Zeitschrift: Schweizerische Lehrerzeitung

Herausgeber: Schweizerischer Lehrerverein

Band: 46 (1901)

Heft: 49

Anhang: Zur Praxis der Volksschule : Beilage zu Nr. 49 der „Schweizerischen Lehrerzeitung“

Autor: H.W. / Sch. W.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Zur Praxis der Volksschule.

Beilage zu Nr. 49 der „Schweizerischen Lehrerzeitung“. XII.

Subtraktion und Division

mittelst Ergänzung und ihre Einübung in der Schule.

(Von H. W. in A.)

Von den zwei Neuerungen im elementaren Rechnungsunterrichte, die in den drei letzten Jahrzehnten vorgeschlagen wurden, der „*symmetrischen Multiplikation*“ und der „*Subtraktion und Division mittelst Ergänzung*“ hat die erstere viel bessere Aufnahme gefunden als die letztere. Nach dem Erscheinen des Werkchens von Ing. *Gallati*, worin das abgekürzte Multiplikationsverfahren ausführlich erklärt und, gestützt auf günstige praktische Versuche, mit einer gewissen Wärme zur allgemeinen Einführung empfohlen wurde, machten sich viele Lehrer, namentlich an Mittelschulen, daran, dieses Verfahren in der Schule zu erproben. Sogar in naturforschenden Gesellschaften wurde versucht, durch Vorträge diese „Methode“ populär zu machen und den etwa anwesenden Lehrern zur Berücksichtigung anzupreisen.*)

Nach und nach verzichtete man da und dort wieder auf die Einübung, weil aus verschiedenen Gründen der Gewinn der aufgewendeten Zeit und Mühe nicht zu entsprechen schien. Das zürch. Lehrmittel für Sekundarschulen enthält in Heft I, sowie in dem umgearbeiteten Heft III jetzt noch solche Aufgaben mit zwei- und dreistelligen Zahlen.

Mit weniger Geräusch suchte die *Subtraktion und Division mittelst Ergänzung* oder die „*österreichische Methode*“ in der Schule Boden zu gewinnen; es ist ihr bis jetzt nicht gelungen, überall zur richtigen Würdigung zu gelangen. Auf Banken und Sparkassen soll sie fast durchweg im Gebrauche sein; in unsern meisten Lehrmitteln, so auch in dem vorhin erwähnten, wird ihrer mit keiner Silbe gedacht. Worin liegt die Ursache? Ältern Lehrern ist das Verfahren unbekannt, weil es in den Seminarien nicht oder nur selten demonstrirt wurde. *Egger* und *Zähringer* erwähnten dasselbe in ihren Lehrbüchern nicht;**) einige neuere schweizerische Rechenmethodiker haben sich bemüht, eine Anleitung zur Einübung zu geben, ob gerade mit Glück, kann ich aus Mangel an Erfahrung nicht beurteilen; nur weiss ich von einzelnen Lehrern, die im vierten oder fünften Schuljahr Versuche damit machten, dass sie eine gründliche Abneigung davor bekamen.

Doch braucht man nur zu sagen, welche erheblichen Vorteile mit diesem Verfahren verbunden sind und ferner zu zeigen, auf welche Weise es leicht einzuüben ist, so wird bei vielen Lehrern der Wunsch sich regen, mit demselben vertraut zu werden und in der Schule einen Versuch zu machen.

Das neuere Verfahren ermöglicht eine wesentliche *Zeitersparnis.* Beide Verfahren sind mir gleich geläufig, da ich sie viele Jahre in der Schule einübte. Eine Messung der Zeit, die zur Lösung der gleichen Aufgabe auf dem einen und andern Wege erforderlich ist, kann somit als Wertmesser betrachtet werden. Als Beispiel diente mir 3,272,567,202 : 7654 = 427,563; zur Ausrechnung (ohne die Anschreibung, die vorher erfolgte) nach neuer Art brauchte ich eine Minute und 50 Sekunden, nach alter Weise 2 Minuten und 48 Sekunden, also gut die Hälfte Zeit mehr. Ganz entsprechend war auch das Verhältnis bei einem zweiten Beispiel von gleichviel Stellen, welches zuerst nach alter Art und nachher mittelst Ergänzung gelöst wurde. Für Schüler wird der Unterschied im Zeitverbrauch noch auffallender werden, wenn der schönern Darstellung wegen die Subtraktionsstriche mit dem Lineal gemacht werden müssen. Nicht zu unterschätzen ist ferner der Gewinn, dass zur Ausführung nach neuer Art viel weniger Raum im Hefte erforderlich ist. Subtraktionen lassen sich namentlich dann besser mittelst Ergänzung ausführen, wenn mehrere Posten vom gleichen Minuenden zu subtrahiren sind. Kaufleute brauchen so bei Berechnung eines Saldos nicht zuerst alle Posten zu addiren und dann anderswo das Ergebnis von der Hauptsumme zu subtrahiren; der gesuchte Betrag lässt sich ohne weiteres hinsetzen.

Als geeignetste Zeit zur Einübung in der Schule erscheint mir das fünfte oder der Beginn des sechsten Schuljahres, d. h., nachdem der Zahlenraum die letzte Erweiterung erfahren hat; auch in der Volksschule erlangen die Schüler in den übrigen Schuljahren noch die erwünschte Übung. Sind die Subtraktion und Division im unbegrenzten Zahlenraum in bisheriger Weise geübt, so gehe ich einige Wochen später zum Ergänzungsverfahren über, dessen Erlernung dann sehr wenig Zeit in Anspruch nimmt. Mit einzelnen Schülern, die, aus andern Schulen kommend, das Verfahren etwa noch nicht kennen, genügt eine Unterrichtsstunde zur Ausfüllung der Lücke; zur Behandlung mit zahlreichen Klassen verteilt man den Stoff besser auf 3 oder 4 Stunden. Den nötigen Übungsstoff kann man sich ohne Mühe zusammenstellen, das Notwendigste sei hier beigefügt.

Die nachstehende Aufgabenreihe dürfte genügen, um die Behandlung des Verfahrens zu zeigen.

A. Subtraktion.

Mündliche Vorübung.

1) 17 + ? = 22; 49 + ? = 57; 68 + ? = 80 u. s. w.

2) Wie viel fehlt zu 20 Fr., wenn schon vorhanden sind *a*) Fr. 13. 80; *b*) Fr. 11. 75; *c*) Fr. 14. 35? (Lösung zu *a*: Von Fr. 13. 80 bis Fr. 14 fehlen 20 Ct., von Fr. 14 bis 20 noch 6 Fr., zusammen Fr. 6. 20.)

3) Wie viel bekommt man zurück auf Fr. 50; wenn man *a*) Fr. 41. 50; *b*) Fr. 27. 25; *c*) Fr. 24. 45 schuldig ist? (Wie wird bei Auszahlung des Restes meist verfahren?)

4) Jemand wurde geboren *a*) im Jahre 1786, wie alt war er im Jahre 1809, 1825, 1850? *b*) 1769, wie alt war er 1805, 1812, 1821?

Die schriftliche Ausrechnung beginnt mit demjenigen Falle, in welchem nach bisherigem Verfahren kein Entlehnen notwendig ist, z. B.

$$\begin{array}{r} 86{,}765 \\ -\ 30{,}342 \\ \hline 56{,}423 \end{array}$$

Ein Schüler führt die Subtraktion nach bisheriger Weise an der Tafel aus, dann wird die Probe auf die Richtigkeit gemacht, entsprechend der mathematischen Anforderung, dass der Rest, zum Subtrahenden addirt, den Minuenden geben soll. Man spricht also: 2 und 3 = 5; 4 und 2 = 6 etc., nicht umgekehrt 3 und 2 = 5 etc. Hierauf wischt man den Rest weg und fragt: Wer kann jetzt mit genau den gleichen Worten, wie bei der Probe, die ausgelöschte Zahl wieder finden? Alle Schüler werden dazu bereit sein und keiner wird an der Richtigkeit des Ergebnisses zweifeln. (Die gesuchten Ziffern lässt man stärker betonen und sogleich hinschreiben.) Ein zweites Beispiel der Art mag für schwächere Schüler am Platze sein; dann können folgende Beispiele gelöst werden.

Aufg. 1. Bestimmt mit der gleichen Ausdrucksform die Reste bei:

---

*) Für solche Leser der S. L. Z., welchen das Verfahren bei der symmetr. Multiplikation nicht bekannt ist, wird die Auflösung eines Beispiels einen genügenden Einblick gewähren. ***Es sei 576 mit 489 zu multipliziren.***

Statt die drei Teilprodukte zu berechnen und zu addiren, werden zuerst die Einer, dann die Zehner, Hunderter, Tausender etc. des Ergebnisses ohne Nebenrechnung in folgender Weise bestimmt.

a) Einer entstehen durch Multiplikation von Einern mit Einern (hier 6 . 9 = 54 Einer, schreibe **4** Einer, behalte 5 Zehner.)

b) Zehner erhält man durch Multiplikation von Einern mit Zehnern (hier (9 . 7) + (8 . 6) + die behaltenen 5 Zehner = 63 + 48 + 5 = 116 Zehner, schreibe **6** Zehner, behalte 11 Hunderter.)

c) Hunderter bekommt man durch Multiplikation von Einern mit Hundertern und von Zehnern mit Zehnern, (hier (9 . 5) + (6 . 4) + (7 . 8) + die behaltenen 11 Hunderter, oder 45 + 24 + 56 + 11 = 136 Hunderter, schreibe **6** Hunderter, behalte 13 Tausender.)

d) Tausender entstehen hier nur durch Multiplikation von Zehnern mit Hundertern (8 . 5) + (7 . 4) + 13 = 40 + 28 + 13 = 81 Tausender.)

e) Zehntausender ergeben sich in diesem Beispiel nur durch Multiplikation von Hundertern mit Hundertern, (4 . 5) + 8 = 28 Zehntausender, schreibe 28 Zehntausender.) Das Produkt ist demnach = 281,664.

Symmetrische Multiplikation wurde das Verfahren deshalb genannt, weil in der Bestimmung der Einer, Zehner etc. eine gewisse Symmetrie sich zeigt, wenn die Faktoren, wie dabei üblich, unter einander gesetzt werden.

**) Zähringer sagt bloss an einer Stelle, dass geübte Rechner bei der Division die Teilprodukte nicht anschreiben, sondern sogleich den Rest hinschreiben, aber wie sie es machen, erfährt man nicht.

a) 67,584 *b*) 947,876—637,241 = ?
— 41,532 *c*) 1,289,675—835,525 = ?

Zweiter Fall. Bei einzelnen Stellen muss entlehnt werden, z. B.:

1,143,472 Die Ausrechnung erfolgt zuerst nach bekannter
— 685,856 alter Art an der Wandtafel, dann wird wieder
457,616 die Probe gemacht, indem man wie beim ersten Beispiel spricht: 6 und 6 ist 12, (behalte 1 Zehner, der den 5 Zehnern des Subtrahenden ohne weitere Angabe zugesetzt wird,) 6 und 1 ist 7; 8 und 6 ist 14; (behalte 1,) 6 und 7 ist 13; 9 und 5 ist 14; 7 und 4 ist 11.

Nun wird der Rest wieder ausgelöscht und mit den gleichen Worten, aber stärkerer Betonung der gesuchten Stellen, neu bestimmt. (Allfällige Wiederholung an einem zweiten Beispiel.)

Aufg. 2. Führt folgende Subtraktionen mit der Ausdrucksform der Addition aus:

a) 1,083,105 *b*) 1,671,435—839,967 = ? (**831,468**)
— 637,849 *c*) 406,000—367,608 = ? (**38,392**)
?

NB. Die Angabe „behalte 1“ soll nach einiger Übung als Zeitvergeudung nicht mehr geduldet werden!

Dritter Fall: Soweit bietet die Subtraktion durch Ergänzung noch keinen nennenswerten Vorteil, wohl aber in folgendem Beispiele:

Von 2,456,793 sollen 957,346 und noch 863,423 subtrahirt werden. Frage: Wie habt ihr bis jetzt solche Aufgaben gelöst? Das geht nun kürzer so:

2,456,793 Man spricht: 3 und 6 ist 9 und **4** ist 13;
— 957,346 (Oder bloss: 9 und 4 ist 13); 3 (= 2 und das
— 863,423 behaltene 1,) 7 und **2** gibt 9; 7 und **0** ist 7;
(636,024) 10 und 6 ist 16; 7, 12 und **3** ist 15; 9, 18 und **6** ist 24. (Die überflüssigen „und“ sollen vermieden werden!)

Aufg. 3. Bestimmt auf gleiche Weise die Reste in folgenden Beispielen*):

a) 145,752 — 63,924 — 58,426 = ? (**23,402**).
b) 654,525 — 394,572 — 187,498 = ? (**72,455**)
c) 607,400 — 368,575 — 98,627 = ? (**140,198**)

Ohne Schwierigkeit können in derselben Weise nun auch 3 und mehr Zahlen zugleich subtrahirt werden.

Aufg. 4. Berechnet in gleicher Weise:

a) 78,500 — 17,924 — 48,557 — 4796 = ? (**7223**)
b) 450,365 — 93,257 — 56,519 — 78,493 — 45,679 = ? (**176,417**)
c) Fr. 28,487. 50 — Fr. 6168. 65 — Fr. 7476. 80 — Fr. 493. 55 — Fr. 1654. 65 = ? (Fr. **12,693. 85**)
d) Ein Kassier hat Fr. 5864. 75 in seiner Kasse, er zahlt nun folgende Beträge aus: *a*) Fr. 938. 50, *b*) Fr. 1173. 25, *c*) Fr. 74. 90, *d*) Fr. 586. 65; wie viel bleibt ihm in der Kasse? (Fr. **3091. 45**)
e) Eine Warensendung wiegt 183 kg 650 g, davon werden abgegeben 1. 46 kg 900 g, 2. 39 kg 475 g, 3. 9 kg 450 g und 4. 35 kg 380 g, welches Gewicht soll der Rest haben? (**52** kg **445** g)

Bei der Einübung der Kubikwurzel in höhern Klassen werden die 3 Subtrahenden, welche den Buchstabenausdrücken $3\,a^2 b + 3\,a\,b^2 + b^3$ entsprechen, zweckmässig in gleicher Weise subtrahirt; bei der Quadratwurzelausziehung lassen sich $2\,a\,b + b^2$ zusammen sogar ohne Anschreibung wegnehmen.

Als *letzter Fall* bei der Subtraktion ist noch derjenige zu besprechen, in welchem bestimmt werden soll, wie viel zu mehreren Posten fehlt, um eine Gesamtsumme zu erreichen; also was der Kaufmann Berechnung eines Saldos nennt. Vermutlich gab diese Aufgabe die Veranlassung zur Auffindung des ganzen Verfahrens.

Beispiel: Fr. 387. 75 Man addirt dabei von oben nach
„ 536. 45 unten und spricht: 10, 15 und
„ 87. 95 **0** ist 15; (das behaltene 1 zu
„ 1366. 40 7 sogleich zugefügt): 8, 12, 21,
Fr. 697. 90 25, 34 und **8** ist 42; (7 + 4 =)
+ ? 11, 17, 24, 30, 37 und 9 ist 46; etc.
Summe Fr. 3856. 25

Der Saldo beträgt Fr. **779. 80**; selbstverständlich wird er über die Summe hingesetzt.

Aufg. 5. Bestimmt den Saldo in folgenden zwei Beispielen:

a) Fr. 71. 90 + 238. 75 + 94. 35 + 169. 60 + 77. 85 + 8. 20 + 361. 30 + ? = Fr. 1536. 50 (Fr. **514. 55.**)
b) Fr. 476. 90 + 157. 45 + 28. 65 + 9. 75 + 359. 70 + 46. — + 291. 95 + 67. 15 + ? = Fr. 2180. 40? (Fr. **742. 85**

Ratsam ist es, nun von allen Schülern strenge zu verlangen, dass sie jede Subtraktion in dieser Weise ausführen; lässt man ihnen die Wahl frei, so zeigt sich viel konservativer Sinn!

B. Division.

Schon im dritten Schuljahr sind wohl vorbereitende Übungen, wie:

(5 . 9) + ? = 48 (6 . 9) + 4 + ? = 63
(7 . 8) + ? = 61 (9 . 7) + 6 + ? = 76

vorgekommen, so dass gleich mit der schriftlichen Berechnung begonnen werden kann.

Als Brücke dient ein Subtraktionsbeispiel folgender besonderer Art: Von 38,942 wird 8769 so viel mal als möglich subtrahirt. Man schreibt 8769 so viel mal unter 38,942 als 8769 darin enthalten ist, also viermal und subtrahirt dann:

38,942 Die bessern Schüler merken sogleich, dass man
— 8769 sprechen kann:
— 8769 4 . 9 ist 36 und **6** ist 42;
— 8769 4 . 6 ist 24, 28 und **6** ist 34;
— 8769 4 . 7 ist 28, 31 und **8** ist 39;
3866 4 . 8 ist 32, 35 und **3** ist 38.

Nun könnte das gleiche Beispiel als Division ausgeführt werden, doch ist der Schritt zu einem neuen nicht mehr zu gross. Bei $67{,}296 : 7476 = 9^{12}$ wird der Schüler sprechen:

—12 67,296 : 7476 gibt 9;
9 . 6 ist 54 und **2** ist 56;
9 . 7 ist 63, 68 und **1** ist 69;
9 . 4 ist 36, 42 und **0** ist 42;
9 . 7 ist 63, 67 und **0** ist 67.

Wäre 9 als Quotient zu gross gewesen, so hätte man die letzte ergänzende Subtraktion nicht ausführen können.

Derjenige Fall, in welchem der Quotient zwei- oder mehrstellig wird, bedarf eigentlich keiner weitern Erklärung, doch sei hier noch ein Beispiel vorgeführt.

$408{,}637 : 587 = 696^{85}$ Man spricht: 4086 : 587 gibt 6;
5643 6 . 7 ist 42 und **4** ist 46;
3607 6 . 8 ist 48, 52 und **6** ist 58;
85 6 . 5 ist 30, 35 und **5** ist 40;
(Setze 3 herunter.)
5643 : 587 gibt 9;
9 . 7 ist 63 und **0** ist 63 u. s. f.

Aufg. 6. Führt in dieser Weise folgende Divisionen aus:

a) 53,576 : 7653 = ? ($\mathbf{7}^{5}$) *d*) 59,609 : 693 = ? ($\mathbf{86}^{11}$)
b) 77,988 : 8665 = ? ($\mathbf{9}^{3}$) *e*) 303,831 : 1089 = ? ($\mathbf{279}^{0}$)
c) 23,935 : 3275 = ? ($\mathbf{7}^{1010}$) *f*) 1,631,373 : 2779 = ? ($\mathbf{587}^{100}$)
g) Fr. 9248. 40 : 683 = ? (Fr. $13.\,54^{58}$)
h) q 520,409. 70 : 5738 = ? (q $90.\,65^{0}$)

Selbstverständlich muss auch bei der Division nun konsequent an diesem Verfahren festgehalten werden; man darf dies um so eher verlangen, als es erheblich kürzer und durchaus nicht schwieriger ist als das andere; zudem vermeidet man manche lästige Frage.

* * *

Zum Schlusse möchte ich noch auf den Vorschlag näher eintreten, bei der Division mit mehrstelligem Divisor die oben entwickelte Art der Ausführung *nicht* zur Anwendung zu bringen, sondern nur bei einstelligem Divisor. Er findet sich in dem von der pädagog. Presse sehr empfohlenen Werke, betitelt „Schweizerisches Kopfrechenbuch und Methodik des Rechenunterrichtes“ von *J. Stöcklin.* Der Verfasser ist für die „österreichische Methode“ eingenommen und prophezeit ihr den schliesslichen Sieg auch in den schweizerischen Schulen, legt ihrer Verbreitung nach meiner Ansicht aber eher

*) Es kann auch vorkommen, dass 2, 3, 4 etc. behalten wird, wie bei Aufgabe 4; dann setzt man dem letzten Subtrahenden an der betreffenden Stelle eben mehr als 1 hinzu.

Hindernisse in den Weg. Die Subtraktion mit Ergänzung wird ausführlich entwickelt für einen einzelnen Subtrahenden; diejenigen Fälle, bei welchen mehrere Subtrahenden zugleich vorkommen und eine vorteilhaftere Ausführung möglich ist, zudem für die Division die Pfade geebnet werden, sind darin aber unberücksichtigt geblieben.

Bei der Behandlung der Division schreibt dann der Verfasser wörtlich: „So sehr wir empfehlen, bei Bestimmung der jeweiligen Reste das Ergänzungsverfahren anzuwenden, so wenig können wir uns für das abgekürzte Verfahren beim Teilen und Messen, das bei einstelligem Teiler oder Mass sehr am Platze ist, begeistern, sobald der Teiler oder das Mass mehr als eine Wertziffer hat. Wie wir beim Teilen mit 3 und mehrstelligem Teiler zeigen werden, schlägt die Abkürzung in vielen Fällen ins Gegenteil um, indem die Vervielfältigung, wenn im Ergebnis die gleiche Ziffer wiederkehrt, immer wieder aufs neue gemacht werden muss, während andernfalls das Teilvielfache schon gegeben ist und nur neu angeschrieben, resp. abgeschrieben werden muss“.

Den in Aussicht gestellten Nachweis für seine Behauptung habe ich aufgesucht und auf Pag. 151, wie ich glaube, gefunden. Er lautet: „Es ist nun allerdings richtig, dass dieses Verfahren unter allen Umständen Schreibereien erspart, Zeit wird dadurch aber nur dann gewonnen, wenn die Vervielfältigung des Teilers oder Masses leicht und schnell im Kopf gemacht werden kann, also in den Fällen, wo der Teiler oder das Mass eine bequeme Zahl ist, einstellig oder mit nur einer Wertziffer. Bei schwierigern Vervielfältigungen führt die ausführliche Darstellung schneller und sicherer ans Ziel. Besonders ist dies der Fall, wenn das Ergebnis mehrstellig wird und die gleiche Ziffer sich wiederholt. Es braucht dann das Teilvielfache nur einmal ausgerechnet zu werden, während man beim abgekürzten Verfahren immer wieder von neuem vervielfältigen muss, was mehr Zeit beansprucht als das An- bezw. Abschreiben schon ausgerechneter Vielfachen.“

Durch diese Begründung, die in der Hauptsache nur eine Wiederholung der Behauptung ist, bin ich von der Richtigkeit der letztern nicht überzeugt worden, sondern halte sie für falsch.

Bei einstelligem Divisor also soll das Verfahren am Platze sein.

Nach der Ansicht unseres Methodikers wird das Beispiel $45{,}635 : 7 = 6519^2$ so gerechnet:

$45{,}635 : 7 = 6519^2$.	Man sagt $45 : 7 = 6$
36	$6 . 7 = 42$ und $3 = 45$
13	(6 herunter)
65	$36 : 7 = 5$
	$5 . 7 = 35$ und $1 = 36$
	(3 herunter) u. s. f.

Bei Aufgaben wie diese, sollte man den Schüler dahin bringen, dass er das Ergebnis ohne jede Anschreibung von Teilprodukten und Resten sogleich hinsetzt, es ist dies erfahrungsgemäss möglich. Man spricht bloss: $45 : 7 = 6$; (dass 3 Rest bleibt, denkt man sich nur und fährt fort:) $36 : 7 = 5$; $13 : 7 = 1$, $65 : 7 = 9$ und 2 Rest; dabei ist 6519^2 hingeschrieben worden. Auch bei andern „bequemen Divisoren“ wie 12, 20 etc. ist dies der kürzere Weg.

Als erster Grund gegen die Anwendung des neuen Verfahrens bei mehrstelligem Divisor wird das allfällige Vorkommen schwieriger Vervielfältigungen vorgebracht. Wo diese beginnen sollen, ist mir unverständlich, da ja nur das einfache Einmaleins zur Anwendung kommt, während Stöcklin schon fürs vierte Schuljahr verlangt, dass der Schüler Aufgaben wie 5×89 oder 9×29 ohne weiteres mündlich lösen könne. Übrigens wird die Vervielfältigung auch beim alten Verfahren dem Schüler nicht geschenkt. Das Experiment, das ich in der Einleitung anführte und bei welchem wohl auch gefürchtete Multiplikationen vorkamen, sollte überzeugend dartun, dass das ausführliche alte Verfahren nicht schneller und sicherer, sondern langsamer zum Ziele führt. Das erkennen auch die Schüler sogleich, wenn das gleiche Beispiel an der Wandtafel auf beide Arten gerechnet wird.

In dem besondern Falle, dass im Ergebnis die gleiche Ziffer etwa wiederkehrt, gestaltet sich das alte Verfahren ein wenig kürzer, aber dass die Abkürzung dabei gleich ins Gegenteil umschlage, ist nicht richtig. So brauchte ich für das Beispiel $44{,}752{,}279 : 5837 = 7667$, bei dem im Ergebnis doch 2 Ziffern sich wiederholen, nach dem alten Verfahren und hastiger Anschreibung der zwei gleichen Teilprodukte, sowie der Subtraktionsstriche, 1 Minute und 42 Sekunden, nach dem neuen bloss 1 Minute und 19 Sekunden, es war das letztere also immerhin noch vorteilhafter! Beim Dividiren mit Dezimalbrüchen kommt es nicht selten vor, dass nach Bestimmung einer oder mehrerer Stellen dann die gleiche Ziffer, aber auch der gleiche Rest sich wiederholt; das merken die Schüler bei Anwendung des neuen Verfahrens rascher und halten inne, so dass von einem Umschlagen der Abkürzung ins Gegenteil wiederum keine Rede sein kann.

Übrigens weiss der Schüler nicht zum voraus, ob Stellen sich wiederholen werden, und aufs Geratewohl schlägt man nicht den längern Weg ein!

Der gute Rat, den Hr. Stöcklin da erteilt hat, war offenbar nicht so ernst gemeint; denn von den 9 auf vorige Begründung folgenden Musterbeispielen sind mehrere auf beide Arten ausgeführt, das einzige aber, das im Ergebnis gar zwei Wiederholungen zeigt, nämlich $5{,}948{,}193 : 879 = 6767$ hat er nur nach dem Ergänzungsverfahren dargestellt!

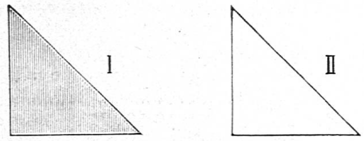
Man tut also gut, das neue Verfahren in allen Divisionsfällen mit mehrstelligem Divisor zur Anwendung zu bringen.

Das Quadrat.

Lektionsskizze für die VI. Klasse.

Voraussetzung: Die Schüler kennen die Eigenschaften der Dreiecke.

Anschauungsmaterial: Zwei kongruente, gleichschenkligrechtwinklige Dreiecke aus Halbkarton (verschiedenfarbig).

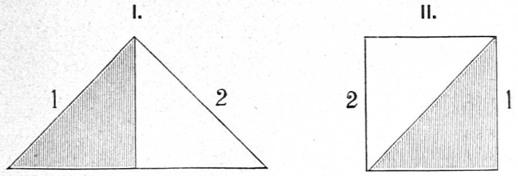


Wir wollen eine Fläche kennen lernen, welche durch das Zusammenfügen zweier Dreiecke entsteht.

Messet die Länge der Seiten an einem dieser Dreiecke und sprechet euch über das Ergebnis aus! Prüfet mit dem Transporteur die Grösse der drei Winkel! Welches ist das Ergebnis der Messung? Wie nennt man ein Dreieck, in dem ein rechter Winkel mit gleichen Schenkeln vorhanden ist? Welche Stellung nehmen die Katheten gegenseitig ein? Wie können wir ohne das Winkelmass nachweisen, dass die Winkel an der Hypotenuse je 45^0 betragen? Sprechet euch im Zusammenhang über die Eigenschaften dieses Dreieckes aus!

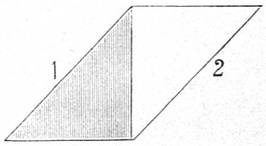
Wir wollen das zweite Dreieck auf das eben betrachtete Dreieck legen und untersuchen, ob eine Übereinstimmung in der Seiten- und Winkelgrösse bestehe. Wie nennen wir Dreiecke, welche sich beim Aufeinanderlegen vollständig decken? Welche Eigenschaften muss mithin auch das zweite Dreieck besitzen?

Unsere Aufgabe ist, diese beiden Dreiecke so zusammenzufügen, dass zwei gleichgrosse Seiten sich berühren. (Die Schüler stellen die Dreiecke an der Wandtafel passend zusammen, und bezeichnen die erhaltenen Gebilde mit Kreide.)



Wie viele Zusammenstellungen sind möglich? Welche Dreiecksseiten sind bei Fig. I zur Berührung gebracht? Welche Winkel treffen zusammen? Benennet die entstandene Figur? Weshalb ist das entstandene Dreieck gleichschenklig? Warum rechtwinklig? Weshalb ist durch das Zusammenfügen der beiden Dreiecke kein Sechseck entstanden? Weshalb ist die Winkelsumme des neuen Dreieckes nicht über 180°? In welchem Grössenverhältnis steht das neue Dreieck zu einem der beiden Dreiecke? In welcher Weise kann man aus zwei kongruenten rechtwinklig-gleichschenkligen Dreiecken, ein neues Dreieck herstellen?

III.



Welche Dreiecksseiten sind bei Fig. II zur Berührung gebracht? Wie sind hiebei die Winkel angeordnet? Wie viele Ecken zählt die neue Fläche? Wie wird man sie mithin nennen? Welche Dreieckswinkel bilden nur eine resp. zwei Ecken der entstandenen Fläche? Wie viele Seiten umfassen die neue Fläche? Welche Dreiecksseiten bilden den Umfang dieses Viereckes? Weshalb sind alle Seiten dieses Viereckes gleich gross? Was wisset ihr über die Grösse der vier Winkel? Wie gross ist die Winkelsumme dieses Viereckes? Weshalb kann die Winkelsumme nicht grösser als 360° sein? Inwiefern wissen wir, dass je zwei zusammenstossende Seiten auch senkrecht aufeinanderstehen? Weshalb sind je zwei gegenüberliegende Seiten parallel? Sprechet euch über die Eigenschaften der Seiten und Winkel der Fig. II aus!

Eine Fläche, welche von vier gleichgrossen, senkrecht aufeinanderstehenden Seiten begrenzt ist, nennen wir *Quadrat.*

In welcher Weise kann man aus zwei kongruenten, rechtwinklig-gleichschenkligen Dreiecken ein Quadrat herstellen? Wir wollen nun versuchen, durch Konstruktion ein neues Quadrat an die Tafel zu zeichnen. Welche Instrumente dienen uns dazu, rechte Winkel zu errichten? Es ist mit Hülfe eines Transporteurs an dem Endpunkt einer Strecke ein rechter Winkel zu errichten! Dieselbe Aufgabe soll auch mit Hülfe einer Equerre gelöst werden! Welche Instrumente dienen dazu, die Schenkel des rechten Winkels gleich gross zu machen? Machet die Schenkel des rechten Winkels gleich gross: *a)* mit Hülfe eines Masstabes! *b)* mit Hülfe eines Zirkels. Ergänzet den rechten Winkel zu einem Quadrat: *a)* mit Hülfe der Equerre, *b)* mit Hülfe des Zirkels. Sprechet euch darüber aus, wie ihr im Zeichenunterricht (Freihand) am besten ein Quadrat erstellt! An welchen Gegenständen treffen wir quadratförmige Flächen? Messet die Seitenlänge einiger Quadrate und berechnet den Umfang derselben? Ein quadratförmiger Garten hat 48 *m* Umfang, welches ist die Länge einer Seite?

Im Anschluss: Beantworten der Fragen 1—5 im zürcherischen Leitfaden S. 3 sowie: Lösen der Konstruktionsaufgaben 1—3 S. 4.

* * *

Anschauungsmaterial: Jeder Schüler ist im Besitze eines selbstkonstruirten quadratförmigen Papiers. (Seitenlänge za. 2 *dm.*)

Wir wollen am Quadrat einige Faltübungen vornehmen, und das Ergebnis derselben besprechen.

Berühret zwei Ecken des Quadrates, welche nicht aufeinanderfolgen! Faltet das Quadrat derart, dass die bezeichneten Ecken (Winkel) genau aufeinanderpassen! Weshalb musste die entstandene Falte die beiden übrigen Ecken treffen? Was ist mit den Winkeln an diesen Ecken geschehen? Sprechet euch über die Eigenschaften der entstandenen Dreiecke aus! Öffnet das gefaltete Quadrat wieder! Welcher Dreieckslinie entspricht die entstandene Falte des Quadrates?

Die Verbindungslinie zweier nicht aufeinanderfolgender Ecken eines Quadrates nennen wir Diagonale. Faltet das Quadrat derart, dass eine Quadratseite auf die Diagonale zu liegen kommt, und urteilt über die Grösse dieser Linien! Wie könnten wir noch weiter nachweisen, dass eine Seitenlinie des Quadrates kleiner als die Diagonale (resp. Hypotenuse eines Dreieckes) ist? Faltet das Quadrat noch in verschiedenen Richtungen und vergleichet die Faltlinien mit der Diagonale des Quadrates Welches ist mithin die grösste Gerade eines Quadrates?

Faltet das Quadrat derart, dass die von der Diagonale halbirten Winkel aufeinander fallen! Weshalb ist die entstandene Linie ebenfalls eine Diagonale? Weshalb sind im Quadrate nur zwei Diagonalen möglich?

Vergleichet durch entsprechendes Falten die beiden Diagonalen in Bezug auf Grösse! Sprechet euch über das Ergebnis aus! Suchet den Schnittpunkt der Diagonalen auf! Vergleichet durch Falten die entstandenen Abschnitte der Diagonalen! Wie steht der Schnittpunkt zu den Ecken des Quadrates? Zerschneidet das Quadrat in der Richtung der beiden Diagonalen! Benennet die entstandenen Stücke! Welche Quadratlinien bilden die Hypotenusen dieser Dreiecke? Welche Linien bilden die Katheten? Was wisset ihr über die Grösse dieser Linien? Nennet den Kongruenzsatz, der uns die Kongruenz der vier Dreiecke nachweist! Leget die Dreiecke passend aufeinander und schauet nach, ob sie sich decken! Wie können wir nachweisen, dass die von den Katheten (halben Diagonalen) gebildeten Winkel je 90° betragen müssen? Prüfet die Winkelgrösse noch mit dem Transporteur! Welche Stellung nehmen mithin die Diagonalen gegenseitig ein?

Sprechet euch im Zusammenhange über die Eigenschaften der Diagonalen im Quadrate aus!

Leget zwei der kleinen rechtwinklig-gleichschenkligen Dreiecke so zusammen, dass ein Quadrat entsteht! In welchem Verhältnis steht das neue Quadrat zum ursprünglichen? Welche Quadratlinie erscheint im kleineren Quadrate als Diagonale? Wie gross hat man die Seitenlinie eines Quadrates zu wählen, damit dasselbe doppelt so gross wird wie ein gegebenes? Konstruirt diese beiden Quadrate! Konstruirt die Diagonalen eines Quadrates und vervollständigt die Figur zu einem Quadrate! In welcher Weise geht ihr vor, um im Freihandzeichnen ein Quadrat zu erstellen, das auf der Spitze steht?

Beantworten der Fragen 5—11 im zürcherischen obligatorischen Lehrmittel. Lösen der Konstruktionsaufgaben 4 und 5 im gleichen Lehrmittel.

* * *

Faltet ein Quadrat derart, dass zwei gegenüberstehende Seiten aufeinanderfallen! Weiset nach, dass die Faltlinie die beiden andern Seiten halbirt! Welche Lage nimmt die Faltlinie zu den einzelnen Seitenlinien ein? Weshalb nennt man die entstandene Linie „Mittellinie"? Faltet das Quadrat derart, dass eine zweite Mittellinie entsteht! Wie könnt ihr nachweisen, dass sich die Mittellinien des Quadrates halbiren und senkrecht aufeinanderstehen! Zerschneidet das Quadrat in der Richtung der Mittellinien! Wie heissen die entstandenen Flächen? Weiset die Kongruenz derselben nach! Wie lässt sich ein Quadrat konstruiren, das ein Viertel eines andern ist? Wodurch unterscheiden sich Diagonale und Mittellinie eines Quadrates?

Konstruirt ein Quadrat, das viermal grösser ist als ein gegebenes! Konstruktionsaufgaben 6 und 7 des obligatorischen Lehrmittels, S. 4 und 5.

Zusammenfassung der wichtigsten Sätze über das Quadrat.

A. Sch.

Rechnen.

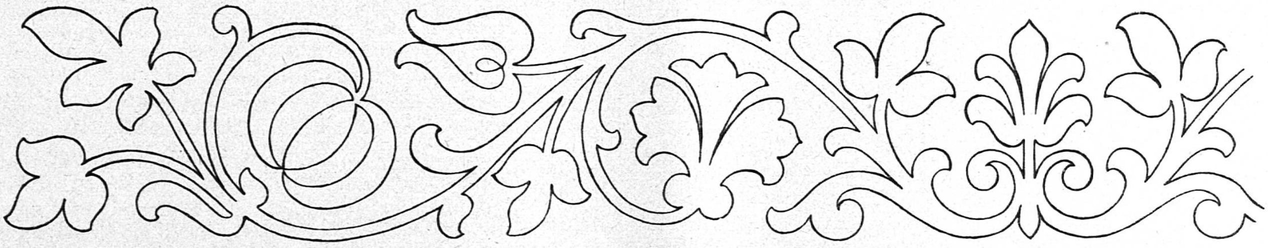
Aufgaben für die Rekrutenprüfungen 1900.

Mündlich:

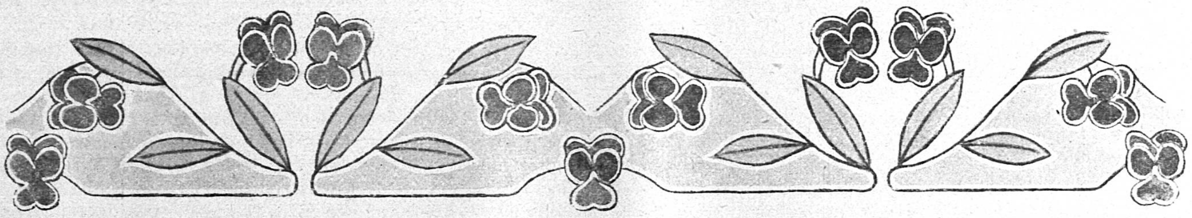
XV. 4. Von 100 Personen sterben 31 an Krankheiten der Atmungs-Werkzeuge, wie viele also an andern Ursachen? 3. Der Erwachsene atmet stündlich gegen 25 Liter der gesundheitsschädlichen Kohlensäure aus, wie viele Liter also in 24 Stunden? 2. Ein enger Raum von $23^1/_2\,m^2$ Bodenfläche und 2 *m* Höhe muss 5 Personen als Wohnstätte dienen. Wie viele m^3 Luft trifft es auf eine Person nur? 1. Ein helles Zimmer, dessen Boden 35 m^2 misst, besitzt 4 Fenster mit je $1^3/_4\,m^2$ Glasfläche. Wieviel % der Bodenfläche machen die Fensterscheiben aus?

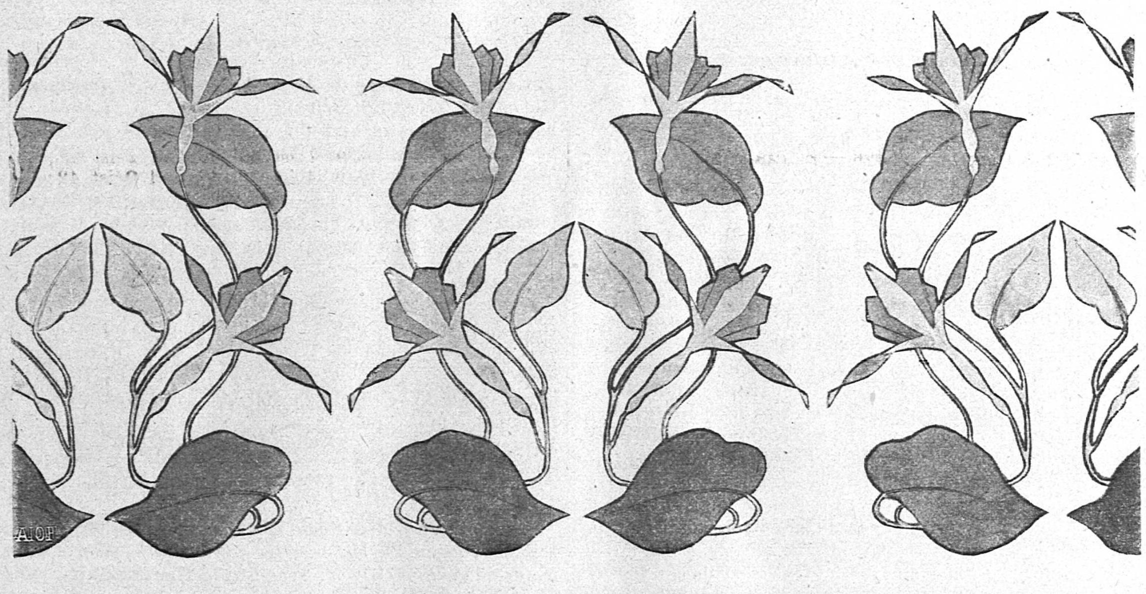
69 Personen. 6 *hl.* 9 m^3 400 dm^3. 20 %

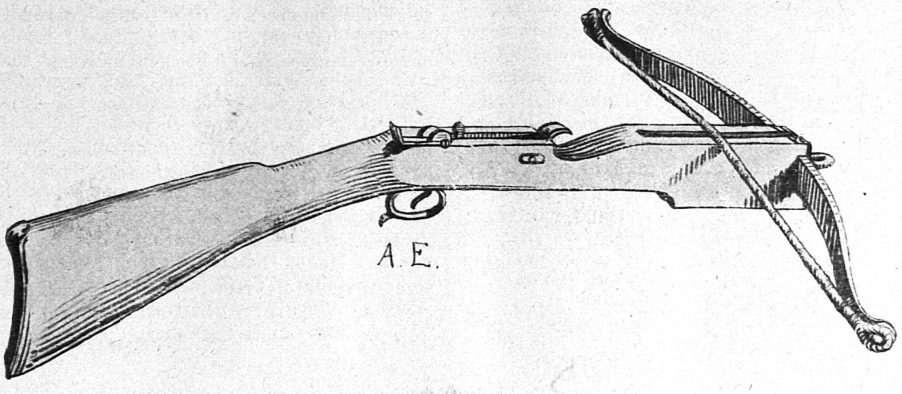
Komposition von Hedw. Burkhardt.



Schülerkompositionen aus der Klasse des Hrn. Dr. **U. Diem** in St. Gallen.







XVI. 4. Wieviel machen 3 Fünffrankenstücke und 3 Fünfzigrappenstücke zusammen aus? 3. 100 Kilogramm kosten 160 Fr., was kosten 15 Kilogramm? 2. Zwei Bücher kosten zusammen 11 Fr. Ein Stück kostet aber 2,50 Fr. mehr als das andere. Was kostet jedes einzelne? 1. Ein Platz ist 20 *m* breit und hat einen Umfang von 125 *m*. Wie gross ist sein Flächeninhalt?

16,5 Fr. 24 Fr. 6,75 Fr. 4,25 Fr. $8^1/_2$ *a*.

Schriftlich.

I. 4. Ein Haus ist zu 9800 Fr., ein Garten zu 2380 Fr. geschätzt, wie hoch Haus und Garten zusammen? 3. In einem Hause sind 4 Wohnungen, von denen jede monatlich 15 Fr. 75 Rp. Zins abwirft. Wie hoch beläuft sich der jährliche Mietzins für alle 4 Wohnungen zusammen? 2. Wie lang ist der Zaun um ein Stück Land von $32^1/_2$ *m* Länge und $25^1/_4$ *m* Breite? 1. Zu wieviel % verzinst sich ein Heimwesen im Werte von 12150 Fr., wenn die reinen Einnahmen 668,25 Fr. betragen?

12,180 Fr. 756 Fr. $115^1/_2$ *m*. $5^1/_2$ %.

II. 4. In 1000 Kilogramm Heu sind 845 Kilogramm „Trockenmasse"; das übrige ist Wasser. Wieviel also? 3. Mein Viehstand hat 35 Zentner Lebendgewicht. Zur richtigen Fütterung sind per Zentner täglich 3 Kilogramm Trockenmasse notwendig. Welches Quantum macht dies für 205 Tage? 2. Wie viele *kg* eigentliche Nährstoffe liefern 1850 *kg* Futterrüben, wenn man $9^1/_2$ *kg* auf 1 *q* rechnen darf? 1. Bestes Wiesenheu enthält an verdaulichen Substanzen: $7^1/_2$ % Eiweiss, $1^1/_2$ % Fett und 40 % Kohlehydrate (Stärke, Zucker). Wie viele *kg* jeder Art sind folglich in einem Heustocke von 8 *m* Länge, 5 *m* Breite und $3^1/_2$ *m* Höhe aufgespeichert, wenn 1 m^3 Heu 75 *kg* wiegt?

155 *kg*. 215,25 *q*. $175^3/_4$ *kg*. $787^1/_2$ *kg*. $157^1/_2$ kg. 42 *q*.

III. 4. Eine Familie hat für 2670 Fr. Hausgeräte, für 1985 Fr. Wäsche und Kleider und für 328 Fr. Küchengeräte versichert. Wie gross ist die Versicherungssumme? 3. 3 Kinder erben ein Vermögen von 10,500 Fr., woraus 3600 Fr. Schulden zu bezahlen sind. Wieviel reines Vermögen erhält jedes der 3 Kinder? 2. Was fordert der Glaser für 15 Fenster von $1^1/_2$ *m* Höhe und 1 *m* Länge, 1 m^2 zu 11,80 Fr. gerechnet? 1. Nach dem Ableben des Vaters tritt der älteste Sohn mit einer Anfangsbesoldung von 1250 Fr. an seine Stelle. Wieviel % von 1760 Fr. beträgt die Besoldung des Sohnes?

4,983 Fr. 2,300 Fr. 265,5 Fr. 71,02 %.

IV. 4. Wieviel wiegen 4285 Kilogramm Gusseisen, 3950 Kilogramm Schmiedeisen und 1765 Kilogramm Stahl zusammen? 3. Es sind die Gesamtkosten von 2685 Kilogramm Schmiedeisen à 23 Rp. und von 415 Kilogramm Eisenblech à 26 Rp. zu berechnen. 2. Wie hoch kommen 850 *kg* Gussstahl, 100 *kg* à 140 Fr., zu stehen, da wegen Barzahlung 2 % nachgelassen werden, dagegen 23,80 Fr. Fracht hinzukommen? 1. Ein 2,50 *m* langer Eisenstab, dessen Querschnitt ein Quadrat von 3 *cm* Seitenlänge ist, wiegt $17^1/_2$ *kg*. Wie schwer ist 1 dm^3 (oder welches ist das spezifische Gewicht) dieser Eisensorte?

100 *q*. 725,45 Fr. 1,190 Fr. 7,777 spez. Gewicht.

V. 4. Ein Fuhrmann kauft ein Pferd für 750 Fr. Er hat aber nur 485 Fr. Wie viele Fr. muss er entlehnen? 3. Ein Pferd hat 750 Fr. gekostet. Was ist es nach 6jährigem Gebrauche noch wert, wenn man für jedes Jahr 95 Fr. abrechnet? 2. In einem Rekrutirungskreis wurde die Hälfte der Rekruten tauglich, $^1/_3$ untauglich erklärt und der Rest von 46 Mann zurückgestellt. Wie viele waren im ganzen? 1. Ein Verein von 46 Mitgliedern hat ein Vermögen, aus dessen Zinsen jedem Mitglied jährlich ein Reisebeitrag von 5 Fr. ausgerichtet werden kann. Wie gross muss dieses Kapital sein, wenn es zu $4^1/_2$ % angelegt ist?

265 Fr. 180 Fr. 276 Mann. 5,111,11 Fr.

VI. 4. Bei der letzten eidg. Viehzählung schätzte man den mittlern Wert einer Kuh zu 438 Fr., zehn Jahre früher zu 375 Fr. Wie gross ist der Unterschied? 3. Wie viele Franken sind zusammen wert: 1 Zuchtstier à 456 Fr., 8 Kühe à 438 Fr., 4 Rinder à 316 Fr. und 4 Stück Jungvieh à 105 Fr.? 2. Im Jahre 1896 litten in der Schweiz 2350 Stück Grossvieh an der Maul- und Klauenseuche, im Jahre 1898 aber 55,225 Stück. Letztere Zahl ist das Wievielfache der erstern? 1. Von 1886—1896 ist der Gesamtwert des schweizerischen Viehstandes von 448,6 Millionen Franken auf 592,4 Millionen Franken gestiegen. Wieviel % macht dies aus?

63 Fr. 5,644 Fr. $23^1/_2$ mal. 32,06 %.

VII. 4. Ein Stück Land misst 2550 Quadratmeter. Davon werden 186 Quadratmeter als Bauplatz verwendet. Was bleibt für Hof und Garten? 3. Ein Quadratmeter wird mit 8 Fr. 50 Rp. bezahlt. Was kosten 2550 Quadratmeter? 2. Ein Grundstück hat einen Umfang von 202,5 *m*; seine Länge misst 50,6 *m*. Wie breit ist es? 1. Auf einem Plane im Massstab von 1 : 25 hat ein Grundstück eine Länge von 0,55 *m* und eine Breite von 0,48 *m*. Welches ist sein wirklicher Quadratinhalt?

23 *a* 64 m^2. 21,675 Fr. 50,65 *m*. 165 m^2.

VIII. 4. In einem Walde werden 156 Weisstannen, 197 Rottannen, 78 Föhren und 35 Buchen gefällt. Wie viele Bäume sind es im ganzen? 3. Was sind zusammen wert: 275 Ster Abfallholz à 10 Fr. 50 Rp. und 2625 Reiswellen à 18 Rp.? 2. Es sind 175 Stämme, die zusammen 434 Festmeter messen, zu verkaufen. Welchen Inhalt hat ein Stamm im Durchschnitt? 1. Ein Säger liefert 1 m^3 vollkantiges Bauholz zu 50 Fr. Auf welchen Gesamtbetrag lautet demnach die Rechnung über: *a)* 75 laufende Meter von 9/12 *cm* Querschnitt und *b)* 135 Meter von 12/15 *cm*? (9/12 *cm* heisst: 12 *cm* lang und 9 *cm* breit.)

466 Bäume. 3,360 Fr. 2 m^3 480 dm^3. 162 Fr.

IX. 4. Eine Erbschaft weist 4220 Fr. Vermögen und 2745 Fr. Schulden auf. Wie gross ist der Überschuss? 3. Ein Genossenschaftsvermögen von 2745 Fr. wird unter 18 Teilhaber gleichmässig verteilt. Wieviel erhält ein Anteilhaber? 2. Ein Stück Land ist 72,5 *m* lang und 59 *m* breit. $^2/_5$ davon müssen zu einem Bahnbau abgetreten werden. Wie viele m^2 sind dies? 1. 4220 Fr. Vermögen trugen früher 147,70 Fr., jetzt aber 179,35 Fr. Jahreszins. Um wieviel % ist der Zinsfuss gestiegen?

1,475 Fr. 152,5 Fr. 1,711 m^2. $^3/_4$ %.

X. 4. Statt der gehofften 1800 Kilogramm erntete man von einer Hektare nur 1476 Kilogramm Weizen, also wieviel weniger? 3. Welchen Wert haben 1476 Kilogramm Landweizen à $19^1/_2$ Rp.? 2. Ein Acker, welcher 270 Aren misst, lieferte 95 *q* 85 *kg* Stroh, wieviel also von 1 Hektare? 1. Welche Landfläche muss mit Weizen bestellt werden, um daraus 100 *q* Mehl zu gewinnen, falls eine Hektare 16 *q* Weizen und dieser 80 % Mehl gibt?

324 *kg*. 287,82 Fr. 35,5 *q*. 7 *ha* 81 *a* 25 m^2.

XI. 4. Ein Heustock mass im Herbst 360 Kubikmeter. Davon wurden 98 Kubikmeter verfüttert. Wie viele Kubikmeter blieben noch? 3. Was ist ein Heustock von 360 Kubikmetern à 8 Fr. 75 Rp. wert? 2. Ein Heustock reichte für 17 Kühe 108 Tage aus. Wie lange hätte man 12 Kühe damit füttern können? 1. Im Herbst galt der Kubikmeter Heu 6,90 Fr., im Frühjahr der Zentner 11,50 Fr. Wie gross ist der Preisaufschlag in Prozenten, wenn 1 m^3 75 *kg* wiegt?

262 m^3. 3,150 Fr. 153 Tage. 25 %.

XII. 4. Ein Ochse wog vor der Mast 596 Kilogramm, beim Verkauf aber 685 Kilogramm. Wie gross war die Zunahme? 3. Was ist ein Mastochse von 685 Kilogramm Lebendgewicht wert, wenn das Kilogramm zu 85 Rp. angesetzt wird? 2. Ein Stück Vieh wiegt lebend 685 *kg*. Das Schlachtgewicht macht $^{13}/_{20}$ davon aus, wie viele *kg* also? 1. Der Metzger löst aus einem Ochsen, der ihn samt Spesen auf 608 Fr. zu stehen kommt, 744,80 Fr. Wieviel % beträgt der Gewinn?

89 *kg*. 582,25 Fr. $445^1/_4$ *kg*. $22^1/_2$ %.