

Zeitschrift: bulletin.ch / Electrosuisse
Herausgeber: Electrosuisse
Band: 98 (2007)
Heft: 1

Rubrik: Technologie

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Bis zu 70% erneuerbare Energie

Mit erneuerbaren Energien können im Kanton Zürich rund 30% des heutigen Energiebedarfs gedeckt werden. Mit tiefer Geothermie und Umweltwärme lassen sich sogar 70% des aktuellen Bedarfs decken. Dies zeigt die detaillierte Berechnung des Potenzials erneuerbarer Energien für den Kanton Zürich. Die grössten Beiträge resultieren aus der Verwertung von Umweltwärme mittels Wärmepumpen sowie aus fotovoltaischer und thermischer Nutzung von Solarstrahlung.

Im Potenzial von insgesamt 12,8 Mia. kWh erneuerbarer Energien entfallen grössere Anteile auf trockene und feuchte Biomasse, die mittels Verbrennung, Vergärung oder Vergasung zur Erzeugung von Strom, Wärme und Treibstoffen genutzt werden kann. Erheblich sind auch die nicht biogenen Abfälle in Kehrichtverbrennungsanlagen (KVA). Gering sind dagegen die Beiträge aus Windkraft sowie aus einer zusätzlichen Nutzung von Wasserkraft.

Die Potenzialstudie zeigt, dass der in der Vision 2050 für den Kanton Zürich implizierte Bedarf an Wärme mit erneuerbaren Energien aus dem Kanton Zürich gedeckt werden kann. Eine Unterdeckung ergibt sich allerdings beim Strom und bei den Treibstoffen. Die Vision 2050 basiert auf der Zielsetzung, den CO₂-Ausstoss auf eine Tonne pro Person und Jahr zu begrenzen. (gus) – Quelle: www.energie.zh.ch

IDEE-SUISSE-Award für weltgrössten mobilen Flächen-drucker

An der Berner Fachhochschule (BFH) in Burgdorf wurde am Institut für mechanische Systeme (IFMS) der weltweit grösste mobile Flächendrucker mit Namen JumboJet entwickelt und realisiert. Das Team um Prof. Dr. Reinhold Krause wurde dafür mit dem Golden Creativity Award 2006 von IDEE-SUISSE ausgezeichnet.

• • • • Berner Fachhochschule (BFH)

Der JumboJet wird von einem Fahrzeug gezogen und kann mit seinen 744 Farbdüsen bis zu 500 Quadratmeter pro

Minute vollflächig sechsfarbig bedrucken. Die verwendeten Farben sind umweltverträglich und biologisch abbaubar. Als Druckuntergrund eignen sich etwa Gras, Schnee und Asphalt; als Druckvorlage genügen digitale Fotografien oder Schriftzüge.

Durch ein neuartiges Navigationssystem mit GPS oder einem Lasertheodoliten lassen sich erstmals grosse entzerrte Bilder von beispielsweise 500×500 Meter drucken. Verblüffend ist, dass der Flächendrucker kreuz und quer über das zu bedruckende Gelände gezogen werden kann und das Bild am Ende trotzdem genau der Bildvorlage entspricht, egal ob der Boden Unebenheiten aufweist oder nicht. Möglich wird dies durch das Navigationssystem und die Steuerung, wobei die Bildpunkte entsprechend ihren Koordinaten gedruckt werden.

Die Idee eines mobilen Grossflächen-druckers geht ins Jahr 1998 zurück und wurde weltweit patentiert. Dank der finanziellen Unterstützung durch die Kommission für Technologie und Innovation KTI des Bundes und der Firma Aaadvanced Technology GmbH aus Wollerau SH konnte das 624 000 Franken teure Projekt realisiert werden. Der JumboJet wird vorwiegend an Sportevents und anderen Grossveranstaltungen zum Einsatz kommen. (Sz) – Quelle: BFH

Zeppelin statt Natel-antennen?

Ende September 2006 sind in der Schweiz mehrere Medienberichte über eine fliegende Antenne erschienen. Diese sogenannte X-Station, ein Zeppelin von 60 m Länge, in 20 km Höhe in der Stratosphäre positioniert, soll grosse Regionen von bis zu 1000 km Durchmesser mit verschiedenen Funkdiensten abdecken. Insbesondere soll die X-Station das terres-



Roland Bader, Prof. Dr. Reinhold Krause, Nathan Lauener und Christian Nussbaum (v.l.): vier der sechs Entwickler des JumboJets

trische Mobilfunknetz und damit die ungeliebten Basisstationen überflüssig machen. Wie realistisch sind solche Aussagen?

Ausgehend von den Bandbreiten der GSM- und UMTS-Dienste und der durchschnittlichen Verkehrsauslastung lässt sich der Kapazitätsbedarf für eine solche Grosszelle abschätzen: Er beträgt 2×360 MHz für GSM und 2×560 MHz für UMTS. Basierend auf den heutigen Verkehrsdaten ist damit für die Region Zürich ein Bandbreitenbedarf von ca. 2×0,9 GHz gegeben.

Geht man davon aus, dass WiMAX, das eingesetzt werden soll, ein effizienteres Modulationsverfahren einsetzen wird als GSM und UMTS, so könnte der heutige Kapazitätsbedarf der Region Zürich mit einigen Hundert MHz Bandbreite gedeckt werden. Diese Bandbreite könnte in ferner Zukunft zur Verfügung stehen, kurz- und mittelfristig ist das hingegen nicht möglich. Änderungen in der Frequenzallokation müssen international ausgehandelt werden und dauern in der Regel ein Jahrzehnt.

Hinzu kommt, dass die Frequenzen um 3,5 GHz von Gebäuden stark gedämpft werden. Der Natelempfang im Gebäude wäre nicht mehr selbstverständlich. Zudem: Da der Zeppelin nur 20 km hoch schwebt, ist man auch in der Schweiz schnell 100 km davon entfernt. Das führt dazu, dass die Antenne tief am Horizont schwebt und der Empfang in Strassen-

schluchten schlecht ist. (gus) – Quelle: Bakom/Forschungsstiftung Mobilkommunikation

WiMAX hat die Nase vorn

Innerhalb der IEEE stritten sich 2006 die Kontrahenten um den zukünftigen Standard für mobiles Internet. Intel und Motorola dominieren die Arbeitsgruppe um den Standard 802.16e, die WiMAX-Gruppe. Kontrahent ist Qualcomm, die bislang den Standard 802.20 (Mobile Broadband) dominierte.

Sowohl 802.16e als auch 802.20 sollen mobile Teilnehmer per Breitband mit dem Internet verbinden (IP-basiert, inklusive Roaming und Handover). Während 802.16e, also die Koalition um WiMAX, mit relativ günstiger Hardware auskommt und das Spektrum sparsam nutzt, setzt 802.20 auf eine stabilere Verbindung, die bis zu einer Geschwindigkeit von 250 km/h funktionieren soll. Die Modulation ist aber etwas aufwendiger und proprietär – entwickelt von Qualcomm respektive von der Firma Flarion, die von Qualcomm übernommen wurde.

Intel beschwerte sich nun mit Erfolg, dass Qualcomm die Arbeitsgruppe 802.20 dominiere, worauf IEEE den Vorsitzenden der Arbeitsgruppe, Jerry Upton, absetzte und mit Arnold Greenspan einen neuen ernannte. Die Arbeitsgruppe

802.20 muss sich nun wieder neu finden, während in der Roadmap von Intel und Motorola 2007 bereits die ersten Produkte von WiMAX erscheinen. (gus) – Quelle: IEEE

KNX ist jetzt IEC 14543-3

In den frühen 90er-Jahren entstanden mit Batibus, EIB und EHS die Vorgänger von KNX. In Europa versuchten diese drei Lösungen für die Haus- und Gebäudesystemtechnik den Markt zu erobern – jede für sich alleine. Batibus war besonders in Frankreich, Italien und Spanien erfolgreich, EIB in den deutschsprachigen und nordischen Ländern. Hersteller von Haushaltsgeräten und Unterhaltungselektronik bevorzugten die EHS-Lösung.

1997 schlossen sich die drei Organisationen zusammen. Ziel war ein neuer, gemeinsamer Standard, der international anerkannt ist. Im Frühling 2002 wurde die KNX-Spezifikation von der neu ins Leben gerufenen KNX-Association vorgestellt. Sie basiert auf der EIB-Spezifikation und wurde durch neue Konfigurationsmechanismen und Übertragungsmedien erweitert, die ursprünglich von Batibus und EHS entwickelt wurden.

Im Dezember 2003 wurden das KNX-Protokoll wie auch die zwei Übertragungsmedien TP (Twisted Pair) und PL (Powerline) von den nationalen euro-

päischen Kommissionen anerkannt und vom Cenelec als europäischer Standard EN 50090 ratifiziert. KNX RF (Radio Frequency) wurde im Mai 2006 anerkannt.

KNX wird zunehmend auch im Bereich Heizung, Klima und Lüftung (HLK) eingesetzt. EN 13321-1 ist der KNX-Standard für Gebäudeautomation. Das Interesse ausserhalb Europas an kompatiblen KNX-Produkten führte nun zum internationalen Standard ISO/IEC 14543-3-x, der im November 2006 freigegeben wurde, inkl. aller Übertragungsmedien (TP, PL, RF, IP). Damit ist KNX der weltweit einzige offene Standard für die Haus- und Gebäudesystemtechnik. (gus) – Quelle: Konnex Swiss

Phoenix Contact bringt Profinet-Chip

Roland Bent, Geschäftsführer von Phoenix Contact, kündigte während der SPS/IPC/Drives an, das Unternehmen werde einen eigenen IRT-Chip für Profinet entwickeln: «Eine [...] Forderung, die für die breite Vermarktung der Technologie wesentlich ist, liegt in der Reduzierung der Implementierungskosten für eine Profinet-Schnittstelle einfacher Feldgeräte. Um hier nachhaltig Abhilfe zu schaffen, hat sich Phoenix Contact ent-

Beschaffung von Motoren unter Vollkostenbetrachtung

Während des Lebenszyklus von Motoren übersteigen die Betriebskosten – vor allem die Kosten für den Energieverbrauch – die Investitionskosten beträchtlich. Deshalb ist als Grundlage für den Beschaffungsentscheid von Motoren eine Vollkostenbetrachtung durchzuführen. Zur Evaluation von Offerten unter der Vollkostenbetrachtung stellt daher das Bundesamt für Energie (BFE) die Software LCC-Mot-Eval zur Verfügung. Mit ihr lassen sich die Lebenszykluskosten von mehreren Motor-Varianten unter Berücksichtigung der Betriebsdaten und Strompreise am Einsatzort, des realen Zinssatzes sowie der spezifischen Daten für jede betrachtete Variante berechnen.

Die Varianten unterscheiden sich dabei bezüglich des Einsatzes von Frequenzumformern, der Wirkungsgrade, der Anschaffungspreise – sowohl für den Motor als auch für den Frequenzumformer –

sowie der jährlichen Kosten für Betrieb, Unterhalt, Produktionsausfall sowie der Entsorgungskosten.

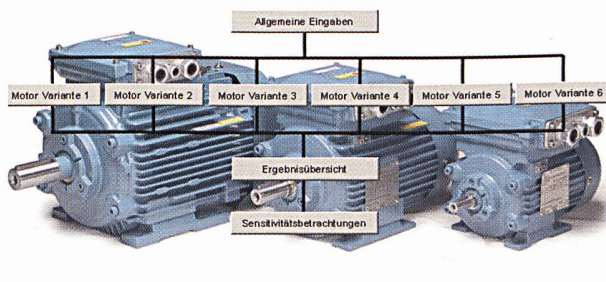
Die Lebenszykluskosten der Varianten werden mittels dynamischer Methoden für die Lebensdauer des jeweiligen Motors berechnet und verglichen. LCC-Mot-

Eval bietet zudem eine Sensitivitätsbetrachtung.

Eine Musterausschreibung für die Beschaffung von Motoren unter Vollkostenbetrachtung ist ebenfalls erhältlich. Bezug: www.electricity-research.ch. (Sz) – Quelle: Bundesamt für Energie

Evaluation von Motoren mittels Vollkostenbetrachtung

Übersicht und Auswahl der Eingabe- und Ausgabeblätter



Eintrittsseite des Berechnungstools (Excel)

 energie schweiz

schieden, einen eigenen Profinet-IRT-Chip zu entwickeln, der den Anforderungen einfacher E/A-Geräte entspricht und kostenoptimiert ist.» Der Chip soll nach seinen Angaben im Jahr 2008 verfügbar sein und über die Phoenix-Contact-Tochter KW-Software frei vermarktet werden. Darüber hinaus will das Unternehmen sämtliche Tools für das Profinet-System anbieten. KW-Software wird mit der Vermarktung der Profinet-Technologie ab dem zweiten Quartal 2007 beginnen. (gus) – Quelle: SPS-Magazin

GPL-Lizenz setzt sich bei Open-Source-Software durch

Die General Public License (GPL) aus der Linux-Welt setzt sich im Bereich Open Source klar durch. Sogar Sun Microsystems gibt ihren Java-Code unter der GPL frei – anstatt unter ihrer eigenen Open-Source-Lizenz CDDL.

Freigegeben werden sowohl die Java Standard Edition (SE) als auch die Java Micro Edition (ME). Letztere wird in Handys eingesetzt. (gus) – Quelle: Computerworld

Sage-Preis für Schweizer Softwareentwickler

Der Schweizer Entwickler von Open-Source-Software Tobias Oetiker erhält zusammen mit seinem Kollegen Dave Rand den 2006 Sage Outstanding Achievement Award für die Entwicklung der Werkzeuge MRTG und RRDtool. Diese kostenlosen Programme erfassen den Datenverkehr in Netzwerken und stellen ihn grafisch dar. Sie sind weltweit hunderttausendfach im Einsatz, sowohl in kleinen, lokalen Netzen als auch bei grossen, weltweit tätigen Telekomaniern. SmokePing, ein weiteres Tool von Tobias Oetiker, misst die Qualität von Internetverbindungen.



Tobias Oetiker erhält den Sage Award von Strata Rose Chalup

Die Preisverleihung fand anlässlich der Large-Installation-System-Administration-Konferenz (LISA) im Dezember 2006 in Washington DC statt. In seiner Dankesrede verglich Tobias Oetiker den renommierten Sage Award mit einem Oskar für Computerspezialisten. Heute arbeitet er als selbstständiger IT-Berater, nachdem er 11 Jahre lang bei der Abteilung für Elektrotechnik der ETH Zürich dafür sorgte, dass deren Computernetze liefen. (gus) – Quelle: www.oetiker.ch

ABB zeichnet Jungforscher aus

ABB Schweiz hat im November zwei junge Wissenschaftler der ETH in Zürich und Lausanne mit einem Forschungspreis ausgezeichnet. Der Preis, der mit 5000 Franken für eine Diplomarbeit und mit 10000 Franken für eine Doktorarbeit dotiert ist, soll junge Wissenschaftler in ihren Forschungstätigkeiten unterstützen und fördern.



An der ETH wurde Jörg Meili (Mitte) mit dem ABB-Forschungspreis ausgezeichnet. Zu seinem Erfolg gratulierten ihm Konrad Wirthensohn, Leiter der ABB-Einheit Robotics (links), und Konrad Osterwalder, Rektor der ETH (rechts).

An der ETH Zürich wurde Jörg Meili für seine Leistungen im Gebiet der Energietechnik belohnt. Seine Diplomarbeit «5-Level Converter with Optimized Pulse Patterns», für die Meili 5000 Franken Preisgeld erhielt, entstand in enger Zusammenarbeit mit der ABB-Geschäftseinheit Leistungselektronik in Turgi. Meili optimierte die Ansteuerung eines 5-Level-Konvertersystems von 5 MW Leistung. Durch optimierte Pulsmuster konnte er die Form des Stroms verbessern und die Verluste im Generator verkleinern. Ein zusätzliches Filter fällt weg.

An der EPFL erhielt Jean-Christophe Zufferey den ABB-Preis über 10000 Franken für seine Doktorarbeit im Gebiet der Automationstechnik. Zuffereys Arbeit

mit dem Titel «Bio-Inspired Vision-Based Flying Robots» zeige, wie Theorien über komplexe Robotersysteme umgesetzt und verbessert werden können. Beeindruckt haben die Jury ausserdem die Prototypen, die der 32-jährige Wissenschaftler angefertigt hatte. (gus) – Quelle: ABB

ABB récompense des jeunes chercheurs

Chaque année, ABB Suisse décerne le Prix de la recherche ABB à l'Ecole polytechnique fédérale de Zurich (EPFZ) et à l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL).

A l'EPFZ, Jörg Meili a été récompensé pour ses travaux dans le domaine des techniques de l'énergie. Son mémoire «5-Level Converter with Optimized Pulse Patterns», pour lequel il s'est vu remettre la somme de 5000 francs, est le fruit d'une étroite collaboration avec l'unité d'affaires ABB Electronique de puissance basée à Turgi. Meili a analysé l'optimisation du procédé de commande d'un système convertisseur à 5 niveaux d'une puissance 5 MW et d'une fréquence de sortie de base pouvant atteindre 500 Hz. En utilisant des modèles d'impulsion optimisés, il a pu, à l'aide d'une simulation, améliorer sensiblement la forme du courant et réduire ainsi les pertes dans le générateur. Résultat: il n'est plus nécessaire d'utiliser un filtre supplémentaire.

A l'EPFL, Jean-Christophe Zufferey a reçu le prix ABB doté de 10000 francs pour son travail de doctorat dans le domaine de la technique d'automatisation. Le travail de Zufferey intitulé «Bio-Inspired Vision-Based Flying Robots» montre comment les théories sur des systèmes de robots complexes peuvent être appliquées et améliorées. Le jury a par ailleurs été impressionné par les prototypes fabriqués spécialement pour l'occasion par ce scientifique de 32 ans. (gus) – Source: ABB



A l'EPFL, Jean-Christophe Zufferey (à gauche) s'est vu remettre le Prix de la recherche ABB par Joël Vauchel, responsable Marketing à ABB Sécheron SA

Über das regelmässige 257-Eck

In den klassischen Lehrbüchern der Mathematik für Ingenieure werden oft Regeln zur Teilung der regelmässigen Vielecke mit 5, 8, 10, 12, 15, 16 und 17 Seiten erörtert. Es sind ebenfalls Formeln bekannt, um beispielsweise den $\sin(\frac{\pi}{17})$ zu berechnen [1], und es wird auch regelmässig auf die grosse Komplexität der Formeln für den Fall $\cos(\frac{\pi}{257})$ hingewiesen, die grundsätzlich nach einer von Gauss entwickelten Methode ermittelt werden können, ohne sie anzugeben [2].

Im Folgenden werden einige relativ einfache Formeln für Summen S_1 bis S_{16} von je acht speziell gewählten Summanden der Form $\sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{q_{i,k}}{257})$ vorgestellt, worin $q_{i,k}$ ungerade ganze Zahlen nach Tabelle I sind. Diese « $q_{i,k}$ -Spektralwerte» ($i = 1, 2, \dots, 16$; $k = 1, 2, \dots, 8$) genannten Zahlen wurden in dieser Form mithilfe eines vom Autor [3] entwickelten Spektralalgorithmus (vgl. auch [4]) ermittelt.

Beispiel 1

Für die erste Summe S_1 einer ersten Gruppe (vgl. Tabelle I) von acht Summen mit je acht Summanden gilt

$$S_1 = \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{257}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{255}{257}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{253}{257}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{249}{257}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{241}{257}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{225}{257}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{193}{257}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{129}{257})$$

$i \backslash k$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-1	255	-253	-249	-241	-255	-193	-129
2	3	251	-245	-233	-209	-161	-65	127
3	-5	247	-237	-217	-177	-97	63	131
4	7	243	-229	-201	-145	-33	191	-125
5	-9	239	-221	-185	-113	31	195	-133
6	11	235	-213	-169	-81	95	67	123
7	-13	231	-205	-153	-49	159	-61	135
8	15	227	-197	-137	-17	223	-189	-121
9	19	219	-181	-105	47	163	-69	119
10	-21	215	-173	-89	79	99	59	139
11	23	211	-165	-73	111	35	187	-117
12	-25	207	-157	-57	143	-29	199	-141
13	27	203	-149	-41	175	-93	71	115
14	-37	183	-109	39	179	-101	55	147
15	43	171	-85	87	83	91	75	107
16	-45	167	-77	103	51	155	-53	151

Tabelle I Koeffizienten $q_{i,k}$

A	=	$1 - 257^{\frac{1}{2}}$
B	=	$257 - 9 \cdot 257^{\frac{1}{2}}$
C	=	$40 \cdot (257 - 15 \cdot 257^{\frac{1}{2}})$
D	=	$(422 - 26 \cdot 257^{\frac{1}{2}}) \cdot K$
E	=	$8 \cdot (257 + 3 \cdot 257^{\frac{1}{2}})$
F	=	$(42 + 2 \cdot 257^{\frac{1}{2}}) \cdot K$
G	=	$16 \cdot (29 \cdot 257^{\frac{1}{2}} + 771)$
H	=	$8 \cdot (5 \cdot 257^{\frac{1}{2}} + 31) \cdot K$
K	=	$(514 - 2 \cdot 257^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$
L	=	+1
u	=	$(B + 3 \cdot K + 2 \cdot (C + D)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$
v	=	$(B - 3 \cdot K + 2 \cdot (C - D)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$

Tabelle II Definition der Konstanten und Funktionen

Zur Berechnung der acht Summen $S_1, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}$ und S_{12} der ersten Gruppe (Tabelle I) müssen zuerst die zehn Parameter A, B, C, D, E, F, G, H, K und L sowie die zwei Funktionen u und v nach Tabelle II bestimmt werden, wobei sich die gesuchten Resultate durch Einsetzen dieser Parameter und Funktionen in die Formeln für $S_1, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}$ und S_{12} nach Tabelle III ergeben.

Zur Berechnung der anderen Gruppe von acht Summen $S_2, S_3, S_4, S_9, S_{13}, S_{14}, S_{15}$ und S_{16} (Tabelle I) können dieselben Formeln der ersten Gruppe verwendet werden, jedoch mit umgekehrten Vorzeichen in den Parametern A, B, C, D, E, F, G, H, K und L, das heisst, dass dort explizit angegebene Vorzeichen «+» wird jetzt durch «-» ersetzt und umgekehrt (für die Bestimmung von «G» für S_5 wird beispielsweise «+771» eingesetzt, für S_{11} hingegen «-771»), wobei aber die Funktionen u und v für beide Gruppen gleich sind. Um diesem Umstand Rechnung zu tragen, wurden in diesen Formeln rechts die Summen $S_2^*, S_3^*, S_4^*, S_9^*, S_{13}^*, S_{14}^*, S_{15}^*$ und S_{16}^* dieser zweiten Gruppe mit dem Stern * bezeichnet (Tabelle III).

Tabelle III Formeln der Summen S_i

S_1	=	$\frac{1}{32} \cdot (A - K - 2 \cdot u - (E + F - 8 \cdot (C + D)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{u} \cdot (G + H))^{\frac{1}{2}}$	=	S_2^*
S_5	=	$\frac{1}{32} \cdot (A + K - 2 \cdot v - (E - F - 8 \cdot (C - D)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{v} \cdot (G - H))^{\frac{1}{2}}$	=	S_3^*
S_6	=	$\frac{1}{32} \cdot (A - K - 2 \cdot u + (E + F - 8 \cdot (C + D)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{u} \cdot (G + H))^{\frac{1}{2}}$	=	S_4^*
S_7	=	$\frac{1}{32} \cdot (A + K + 2 \cdot v - (E - F - 8 \cdot (C - D)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{v} \cdot (G - H))^{\frac{1}{2}}$	=	S_{14}^*
S_8	=	$\frac{1}{32} \cdot (A - K + 2 \cdot u - (E + F - 8 \cdot (C + D)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{u} \cdot (G + H))^{\frac{1}{2}}$	=	S_9^*
S_{10}	=	$\frac{1}{32} \cdot (A + K + 2 \cdot v + (E - F - 8 \cdot (C - D)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{v} \cdot (G - H))^{\frac{1}{2}}$	=	S_{15}^*
S_{11}	=	$\frac{1}{32} \cdot (A - K + 2 \cdot u + (E + F - 8 \cdot (C + D)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{u} \cdot (G + H))^{\frac{1}{2}}$	=	S_{16}^*
S_{12}	=	$\frac{1}{32} \cdot (A + K - 2 \cdot v + (E - F - 8 \cdot (C - D)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{v} \cdot (G - H))^{\frac{1}{2}}$	=	S_{13}^*

Zur Lösung der gestellten Aufgabe konnte in Anlehnung an Satz 8 aus [3] (Seite 17) eine Gleichung 16. Grades mit ganzzahligen Koeffizienten aufgestellt werden, die durch Quadraturen relativ leicht zu lösen war, insofern ihre Nullstellen durch Ausdrücke mit Quadratwurzeln von ganzen Zahlen darstellbar sind. Detaillierte Angaben über diese Berechnungen würden den Rahmen dieses Beitrags sprengen.

Beispiel 2

Durch Anwendung der in Tabelle III angegebenen Formeln – in diesem Fall mit den umgekehrten Vorzeichen in den Parametern – ergibt sich für $S_3^* \equiv S_3$ der Wert

$$S_3 = -1,34334360274703349258853$$

in Übereinstimmung – wie man sich leicht durch numerisches Rechnen überzeugen kann – mit dem direkten Resultat aus der Summe (Tabelle I)

$$S_3 = \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{5}{257}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{247}{257}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{237}{257}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{217}{257}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{177}{257}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{97}{257}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{63}{257}) + \sin(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{131}{257})$$

Carl Schick, Ackermannstrasse 25,
8044 Zürich

Referenzen

- [1] E. W. Weisstein: CRC Concise Encyclopedia of Mathematics. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 1999, S. 1858.
- [2] D. W. DeTemple: Carlyle Circles and the Lemoine Simplicity of Polygon Constructions. Amer. Math. Monthly 98, 1991, S. 97–108.
- [3] C. Schick: Trigonometrie und unterhaltsame Zahlentheorie. Eigenverlag 2003, Ackermannstrasse 25, 8044 Zürich.
- [4] C. Schick: Über die Verteilung der harten Primzahlen. Bulletin SEV/VSE Nr. 21/2005, S. 51–52.