Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 84 (1993)

Heft: 21

Artikel: Modellbasiertes Messen : Strukturen des Messens an Beispielen : Teil 2

Autor: Ruhm, Karl

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-902744

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Nachdem im ersten Teil des Artikels (Heft 17/93) die Grundstrukturen des Messens aufgezeigt wurden, werden in diesem zweiten und letzten Teil die Vorteile der Zustandsraumbeschreibung dynamischer Systeme sichtbar, auf der die modernen Methoden der Messsignalrekonstruktion (Beobachter) basieren.

Modellbasiertes Messen

Strukturen des Messens an Beispielen, Teil 2

■ Karl Ruhm

6. Zustandsraumbeschreibung bei Messsystemen

Zur quantitativen Beschreibung der Rekonstruktionsaufgaben wird hier die Zustandsraumdarstellung gewählt, da sie eine einheitliche Betrachtungsweise ermöglicht (Bild 11). In dieser Darstellungsweise spielt es keine Rolle, wieviele Signale beteiligt sind. Die lineare Algebra fasst mehrere gleichartige Grössen in Signalvektoren zusammen, im Signalwirkbild erkennt man sie an den fettgedruckten Signallinien. Die dynamischen und nichtdynamischen Beziehungen zwischen den Signalvektoren beschreiben Matrizen.

Weiter ist zu beachten, dass ein lineares, stabiles System in einen dynamischen und einen nichtdynamischen Teil aufgespalten wird. Der nichtdynamische Teil wird durch die Durchgangsmatrix **D** repräsentiert. In der Zustandsraumdarstellung wird eine Differentialgleichung höherer Ordnung eines Systems immer in mehrere Differentialgleichungen 1. Ordnung umgeformt und in Vektor-Matrix-Form angeschrieben. Dies ergibt die kompakte Darstellung zweier Gleichungssysteme, nämlich die Systemgleichung und die Ausgangsgleichung. Zum dynamischen Teil gehören Eingangsmatrix **B**, Systemmatrix **A** und Ausgangsmatrix **C**.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$
$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \qquad (2)$$

Häufig wird die Ausgangsmatrix **C** des Prozesses Messmatrix genannt. Dies sollte vermieden werden, um Verwechslungen mit Eigenschaften der Messeinrichtungen auszuschliessen. Denn jede Messeinrichtung ist ein selbständiges System, das ebenfalls durch die Grundstruktur der Zustandsraumdarstellung beschrieben wird (Index *M*). Das Gesamtverhalten Prozess-Messeinrichtung erhält man durch Serienschaltung zweier solcher Grundstrukturen. Allerdings wünscht man sich von

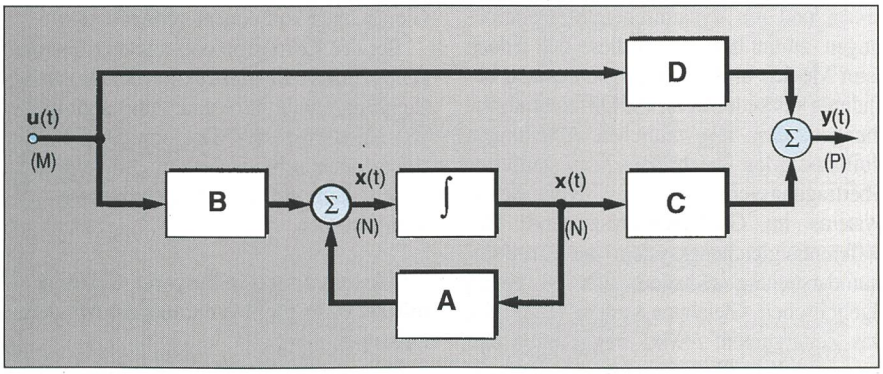


Bild 11 Grundstruktur der Zustandsraumdarstellung eines dynamischen Systems

Adresse des Autors
Karl Ruhm, Dipl. Masch.-Ing., Institut für Mess- und Regeltechnik, ETH Zentrum, 8092 Zürich.

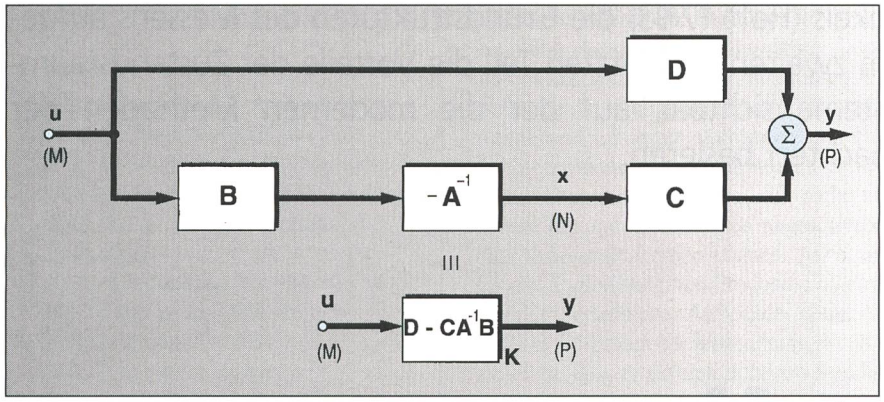


Bild 12 Signalwirkbild des dynamischen Systems im Gleichgewichtszustand

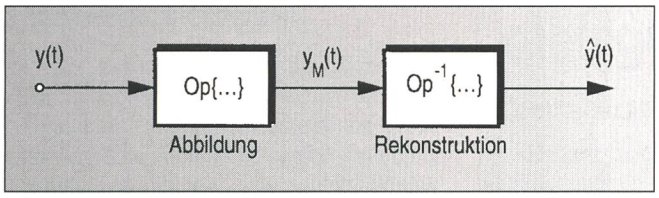


Bild 13 Rekonstruktion durch inverse Funktion

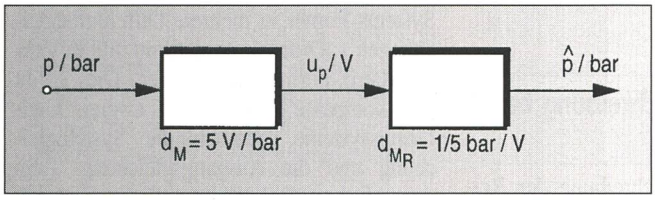


Bild 14 Beispiel eines Drucksensors

einer Messeinrichtung, dass sie keine dynamischen Effekte zeigt, dass sie unendlich schnell ist. Dies bedeutet in der Zustandsraumdarstellung, dass nur die Durchgangsmatrix $\mathbf{D}_M$ vorhanden ist, was die Gesamtbeschreibung vereinfacht. Zudem erwartet man, dass die einzelnen Sensoren keinen Einfluss von anderen Grössen, als den der interessierenden Grössen zulassen. Dann wird die Durchgangsmatrix $\mathbf{D}_M$ sogar zu einer Diagonalmatrix, da die nebendiagonalen Elemente, welche die Querempfindlichkeiten beschreiben, entfallen.

Schliesslich interessiert noch der häufige Fall, dass wir es wohl mit dynamischen Prozessen und mit dynamischen Messeinrichtungen zu tun haben, dass diese sich jedoch beim Messen im Gleichgewichtszustand befinden. Dies bedeutet für die Differentialgleichungen, dass alle zeitlichen Ableitungen Null sind. Man spricht dann vom statischen Übertragungsverhalten eines dynamischen Systems im Gleichgewichtszustand. Das Differentialgleichungssystem der Zustandsraumdarstellung reduziert sich zu einem algebraischen Gleichungssystem (Bild 12). Das Zeitargument t wird weggelassen und der wesentliche Parameter ist nun die statische Übertragungsmatrix $\mathbf{K}$.

$$\mathbf{y} = (\mathbf{D} - \mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})\,\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{u} \qquad (3)$$

7. Rekonstruktion äusserer Grössen in der Serienschaltung

Wir können nun die Rekonstruktion äusserer und innerer Grössen auch quantitativ behandeln. Wir betrachten die Verhältnisse bei nichtdynamischen Messeinrichtungen, bei dynamischen Messeinrichtungen im Gleichgewichtszustand und bei dynamischen Messeinrichtungen ohne Einschränkungen. Wegen dieser Unterscheidungen müssen die Zeitabhängigkeiten in den Symbolen und Gleichungen konsequent vermerkt sein.

Bei der Rekonstruktion äusserer Grössen geht es um die Rekonstruktion der messbaren Eingangssignale $\mathbf{u}(t)$ und Ausgangssignale $\mathbf{y}(t)$ eines Prozesses. Das Vorgehen ist bei beiden identisch, so dass in den folgenden Abschnitten nur die Ausgangsgrössen erwähnt werden.

7.1 Rekonstruktion äusserer Grössen mittels einer nichtdynamischen Messeinrichtung

Wir nehmen für die Serienrekonstruktion zunächst einmal an, dass P Ausgangsgrössen $\mathbf{y}(t)$ des Prozesses rekonstruiert werden müssen und dass die Messeinrichtung keine dynamischen Eigenschaften zeigt. Nichtdynamische Eigenschaften darf man insbesondere dann voraussetzen, wenn die Messeinrichtung von vornherein so ausgelegt wurde, dass sie wesentlich schneller als die zu messenden Prozesssignale ist, das heisst, dass die wesentlichen Frequenzen der Prozesssignale $\mathbf{y}(t)$ tiefer liegen als die Eckfrequenzen f_c der einzelnen Sensorkanäle.

Damit ist das Übertragungsverhalten der idealen Messeinrichtung gegeben:

a) monovariabler Fall: $y_M(t) = d_M y(t)$ (4a)

b) multivariabler Fall: $\mathbf{y}_M(t) = \mathbf{D}_M \mathbf{y}(t)$ (4b)

Wie bekommen wir nun aus den abbildenden Grössen $\mathbf{y}_M(t)$ die Rekonstruktion der erfassten Grössen $\mathbf{y}(t)$?

Beispiele:
- Die Skala des Quecksilberthermometers wandelt die Fadenlänge l in einen ablesbaren Zahlenwert, welcher der gemessenen Temperatur ϑ in °C entspricht.
- Die nichtlineare Skala am (veralteten) Hitzdrahtspannungsmesser wandelt den Ausschlag α in einen ablesbaren Zahlenwert, welcher der gemessenen Spannung u in Volt entspricht.
- Die Digitalanzeige eines Spannungsmessers wandelt das Spannungssignal u in einen ablesbaren Zahlenwert, welcher der gemessenen Temperatur ϑ in °C entspricht.

In den beiden ersten Beispielen wird die Rekonstruktion auch Skalierung (Scaling) genannt. Die Skala der Anzeigegeräte übernimmt die Rekonstruktion. Der an der Skala abgelesene Wert $\hat{y}$ ist die rekonstruierte interessierende Messgrösse y.

Die Gesetze der Abbildung sind durch die Messwerterfassung gegeben und werden durch Kalibrierung ermittelt. Wie muss nun das Gesetz der Rekonstruktion lauten? Man erhält es aus der Bedingung, dass im fehlerfreien Fall die rekonstruierten Signale den Originalsignalen entsprechen müssen. Die Beziehung über die ganze Kette kann dann nur lauten:

a) monovariabler Fall:

$$\hat{y}(t) = \mathrm{I}y(t) \quad [\{y\}]^1 \qquad (5a)$$

b) multivariabler Fall:

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{I}\mathbf{y}(t) \qquad (5b)$$

Da im Abbildungsteil normalerweise eine von eins abweichende Übertragungsbezie-

[1] Einheiten in eckigen Klammern

hung vorhanden ist, muss diese durch den Rekonstruktionsteil kompensiert werden. Wir können also formulieren:

a) monovariabler Fall:

$$d_M d_R = 1\ [-] \rightarrow d_R = \frac{1}{d_M} \quad \left[\left\{ y y_M^{-1} \right\}\right] \tag{6a}$$

b) multivariabler Fall:

$$D_R D_M = \mathbf{I} \rightarrow D_R = D_M^{-1} \tag{6b}$$

Das einfache und einleuchtende Resultat verlangt, dass die Rekonstruktion die inverse Funktion oder das inverse Modell der Abbildung sei (Bild 13).

Der Fall der linearen, nichtdynamischen, monovariablen Messeinrichtung ist der einfachste (Bild 14): $d_R = d_M^{-1}$.

Im Fall der nichtlinearen, nichtdynamischen, monovariablen Messeinrichtung bedeutet dies, dass man gerätetechnisch die Umkehrfunktion der nichtlinearen Abbildungsfunktion realisieren muss (Bild 15): $f_R = f^{-1}(y)$. Im allgemeinen ist dies nicht schwierig.

Bei der linearen, multivariablen Messeinrichtung ist die Rekonstruktionsmatrix $\mathbf{D}_R = \mathbf{D}_M^{-1}$. Die Matrix D_M muss invertierbar sein. Dies ist normalerweise nur möglich, wenn sie quadratisch und regulär (nichtsingulär) ist. Die Matrix $\mathbf{D}_M$ wird dann automatisch quadratisch, wenn die Zahl der Sensoren gleich der Zahl der zu rekonstruierenden Grössen ist (Bild 16). Und bei technischen Anwendungen wird die Matrix auch meistens regulär sein. Es gilt dann:

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{D}_M^{-1} \mathbf{y}_M(t) \tag{7}$$

Falls die Zahl der abbildenden Grössen y_M kleiner als P, der Anzahl der Messgrössen $\mathbf{y}$ ist, lässt sich das Problem wegen mangelnder Information nicht lösen. Die Matrix $\mathbf{D}_M$ ist nicht quadratisch, das Gleichungssystem ist unterbestimmt. Daraus ergeben sich die Forderungen:

- Die Zahl der Sensoren muss gleich der Zahl der beteiligten Grössen sein.
- Die Störgrössen müssen mitgemessen werden.

Zu den beteiligten Grössen gehören also auch die an sich nicht interessierenden, aber systematisch oder zufällig störenden Grössen (Querempfindlichkeiten, Übersprechen). Da diese meistens nicht gemessen werden können, stösst man hier auf ein Problem.

Falls die Zahl der abbildenden Grössen $\mathbf{y}_M$ grösser als die Anzahl P der Messgrössen $\mathbf{y}$ ist, ist auch diese Matrix $\mathbf{D}_M$ nicht quadratisch und damit nicht invertierbar. Die algebraische Messgleichung ist überbestimmt (redundante Informationen). Dieser Fall überzähliger Informationen wird – ähnlich wie der Fall mehrfacher Messung – durch Mittelung behandelt; dies wäre überflüssig, wenn wir es nur mit deterministischen (systematischen) Fehlern zu tun hätten. Eine optimale Mittelung wird mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate (Gauss) erreicht. Wie das geht, soll im folgenden nur gezeigt, aber nicht erklärt werden. Eine normale Rekonstruktion wird mit Hilfe der Gl.7 vorgenommen. Wenn $\mathbf{D}_M$ nun aber keine quadratische Matrix ist, ist die Lösung (Inversion) der Gl. 7 unmöglich. Man kann zeigen, dass im Sinne einer Mittelung folgendes gilt (Bild 17) [4]:

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \left(\mathbf{D}_M^T \mathbf{D}_M\right)^{-1} \mathbf{D}_M^T \mathbf{y}_M(t) = \mathbf{D}_M^{PI} \mathbf{y}_M(t) \tag{8}$$

Die lineare Algebra erzwingt die Inversion, indem die rechteckige Matrix $\mathbf{D}_M$ mit ihrer transponierten $\mathbf{D}_M^T$ multipliziert wird, was eine quadratische Matrix mit maximalem Rang P ergibt. Diese Matrix muss regulär sein. Nach der Inversion wird das Resultat nochmals mit der transponierten rechteckigen Matrix $\mathbf{D}_M^T$ multipliziert, was die rechteckige Pseudoinverse «von links» $\mathbf{D}_M^{PI}$ ergibt. Damit ist eine approximierende Rekonstruktionsgleichung gegeben, mit der man weiterarbeiten kann.

7.2 Rekonstruktion äusserer Grössen mittels einer dynamischen Messeinrichtung im Gleichgewichtszustand

Ein dynamisches System befindet sich im Gleichgewichtszustand, wenn bei konstanten Eingangsgrössen die transienten Terme der inneren Grössen und der Ausgangsgrössen abgeklungen sind. Alle zeitlichen Ableitungen am System werden Null sein. Es ist dann nur noch das statische Übertragungsverhalten der dynamischen Messeinrichtung wirksam, das durch die statische Übertragungsmatrix $\mathbf{K}_M$ gegeben ist. Für diesen Fall gelten die gleichen Beziehungen wie beim nichtdynamischen System, wobei d_M durch k_M, $\mathbf{D}_M$ durch $\mathbf{K}_M$ und $\mathbf{D}_M^{PI}$ durch $\mathbf{K}_M^{PI}$ zu ersetzen sind.

7.3 Rekonstruktion äusserer Grössen mittels einer dynamischen Messeinrichtung

Bei einer dynamischen Messeinrichtung ist an sich entsprechend systematisch vorzugehen. Die Dynamik wird durch die Übertragungsfunktion $G_M(s)$ beschrieben. Die Serienrekonstruktion wird theoretisch durch die Inverse der Übertragungsfunktion der Messeinrichtung erfolgen müssen, da dadurch das Produkt der in Serie geschalteten dynamischen Systeme gerade 1 wird. In der Praxis sind die Inversen der Übertragungsfunktionen nicht zu realisieren, denn es würde sich um eine Folge von D-Elementen handeln (Inversion der Integration ist Differentiation). Bei Verzögerungselementen 1. Ordnung ist eine solche Kompensation gerade noch möglich.

Das folgende Beispiel zeigt die Inversion der Übertragungsfunktion 1. Ordnung (Bild 18)

$$G_M(s) = \frac{k_M}{1 + T_M s} \rightarrow G_R(s) = \frac{1}{G_M(s)} = \frac{1}{k_M}\left(1 + T_M s\right) \tag{9}$$

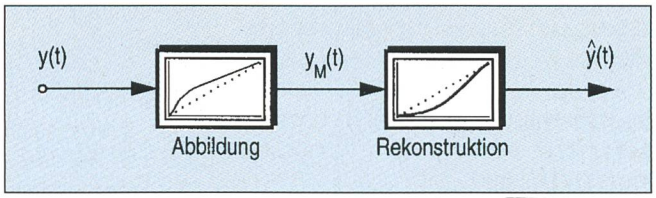


Bild 15 Nichtlineare Rekonstruktion

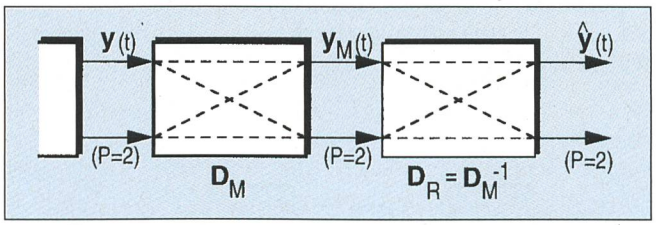


Bild 16 Beispiel einer multivariablen Inversion

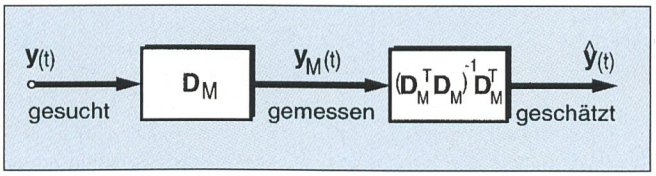


Bild 17 Signalwirkbild einer Rekonstruktion durch eine Pseudoinverse

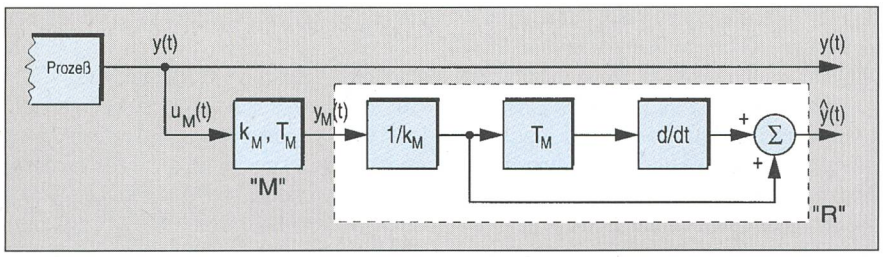


Bild 18 Signalwirkbild einer dynamischen Rekonstruktion an einem Sensor

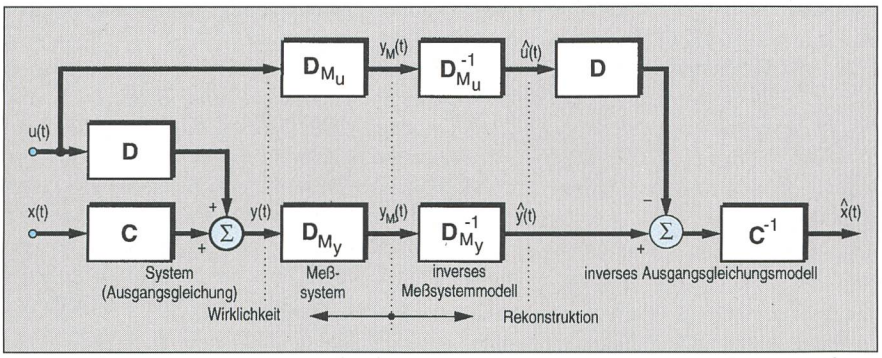


Bild 19 Rekonstruktion der inneren Grössen x(*t*) eines multivariablen dynamischen Prozesses

8. Rekonstruktion innerer Grössen eines dynamischen Prozesses in der Serienschaltung

Die bisherigen Überlegungen gelten auch dann, wenn innere Grössen $\mathbf{x}(t)$ eines Prozesses rekonstruiert werden müssen. Wir nehmen einen linearen, dynamischen Prozess (Bild 11) und eine nichtdynamische Messeinrichtung ohne Prozessstörungen und Messfehler an. Die Ausgangsmatrix **C** des Prozesses ist zu invertieren und die Eingangsgrössen $\mathbf{u}(t)$ des Prozesses müssen gemessen und verarbeitet werden, falls die Durchgangsmatrix **D** des Prozesses existiert, also ungleich Null ist. Durch Messung erhalten wir:

$$\mathbf{y}_M(t) = \mathbf{D}_{M_y}\left(\mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)\right)$$

und

$$\mathbf{u}_M(t) = \mathbf{D}_{M_u}\mathbf{u}(t) \qquad (10)$$

Gesucht ist $\hat{\mathbf{x}}(t)$ als Rekonstruktion für den inneren Zustand $\mathbf{x}(t)$ aus $\mathbf{u}_M(t)$ und $\mathbf{y}_M(t)$. Wir müssen also die beiden Messgleichungen nach dem inneren Zustand $\mathbf{x}(t)$ auflösen und diesen mit einem ^ versehen (Bild 19).

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}^{-1}\left(\mathbf{D}_{M_y}^{-1}\mathbf{y}_M(t) - \mathbf{D}\mathbf{D}_{M_u}^{-1}\mathbf{u}_M(t)\right) \qquad (11)$$

Zusammenfassung: Rekonstruktion durch Serienschaltung (Kompensation) ist in einfachen Fällen (Messgeräte) möglich. Die Inversion von Sensor- und Prozessausgangsgleichung erfolgt durch analytische oder numerische Auflösung des Gleichungssystems nach den Ausgangs- beziehungsweise Zustandsgrössen. Voraussetzung ist eine genaue Kenntnis der Gesetze der Abbildung. Invertierbarkeit bedingt unter anderem, dass mindestens gleich viele Messgrössen wie Zustandsgrössen vorhanden sind: $N \leq P_M$. Dies ist an sich erfüllbar, führt aber eventuell zu grossem gerätetechnischem Aufwand. Die Ausgangsmatrix **C** des Prozesses muss invertierbar sein. Die Rekonstruktion durch Serienschaltung hat den Vorteil, dass keine Stabilitätsprobleme auftreten können; es gibt keine Anfangswertprobleme.

Erwünscht wäre an sich eine analytische Rekonstruktion, da dann Echtzeitschätzungen möglich würden. Es könnten dann die gemessenen Daten direkt in die invertierte Gleichung eingesetzt werden. Leider wird dies bei nichtlinearen Ausgangsgleichungen wegen häufig auftretender transzendenter Gleichungen kaum möglich sein. Bei linearen Beziehungen ist eine analytische Inversion meistens möglich.

Wenn die Inversion analytisch nicht erledigt werden kann, muss man mit Hilfe geeigneter Programme numerisch invertieren, wobei auf schnelle und gesicherte Konvergenz zu achten ist. In jedem Fall ist die numerische Inversion langsamer, was ein Problem bei der Echtzeitdatenverarbeitung darstellt.

9. Serienrekonstruktion mit Rückführung

Die folgende Methode geht von der Idee der Serienrekonstruktion aus, versucht aber, die Inversion mit Hilfe einer Rückführschaltung zu realisieren, beziehungsweise zu umgehen.

Die Rückführ- oder Kreisschaltung hat verschiedene nützliche Aspekte. Sie kann auch bei der Rekonstruktion von Messdaten gute Dienste leisten. Wir beginnen bei der bekannten Grundschaltung des Kreises mit negativer Rückführung für ein dynamisches System im Gleichgewichtszustand (Bild 20).

Die statische Übertragungsgleichung lautet für den linearen, monovariablen Fall:

$$y = k_e \frac{k_v}{1 + k_v k_r} u = k u \quad [\{y\}] \qquad (12a)$$

Man macht in der Gerätetechnik den statischen Vorwärtsverstärkungskennwert k_v gerne gross, dadurch hängt das Gesamtübertragungsverhalten k nur noch vom Eingangs- und Rückführübertragungsverhalten ab:

$$y = k_e \frac{1}{\frac{1}{k_v} + k_r} u \xrightarrow{k_v \to \infty} \frac{k_e}{k_r} u$$

$$= k u \quad [\{y\}] \qquad (12b)$$

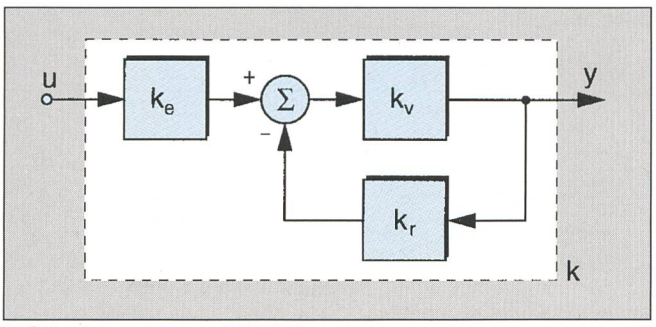


Bild 20 Signalwirkbild einer Rückführschaltung

Bekannteste Anwendungsbeispiele sind die Operationsverstärkerschaltungen in der Analogtechnik, bei der der statische Vorwärtsübertragungskennwert k_v des sogenannten offenen Verstärkers etwa 10^5 bis 10^6 beträgt. Das Gesamtübertragungsverhalten des beschalteten Verstärkers hängt damit nur noch von den Werten der Eingangs- und Rückführwiderstände ab.

Wir können uns dieses Prinzip für die Rekonstruktion zunutze machen. Das Gesamt-

übertragungsverhalten dieser Schaltung wird dann 1 sein, wenn Eingangsnetzwerk und Rückführnetzwerk gleiches Übertragungsverhalten haben. Wir müssen also in der Rückführung die Abbildungsoperation noch einmal realisieren, um das ursprüngliche Signal, nämlich die innere Grösse x des Prozesses rekonstruieren zu können (Bild 21). Dies ist in vielen praktischen Fällen einfacher als die Bildung der Umkehrfunktion. Auch taucht zwangsläufig der früher definierte Fehler e_y auf.

Beispiel: Das nichtlineare Verhalten eines Sensors wird durch ein gleiches Halbleiterverhalten in der Rückführung kompensiert (invertiert).

Interessanter ist allerdings eine modifizierte Darstellung der obigen Rekonstruktionsart, die auf spätere Strukturen (Parallelstrukturen, Beobachter) weist (Bild 22).

Diese Schaltung (Serienrekonstruktion mit Rückführung: Bild 21 und 22) hat den zusätzlichen Vorteil, dass im Vorwärtszweig normalerweise auch noch die Ausgangs-, das heisst Energiesteuerstellen untergebracht sind, deren nichtideale Eigenschaften durch das Rückführprinzip kompensiert werden. Grenzen der Schaltung bilden die Stabilitätsprobleme. Die Stabilität wird nämlich mit wachsendem statischen Übertragungskennwert $k_{\supset} = k_v\, k_r$ des offenen Kreises immer stärker gefährdet.

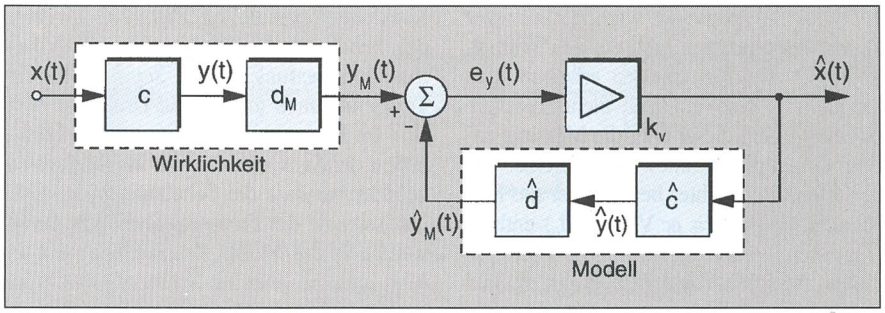


Bild 21 Rekonstruktion durch Rückführschaltung

10. Beobachter-Rekonstruktion durch Parallel- und Kreisschaltung

10.1 Idee des Beobachters

Die bisherigen Ansätze zur Rekonstruktion von Daten haben immer Teilmodelle des Prozesses verwendet. Es liegt nun der Gedanke nahe, dass man nicht messbare Grössen aus anderen Grössen berechnen könnte, sofern man das Verhalten des ganzen interessierenden dynamischen Prozesses sowie auch die treibenden Eingangsgrössen $\mathbf{u}(t)$ kennt. Umfassende Prozesskenntnis wird sich als die Voraussetzung für eine Realisierung dieses gedanklichen Ansatzes erweisen. Dies bedeutet, dass in der Planungsphase die Struktur technischer Gebilde bekannt sein muss und dass spätestens in der Inbetriebsetzungsphase auch die zugehörigen Koeffizienten (Parameter) zahlenmässig vorliegen müssen.

Eine gerätetechnische Anordnung, die aus verschiedenen anderen Grössen eine nicht messbare Grösse (Vektor) $\mathbf{x}(t)$ schätzt, beziehungsweise rekonstruiert, wird als *Beobachter* (Observer) bezeichnet (Bild 23). Der Beobachter wird im Kern ein möglichst getreues Modell des interessierenden Prozesses enthalten müssen. In diesem Sinne ist der Beobachter ein Rechner, der Echtzeitsimulationen durchführen muss.

Der Beobachter könnte also ein interessantes Instrument der Messtechnik sein. In den folgenden Abschnitten werden die Struktur eines Beobachters und die Voraussetzungen für sein optimales Funktionieren vorgestellt. Es wird sich zeigen, dass verschiedene Stufen möglich sind. Vom einfachen nichtdynamischen bis zum dynamischen Beobachter, bei dem durch regelnden Eingriff der Schätzfehler $\mathbf{e}_y(t)$ mit der Zeit asymptotisch zu Null wird, stehen der Praxis verschiedene Varianten zur Verfügung.

Über die Verbreitung von Beobachtern lässt sich sagen, dass fast alle Messverfahren bereits Ansatzpunkte von nichtdynamischen Beobachtern enthalten. Denn oftmals wird eine Grösse nicht direkt gemessen, sondern eine oder mehrere Ersatzmessgrössen, die über einen deterministischen Zusammenhang mit der gesuchten Grösse in Beziehung stehen (Messprozesse). Andere Grössen setzen sich aus verschiedenen Grössen zusammen, können also nicht durch einen einzigen Sensor erfasst werden.

Wir nehmen irgendeine natürliche oder technische Anordnung (Prozess) an, deren Differentialgleichungssystem in Zustandsraumdarstellung gegeben ist. Bekannt seien die Matrizen **A**, **B**, **C**, **D** und messbar seien die Eingangssignale $\mathbf{u}(t)$. Unbekannt seien die Zustandsgrössen $\mathbf{x}(t)$ sowie deren Anfangsbedingungen $\mathbf{x}(0)$.

Das *Modell* werden wir auf einem Analog- oder Digitalrechner implementieren. Und wenn diesem Rechenmodell dieselben Informationen bezüglich der Eingangsgrössen zugeführt werden können, dann sollte es möglich sein, an diesem Modell alle Grössen zu erfassen, also auch jene, die am Original aus irgendwelchen Gründen nicht messbar sind.

Wir wollen bei diesem Gedankenexperiment zunächst annehmen, dass das Modell exakt sei, das heisst, dass alle Matrizen nach Struktur und Parametern genau bekannt seien (ideales Modell).

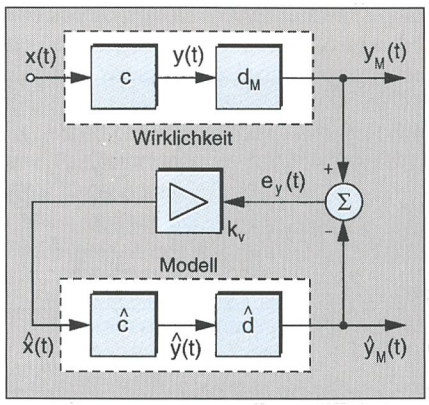


Bild 22 Variante der Rekonstruktion durch Rückführschaltung

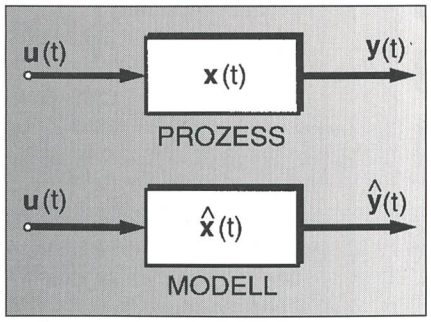


Bild 23 Prinzip des Beobachters

10.2 Offener Beobachter

Die erste, einfachste Variante eines Beobachters, die bei diesen Überlegungen entstanden ist, wird offener Beobachter (Open-Loop Observer) genannt (Bild 24).

Die Problematik des offenen Beobachters wird sofort ersichtlich: Wenn man annimmt, dass die meist unbekannten Anfangsbedingungen $\mathbf{x}(0)$ für das Modell nicht richtig waren, wird das Modell für alle Zukunft fehlerbehaftete Schätzwerte, also systematische Schätzfehler liefern.

Hinzu kommt, dass die Schätzung $\mathbf{x}(t)$ auch fehlerhaft werden wird, wenn das Modell ungenau ist und immer vorhandene Störgrössen nicht berücksichtigt sind.

Beim nichtdynamischen Prozess und beim dynamischen Prozess im Gleichgewichtszustand spielen die Anfangsbedingungen jedoch keine Rolle. Ein offener Beobachter ist hier zulässig. Diese Möglichkeit wird deshalb in der Messtechnik häufig genutzt.

Beispiel: Wärmestrommessung

Wir betrachten den bekannten Prozess der Wärmestrommessung (Heizkostenabrechnung). Gesucht sind der Volumenstrom $\dot{V}$ und der Wärmestrom $\dot{Q}$. Der Volumenstrom $\dot{V}$ kann mittels einer Messblende

$(\dot{V} = k\sqrt{\Delta p})$ gemessen werden. Da es aber keine Messprinzipien gibt, die den Wärmestrom $\dot{Q}$ direkt zu messen erlauben – es handelt sich also um eine nicht messbare Grösse –, muss dieser über die Messung anderer Grössen bestimmt werden. Hierzu wird der offene Beobachter benutzt, der die Prozessgleichung $\dot{Q} = \rho c \dot{V}(\vartheta_e - \vartheta_a)$ enthält. Gemessen werden die Eingangsgrössen Volumenstrom $\dot{V}$, Vorlauftemperatur ϑ_e und Rücklauftemperatur ϑ_a. Das Bild 25 zeigt den benötigten Messprozess für die Volumenstrommessung $\dot{V}$, die Sensoren für die Temperaturen ϑ und für die Druckdifferenz Δp. Im Rechner werden die inversen Funktionen der Sensoren und des Messprozesses gebildet, so dass die Schätzungen der Eingangssignale des Prozesses vorliegen. Diese werden in das Modell des Prozesses eingeführt, das die gesuchte Schätzung des Wärmestromes liefert. Auch die ältesten mechanischen Wärmestromzähler arbeiten nach diesem Prinzip des offenen Beobachters, der für nichtdynamische Messungen genaue Resultate liefern kann.

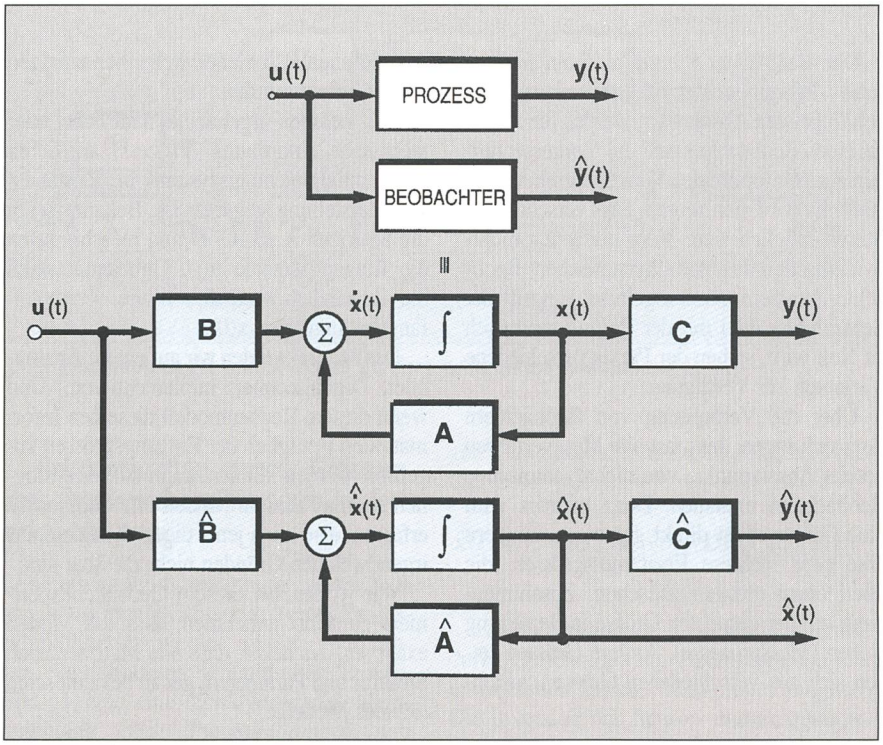


Bild 24 Signalwirkbild des offenen Beobachters

10.3 Geschlossener Beobachter

Im nächsten Schritt wird die Steuerkette mit den bekannten Nachteilen (Steuergesetze müssen genau bekannt sein, auftretende Störungen werden nicht erfasst) durch eine Rückführung (Regelung) zu einem geschlossenen Beobachter (Closed-Loop Observer) ergänzt. Das Konzept ist das übliche: Die geschätzten Ist-Werte $\hat{\mathbf{y}}(t)$ lassen sich mit den Soll-Werten vergleichen. Es entstehen die Abweichungssignale (Fehlersignale):

$$\mathbf{e}_y(t) = \hat{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{y}(t) \qquad (13)$$

Dieser Fehlervektor kann benutzt werden, um über ein zu bestimmendes Regelgesetz auf den Eingangssummator (Bilanzpunkt) des Modells einzugreifen. Der bisherige offene Beobachter wird erweitert (Bild 26).

In dieser Darstellung wurden der Übersichtlichkeit wegen der Zweig der Durchgangsmatrix **D** sowie die Messung und deren invertierendes Modell für die Eingangsgrössen $\mathbf{u}(t)$ und die Ausgangsgrössen $\mathbf{y}(t)$ weggelassen.

Das Regelgesetz muss über die Rückführübertragungskennwerte der Matrix **R** so gestaltet werden, dass der Fehler möglichst schnell verschwindet. Dass dies nicht beliebig schnell gehen kann, ohne die Stabilität zu gefährden, weiss man aus der Regelungs-

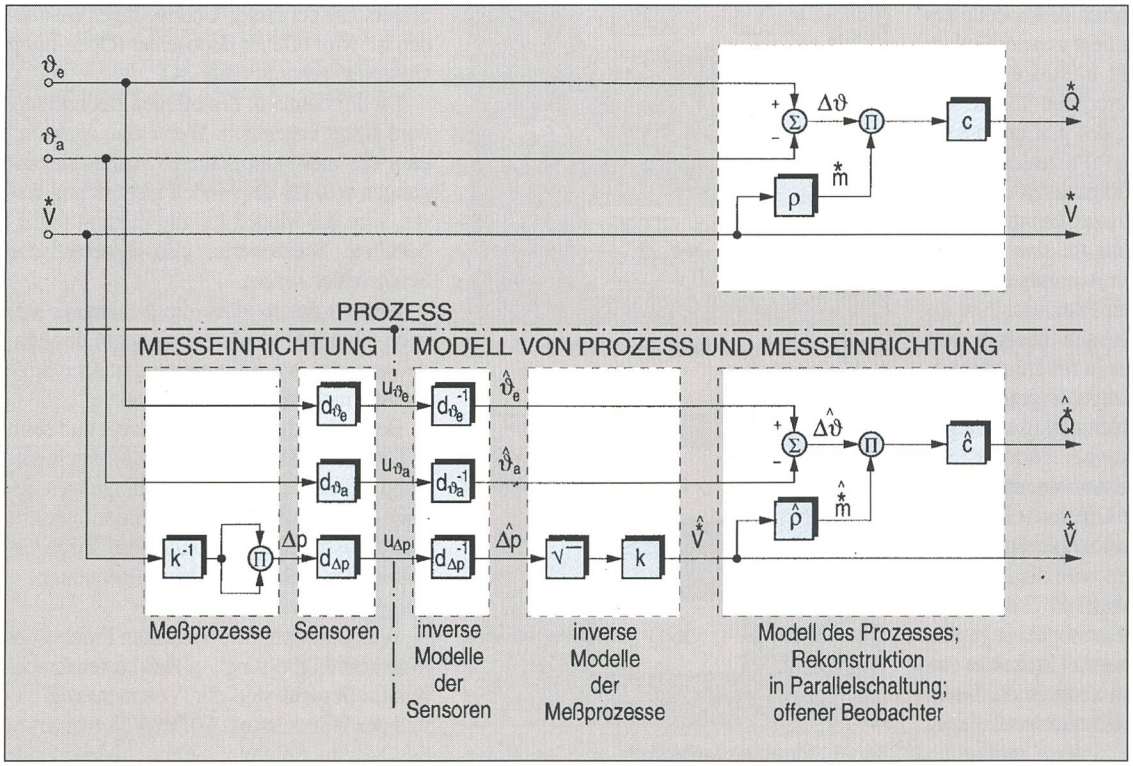


Bild 25 Signalwirkbild der Wärmestrommessung

technik. Ein optimales Regelgesetz zu finden, ist neben der Modellgenauigkeit das wesentliche Problem der Beobachtertheorie; man nennt diesen Vorgang Entwurf oder Synthese des geschlossenen Beobachters. Die Optimierungskriterien muss der Anwender selbst aufstellen. Ein solcher Beobachter ist ein neues dynamisches System, dessen Verhalten nach bekannten Kriterien beurteilt werden kann. Nach dem Einschwingen wird der Beobachter den gesuchten Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}(t)$ erreichen, die Ausgänge von Prozess und Beobachter werden gleich und das Fehlersignal verschwindet.

Das Problem der unbekannten Anfangsbedingungen besteht hier zwar immer noch, wird aber dadurch entschärft, dass die anfänglichen Fehler ausgeregelt werden, wenn der Beobachter asymptotisch stabil ist. Störungen auf das System verursachen dynamische Fehler zwischen Prozess und Beobachter. Verschwindet der Störeinfluss, so verschwindet der Fehler, ist der Störeinfluss bleibend, so bleibt auch der Fehler.

Bedingung für das Funktionieren eines Beobachters sind die *Beobachtbarkeit* und die *Steuerbarkeit* des betreffenden Prozesses, was bedeutet, dass alle Informationen über die inneren Zustandsgrössen in irgendeiner Form auch in den Ausgangsgrössen stecken und dass man alle Zustandsgrössen über die Bilanzstelle (durch **R**) steuern kann; eine an sich einleuchtende Forderung. Da man das System sowieso genau kennen muss, lässt sich die Beobachtbarkeit einfach prüfen. Bei geeigneten Strukturen kann man unter Umständen erreichen, dass man *N* Zustandsgrössen aus einer einzigen Ausgangsgrösse schätzen kann, wenn die Beobachtbarkeit gewährleistet ist [1].

Der Hauptvorteil des geschlossenen Beobachters liegt darin, dass die Inversion umgangen wird und die Ausgangsmatrix **C** eine fast beliebige Form annehmen kann. Zudem kann die Zahl der Sensoren kleiner gehalten werden als die Zahl der Grössen, die man bestimmen möchte. Dies war bei der Serienrekonstruktion nicht möglich, da dort die Ausgangsmatrix **C** invertiert werden musste.

10.4 Kombination von Beobachter und Inversion

Beide Verfahren, Beobachter und Inversion, sind gleichzeitig realisierbar: Die Inversion liefert dem Beobachter gute Startwerte für den Anfang und der Beobachter liefert auf Dauer die genaueren Resultate.

11. Zusammenfassung

Unter Messen versteht man heute fast nur das Erfassen von Grössen durch Sensoren. Weitergehende Funktionen werden dann durch schlagkräftige Stichworte „verkauft“:

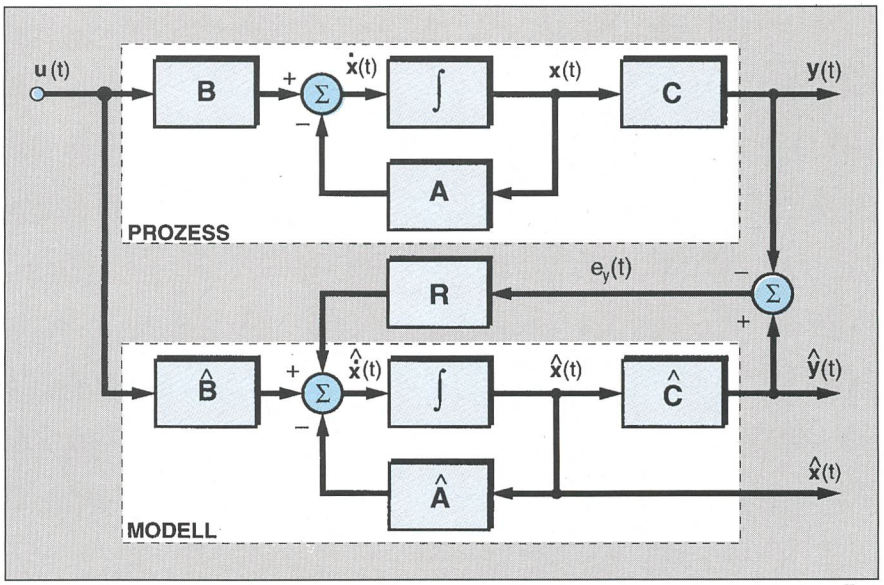


Bild 26 Signalwirkbild des geschlossenen Beobachters

- modellbasierte Messung
- intelligente Messung
- logikbasierte Messung
- lernende Messung (neuronale Netze)
- robuste Messung
- unscharfe Messung (Fuzzy Logic)

Alle speziellen Gesichtspunkte lassen sich jedoch unter dem Begriff des modellgestützten oder modellbasierten Messens (Model-Based Measurement) zusammenfassen.

Messen besteht einerseits aus dem Erfassen und Abbilden äusserer Systemgrössen und andererseits im Rekonstruieren (Skalieren) der ursprünglichen Grössen. Zur Rekonstruktion verwendet man entweder eine Serienstruktur (Inversion), die zwar einfach ist, jedoch einige Beschränkungen hat, oder eine Parallelstruktur, allenfalls unter Einsatz einer Kreisschaltung (Beobachter).

Die elegante Lösung des geschlossenen Beobachters bringt folgende Möglichkeiten:

- mehr und bessere Informationen über den interessierenden Prozess
- Verzicht auf direkte Messung von Grössen, die gar nicht oder nur schlecht und mit grossem Aufwand messbar sind
- Überwachung von Sensoren, wenn alle Grössen gemessen werden können
- Ergänzung unvollständiger Messungen
- Bestimmung der nicht messbaren Zustandsgrössen.

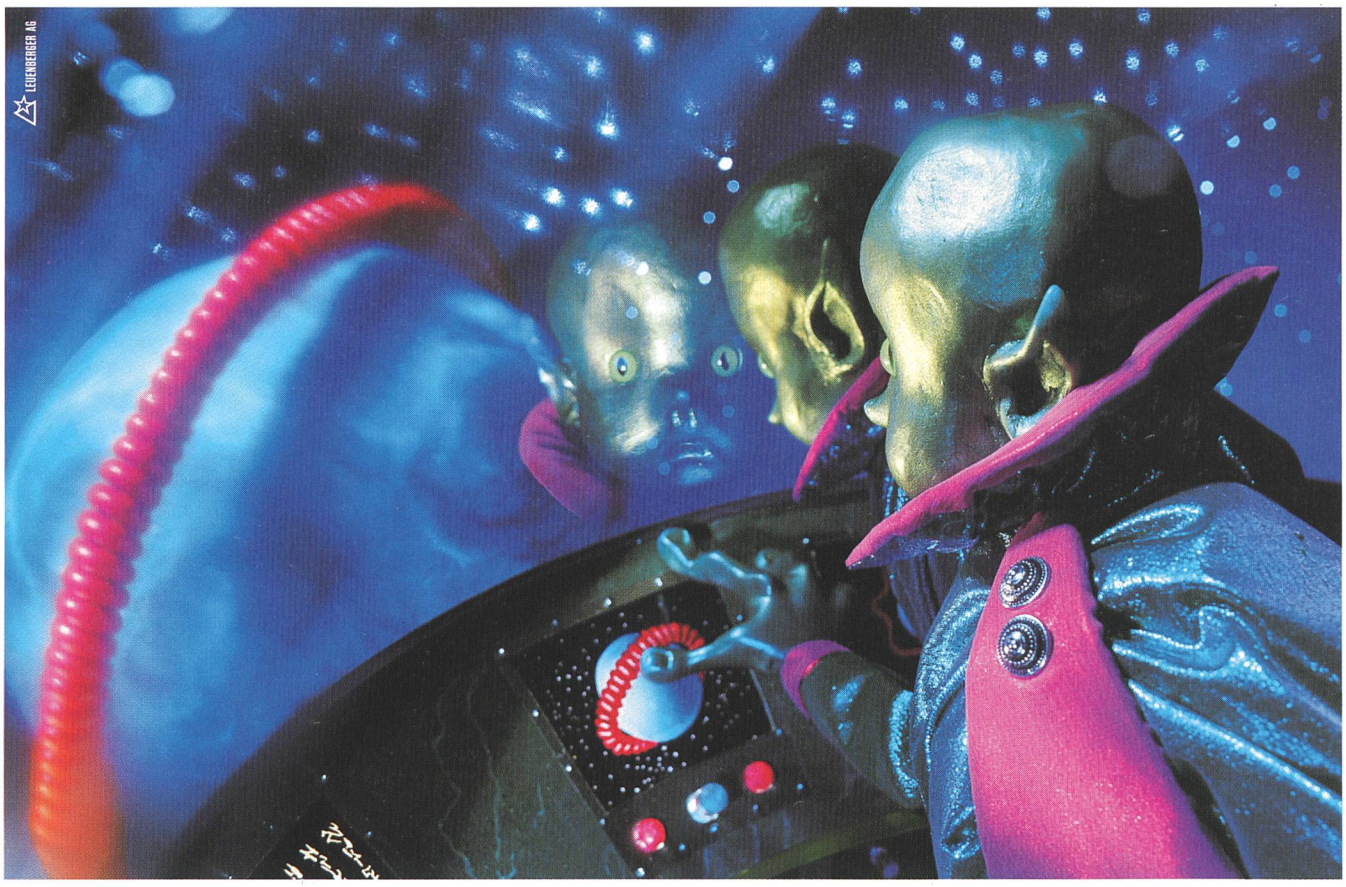
Die Grenzen einer Anwendung des Beobachterprinzips liegen eindeutig an häufig mangelnden quantitativen Kenntnissen über die Prozesse. Es fehlt das Modell, ohne das ein Beobachter nicht erstellt werden kann. Zwar gibt es einige Bereiche, wo man sich auf detaillierte Kenntnisse stützen kann und die Modelle einfach sind (Mechanik, Elektrotechnik, Astronomie). Wir kennen aber auch viele Gebiete, wo entweder die qualitativen Kenntnisse rudimentär oder die Modelle extrem komplex sind (Strömungstechnik, Verfahrenstechnik, Biotechnologie, Medizin).

Literatur

[1] Buchholz, J. J.: Beobachter oder direkte Inversion?, Z.- at (1990)5, S. 168–173
[2] Unbehauen, H.: Regelungstechnik II, Vieweg, Braunschweig, 1989, 5. Aufl.
[3] Ackermann, J.: Einführung in die Theorie der Beobachter, Z.- rt 24(1976)7, S. 217–226
[4] Föllinger, O.: Regelungstechnik, Hüthig, Heidelberg, 1992, 7. Aufl.
[5] Isermann, R.: Process Fault Detection Based on Modelling and Estimation, Z.- Automatica 20(1984), S. 387–404

Mesurage basé sur des modèles

Après avoir expliqué les structures principales du mesurage dans la première partie de cet article (cahier 17/93), l'auteur décrit dans cette seconde et dernière partie les avantages de la description dans l'espace d'état des systèmes dynamiques, qui se basent sur les méthodes modernes de reconstruction de signaux (les observateurs).



In die Zukunft investieren und von der Gegenwart profitieren! Meridian 1

Mit der weltweit führenden Teilnehmervermittlungsanlage Meridian 1 können Sie von der Erfahrung der Gegenwart voll profitieren. Das fängt bei der ISDN-fähigen Vernetzung von verschiedenen Standorten an, und geht weiter mit Voice Mail, automatischer Anrufverteilung ACD, Videokonferenzen oder mit dem Informations- und Management System SIMS. Für Ihre Branche bieten Meridian Systeme massgeschneidert das, was Sie brauchen. Und die Zukunft dazu, denn Meridian Systeme sind modular aufgebaut und lassen sich Ihren wechselnden Bedürfnissen und neuen Technologien problemlos anpassen. Ein Meridian System ist auf jedem Gebiet immer "State-of-the-Art": bei Preis und Leistung, Zuverlässigkeit und Service und natürlich beim "Return-on-Investment". Rufen Sie uns an, wir informieren Sie gerne weiter über den profitabelsten Evergreen von heute und morgen.

Meridian Systeme

Meridian Systeme sind konsequent auf ISDN ausgerichtet und bringen im Netzwerk die volle Integration verschiedener Standorte.

ascom Geschäftsbereichbereich Meridian Systeme. Schwarztorstrasse 50, CH-3000 Bern 14. Telefon 031 999 24 50, FAX 031 999 44 51 oder bei Ihrer nächsten Ascom-Geschäftsstelle. Weitere Informationen und Beratung erhalten Sie bei Ihrer zuständigen Fernmeldedirektion (Tel. 113).

TELECOM PTT

Teilnehmervermittlungsanlagen: **ascom** *denkt weiter.*