

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

**Band:** 83 (1992)

**Heft:** 1

**Artikel:** Fuzzy Logic : die Darstellung und Verarbeitung vager Information

**Autor:** Kohlas, Jürg

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-902772>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Fuzzy Logic

## Die Darstellung und Verarbeitung vager Information

Jürg Kohlas

**Bei komplexen Problemen sind die verfügbaren Informationen selten exakt und unfehlbar. Informationen werden oft in unscharfen sprachlichen Begriffen gegeben, mit Vorbehalten versehen oder nur als wahrscheinlich oder plausibel bezeichnet. Der vorliegende Beitrag gibt eine Einführung in das Gebiet der vagen Informationen (Fuzzy Logic). Zwei spätere Beiträge des gleichen Autors werden die verwandten Gebiete Wahrscheinlichkeit und kausales Schliessen sowie den Umgang mit unzuverlässiger Information behandeln<sup>1</sup>.**

***L'information disponible pour résoudre des problèmes complexes est rarement exacte et complète. Elle est souvent décrite par des termes linguistiques plutôt vagues ou alors elle est simplement présentée comme probable ou plausible. Le présent article est une introduction au domaine des informations vagues. Deux autres articles du même auteur donneront un aperçu des domaines apparentés du raisonnement probable et causal et du traitement des informations pas toujours fiables<sup>1</sup>.***

<sup>1</sup> Bulletin SEV/VSE 9/92

### Adresse des Autors

Prof. Dr. Jürg Kohlas, Institut für Automation und Operations Research, Universität Freiburg, 1700 Freiburg i. Ue.

In komplexen Problembereichen ist die verfügbare Information selten exakt und unfehlbar. Sie ist vielmehr meist summarisch, vage, mit Vorbehalten versehen, ungenau und unzuverlässig. Man darf diese Qualifikationen keineswegs nur negativ bewerten. Bei genauerer Betrachtung stellt sich heraus, dass die auf den ersten Blick mangelnde Qualität der Information einem ökonomischen Prinzip der Informationsverarbeitung entspricht. Menschliche Denkprozesse beruhen in einem grossen Masse auf der natürlichen Sprache. Unscharfe Qualifikationen wie gross und klein, arm und reich, jung und alt umfassen konzipierte, wenn auch vage Informationen, die offenbar für die meisten Bedürfnisse der Kommunikation und des Verhaltens durchaus ausreichend sind. Erfahrung umfasst Wissen, das «in den meisten Fällen» zutrifft. Die wesentliche Information dessen, was im allgemeinen gültig ist, wird nicht durch die tausend möglichen Ausnahmen belastet. Erfahrung genügt oft für die Meisterung sehr komplexer Aufgaben.

Es ist deshalb durchaus sinnvoll, dieses ökonomische Prinzip auch bei der Automatisierung der Informationsverarbeitung zu beachten. Dazu müssen jedoch geeignete Formalisierungen partieller, unscharfer, ungewisser und unzuverlässiger Informationen entwickelt werden. Es sind Beschreibungsförmlichkeiten dafür zu finden und entsprechende Bearbeitungsverfahren zu definieren. Diese Aufgabe wurde von der Wissenschaft in den letzten zwei Jahrzehnten mit grosser Intensität in Angriff genommen. Motor für diese Forschungen waren zuerst die Entscheidungstheorie und das Operations Research und dann in neuerer Zeit die künstliche Intelligenz und dabei vor allem die Expertensys-

teme. Die Theorien und Verfahren, die dabei entstanden sind, können mit Begriffen wie unscharfe Logik, Theorie des unscharfen, näherungsweise und plausiblen Schliessens, Theorie des wahrscheinlichen Schliessens und Evidenztheorie bezeichnet werden.

Das Gebiet hat heute eine gewisse Reife erlangt. Manche der Methoden haben in industriellen Produkten Eingang gefunden. Das gilt im besonderen für die unscharfe Logik (Fuzzy Logic), die in japanischen Haushaltgeräten (Waschmaschinen, Wäschetrockner, Staubsauger) für Steuerungsaufgaben eingesetzt wird. Die Autofokussierung von Kameras wird mit unscharfer Logik gesteuert, ebenso wie eine ganze Reihe von industriellen Prozessen. Sie spielt bei Industrierobotern eine wichtige Rolle. Das plausible und wahrscheinliche Schliessen sowie die Evidenztheorie wird in Expertensystemen für die medizinische und technische Diagnostik eingesetzt, bei der Bildverarbeitung und bei der Überwachung von Prozessen.

Was steckt hinter diesen magischen Begriffen? Dieser Aufsatz versucht einen Einblick in die Hauptideen der oben erwähnten Theorien und Ansätze zu geben. In einem ersten Überblick wird eine grobe, pragmatische Klassifikation partieller Information gegeben werden. Diese dient dann auch der Einteilung der weiteren Darstellungen.

Information wird letztlich immer in bezug auf bestimmte Fragestellungen gesucht und analysiert. So sei beispielsweise die Frage nach dem Alter einer bestimmten Dame gestellt. Eine exakte und sichere Information dazu wäre die Altersangabe im Personalausweis. Diese würde jede weitere Diskussion erübrigen. Falls diese Angabe jedoch nicht zugänglich ist,

## Plausibilitätsgrad

Es wird ein Unschärfe-Index (oder Unschärfegrad)  $\alpha$  betrachtet, der von Null bis Eins geht. Die Information (zum Beispiel jung) erlaubt dann die Eingrenzung der richtigen aus allen möglichen Antworten (Diskussionsrahmen) auf die betrachtete Frage in eine Teilmenge  $F(\alpha)$ , abhängig vom Unschärfegrad  $\alpha$ . Dabei soll die Unschärfe mit  $\alpha$  von 0 nach 1 abnehmen, das heisst je grösser  $\alpha$  wird, desto kleiner ist die Menge  $F(\alpha)$ .  $F(0)$  stellt die maximale Unschärfe,  $F(1)$  die minimale Unschärfe dar. Vom unbekannten Unschärfegrad nimmt man an, dass alle möglichen Werte zwischen 0 und 1 gleich wahrscheinlich sind, das heisst, dass eine gleichförmige Wahrscheinlichkeitsverteilung über den Unschärfegraden zwischen 0 und 1 liegt.

Fixiert man nun eine mögliche Antwort  $x$  aus dem Diskussionsrahmen, so kann man fragen, bei welchen Unschärfegraden diese Antwort überhaupt möglich ist. Das ist der Fall bei jenen Werten von  $\alpha$  für die  $x$  in  $F(\alpha)$  enthalten ist. Nun gibt es (mathematisch leicht vereinfacht) einen grössten Wert von  $\alpha$ , für den dies gerade noch der Fall ist, denn mit steigendem  $\alpha$  wird  $F(\alpha)$  immer kleiner. Dieser grösste  $\alpha$ -Wert sei mit  $\alpha(x)$  bezeichnet.  $\alpha(x)$  ist dank der gleichverteilten Wahrscheinlichkeit gerade die Wahrscheinlichkeit, dass  $x$  eine mögliche Antwort ist. Es ist sinnvoll, diese Wahrscheinlichkeit  $\alpha(x)$  als Plausibilitätsgrad für  $x$  zu bezeichnen. Das Intervall von  $\alpha(x)$  bis 1 umfasst jene Unschärfegrade  $\alpha$ , bei denen die Antwort  $x$

ausgeschlossen ist. Die Wahrscheinlichkeit dieses Intervalls  $1-\alpha(x)$  darf daher füglich als Grad des Zweifels an  $x$  (unter der verfügbaren Information) bezeichnet werden. Aufgrund dieser Überlegung kann man  $\alpha(x)$  mit dem im Text eingeführten Plausibilitätsgrad  $\mu(x)$  gleichsetzen.

Die Teilmengen  $F(\alpha)$  des Diskussionsrahmens werden  $\alpha$ -Schnitte genannt. Diese sind aus der Plausibilitätsverteilung  $\mu(x)$  leicht zu rekonstruieren: Man schneide die Plausibilitätsverteilung in der Höhe  $\alpha$  (Bild 1). Die herausgeschnittene Menge ist der  $\alpha$ -Schnitt  $F(\alpha)$ . Im Beispiel von Bild 1 sind diese Schnitte Intervalle (im Beispiel für  $\alpha = 0.8$  geht dieses Intervall von 0 bis etwa 35 Jahre). Bei einem Unschärfegrad von 0.8 umfasst der Begriff «jung» die Jahre 0 bis 35. Fragen wir nach dem Plausibilitätsgrad des Alters 35, mit dem zu «jung» gehört, dann stellen wir in Bild 1 fest, dass für alle  $\alpha$ , die kleiner als 0.8 sind, das Alter 35 zum Begriff «jung» gehört, für alle  $\alpha$  jedoch über 0.8 nicht mehr. Deshalb ist der Plausibilitätsgrad des Alters 35 gerade gleich 0.8.

Dieses Modell erlaubt, die Theorie vager Information aus der Wahrscheinlichkeitstheorie und der mathematischen Logik heraus aufzubauen, wobei aber wohlverstanden eine neue Theorie entsteht, die über die klassische Wahrscheinlichkeitsrechnung hinausgeht. Dieses Unterfangen kann allerdings hier nicht weiter verfolgt werden; die weiteren Überlegungen werden in diesem Ansatz ebenfalls intuitiv begründet werden.

gelegt hat. Man weiss, dass die Maturität meistens mit neunzehn abgelegt wird, gelegentlich aber auch schon mit achtzehn oder erst mit zwanzig oder einundzwanzig. Es gibt sogar statistische Daten, die diese Aussagen präzisieren. Dies ist eine *verteilte* Information. Sie ist typisch für erfahrungs- oder statistikbasierte Informationen über Häufigkeiten von verschiedenen möglichen Ergebnissen oder Ereignissen. Das ist die Art der Information, auf der die Wahrscheinlichkeitsrechnung üblicherweise aufbaut. Allzuoft wird Ungewissheit a priori mit dieser Form identifiziert. Die ersten beiden Beispiele zeigen jedoch klar, dass die Unsicherheit einer Information keineswegs nur von dieser statistischen oder verteilten Natur sein muss.

Die drei Beispiele weisen auf drei deutlich unterschiedliche Arten von partieller Information hin. Es ist wichtig, dass man mit allen drei Arten von mangelhafter Information umgehen kann. Man sollte sie sogar miteinander verknüpfen können, um ein Gesamtbild der verfügbaren Information zu erhalten. Der heutige Entwicklungsstand der Wissenschaft ist so, dass man für alle drei Fälle über recht gut ausgebaute Theorien verfügt. Dementsprechend werden im folgenden die drei verschiedenen Ansätze in drei Teilen getrennt dargestellt. In diesem Aufsatz wird vage Information betrachtet. In zwei späteren Beiträgen wird verteilte und unzuverlässige Information besprochen. Dabei entsteht das Bild von drei unterschiedlichen Theorien, die wenig gemeinsam zu haben scheinen. Das ist nicht befriedigend, da es sich doch um eine einheitliche Fragestellung handelt, für die eine einheitliche Theorie wünschenswert wäre. Man kann heute glücklicherweise die Keime einer vereinheitlichenden Theorie erkennen, die alle drei Fälle – und damit auch die möglichen kombinierten Fälle – von einem gemeinsamen Standpunkt aus zu behandeln versucht.

## Plausibilitätsverteilungen

Die formale Modellierung einer Information zu einer bestimmten Fragestellung geschieht je nach Fall in mehreren Schritten. In jedem Fall jedoch muss in einem ersten Schritt die Menge der möglichen Antworten festgelegt werden. Im Falle der Frage

könnten etwa die im folgenden skizzierten drei verschiedenen Arten von Informationen zum Alter der Dame erhältlich sein:

- Eine erste Auskunftsperson erklärt, dass sie die Dame ebenfalls gesehen hat und dass sie offensichtlich jung ist. Das ist ohne Zweifel eine Information, wenn auch eine *unscharfe* oder *vage*. Es ist unmöglich damit eine klare Abgrenzung und scharfe Unterscheidung zu anderen Begriffen (z.B. zu «alt») vorzunehmen. Das ist besonders typisch für *linguistische*, das heisst umgangssprachliche Informationen. Trotzdem klärt sich mit einer solchen Angabe das Bild der Dame schon recht stark. Offenbar ist die Dame sicher nicht achtzig. Plausibler ist schon ein Alter um zwanzig herum, wenn auch vielleicht dreissig oder vierzig nicht auszuschliessen ist. Es wäre zweifellos ein grosser Informationsverlust, diese Angabe wegen ihrer Vagheit zu verwerfen.
- Eine zweite Auskunftsperson glaubt die Dame aufgrund der Beschreibung zu kennen. Diese Bekannte hätte das Alter von achtzehn Jahren. Das ist an sich eine exakte Information. Sie ist jedoch nicht ganz sicher, weil die fragliche Dame möglicherweise doch nicht mit der Bekannten der Auskunftsperson identisch ist. Es besteht daher die Möglichkeit, dass die Information wertlos ist. Dies ist ein Beispiel einer bedingten, *unzuverlässigen* oder mindestens nicht völlig zuverlässigen Information. Unter bestimmten Annahmen enthält sie eine präzise Angabe; falls diese Annahmen jedoch nicht zutreffen, enthält sie keinerlei Information zur gestellten Frage. Diese Art von nicht völlig zuverlässiger Information ist typisch für Sensoren (die defekt sein können) und für Aussagen von Zeugen (die sich irren können).
- Eine dritte Auskunftsperson weiss schliesslich, dass die fragliche Dame soeben ihre Maturitätsprüfung ab-

nach dem Alter einer Person können die möglichen Antworten zum Beispiel wahlweise als nichtnegative ganze oder reelle Zahlen dargestellt werden. Die gewählte Menge wird als *Diskussionsrahmen* bezeichnet. Das bedeutet, dass die gestellte Frage im Rahmen dieser Menge von als möglich betrachteten Antworten erörtert wird. Im Verlaufe einer Diskussion kann der Rahmen verändert, verfeinert oder vergrößert und die Fragestellung verschoben werden. In jedem Moment der Analyse muss der Diskussionsrahmen aber fixiert sein.

Dabei müssen die möglichen Antworten unvereinbar sein. Das heisst es können nicht gleichzeitig zwei Elemente oder Antworten aus dem Rahmen richtig sein. Andererseits wird manchmal vorausgesetzt, dass ein Element oder eine Antwort aus dem Diskussionsrahmen richtig sein muss. Man sagt dann, dass der Diskussionsrahmen erschöpfend ist. Manchmal wird jedoch auch zugelassen, dass die wahre Antwort möglicherweise nicht im Diskussionsrahmen enthalten ist. Wenn der Diskussionsrahmen zum Beispiel eine Liste von Verdächtigen eines Mordes ist, kann man die Annahme zulassen, dass der wahre Mörder möglicherweise nicht unter den Verdächtigen ist. Das wäre ein offener Diskussionsrahmen.

Eine Information wie zum Beispiel, dass die betreffende Person jung ist, kann nun dadurch beschrieben werden, dass jeder möglichen Antwort des Diskussionsrahmens eine mehr oder weniger grosse Plausibilität zugeordnet wird. Der Grad der Plausibilität wird dabei durch eine reelle Zahl zwischen 0 und 1 gemessen, wobei diese Grenzen ebenso wie bei der Wahrscheinlichkeit eine bequeme, aber willkürliche Konvention bilden. Ein Plausibilitätsgrad einer möglichen

Antwort von 1 bedeutet, dass diese Antwort völlig plausibel ist, das heisst dass nichts in der vorliegenden Information gegen diese Antwort spricht. Ein Alter von zwanzig oder weniger Jahren dürfte bei der Altersinformation «jung» den Plausibilitätsgrad 1 erhalten. Der Plausibilitätsgrad 0 dagegen bedeutet, dass die entsprechende Antwort unvereinbar mit der vorliegenden Information ist. So dürfte das Alter achtzig den Plausibilitätsgrad 0 erhalten, wenn die Person jung ist. Je näher somit ein Plausibilitätsgrad  $\mu(x)$  einer Antwort  $x$  bei 1 liegt, desto verträglicher ist die Antwort mit der vorliegenden Information, desto weniger Zweifel legt die Information an der Antwort nahe. Je kleiner der Plausibilitätsgrad  $\mu(x)$  ist, desto weniger verträglich ist die Antwort  $x$  mit der Information, desto mehr Zweifel an der Antwort sind im Lichte der Information angebracht. In der Tat kann das Komplement  $1-\mu(x)$  als Mass des Grads des Zweifels an einer möglichen Antwort  $x$  betrachtet werden.

Da nun also jedes mögliche Alter  $x \geq 0$  einen Plausibilitätsgrad  $\mu_{\text{jung}}(x)$  besitzt, erhält man eine Plausibilitätsverteilung des Begriffs «jung» wie etwa in Bild 1 dargestellt. Nun werden verschiedene Personen für diesen Begriff kaum die genau gleiche Plausibilitätsverteilung zeichnen. Linguistische Begriffe, wie überhaupt vage Konzepte, haben unleugbar einen subjektiven Inhalt. Selbst die gleiche Person wird zu unterschiedlichen Zeiten nicht exakt die gleiche Verteilung zeichnen. Insbesondere kann der gleiche Begriff in unterschiedlichen Kontexten gebraucht, zu verschiedenen Verteilungen führen. Wenn von einem jungen Fussballer die Rede ist, dann wird das nicht die gleiche Bedeutung haben, wie wenn von einem jungen Wissenschaftler gesprochen wird.

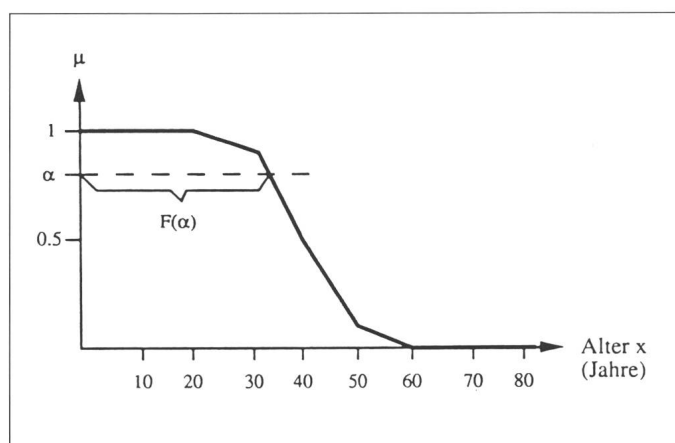
In einem gegebenen Kontext jedoch werden die interpersonalen und intertemporalen Vergleiche der Plausibilitätsverteilung nicht sehr unterschiedlich ausfallen. Dies jedenfalls ist die Voraussetzung für eine Kommunikation ohne allzu gravierende Missverständnisse.

Eine Plausibilitätsverteilung über einem Diskussionsrahmen ist eine Darstellung einer unscharfen Information zur dargestellten Frage. Man kann einen Begriff wie «jung» auch als eine unscharfe Mengendefinition auffassen. In dieser alternativen Sicht fragt man, ob oder inwiefern eine Person des bekannten Alters  $x$  zur Menge der «jungen» Personen gehört. Der Plausibilitätsgrad  $\mu_{\text{jung}}(x)$  gibt dann den Grad an, zu dem eine Person des Alters  $x$  zu dieser Menge gehört.  $\mu_{\text{jung}}(x)$  wird daher gelegentlich auch Grad der Mitgliedschaft von  $x$  zur unscharfen Menge «jung» genannt.

Man kann sich mit Recht fragen, was dann wohl die exakte Bedeutung eines Plausibilitätsgrades sei. Es ist eine der Eigentümlichkeiten mathematischer, formaler Wissenschaften, dass ein Begriff nie auf eine absolute Grundlage zurückgeführt werden kann, sondern immer nur relativ zu einem anderen (aber möglicherweise vertrauteren) Begriff erklärt werden kann. So ist es auch mit den Plausibilitätsgraden. Diese können nämlich wahrscheinlichkeits-theoretisch erklärt werden (siehe Kasten).

## Das Versagen der Präzision

Eingangs wurde bereits bemerkt, dass die Vagheit einer Information nicht nur negative Aspekte hat. Es wurde dabei auf die Informationsökonomie hingewiesen. Hier soll ein weiterer positiver Effekt der Unschärfe aufgezeigt werden. Dies kann im Umfeld von Datenbank-Abfragen geschehen. In der Tabelle I ist eine Stichprobe aus einer fiktiven Firmen-datei dargestellt. Es sollen daraus – als Kandidaten für eine eventuelle Übernahme – Firmen mit «hohem Umsatz und akzeptablem Profit» herausgezogen werden. Diese Abfrage muss genügend formalisiert werden, um den Auszug zu bewerkstelligen. Man könnte etwa einen hohen Umsatz mit mindestens 1000 GE (Geldeinheiten) und einen akzeptablen Profit mit mindestens 14% definieren. Eine klassische Datenbankabfrage würde aus Tabelle I die Firmen F und G herauszie-



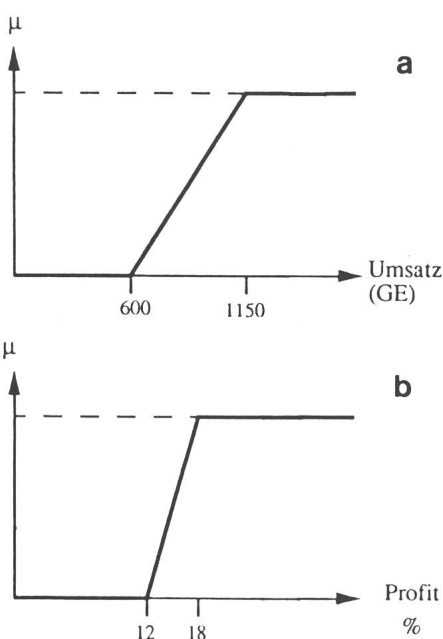
**Bild 1**  
Plausibilitäts-  
verteilung für den  
Begriff «jung»  
 $F(\alpha)$   $\alpha$ -Schnitt



hen. Die offensichtliche Willkür dieser Schwellwertlogik kann natürlich gemildert werden, indem die Grenzwerte variiert werden. Das führt jedoch unvermeidlich zu der wohl bekannten kombinatorisch wachsenden Informationsflut, in der jede Übersicht verloren geht.

Der alternative linguistische Ansatz geht dagegen von einer Modellierung der Terme «hoher Umsatz» und «akzeptabler Profit» durch je eine Plausibilitätsverteilung über die möglichen Umsatzzahlen und Profitprozentsätze aus. So könnte etwa die Plausibilität für einen hohen Umsatz mit 0 unterhalb 600 GE und 1 oberhalb 1150 GE angenommen werden. Zwischen diesen Grenzen wird der Plausibilitätsgrad der Einfachheit halber linear interpoliert. Analog wird die Plausibilität eines akzeptablen Profits unterhalb 12% gleich 0 und oberhalb 18% gleich 1 (vergleiche dazu Bild 2).

Wenn nun eine bestimmte Firma aus der Datenbank analysiert wird, dann muss festgestellt werden, zu welchem Plausibilitätsgrad die Firma einen hohen Umsatz *und* einen akzeptablen Profit ausweist. Man steht damit vor dem allgemeinen Problem der logischen Verknüpfung linguistischer Prädikate. Diese logischen Operationen müssen auf der Ebene der entsprechenden Plausibilitätsverteilungen definiert werden. Als Beispiel sei die Firma C aus der Tabelle I betrachtet. Ihr Umsatz von 800 GE hat einen Plausibilitätsgrad von 0,36 bezüglich



**Bild 2** Plausibilitätsverteilungen

a für Umsatz  
b für Profit

**Tabelle 1**  
**Qualitative Daten-**  
**bankabfrage**

In den Spalten  
«Umsatz» und  
«Profit» stehen in  
Klammern die  
Plausibilitätsgrade  
entsprechend Bild 2

Firma	Umsatz (GE)	Profit (%)	Qualität
A	500 (0)	7 (0)	0
B	600 (0)	14 (0,33)	0
C	800 (0,36)	17 (0,83)	0,36
D	850 (0,45)	12 (0)	0
E	900 (0,55)	18 (1)	0,55
F	1000 (0,73)	15 (0,5)	0,5
G	1100 (0,91)	14 (0,33)	0,33
H	1200 (1)	13 (0,17)	0,17
I	1300 (1)	13 (0,17)	0,17
J	1400 (1)	6 (0)	0
K	1500 (1)	12 (0)	0

der Information «hoher Umsatz» sowie einen Plausibilitätsgrad von 0,83 bezüglich dem «akzeptablen Profit». Bei der Und-Verknüpfung zweier Aussagen scheint es intuitiv einleuchtend zu sein, dass der kleinere der beiden Plausibilitätsgrade die Plausibilität der Verknüpfung bestimmt. Das entspricht dem Bild der Kette, in der das schwächste Glied ihre Stärke bestimmt. Der Plausibilitätsgrad dafür, dass die Firma C einen hohen Umsatz und einen akzeptablen Profit ausweist, ist somit  $\min. (0,36, 0,83) = 0,36$ . Dies lässt sich unter anderem auch tatsächlich mit Hilfe des Modells der  $\alpha$ -Schnitte begründen und rechtfertigen. In der Tabelle I sind die entsprechenden Plausibilitätsgrade unter dem Spaltenkopf «Qualität» aufgeführt.

Neben den vorher gefundenen Firmen F und G findet man jetzt noch weiter die Firmen C, E, H und I mit einer positiven Plausibilität. Dabei sind sogar die Firmen E und C mindestens ebenso interessant, wenn nicht sogar interessanter als F und G, obwohl sie mit der klassischen Schwellwert-Logik gar nicht herausgezogen wurden. Man kann hier, wie in vielen anderen Fällen, nur das Versagen der auf Präzision beruhenden Schwellwertlogik feststellen. Falls es zu viele Firmen mit einer positiven, aber sehr kleinen Plausibilität gibt, kann man den Auszug auf Firmen mit einer Plausibilität oberhalb einer gewissen Schranke beschränken. Eine gewisse Variation dieser Plausibilitätschranke verursacht nun keinerlei Probleme der Informations-Explosion mehr, da es sich jetzt nur noch um eine eindimensionale Parameter-Variation handelt.

Falls eine der beiden Zielsetzungen «hoher Umsatz» oder «akzeptabler

Profit» genügt, um eine Firma interessant zu machen, kann man auch mit einer Oder-Verknüpfung der linguistischen Terme arbeiten. Hierbei wird vorausgesetzt, dass das Erreichen des einen Ziels völlig das Nichterreichen des anderen kompensiert, während bei der Und-Verknüpfung diese Kompensation überhaupt nicht stattfinden kann. Daher ist es einleuchtend für die Oder-Verknüpfung, für jede Firma das Maximum der beiden Plausibilitätsgrade zu nehmen. Interessanterweise kann nun sogar ein ganzes Spektrum von Verknüpfungen zwischen den beiden Zielen von der Und- bis zur Oder-Verknüpfung mit stetig variierenden Kompensationsgraden definiert werden. Das ergibt eine Vielfalt von Verknüpfungsmöglichkeiten, die auch erlaubt, sie an empirisch beobachtete menschliche Verhaltensweisen anzupassen und damit diese im Bereich des Umgangs mit unscharfer Information exakt nachzubilden.

Das Thema der Datenbanken mit vagen Abfragen, aber auch mit vagen Inhalten, ist eines der fruchtbarsten Anwendungsgebiete der Theorie unscharfer Mengen und unscharfer Logik. Dies gilt ungeachtet der Tatsache, dass bislang noch keine kommerzielle Software dafür auf dem Markt erhältlich ist.

## Unscharfes und plausibles Schliessen

Ein weiteres fruchtbares Anwendungsgebiet der Theorie vager Information ist der gesamte Bereich der Wissensrepräsentation. Besondere Erfolge verzeichnet die unscharfe Logik im Bereich der Expertensysteme und noch mehr der Steuerung und Regelung komplexer industrieller Pro-

zesse. Woher kommt das? In der klassischen Regelungstheorie wird ein mathematisches Modell des zu steuernden Prozesses aufgestellt. Sodann werden bestimmte Ziele vorgegeben. Aufgrund dieses Modells wird eine optimale Steuerungsfunktion berechnet und implementiert. Das funktioniert gut bei einfachen Prozessen oder einfacheren Teilsystemen von komplexeren Gesamtsystemen. Bei grösseren Prozesssteuerungen versagt dieses Vorgehen. Es wird schon unmöglich, ein adäquates mathematisches Modell des Prozesses aufzustellen, geschweige denn dieses zu optimieren. Umgekehrt werden solche Prozesse relativ leicht von menschlichen Operateuren beherrscht, und diese können dafür relativ rasch angelernt werden.

Der Grund dafür scheint darin zu liegen, dass mathematische Modelle auf exakten numerischen Grössen beruhen, während menschliche Operateure mit vagen und approximativen Relationen und Grössenordnungen operieren (Informationsökonomie). Dabei treten linguistische Begriffe wie «hoch», «klein», «ok» usw. auf. Ein frappantes Beispiel ist in Bild 3 gezeigt, das einen Ausschnitt aus einem amerikanischen Lehrbuch für Operatoren für das Zementbrennen zeigt [1]. Man erkennt darin die für eine einfachere Art von Wissensrepräsentation typischen «Wenn ...- dann ...»-Regeln. Das bezeichnende daran ist jedoch, dass sowohl die Bedingungen im Wenn-Teil als auch die Aktionen im Dann-Teil linguistisch ausgedrückt sind. Dies ist der Fall für weite Bereiche des menschlichen Erfahrungsschatzes. Es handelt sich hier dem-

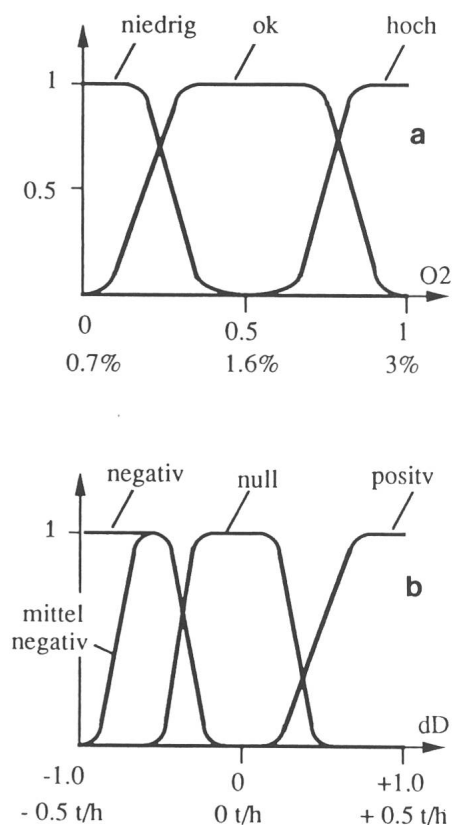
nach um klare Fälle vager Information oder sogar vagen Wissens.

Es scheint, dass die Theorie unscharfer Logik sehr wohl und relativ einfach in der Lage ist, solche Regelsysteme zu formalisieren und einer automatischen Behandlung zugänglich zu machen. Die Art und Weise wie das geschieht, soll erneut an einem einfachen Beispiel gezeigt werden. Der dänische Anlagenhersteller F.L. Smidth setzt unscharfe Logik erfolgreich eben für die Steuerung des Zementbrennens ein. Das folgende, natürlich stark vereinfachte Beispiel stammt aus diesem Bereich [2]. Es geht um den Zusammenhang zwischen dem Sauerstoff-Prozentgehalt (Variable  $O_2$ ) und der Änderung der Kohlenzufuhr ( $dK$ ). Folgende Regeln sollen gelten:

- (1) Wenn  $O_2$  niedrig, dann  $dK$  mittel negativ.
- (2) Wenn  $O_2$  ok, dann  $dK$  Null,
- (3) Wenn  $O_2$  hoch, dann  $dK$  mittel positiv.

Hierbei wird  $O_2$  (exakt) gemessen und  $dK$  ist die Steuerungsgrösse, die nach diesen Regeln aufgrund von  $O_2$  bestimmt wird.

Die Formalisierung dieser einfachen Regeln bringt einige Probleme mit sich. Zunächst einmal müssen die linguistischen Terme wie «niedrig», «ok», «hoch», «mittel negativ», «Null» (sic!) und «mittel positiv» sowie andere, die sonst noch vorkommen können, als Plausibilitätsverteilungen definiert werden. Man kann sich vorstellen, dass in umfangreicheren Regelsystemen Terme wie «klein negativ» im Zusammenhang mit mehreren, verschiedenen Variablen vor-



**Bild 4 Beispiele für die relative Modellierung von vagen Begriffen**

- a niedrig, ok, hoch  
b negativ, null, positiv, mittel negativ

Die Begriffe zum Beispiel für  $O_2$  (a) oder für  $dK$  (b) werden kontextabhängig durch Skalenänderung angepasst

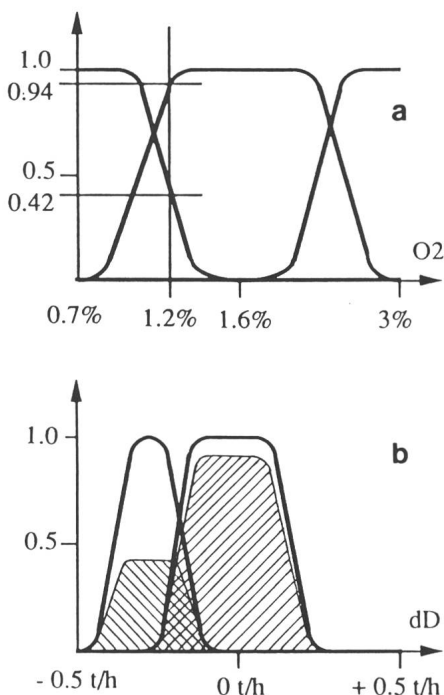
kommen und dann wohl kaum immer genau das gleiche bedeuten (Kontextabhängigkeit). Trotzdem sollte es möglich sein, diese Terme kontextunabhängig zu definieren. Die Grundidee ist, dass jede Variable einen natürlichen Variationsbereich hat und dass Terme wie «hoch» oder «klein negativ», wenn auch nicht absolut, so doch relativ zum jeweiligen Variationsbereich die gleiche Bedeutung haben. Wenn man dies akzeptiert, dann kann man die Plausibilitätsverteilungen der Begriffe in bezug auf eine normierte Skala (von 0 bis 1 oder -1 bis +1) einmal definieren und sie dann für jede bestimmte Variable entsprechend ihrem Variationsbereich dehnen oder stauchen. Dies ist in Bild 4 für die Begriffsgruppen «niedrig», «ok» und «hoch» sowie «negativ» – «Null» – «positiv» getan. In der Abbildung 4 erkennt man auch, wie die Begriffe durch Skalenänderungen den Variablen  $O_2$  und  $dK$  angepasst werden. Es ist dabei angenommen, dass für  $O_2$  die Werte 0,7% und 3% die Skalgrenzen sind, während 1,6%

Case	Condition	Action to be taken	Reason
10	BZ OK	a. Increase LD. fan speed	To raise back-end temperature and increase oxygen percentage for action 'b'
	OX low BE low	b. Increase fuel rate	To maintain burning zone temperature
11	BZ OK	a. Decrease fuel rate slightly	To raise percentage of oxygen
	OX low BE OK		
12	BZ OK	a. Reduce fuel rate	To increase percentage of oxygen for action 'b'
	OX low	b. Reduce LD. fan speed	To lower back-end temperature and maintain burning zone temperature
	BE high		
13	BZ OK BE low	a. Increase LD. fan speed	To raise back-end temperature

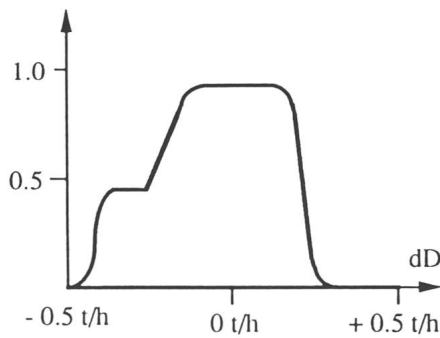
**Bild 3 Ausschnitt aus einem Lehrbuch für das Zementbrennen**

der Normalwert ist.  $dK$  bewegt sich in den Grenzen von  $-0,5$  bis  $+0,5$  t/h.

Das nächste Problem betrifft nun die Anwendung der Regeln, wenn ein bestimmter  $O_2$ -Messwert vorliegt. Angenommen  $O_2$  habe den Wert 1,2%. Welche Regeln sind anzuwenden und wie sind sie anzuwenden? Man fragt zunächst, inwieweit die Bedingungen der Regeln erfüllt sind. Man erkennt aus Bild 5, dass der Grad der Plausibilität für einen «niedrigen»  $O_2$ -Wert gleich 0,42 ist, während der Grad der Plausibilität für einen «ok»-Wert gleich 0,94 ist. Die Bedingung für einen «hohen» Wert dagegen ist nicht erfüllt. Es ist somit sehr plausibel, die zweite Regel anzuwenden und ebenfalls recht plausibel, die erste Regel anzuwenden. Es erscheint recht einleuchtend, die Plausibilitätsgrade der Stellgröße in beiden Regeln mit der Plausibilität der entsprechenden Regel zu multiplizieren (Bild 5, schraffierte Flächen). Da die eine oder die andere Regel anzuwenden ist, werden die beiden Plausibilitätsfunktionen mit der Oder-Verknüpfung kombiniert, das heisst es wird für jeden möglichen Wert der Stellgröße das Maximum der beiden Plausibilitäten genommen (siehe Bild 6). Dieses Resultat stellt die unscharfe Information über die zu wählende Stellgröße aufgrund der Regeln (1)–(3) und dem



**Bild 5** Anwendung der Regel zur Bestimmung von Plausibilitätsgraden für die Stellgröße



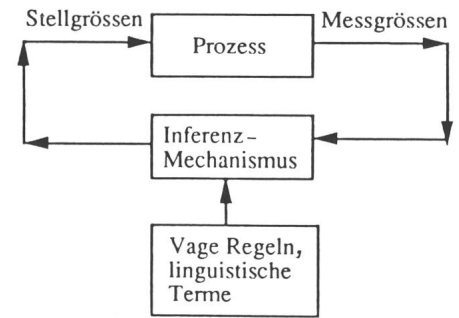
**Bild 6** Plausibilitätsgrade der Stellgröße bestimmt nach der Max-Prod-Regel

Messwert von 1,2% für die Eingangsgröße  $O_2$  dar.

Die obige Art, vage Regeln zu behandeln, wird Max-Prod-Ansatz genannt. Es ist nicht die einzige mögliche Art, vage Regeln zu behandeln. Das Problem besteht im Grunde genommen darin, dass nicht a priori völlig klar ist, was die Regeln eigentlich genau besagen. Man kann sie deshalb auf mehrere, verschiedene Arten formalisieren. Klar ist, dass mit diesen Regeln eine vage Relation zwischen den beiden Variablen  $O_2$  und  $dK$  beschrieben wird. Wie diese unscharfe Relation im einzelnen definiert wird, ist innerhalb gewisser Grenzen offen. Dies ist eben auch eine Konsequenz der Vagheit sprachlicher Information. Eine Art, diese Relation zu definieren, führt eben gerade zur obigen Max-Prod-Methode. Andere Definitionen führen zu leicht verschiedenen Rechenverfahren. Die Ergebnisse sind einander aber ähnlich, so dass eine gewisse Robustheit gegenüber der (willkürlichen) Wahl der Formalisierung besteht.

Die beschriebene Art der Behandlung einer Wissensbasis (dargestellt durch vage Regeln) wird *semantische Berechnung* genannt. Sie steht im scharfen Gegensatz zur sonst in der künstlichen Intelligenz üblichen, rein syntaktischen Art und Weise der Abarbeitung logischer Wissensrepräsentationen. Indem linguistische Terme und Regeln in Plausibilitätsfunktionen übersetzt werden, erhalten sie eine bestimmte Bedeutung oder Interpretation (Semantik), und die Ergebnisse oder Schlüsse werden durch Bearbeitung dieser Bedeutungen abgeleitet.

Das letzte Problem ergibt sich nun noch aus der Notwendigkeit, einen bestimmten, exakten Wert für die Stellgröße festzulegen. Auch dazu gibt es verschiedene Ansätze. Der



**Bild 7** Architektur einer Steuerung, welche die unscharfe Logik miteinbezieht

eine besteht darin, den Schwerpunkt der Plausibilitätsverteilung zu nehmen. Das ist der Abszissenwert in Bild 6, für den die beiden Flächen links und rechts davon gleich gross sind. Dieser Schritt wird *Defuzzifizierung* genannt. Auch der menschliche Operator muss diesen Schritt vornehmen, auch er muss ja letztlich einen bestimmten Wert der Stellgröße einstellen.

In Bild 7 ist die Architektur einer solchen Steuerung aufgrund unscharfer Logik nochmals schematisch dargestellt. Als Endeffekt des beschriebenen Rechenverfahrens ergibt sich implizite eine bestimmte Funktion  $dK = f(O_2)$ , bei der die Eingangsgröße mit der entsprechenden Stellgröße in Verbindung gesetzt wird. Man kann diese Funktion in einfachen Fällen auch explizite ausrechnen und darstellen. Sie ist stark nichtlinear, was die grosse Stabilität der Steuerung erklärt.

Man kann sich fragen, wozu dieser ganze Formalismus der unscharfen Logik dient, wenn als Schlussresultat eine simple Input-Output-Beziehung entsteht? Warum soll man nicht direkt diese Beziehung aufstellen? Die Antwort lautet, dass die unscharfe Logik ein effizientes Entwurfsinstrument für die Herstellung dieser Beziehung darstellt. Sie erlaubt es, auf direktem Weg von der linguistischen Beschreibung einer guten, empirisch bestimmten Steuerungspolitik zur entsprechenden Input-Output-Funktion zu gelangen.

Man darf sich von der Einfachheit des Beispiels allerdings auch nicht täuschen lassen. Es handelt sich hier um ein einstufiges System, bei dem die beobachtete Grösse direkt mit der Stellgröße in Verbindung gebracht werden kann. In komplexeren Fällen können die Stellgrößen nur über Zwi-

schengrößen bestimmt werden. Regeln selber können nicht nur vage, sondern auch noch unsicher sein. Zudem sind Konflikte in den Ergebnissen verschiedener Regeln nicht auszuschliessen und müssen verarbeitet werden. Die Behandlung der Probleme in dieser Allgemeinheit setzt eine weiter entwickelte Theorie voraus, als hier skizziert werden kann. Die Elemente dieser Theorie des unscharfen, näherungsweise und plausiblen Schliessens sind heute von der

Wissenschaft bereitgestellt. Die einfacheren Verfahren sind auch bereits schon in kommerzieller Software für die Unterstützung des Entwurfs unscharfer Systeme verfügbar. Beispiele dafür sind das Fuzzy-C-Development-System von Togai Infralogic, Irvine, oder das C-Precompiler-Paket Fuzzytech von Inform in Aachen. Zur Beschleunigung der doch umfangreichen Rechnungen der unscharfen Logik sind spezielle Fuzzy Chips erhältlich, die die Grundoperationen der un-

scharfen Logik hardwaremässig implementieren. Vielversprechend sind auch – wie im ganzen Bereich der Verarbeitung unsicherer Informationen – die neuen parallelen Rechnerarchitekturen.

#### Literatur

- [1] *Peray K.E., Wadell J.J.*: The Rotary Cement Kiln. Chemical, New York 1972.
- [2] *Holmblad L.P., Oestergaard J.J.*: Control of a Cement Kiln by Fuzzy Logic. Entry in the volume: Fuzzy Information and Decision Processes, edited by M.M. Gupta and E. Sanchez, North-Holland 1982.