Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 83 (1992)

Heft: 9

Artikel: A/D- und D/A-Wandler mit Oversampling und Noise-Shaping

Autor: Kästli, Urs

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-902817

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

A/D- und D/A-Wandler mit Oversampling und Noise-Shaping

Urs Kästli

Hochauflösende integrierte A/D- und D/A-Wandler werden zunehmend auf der Basis des Oversampling-Prinzips und verbunden mit Noise-Shaping gebaut. Diese Verfahren erlauben, unter Inkaufnahme einer höheren digitalen Komplexität den analogen Aufwand stark zu reduzieren. Der vorliegende Artikel vermittelt die zum Verständnis dieser Methoden erforderliche, signaltheoretisch orientierte Betrachtungsweise.

Les convertisseurs A/D et D/A intégrés de haute résolution sont basés de plus en plus sur la méthode de suréchantillonage combinée avec une conformation du bruit. Cette technique permet une simplification des circuits analogiques au dépens d'une complexité plus élevée de la partie numérique. L'article décrit les principes du traitement des signaux liés à cette méthode.

Adresse des Autors

Urs Kästli, Dipl.-Ing. ETH, Professur für Leistungselektronik und Messtechnik, ETH Zentrum, 8092 Zürich.

Digitale Verfahren zur Echtzeitsignalverarbeitung finden dank den Fortschritten der Halbleitertechnologie einen immer breiteren Einsatz. Mit steigender Rechengeschwindigkeit und Rechengenauigkeit wachsen aber auch die Anforderungen an die Bindeglieder zur analogen Welt. Von den A/D- und D/A-Wandlern wird laufend eine höhere Auflösung, Präzision und Bandbreite gefordert. Hinzu kommt der Wunsch, die Wandlerbausteine und den digitalen Verarbeitungsteil auf einem einzigen Chip integrieren zu können, und so Bauteile zu schaffen, die sich nach aussen wie ein herkömmliches analoges Modul verhalten, intern aber mit digitaler Signalverarbeitung arbeiten, um die damit verbundenen Vorteile, wie leichte Abänderbarkeit der Modulfunktion und hohe Langzeitstabilität, zu nutzen.

Die konventionellen hochauflösenden Wandlerbausteine für den Tonfrequenzbereich – überwiegend A/D-Wandler nach dem Prinzip der sukzessiven Approximation und D/A-Wandler nach dem Stromschalterprinzip [1] – erfordern spezielle Integrationstechniken, die hohen Anforderungen an den Rauschabstand und an die Paarungstoleranz von einigen Dutzend Widerständen oder Kondensatoren genügen. Die Verfahren zur Integration digitaler Schaltkreise mit hoher Dichte (VLSI), mit Tendenz zu immer tieferer Versorgungsspannung und damit reduziertem Dynamikbereich, sind dafür wenig geeignet. Hinzu kommt, dass für eine komplette Schnittstelle zur analogen Welt nebst den Wandlern auch noch analoge Filter notwendig sind, die sich ebenfalls schlecht integrieren lassen.

Die nachfolgend vorgestellten Wandlerverfahren sind geeignet, einige der angesprochenen Probleme zu lösen. Der Aufwand für die analogen Filter kann mit der zuerst besprochenen Methode der Überabtastung (Oversampling) stark verkleinert werden. Eine zusätzliche Gegenkopplung des Quantisierers, welche eine Gewichtung des Quantisierungsrauschspektrums zur Folge hat (Noise-Shaping), erlaubt, die Auflösung des eigentlichen Quantisierers und damit den analogen Schaltungsaufwand stark zu reduzieren. Diese Einsparungen im Analogteil erfolgen allerdings auf Kosten eines erheblichen Zusatzaufwandes auf der Digitalseite. Dieser ist aber mit fortschreitender Integrationsdichte und speziell bei grossen Stückzahlen zunehmend günstiger zu realisieren. Es ist daher auch nicht weiter verwunderlich, dass diese Verfahren, die eigentlich schon seit längerer Zeit bekannt sind, zuerst in Massenprodukten des Audio- und Telefoniemarktes eingesetzt wurden.

Die Bedeutung der Abtastfrequenz

Die digitale Verarbeitung eines analogen Signals bedingt die Abbildung des zeit- und amplitudenkontinuierlichen Signalverlaufs auf eine Zahlenfolge. Wenn das Resultat des digitalen Verarbeitungsprozesses wieder als Analogsignal vorliegen soll, so muss umgekehrt die zeit- und amplitudendiskrete Resultatfolge in ein kontinuierliches Signal umgesetzt werden. Vorerst steht die Zeitdiskretisierung zur Diskussion, die Folgen der Amplitudenquantisierung werden in einem späteren Abschnitt betrachtet.

Die Feinheit der Zeitdiskretisierung ist durch die Frequenz, mit der das analoge Signal abgetastet wird, vorgegeben. Sie bestimmt zum einen die pro Zeiteinheit anfallende Datenmen-

ge und damit die bei Echtzeitverarbeitung notwendige Rechenleistung sowie zum andern die bei einer Datenaufzeichnung erforderliche Speichergrösse. Diese Grössen steigen proportional zur Abtastfrequenz, und man ist aus diesem Grund an einer möglichst niedrigen Abtastrate interessiert.

Andererseits bestimmt die Abtastfrequenz gemäss dem Abtasttheorem von Shannon [2, Teil 4] die Bandbreite eines Signals, die fehlerlos verarbeitet werden kann. Ist die Bandbreite des Eingangssignals grösser als die Hälfte der Abtastfrequenz, so kommt es bei der Abtastung zu einer nichtumkehrbaren mehrdeutigen Abbildung (Aliasing) von spektralen Signalkomponenten, welche um ein ganzzahliges Vielfaches der Abtastfrequenz auseinanderliegen. Eine korrekte Rekonstruktion des ursprünglichen Signalspektrums ist nicht mehr möglich. In der Praxis kann das Abtasttheorem nur angenähert erfüllt werden, da meist nicht auszuschliessen ist, dass dem interessierenden Nutzsignal noch Störsignale mit grösserer Bandbreite überlagert sein können, und da zudem aufgrund theoretischer Gesetzmässigkeiten jedes zeitlich begrenzte Signal ein unbegrenztes Spektrum aufweist. Damit trotzdem kein Aliasing entstehen kann, muss das analoge Signal vor der Abtastung mit einem Tiefpassfilter (Anti-Aliasing-Filter, abgekürzt AA-Filter) bandbegrenzt werden. Je steilflankiger dieses Filter gewählt wird, um so näher darf die Abtastfrequenz beim theoretischen Minimum liegen.

Die Umsetzung eines zeitdiskreten in ein kontinuierliches Signal erfolgt ebenfalls mit Hilfe eines analogen Tiefpassfilters. Seine Aufgabe ist die Unterdrückung aller Anteile des Spektrums, die über der halben Abtastfrequenz liegen, also derjenigen Komponenten, die bei der Abtastung und der damit verbundenen periodischen Fortsetzung des Spektrums des ursprünglichen Signals entstehen. Die Grenzfrequenz des Rekonstruktionsfilters muss demzufolge gleich gross wie jene des AA-Filters sein. In der Praxis sind der Steilheit beider Filter Grenzen gesetzt, so dass ein Kompromiss zwischen möglichst niedriger Abtastfrequenz und dem Aufwand für die Filterrealisierung gefunden werden muss.

Eine komplette Kette zur digitalen Verarbeitung eines analogen Signals besteht demnach aus der in Bild 1 dargestellten Folge von Funktionsblökken. Sieht man vom Einfluss der Quantisierung ab, so lässt sich diese Kette als Serieschaltung eines Tiefpassfilters und der realisierten digitalen Verarbeitungsfunktionen auffassen. Die Abtastfrequenz wird durch die Bandbreite der Tiefpassfilter vorgegeben und muss bei unendlich steilen Filtern mindestens das Doppelte der Filterbandbreite betragen.

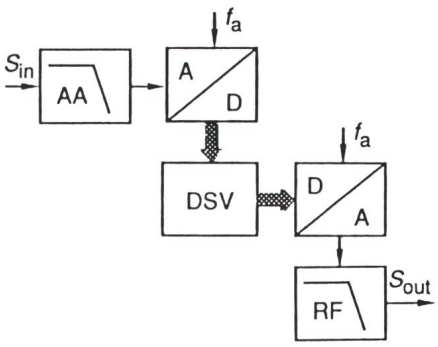


Bild 1 Blockschaltbild zur digitalen Verarbeitung eines analogen Signals
Vom Ein- zum Ausgang folgen sich Anti-Aliasing-Filter (AA), A/D-Wandler, die digitale Signalverarbeitungseinheit (DSV), D/A-Wandler und Rekonstruktionsfilter (RF)

Oversampling (Überabtastung)

Die Forderung nach steilflankigen AA- und Rekonstruktionsfiltern hat in der Praxis einen erheblichen schaltungstechnischen Aufwand zur Folge. Dies wird am Beispiel der Verhältnisse bei der Compact Disc deutlich: die Abtastfrequenz beträgt dort 44,1 kHz, bei einer Nutzbandbreite von 20 kHz. Daraus folgt, dass bei der Aufnahme keine Störsignale mit Frequenzen über 24,1 kHz vorhanden sein dürfen, da diese sonst wegen Aliasing in den hörbaren Bereich (20 kHz) zu liegen kommen. Der Frequenzgang des AA-Filters muss demzufolge bei einer Eckfrequenz von 20 kHz in weniger als 0,3 Oktaven auf eine ausreichend grosse Dämpfung abfallen. Auch wenn man annehmen kann, dass oberhalb von 20 kHz keine starken Störsignale zu erwarten sind, sollte wegen der grossen Dynamik der CD von über 96 dB die Filterdämpfung trotzdem minimal 40 bis 60 dB betragen, was zu einer Filtersteilheit von mehr als 140 dB pro Oktave führt. Weitere Bedingungen, die an ein solches Filter gestellt werden, sind eine hohe Rauscharmut, Linearität und ein stabiles Langzeitverhalten. Diese Ziele sind nur mit grossem Aufwand zu erreichen.

Die Reduktion dieses Aufwands für die analogen Tiefpassfilter ist eines der wesentlichen Ziele, die mit Oversampling-Verfahren verfolgt werden. Dies wird erreicht, indem die Wandler mit einer deutlich höheren Frequenz – daher die Bezeichnung Oversampling – als der doppelten interessierenden Bandbreite betrieben werden. Die Steilheit der analogen Filter kann daher stark reduziert werden, oder diese können eventuell ganz weggelassen werden. Damit man die eigentliche digitale Signalverarbeitung (DSV) trotzdem mit einer möglichst tiefen Datenrate betreiben kann, muss man mit je einer sogenannten Abtastratenwandlerstufe die Abtastfrequenz nach dem A/D-Wandler um den Faktor der Überabtastung reduzieren und vor dem D/A-Wandler wieder um denselben Faktor anheben.

Die Reduktion der Abtastrate um einen ganzzahligen Faktor k – man nennt diesen Vorgang auch Dezimation [3] – wird erreicht, indem man aus einer mit der Oversampling-Abtastrate kf_a anstehenden Wertefolge nur jeden k-ten Wert berücksichtigt und die anderen k-1 von k Werten weglässt. Die neue Wertefolge ist damit nur noch mit f_a getaktet. Damit die Dezimation, die ja nichts anderes als ein erneutes Abtasten des Signals mit einer tieferen Frequenz bedeutet, zulässig ist, muss ebenfalls das Abtasttheorem eingehalten werden. Dies bedeutet, dass das Signal vor der Dezimation mit einem – jetzt digitalen – Tiefpassfilter auf den Bereich $f_a/2$ zu begrenzen ist. Den gesamten Vorgang der Herabsetzung der Abtastrate bezeichnet man deshalb als Dezimationsfilterung. Bild 2a illustriert die Vorgänge im Frequenzbereich.

Der in Bild 2b gezeigte, umgekehrte Vorgang, die Erhöhung der Abtastfrequenz, ist ebenfalls in zwei Schritte unterteilbar. Zuerst wird die Abtastrate um den ganzzahligen Faktor k erhöht, indem man das mit f_a getaktete zeitdiskrete Signal mit kf_a erneut abtastet. Zwischen zwei Werte der ursprünglichen Folge kommen jeweils k-1 neue Abtastwerte zu liegen. Diese erhalten den Wert 0, da ja das ursprüngliche Signal lediglich zu den Abtastzeitpunkten n/f_a (n ganzzahlig) einen von Null verschiedenen Wert aufweist. Mit dieser Operation hat man aber noch nichts gewonnen: das

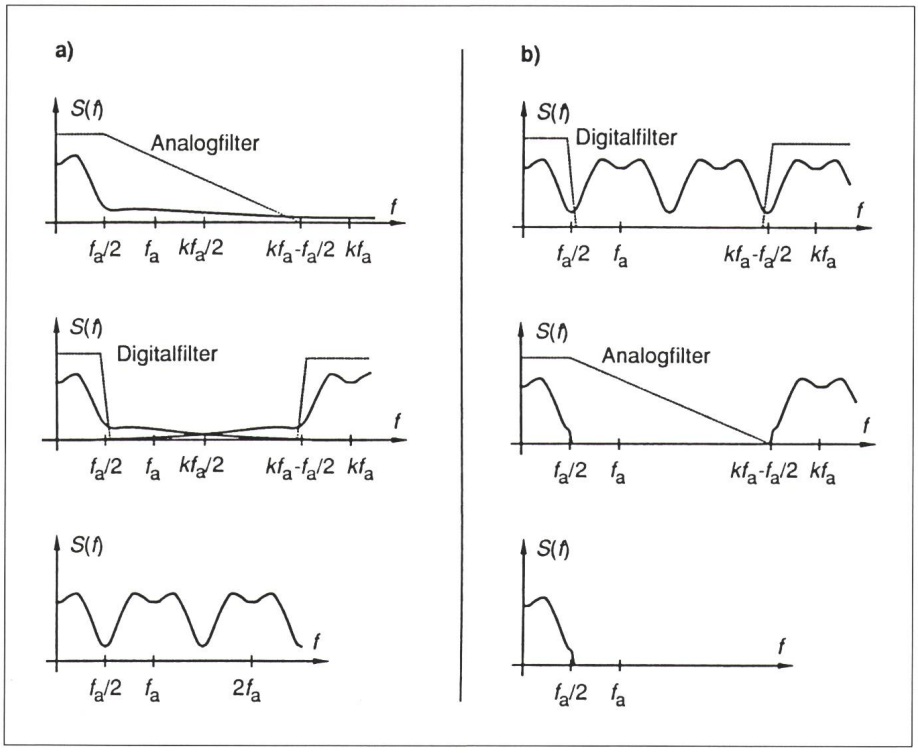


Bild 2 Spektren bei Oversampling
a. A/D-Wandlung gefolgt von einer Dezimationsfilterung
oben: Spektrum vor der Abtastung und Frequenzgang des analogen AA-Filters,
Mitte: nach der Abtastung mit kf_a und Frequenzgang des Dezimationsfilters,
unten: nach der Dezimation
b. Interpolationsfilterung zur D/A-Wandlung
oben: Vor der Interpolation und Frequenzgang des Interpolationsfilters,
Mitte: Nach der Interpolation und Frequenzgang des analogen Rekonstruktionsfilters,
unten: nach der Rekonstruktionsfilterung

Spektrum bleibt sich identisch, lediglich die Datenrate ist grösser, wobei allerdings erst noch k-1 von k Werten 0 sind. Analog zur gewohnten D/A-Wandlung muss ein Rekonstruktionstiefpass die nicht im Basisband bis $f_a/2$ liegenden Signalanteile wegfiltern. Nach der Filterung weichen auch die k-1 Werte zwischen den ursprünglichen Stützpunkten von 0 ab; das Filter setzt sie auf Werte, die aus der Interpolation des Signalverlaufs zwischen den ursprünglichen Stützpunkten folgen. Den gesamten Vorgang der Abtastratenerhöhung bezeichnet man deshalb auch als Interpolationsfilterung. Da das digitale Rekonstruktionsfilter mit kf_a getaktet wird, ist auch sein Frequenzgang mit kf_a periodisch. Daher werden nicht alle oberhalb $f_a/2$ liegenden Signalanteile weggefiltert. Jeweils im Abstand kf_a tritt wieder das Basisband auf, da ja immer noch ein zeitdiskretes, jetzt aber k-mal schneller getaktetes, Signal vorliegt. Diese höherfrequenten Anteile können nach der D/A-Wandlung mit einem einfachen analogen Tiefpass beseitigt werden.

Die gesamte Kette eines mit Oversampling arbeitenden Systems zeigt Bild 3. Man sieht, dass jetzt digitale Filter die steilflankige Bandbegrenzung und Rekonstruktion übernehmen, die notwendig ist, damit die eigentliche DSV mit einer minimalen Datenrate arbeiten kann. Die Flankensteilheit der Digitalfilter muss natürlich ebensogross wie diejenige der analogen Filter im Fall ohne Oversampling sein.

Sowohl bei der Dezimation wie der Interpolation werden grösstenteils nichtrekursive Filterstrukturen [2, Teil 3] mit einer endlichen Impulsantwort (FIR-Filter) eingesetzt. FIR-Filter sind beliebt, weil sie einfach auf exakt phasenlineares Verhalten hin entworfen werden können. Dies ist ein weiterer Vorteil der Oversampling-Technik, denn Phasenlinearität ist bei steilflankigen analogen AA-Filtern nur angenähert und mit grossem Aufwand zu erreichen. Der Rechenaufwand bei FIR-Filtern ist proportional zum Produkt aus Abtastfrequenz und der Anzahl der Filterkoeffizienten. Eine Abschätzung der notwendigen Koeffizientenanzahl kann mit Hilfe der Formel

$$N \approx \frac{D \cdot kf_a}{\Delta f} \qquad (1)$$

erhalten werden. Δf steht darin für die Breite des Übergangsbereichs vom Durchlass- zum Sperrband. Der Faktor D hängt von der Welligkeit des Filterfrequenzgangs im Durchlassbereich und der Sperrdämpfung ab. Für D existiert eine analytische Formel [3]; hier möge der Hinweis genügen, dass für Dezimationsfilter mit Sperr-

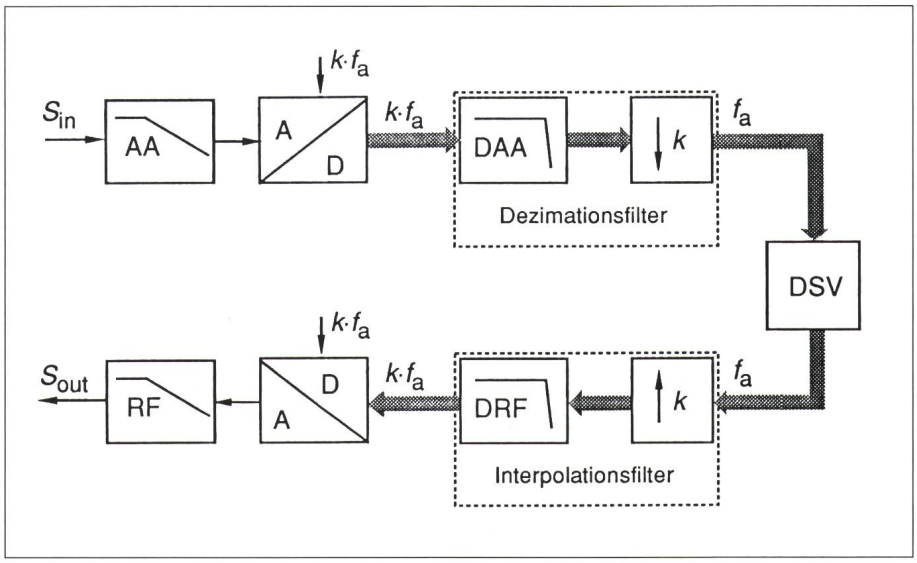


Bild 3 Digitale Signalverarbeitung mit Wandlern nach dem Oversampling-Prinzip
A/D- und D/A-Wandler werden mit einer k-fach höheren Abtastrate betrieben als die digitale Signalverarbeitung (DSV). Dezimations- und Interpolationsfilter besorgen die Anpassung der Abtastrate

dämpfungen von 60 dB bis 100 dB für D etwa Werte zwischen 3 und 5 gelten. Allgemein gilt, dass die Anzahl Filterkoeffizienten mit wachsender Flankensteilheit (kleineres Δf) und grösserem Oversampling-Faktor k ansteigt. Bei der Dezimation kann die nichtrekursive Eigenschaft des FIR-Filters zur Reduktion des Rechenaufwands ausgenützt werden, indem das Filter nur mit der dezimierten Abtastfrequenz f_a berechnet wird, da es keinen Zweck hat, die bei der Dezimation wegfallenden Ausgangswerte auch noch zu berechnen. Beim Interpolationsfilter hingegen müssen die Ausgangswerte mit der hohen Rate von kf_a berechnet werden. Hier kann man dafür gewinnbringend ausnützen, dass von k Eingangswerten k-1 den Wert 0 haben; man wird diese gar nicht erst in den Berechnungsvorgang einbeziehen. Ein weiterer, die Filtereigenschaften beeinflussender Punkt ist die Wortbreite, d.h. die Genauigkeit der verwendeten Filterkoeffizienten.

Sowohl die notwendige Rechenleistung wie die Genauigkeitsanforderungen stellen heute für den Einsatz der Oversampling-Technik im NF-Bereich kein wesentliches Problem mehr dar. Ein grosser Nachteil des Verfahrens besteht aber darin, dass A/D- und D/A-Wandler mit einer um den Oversamplingfaktor k höheren Wandlungsrate arbeiten müssen. Im nächsten Abschnitt wird aufgezeigt, dass dafür die Anforderungen an die Auflösung dieser Wandler etwas gelockert werden können.

Einfluss der Quantisierung

Nebst der Abtastung spielt bei der Umsetzung eines analogen Signals in eine Zahlenfolge die wertediskrete Natur der digitalen Signale eine bedeutende Rolle. Die abgetasteten Eingangssignalamplituden werden auf eine begrenzte Zahl von diskreten Pegeln gerundet, denen zur Weiterverarbeitung je eine Zahl zugeordnet ist. Ein Rundungs- oder Quantisierungsvorgang kann auch innerhalb der DSV auftreten, wenn die Resultate von Operationen – etwa einer Filterung – mehr Binärstellen aufweisen als weiterverarbeitet werden können. Beim Übergang zum analogen Signal kommt es nur dann zu einer Quantisierung, wenn die Auflösung des D/A-Wandlers kleiner als diejenige der DSV ist. Die folgenden Ausführungen beschränken sich auf den weitaus

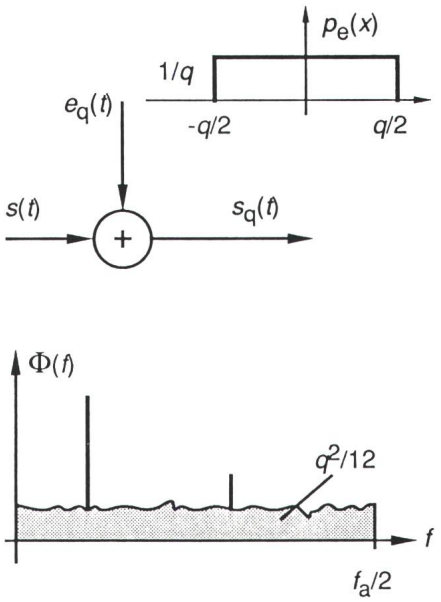


Bild 4 Linearisiertes Modell der Quantisierung
Der Quantisierungsfehler $e_q(t)$ wird als additives Rauschen mit einer gleichverteilten Amplitudendichte $p_e(x)$ und einem weissen Leistungsdichtespektrum $\Phi(f)$ modelliert

wichtigsten Fall der uniformen Quantisierung mit gleichgrossen Quantisierungsintervallen q im ganzen Amplitudenbereich.

Obwohl die Quantisierung ein nichtlinearer Vorgang ist, kann sie im allgemeinen recht gut durch ein lineares Modell gemäss Bild 4 approximiert werden [4], [2, Teil 4]. Der Rundungsfehler wird als zufällige, dem eigentlichen Signal überlagerte Grösse behandelt und ist im Blockdiagramm als Rauschquelle dargestellt. Voraussetzung für die Gültigkeit des Modells ist, dass sich das zu quantisierende Signal laufend ändert und dabei viele Quantisierungsintervalle überstreicht. Dies trifft etwa bei Sprach- oder Musiksignalen zu, nicht jedoch bei einem konstanten Signal. Dieses Rauschen ist:

a. in $\pm\, q/2$ gleichverteilt
b. zum Signal $s(t)$ unkorreliert und besitzt
c. ein sehr breitbandiges (weisses) Spektrum.

Aus a. folgt die normierte Leistung des Quantisierungsrauschens zu[1]

$$P_q = q^2/12 \,. \qquad (2)$$

[1] Die normierte Leistung P eines Signals bestimmt sich aus seiner Amplitudendichte $p(x)$ nach

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x)\, dx$$

Durch die Abtastung wird das Leistungsdichtespektrum $\Phi(f)$ des Rauschens auf das Band bis $f_a/2$ konzentriert. Die Leistung des Quantisierungsrauschens P_q ist also gleichmässig im Bereich von 0 Hz bis zur halben Abtastfrequenz verteilt. Dieses Rauschmodell legt eine Charakterisierung des Quantisierungsvorgangs durch die Angabe des Rauschabstands (SNR) nahe. Bei einem Quantisierer mit einer Wortbreite von b Bits und einem sinusförmigen Signal mit der Amplitude 2^{b-1} für Vollaussteuerung liegt der Rauschabstand mit (2) bei

$$\mathrm{SNR/dB} = 10\lg(P_s/P_q) = 10\lg(3\cdot 2^{2b-1})$$
$$= 6{,}02\, b + 1{,}76. \qquad (3)$$

Abgesehen vom kurvenformabhängigen Term von 1,76 dB steigt der Rauschabstand eines idealen Quantisierers bei jeder Verdoppelung der Auflösung, d.h. einer um 1 Bit grösseren Wortbreite, um 6 dB.

Bei der A/D-Wandlung mit Oversampling belegt das Quantisierungsrauschen vor der Dezimationsfilterung den Frequenzbereich zwischen 0 und $kf_a/2$. Gegenüber einem Wandler ohne Oversampling, aber gleicher Auflösung, bei dem dieselbe Rauschleistung einen k-mal kleineren Frequenzbereich belegt, ist die spektrale Rauschleistungsdichte um den Faktor k niedriger. Das Dezimationsfilter unterdrückt nun alle spektralen Anteile oberhalb $f_a/2$ und damit einen wesentlichen Teil des Quantisierungsrauschens. Wie aus Bild 5 ersichtlich

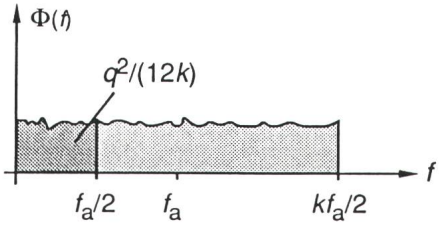


Bild 5 Quantisierungsrauschspektrum bei der Dezimation
Bei der Dezimationsfilterung wird die Leistung des Quantisierungsrauschens um den Dezimationsfaktor k reduziert

wird, verringert sich die Leistung des Rauschens um den Faktor k bei gleichbleibender Nutzsignalleistung. Demzufolge verbessert sich der Rauschabstand mit Oversampling auf

$$\mathrm{SNR/dB} = 6{,}02\, b + 10\lg k + 1{,}76$$
$$= 6{,}02(b + 0{,}5\log_2 k) + 1{,}76. \qquad (4)$$

Die Verdoppelung des Grades der Überabtastung k, d.h. der primären Abtastfrequenz, kann bezüglich des erzielbaren Rauschabstands mit einer Vergrösserung der Wortbreite des Wandlers um jeweils ein halbes Bit gleichgesetzt werden. Dieser Gewinn an Auflösung kann anschaulich dadurch erklärt werden, dass im Dezimationsfilter eine gewichtete Mittelung von rauschbehafteten Werten stattfindet, was zu einer statistischen Reduktion des Quantisierungsrauschens führt. Voraussetzung ist allerdings, dass am Ausgang des Dezimationsfilters die jetzt benötigte grössere Wortbreite nicht durch Abschneiden von niedrigwertigen Bits unterschritten wird.

Bei der D/A-Wandlung findet, wie bereits weiter oben erwähnt, nur dann ein Quantisierungsvorgang statt, wenn das Resultat der DSV eine grössere Wortbreite aufweist, als der eigentliche D/A-Umsetzer. Beispielsweise, wenn ein mit 24 Bit Genauigkeit berechneter Sinus mit einem 16-Bit-D/A-Wandler ausgegeben werden muss. Nur in diesem Fall lässt sich mit einem mit Oversampling betriebenen D/A-Wandler ein besserer Rauschabstand erzielen.

Der festgestellte Gewinn von nur einem halben Bit pro Verdoppelung der Abtastrate ist zu gering, um dieses Verfahren für eine markante Steigerung der Auflösung eines A/D-Wandlers einzusetzen. Beim nachfolgend beschriebenen Verfahren spielt Oversampling immer noch eine wichtige Rolle; aber indem das Quantisierungs-Rauschspektrum mit einer Gegenkopplung so gewichtet wird, dass es im Nutzband viel kleiner wird, kann ein wesentlich höherer Gewinn erzielt werden.

Gewichtetes Quantisierungs-Rauschspektrum (Noise-Shaping)

Die Idee, den Quantisierungsfehler mittels Gegenkopplung zu verkleinern, ist schon alt [5]. Bild 6 zeigt das Blockschaltbild eines in einer zeitdiskreten Regelschleife eingebetteten Quantisierers. Der Begriff Quantisierer wird hier sehr allgemein verstanden – als Element welches aus einer in der Amplitude kontinuierlichen oder fein aufgelösten Grösse durch Runden ein gröber quantisiertes Abbild erzeugt. Es wird vorausgesetzt, dass der Rundungsfehler durch das

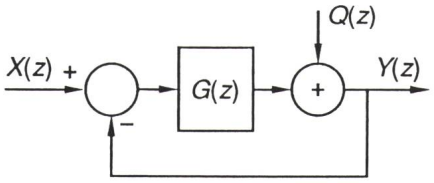


Bild 6 Quantisierer mit Gegenkopplung
Im zeitdiskreten Blockschaltbild wird der Quantisierer durch ein lineares Modell (Bild 4) ersetzt

Rauschmodell von Bild 4 beschrieben werden kann. Der Quantisierer und alle Signale in der Regelschleife sind mit kf_a getaktet. Der Ausgang dieses Systems in Abhängigkeit des Eingangs und des Rauschens wird im z-Bereich [2, Teil 2] beschrieben durch

$$Y(z) = X(z)\frac{G(z)}{1+G(z)} + Q(z)\frac{1}{1+G(z)} \ . \qquad (5)$$

Es lässt sich erkennen, dass der Beitrag des Quantisierungsrauschens zum Ausgangssignal vermindert werden kann, indem man $G(z)$ dem Betrage nach gross macht. Für $|G(z)| \gg 1$ folgt aus (5)

$$Y(z) \approx X(z) + Q(z)/G(z) \ . \qquad (6)$$

Das Nutzsignal erscheint unverändert am Ausgang, währenddem das Rauschen um den Betrag von $G(z)$ abgeschwächt wird. Aus Stabilitätsgründen (die zeitdiskrete Regelschleife enthält einen in $G(z)$ berücksichtigten Abtaster; seine Totzeit von einer Abtastperiode führt zu einer Phasendrehung, die bei der halben Abtastfrequenz 180 Grad beträgt) kann man für $G(z)$ nicht einfach eine hohe frequenzunabhängige Verstärkung (Proportionalregler) wählen und damit das Quantisierungsrauschen im ganzen Frequenzbereich absenken. Da man mit Oversampling arbeitet, genügt es, wenn das Quantisierungsrauschen im Bereich bis zur halben dezimierten Abtastfrequenz, also dort wo die zu verarbeitenden Signale liegen, gesenkt werden kann. G(z) muss also nur für niedrige Frequenzen gross sein. Eine Funktion, die diese Bedingung erfüllt, ist das diskrete Pendant zum analogen Integrator, der in Bild 7 gezeigte einfache Summator. Wird er in die Regelschleife eingesetzt, gilt folgende Gleichung für das Ausgangssignal:

$$Y(z) = X(z)\cdot z^{-1} + Q(z)[1-z^{-1}] \qquad (7)$$

Abgesehen vom Rauschen und einer Verzögerung von einem Abtasttakt stimmt das Ausgangssignal mit dem Eingangssignal überein. Aus der Gewichtsfunktion $G_N(z) = 1-z^{-1}$ des Rauschanteils ergibt sich mit der Substitution

$$z = e^{j2\pi f/f_a}$$

der Frequenzgang $G_N(f)$ der Rauschübertragungsfunktion zu

$$G_N(f) = 2\sin[\pi f/(kf_a)] \ . \qquad (8)$$

Das ursprünglich weisse Quantisierungsrauschen wird durch die Gegenkopplung frequenzmässig gewichtet – man bezeichnet dies als Noise-Shaping. $G_N(f)$ ist bei tiefen Frequenzen sehr klein und steigt gegen die halbe Abtastfrequenz an, weist also eine Hochpass-Charakteristik auf. Der Abfall des Quantisierungsrauschens zu tiefen Frequenzen hin verläuft beim besprochenen Summator als Regler mit 20 dB/Dekade (Noise-Shaping 1. Ordnung). Er vergrössert sich auf n·20 dB/Dekade (Noise-Shaping n-ter Ordnung), wenn die Gewichtung des Rauschanteils mit

$$G_N(z) = (1-z^{-1})^n \qquad (9)$$

erfolgt. Dazu sind komplexere Regler – im Prinzip eine Serieschaltung von n Integratoren – notwendig, deren $G(z)$ aus (9) und (5) bestimmt werden kann. Für n grösser als zwei ist der Regelkreis allerdings nur noch bedingt stabil und es müssen Vorkehrungen getroffen werden, damit Instabilitäten, die durch Übersteuerung des Noise-Shapers angefacht werden können, gedämpft werden [6]. Bild 8 zeigt den Frequenzverlauf des Quantisierungsrauschens mit Noise-Shaping erster und zweiter Ordnung und zum Vergleich das weisse Rauschen eines Quantisierers gleicher Auflösung ohne Noise-Shaping. Man erkennt,

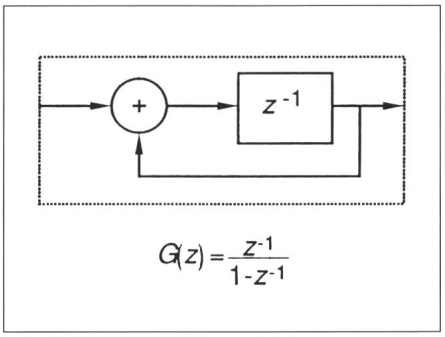


Bild 7 Noise-Shaping 1. Ordnung
Der einfache diskrete Summator kann als Regler $G(z)$ in Bild 6 verwendet werden

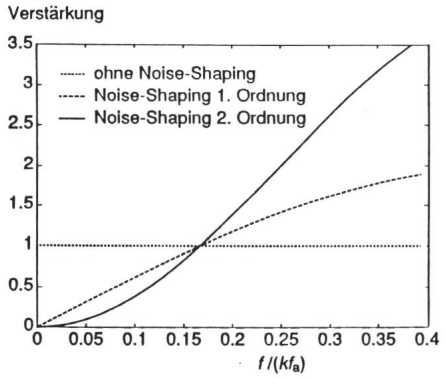


Bild 8 Gewichtung des Rauschanteils
Der spektrale Verlauf des Quantisierungsrauschens erhält durch Noise-Shaping eine Hochpass-Charakteristik

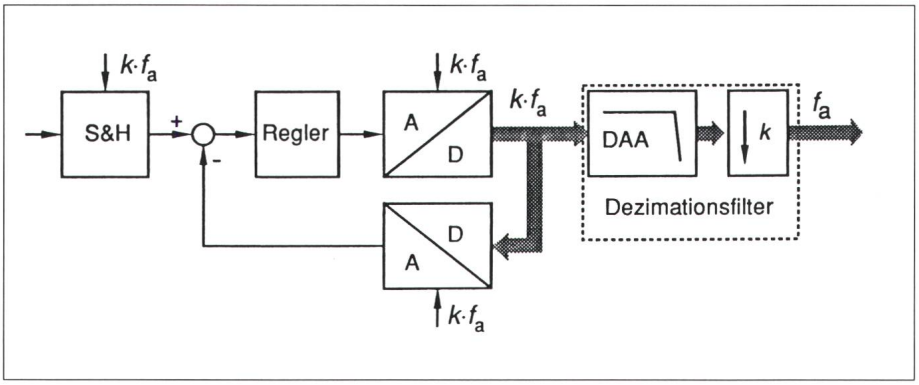


Bild 10 A/D-Wandlung mit Oversampling und Noise-Shaping
Das Signal durchläuft einen Abtaster (S & H), eine Noise-Shaping Stufe (falls der A/D- und D/A-Wandler lediglich 1 Bit aufweisen, wird diese Stufe als ΣΔ-Modulator bezeichnet) und ein Dezimationsfilter

dass mit Noise-Shaping die Gesamtleistung des Rauschens zwar etwas steigt, dass aber eine Verlagerung des grössten Teils des Rauschens zu hohen Frequenzen hin stattfindet, also in den Bereich, der im Dezimationsfilter unterdrückt wird. Die Leistung des Quantisierungsrauschens nach der Dezimation kann aus $G_N(f)$ in Abhängigkeit des Dezimationsfaktors k berechnet werden. Daraus kann die folgende Abschätzung für den zu erwartenden maximalen Rauschabstand gewonnen werden

$$\mathrm{SNR/dB} \approx 6{,}02[b+(n+0{,}5)\log_2 k] + c \qquad (10)$$

Der Korrekturterm c beeinhaltet den Einfluss der Kurvenform des Nutzsignals und der Erhöhung der gesamten Rauschleistung durch die Gegenkopplung (bei Sinus ist $c = -3{,}4$ dB für $n = 1$ und $c = -11{,}1$ dB für $n = 2$ [7]). Abgesehen davon gewinnt man bei Verdoppelung der Abtastrate pro Ordnung des Noise-Shaping ein Bit an Quantisierungsauflösung. In Bild 9 ist der theoretisch mögliche Gewinn an Rauschabstand mit und ohne Noise-Shaping in Abhängigkeit des Oversampling-Faktors graphisch dargestellt.

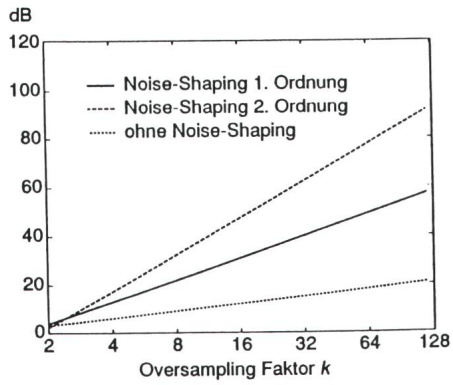


Bild 9 Verbesserung des Rauschabstandes
Oversampling und Noise-Shaping senken das Quantisierungsrauschen im Nutzband und verbessern damit den Rauschabstand

Der mit diesem Verfahren erzielbare grosse Zuwachs an Rauschabstand eröffnet die Möglichkeit, als eigentlichen Quantisierer ein Bauteil mit niedriger Auflösung, d.h. kleinem Rauschabstand, zu verwenden und insgesamt dennoch einen hohen Rauschabstand zu erreichen. Im Extremfall wird der Quantisierer auf einen einfachen Komparator reduziert. Dieser 1-Bit Spezialfall eines Quantisierers mit Noise-Shaping wird als Sigma-Delta-Modulator (ΣΔM, oft auch Delta-Sigma-Modulator) bezeichnet. Er bildet die Basis der zunehmend Verbreitung findenden ΣΔ-A/D- und Δ-D/A-Wandler.

ΣΔ-Wandler

Bild 10 zeigt das Blockdiagramm eines ΣΔ-A/D-Wandlers. Die Regelschleife zur Gewichtung des Quantisierungsrauschens besteht aus einem analogen und einem digitalen Teil, verbunden durch einen A/D- und D/A-Wandler mit einer Auflösung von nur 1 Bit. Der analoge Teil der Regelschlaufe wird meist in SC-Technik (Switched Capacitor) ausgeführt, und somit erfolgt die analoge Signalverarbeitung ebenfalls zeitdiskret. Der D/A-Wandler dient der Rückführung des Ist-Wertes und bestimmt damit die Genauigkeit des Systems. Hier liegen die grossen Vorteile des ΣΔ-Wandlers, denn ein 1-Bit-D/A-Wandler ist ein sehr einfaches Bauelement – im Prinzip ein Umschalter, der entweder eine positive oder eine negative Referenzspannung durchschaltet – und kann einfach integriert werden. Die bei Multi-Bit-Wandlern nie ganz zu vermeidenden Unterschiede zwischen den einzelnen Quantisierungsstufen, die zu nichtlinearen Verzerrungen führen, sind beim 1-Bit-Wandler nicht vorhanden. Ungenauigkeiten der positiven oder negativen Referenzspannung führen lediglich zu Offset- und Verstärkungsfehlern.

Damit eine grosse Dynamik erreicht wird, kommen bei ΣΔ-Wandlern meist Oversampling-Faktoren k im Bereich von 64 bis zu 256 zum Einsatz. Gemäss (1) hat dies ein sehr aufwendiges Digitalfilter zur Folge. Durch Aufteilen der Dezimation in mehrere Stufen mit kleinerem Dezimationsfaktor kann viel Rechenaufwand eingespart werden [3]; zudem weist das Eingangssignal des Dezimators nur eine Wortbreite von einem Bit auf, so dass bei einer Gewichtung mit Filterkoeffizienten Multiplikationen entfallen.

Die Quantisierung mit nur einem Bit weist allerdings auch Nachteile auf. Die bei der Herleitung der Eigenschaften des Noise-Shaping getroffene Annahme, dass das Quantisierungsrauschen vom Signal unabhängig sei, trifft bei 1-Bit Quantisierung nicht mehr zu. Die Ergebnisse des linearen Modells (Bild 6) besitzen nur angenähert Gültigkeit [8]. Genaue Resultate können nur mit Hilfe von Simulationen erhalten werden. Diese zeigen erstens, dass der aufgrund des einfachen Modells vorausgesagte Gewinn an Rauschabstand bei 1-Bit-Quantisierung nicht erreicht wird. Bei Noise-Shaping 2. Ordnung beispielsweise muss tatsächlich mit mindestens 10 dB geringeren Werten gerechnet werden [7]. Zweitens enthüllen Simulationen,

dass die Ausgangssequenz eines ΣΔM bei gewissen DC-Eingangspegeln und bei Signalen mit kleiner Amplitude periodisch werden kann [9]. Damit verliert der Quantisierungsfehler seine Rauscheigenschaften. Auch im Nutzsignalbandspektrum können Störlinien auftreten, die sich beim Einsatz in Audioanwendungen als störendes Pfeifen oder Zwitschern bemerkbar machen. Je höher die Ordnung des Noise-Shaping ist, um so weniger treten diese Effekte auf [10]. Dies ist der wichtigste Grund für die Anwendung von Noise-Shaping 3. oder 4. Ordnung, obwohl dabei spezielle Vorkehrungen zur Garantie der Stabilität getroffen werden müssen. Einen Überblick über die Leistungsdaten der bis heute entwickelten ΣΔ-ADC zeigt Bild 11.

Die Anwendung des ΣΔ-Modulatorprinzips für die D/A-Wandlung zeigt Bild 12. Der eigentliche Modulator arbeitet vollständig digital. Dadurch, dass das Quantisierungsrauschen gegen höhere Frequenzen hin mit der Ordnung, die das Noise-Shaping aufweist, ansteigt, muss der dem 1-Bit-D/A-Wandler nachgeschaltete analoge Tiefpass um mindestens eine Ordnung steiler abfallen, um ein abfallendes Rauschspektrum zu liefern. Dies im Gegensatz zum ΣΔ-A/D-Wandler, wo meist nur ein Anti-Aliasing-Filter erster Ordnung verwendet wird. Gegenüber den konventionellen D/A-Wandlern, die einen sehr hohen Entwicklungsstand aufweisen, sind die Vorteile der ΣΔ-Technik nicht so ausgeprägt wie bei der A/D-Wandlung.

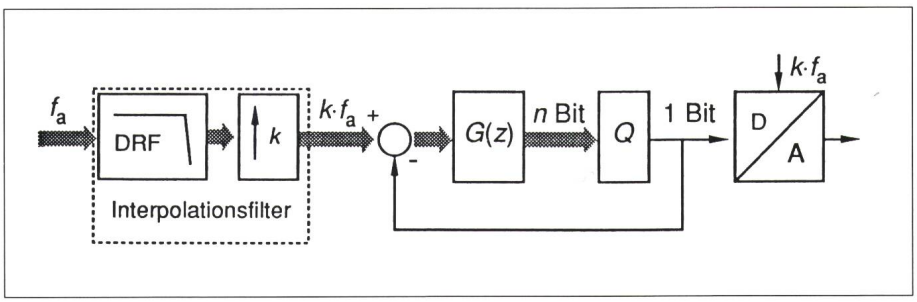


Bild 12 D/A-Wandlung nach dem ΣΔ-Prinzip
Nach der Interpolation durchläuft das Signal den digitalen ΣΔ-Modulator und wird über einen 1 Bit D/A-Wandler ausgegeben. Nicht gezeichnet ist das analoge Rekonstruktionsfilter, das aus der hochfrequenten Pulsfolge des D/A-Wandlers das viel tieferfrequente Nutzsignal formt

Zusammenfassung

Die auf Oversampling basierenden Wandler erfüllen eine umfassendere Aufgabe als herkömmliche Bauteile; sie beinhalten nahezu alle Funktionen einer Schnittstelle zur analogen Welt, inklusive eines grossen Teils der Filterung. Dementsprechend wird ein solcher Wandler nicht mehr nach seiner statischen Kennlinie, sondern danach, wie gut er einen dynamischen Signalverlauf abbilden kann, beurteilt. Wichtigstes Gütekriterium ist der SNR, der die mit dem Wandler verarbeitbare Signaldynamik bestimmt. Die Kombination von massivem Oversampling, Noise-Shaping und 1-Bit-Technik bricht mit dem Gesetz der stark ansteigenden Toleranzanforderungen für höhere Auflösungen. Dies erlaubt die Integration dieser Wandler mit VLSI-Technologien und ermöglicht die Kombination von Signalprozessor und Analogschnittstelle auf einem Chip.

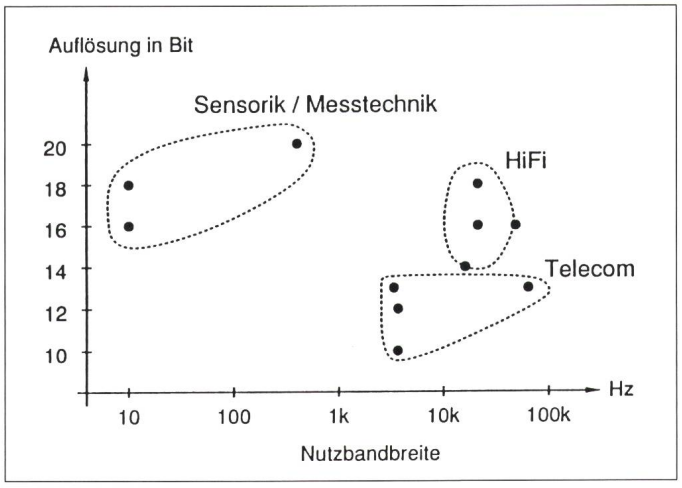


Bild 11 Leistungsdaten und prädestinierter Einsatzbereich heutiger A/D-Wandler nach dem ΣΔ-Prinzip

Literatur:

[1] *B.M. Gordon:* Linear Electronic Analog/Digital Conversion Architectures, Their Origins, Parameters, Limitations and Applications. IEEE Trans. Circuits and Systems, 25 (1978) 7, S. 391–418.

[2] *A.W.M. van den Enden, N.A.M. Verhoeckx:* Digitale Signalverarbeitung: Theoretische Grundlagen (Teil 1–4), Bull. SEV/VSE 77 (1986) 11, 15, 17 und 78 (1987)1.

[3] *R.E. Crochiere, L.R. Rabiner:* Interpolation and Decimation of Digital Signals – A Tutorial Review. Proc. of the IEEE, 69 (1981) 3, S. 300–331.

[4] *B. Widrow:* A Study of Rough Amplitude Quantization by Means of Nyquist Sampling Theory. IRE Trans. Circuit Theory, 4 (1956), S. 147–152.

[5] *H.A. Spang, P.M. Schultheiss:* Reduction of Quantization Noise by Use of Feedback. IRE Trans. Com. Syst., 10 (1962) Dec., S. 373–380.

[6] *E.F. Stikvoort:* Some Remarks on the Stability and Performance of the Noise Shaper or Sigma-Delta Modulator. IEEE Trans. Com., 36 (1988) 10, S. 1157–1162.

[7] *M.W. Hauser:* Principles of Oversampling A/D Conversion. J. Audio Eng. Soc., 39 (1991) 1/2, S. 3–26.

[8] *S.H. Ardalan, J.J. Paulos:* An Analysis of Nonlinear Behavior in Delta-Sigma Modulators. IEEE Trans. Circuits and Systems, 34 (1987) 6, S. 593–603.

[9] *J.C. Candy:* A Use of Double Integration in Sigma Delta Modulation. IEEE Trans. Comm., 33 (1985) 3, S. 249–258.

[10] *P.J.A. Naus, E.C. Dijkmans:* Low Signal Level Distortion in Sigma-Delta Modulators, 84th AES convention, Paris, March 1988, preprint 2584.

Detail erkennen – unser Vorsprung.

Hochwertige Industrie-Video-Kamera's zur Überwachung.

- Hohe Auflösung und Empfindlichkeit
- Zuverlässig mit langer Lebensdauer
- Immun gegen Vibrationen und Schläge
- S/W-Kamera für IR-Beleuchtung
- Farb-Kamera mit absoluter Farbtreue

Schibli-vision

Industrial-Video-Systems
Broadcast-Systems

Oberfeldstrasse 12c, CH-8302 Kloten
Tel. 01/813 16 16, Telefax 01/813 66 51

WABÜCHI 1.3/91

Frei hängend...

Die innovativen Kabelmacher

... können unsere **FAWIL**®-Kabel bis zu 100 m abgespannt werden. Diese Abspanndistanzen sind möglich dank der patentierten Kevlar®-Zugentlastung, welche im Kabelmantel integriert ist. Unsere Befestigungsarmaturen können ohne spezielle Werkzeuge direkt auf den Kabelmantel montiert werden.

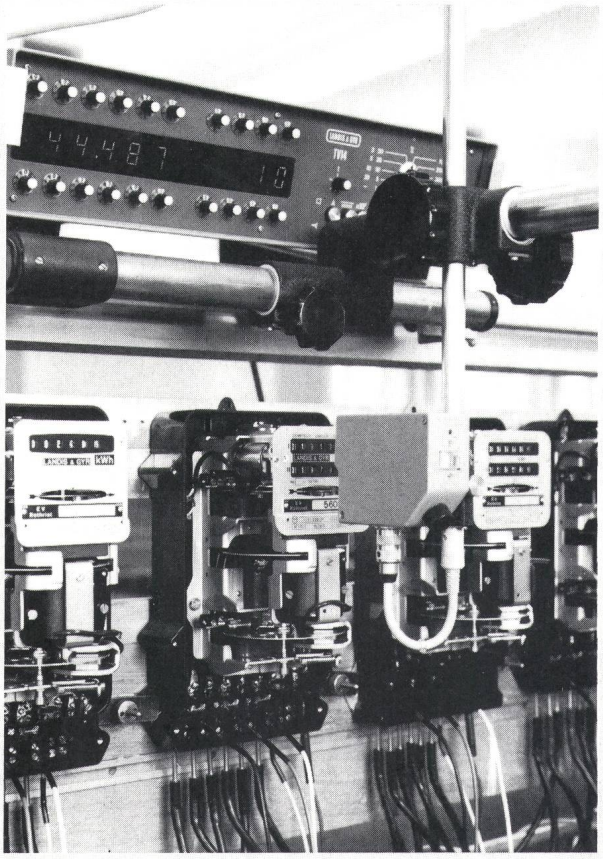
Verlangen Sie unsere technischen Unterlagen.

KIW

Kupferdraht-Isolierwerk AG
CH-5103 Wildegg

Telefon 064/57 01 11

Schweizerischer Elektrotechnischer Verein
Association Suisse des Electriciens
Associazione Svizzera degli Elettrotecnici
Swiss Electrotechnical Association



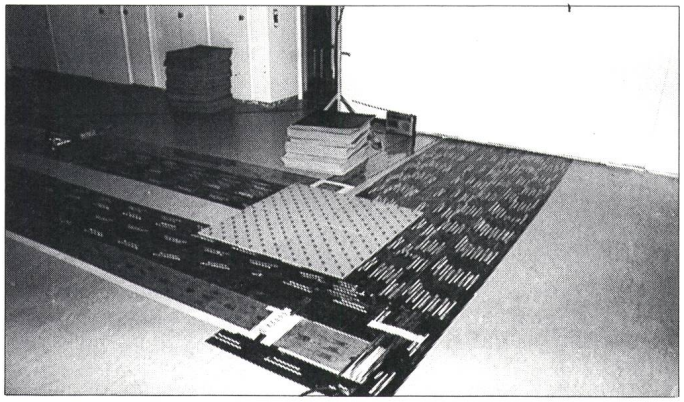
Die SEV-Prüfstelle Zürich

- **prüft** die Sicherheit elektrischer Niederspannungserzeugnisse
- **kalibriert** die Genauigkeit von elektrischen Messinstrumenten (Kalibrierdienst)
- **führt** Abnahmen, Expertisen und Beratungen durch

Unsere Fachspezialisten stehen Ihnen zur Verfügung. **Rufen Sie uns an!**

Schweizerischer Elektrotechnischer Verein,
Prüfstelle Zürich
Seefeldstrasse 301,
Postfach, 8034 Zürich
Telefon 01 / 384 91 11
Telefax 01 / 55 14 26
Telex 817431

SWISS CALIBRATION

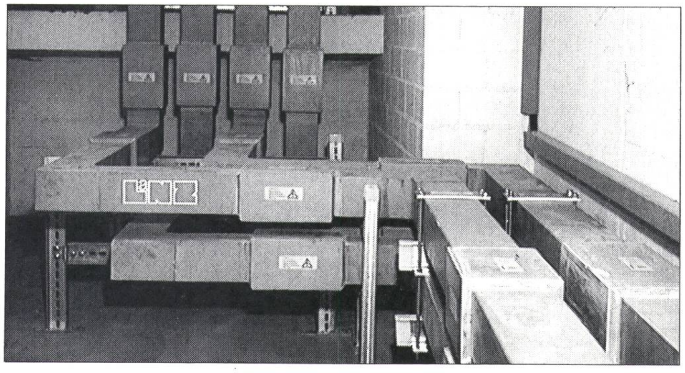


Lanz Flachkabel (nur 0,8 mm dick)

verwenden heisst:

- **in Bürogebäuden Strom-, Telefon- und Datennetze rasch und preisgünstig direkt auf den Boden installieren; mit Teppich zudecken; fertig!**
- **auf Bodenkanäle und dicke Unterlagsböden verzichten**
- **Planungsaufwand reduzieren — Änderungen jederzeit ausführen können — SEV-, PTT- und EDV-zugelassen**

Wenn Sie Strom-, Telefon- und Dateninstallationen in Büros planen, verlangen Sie eine Lanz Flachkabel-Offerte bei Ihrem Elektroinstallateur oder direkt bei 062/78 21 21 lanz oensingen ag



Lanz Stromschienen BETOBAR

Für die sichere Strom-Übertragung und Strom-Verteilung von 380—6000 A. Schutzart IP 68.7

- **hohe Kurzschlussfestigkeit, Betriebssicherheit und maximaler Personenschutz**
- **komplett mit Anschlüssen, Abgangskästen, Montagematerial**
- **preisgünstig, platzsparend und rasch montiert**

Rufen Sie lanz oensingen ag an für Beratung, Offerte, preisgünstige und rasche Lieferung 062/78 21 21

Lanz Produkte interessieren mich! Bitte senden Sie Unterlagen:

- ☐ **Stromschienen für Übertragung und Verteilung**
- ☐ **Stromschienen für Lampenmontagen**
- ☐ **Lanz Kabelträgersystem**
- ☐ **Lanz G-Kanäle**
- ☐ **Doppelböden für Büros**
- ☐ **Doppelböden für Spezialanwendungen**
- ☐ **Lanz Brüstungskanäle**
- ☐ **Flachkabel LANZ für Strom, Daten, Telefon**
- ☐ Könnten Sie mich/uns besuchen? Bitte Voranmeldung!

EEI-10

Name/Adresse: _____

lanz oensingen ag
CH-4702 Oensingen · Telefon 062 78 21 21

SIEMENS
NIXDORF

SICAD-CH. Das geografische Informationssystem für die Schweiz.

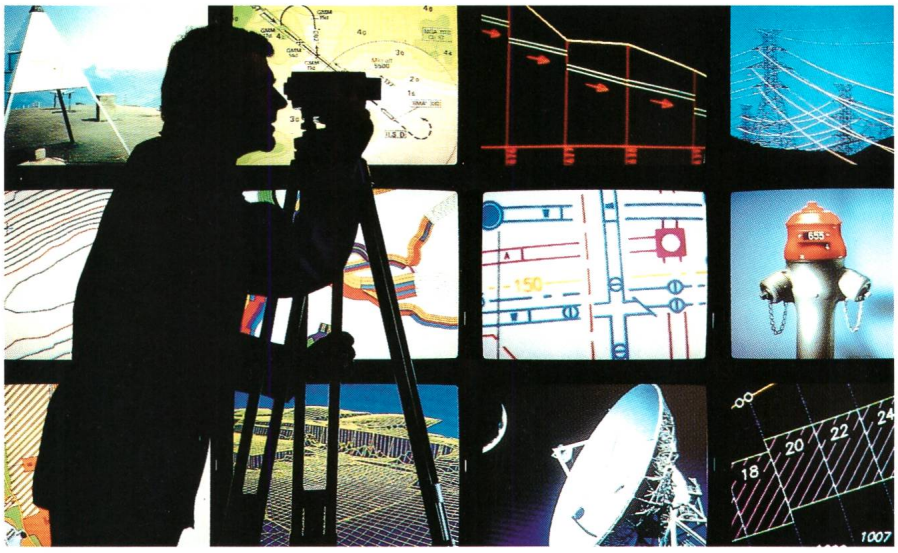
SICAD-CH ist von Siemens Nixdorf und den Anwendern in der Schweiz zusammen entwickelt worden.

Deshalb lenkt SICAD-CH den Anwender bei der Einführung nicht von seinen fachspezifischen Aufgaben ab – das gewährleisten eine betriebsbereite, ausgetestete Datenbank, vordefinierte Symbole und eine komfortable Benutzeroberfläche.

SICAD-CH bewältigt problemlos Aufgaben im Bereich der amtlichen Vermessung, der Versorgung, der Planung und Entsorgung und minimiert dabei den Aufwand. Allfällige Probleme der Redundanz, der Konsistenz und Sicherung von Daten sind gelöst – das Datenbank-Design enthält alle Objekte und Verknüpfungen zur Abbildung der Realität.

Trotz seiner Komplexität ist SICAD-CH ein leicht erlernbares und einfach zu bedienendes, anwenderorientiertes System.

Wenn Sie mehr darüber wissen möchten, rufen Sie uns an. Telefon 01/816 81 11.



Synergy at work