichgültig, ob ein Trockensystem oder ein Immersionssystem benutzt wird; nur ist jedesmal bei der Messung dieselbe Stellung der Bertrandlinse wie bei der Eichung genau inne zu halten.

Wie man in analoger Weise $n_\gamma - n_\alpha$ auch dann noch einfach bestimmen kann, wenn nur eine optische Achse der Beobachtung zugänglich ist, wird der Leser nach den vorausgegangenen Ausführungen leicht selbst finden.

Eingegangen: 27. Juli 1948.