

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

**Band:** 82 (1991)

**Heft:** 19

**Artikel:** Methoden zur Berechnung der energetischen Parameter des asynchronen Antriebes mit pendelnder Last

**Autor:** Bergman, Josif / Thirer, Nonel

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-903020>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Methoden zur Berechnung der energetischen Parameter des asynchronen Antriebes mit pendelnder Last

Josif Bergman und Nonel Thirer

**Der Antrieb von Arbeitsmaschinen mit pendelnder Last (Webstühle, Verdichter) durch Drehstrom-Asynchronmotoren weist technische und wirtschaftliche Eigenheiten auf, von denen hier die wichtigsten dargestellt werden. Es werden Rechenprogramme beschrieben, welche sich auf ein vereinfachtes Asynchronmaschinenmodell abstützen, das die Frequenzabhängigkeit der Rotorimpedanz durch den Schlupf berücksichtigt.**

**L'entraînement de machines productrices à charge alternantes (métiers à tisser, compresseurs, etc.) par moteurs asynchrones triphasés présente des particularités techniques et économiques dont les plus importantes sont présentées ci-après. On décrit des programmes de calcul s'appuyant sur un modèle simplifié d'une machine asynchrone qui tient compte de la dépendance de la fréquence de l'impédance du rotor due au glissement.**

## Adresse der Autoren

Prof. Dr.-Ing. Josif Bergman und Ing. Nonel Thirer,  
Elektrotechnische Abteilung des Lehrzentrums  
für Technologie, Holon 58102, Israel

Die Entwurfs- und Betriebsfragen der mit konstanter oder mit langsam schwankender Last arbeitenden Antriebe sind im technischen Schrifttum bereits weitgehend behandelt worden. Viele durch Asynchronmotoren angetriebene Arbeitsmaschinen (Webstühle, Verdichter u. a.) bringen Stabilitätsprobleme, hohe harmonische Oberschwingungen im Netz, zusätzliche Erwärmung und einen verminderten Leistungsfaktor mit sich.

In früheren Arbeiten der Verfasser [1, 2] sind die Probleme des verminderten Leistungsfaktors der Antriebe von Webstühlen und die Optimierung ihres Betriebs erläutert worden. Dort wurde unter anderem auf die Tatsache, dass die deformierende Leistung eine wichtige Rolle bei der Verkleinerung des Leistungsfaktors spielt, hingewiesen. In der vorliegenden Arbeit wird eine Verallgemeinerung der Schlussfolgerungen dieser Arbeiten, unter der Vernachlässigung der elektromagnetischen Übergangsvorgänge, vorgestellt, und es werden zwei Rechenmethoden für die energetischen Parameter des antreibenden Asynchronmotors hergeleitet.

## Berechnung des Schlupfes

Aus der Momentengleichung

$$M = M_s + M_d = M_s + J \frac{d\omega}{dt} \quad (1)$$

wird der Ausdruck des Schlupfes hergeleitet.  $M$  stellt das vom Motor erzeugte elektromagnetische Drehmoment,  $M_s$  das Gegendrehmoment der Arbeitsmaschine und  $M_d$  das dynamische Drehmoment dar.  $J$  ist das Trägheitsmoment und  $d\omega/dt$  die Beschleunigung der sich drehenden Massen.

Das veränderliche Gegendrehmoment der Arbeitsmaschine  $M_s$  kann durch eine Fourier-Reihe dargestellt werden. Für die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_a$  ihrer Hauptwelle, von der hier nur die erste Komponente in Betracht genommen wird, ergibt sich dementsprechend  $\omega_a = \omega (1 + \mu \cos \omega t)$ , wobei  $\omega$  den Mittelwert und  $\mu = (\omega_{max} - \omega_{min})/\omega$  den Unregelmäßigkeitsgrad der Winkelgeschwindigkeit, welche zwischen dem Höchstwert  $\omega_{max}$  beim Schlag und dem Kleinstwert  $\omega_{min}$  zwischen zwei Schlägen pendelt, darstellt.

Es sei  $v$  das Übersetzungsverhältnis zwischen den Wellen des Motors und der Arbeitsmaschine; damit wird der Schlupf zu

$$s = \left( 1 - \frac{pv\omega}{2\pi f} \right) - \frac{pv\mu\omega}{2\pi f} \cos \omega t \\ = s_0 + s_m \cos \omega t \quad (2)$$

mit dem konstanten Teil  $s_0$  und dem Beiwert des veränderlichen Teiles  $s_m$ ;  $p$  ist die Polpaarzahl des Motors und  $f$  die Frequenz des Netzes.

Die technischen Eigenschaften des Antriebes sind in den Werten von  $s_0$  und  $s_m$  enthalten; sie hängen vom Unregelmäßigkeitsgrad  $\mu$ , dem Übersetzungsverhältnis  $v$  und der Motorpolpaarzahl  $p$  ab. Das Rechenprogramm basiert auf der Annahme, dass während einer Umdrehung der Hauptwelle nur ein Schlag stattfindet.

## Die energetischen Parameter des Antriebes

Nachfolgend werden die Rechenformeln für die Ströme, Leistungen und des Leistungsfaktors, unter Ver-

nachlässigung der elektromagnetischen Übergangsvorgänge, gemäss dem  $T$ -Ersatzschaltbild für das stationäre Arbeitsregime in der Reihenfolge des Programms beschrieben. Die Frequenzabhängigkeit der Rotorimpedanz wird nur durch den Schlupf berücksichtigt. Der Scheinwiderstand des Arbeitskreises ist

$$Z_2' = \sqrt{\left(r_1 + \frac{c_1 r_2'}{s}\right)^2 + (x_1 + c_1 x_2')^2} \quad (3)$$

Der zum Ständerkreis übertragene Läuferstrom beträgt

$$I_2' = \frac{U_1}{Z_2'} \quad (4)$$

wobei  $U_1$  die Phasenspannung ist. Es gelten die Beziehungen

$$\cos \phi_2' = \frac{r_1 + \frac{c_1 r_2'}{s}}{Z_2'} \quad (5a)$$

$$\sin \phi_2' = \frac{x_1 + c_1 x_2'}{Z_2'} \quad (5b)$$

wobei  $r_1, x_1, r_2', x_2'$  die Wirk- und Streublindwiderstände der Ständer (Index 1) sowie der zum Ständer übertragenen Läuferphase (Index 2) sind. Schliesslich ist  $c_1 = 1 + (x_1/x_{12})$ , wobei  $x_{12}$  den Gegenblindwiderstand darstellt. Der durch die Ständerphase vom Netz aufgenommene Strom ist

$$I_1 = \sqrt{(I_{0a} + I_2' \cos \phi_2')^2 + (I_{0r} + I_2' \sin \phi_2')^2} \quad (6)$$

mit dem Leerlaufstrom  $I_0 = I_{0a} + j I_{0r}$  und den Wirk- und Blindkomponenten  $I_{0a}, I_{0r}$ . Im Ständerkreis sind

$$\cos \phi_1 = \frac{I_{0a} + I_2' \cos \phi_2'}{I_1} \quad (7a)$$

$$\sin \phi_1 = \frac{I_{0r} + I_2' \sin \phi_2'}{I_1} \quad (7b)$$

Vom Netz werden aufgenommen die Wirkleistung

$$P_1 = 3 \left( r_1 + \frac{c_1 r_2'}{s} \right) I_1^2 \quad (8)$$

die Blindleistung

$$Q_1 = 3 (x_1 + c_1 x_2') I_1^2 \quad (9)$$

und die Scheinleistung

$$S = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} \quad (10)$$

Natürlich ändern sich die Effektivwerte der Ströme  $I_1$  und  $I_2'$  nicht sinusförmig über die Periode  $T = 2\pi/\omega$ . Man berechnet die Werte schrittweise und erhält so die entsprechenden Kurven, von welchen die Mittelwerte über eine Umdrehung bestimmt werden. Der Mittelwert des Leistungsfaktors ist

$$\cos \phi_{med} = \frac{P_{1med}}{\sqrt{P_{1med}^2 + Q_{1med}^2}} \quad (11)$$

wobei  $P_{1med}, Q_{1med}$  die Mittelwerte der Wirk- und Blindleistung sind. Die Nutzleistung berechnet sich unter Vernachlässigung der mechanischen Verluste zu

$$P_2 = \frac{3(1-s)r_2'}{s} (I_2')^2 \quad (12)$$

### Fourier-Darstellung der Ströme

Um die Approximationen zu verbessern und die energetischen Parameter des Asynchronmotors und den Einfluss der pendelnden Last aufs Speisetz genauer zu bestimmen, wird der Ständerstrom als Fourier-Reihe mit der Periode  $T$  dargestellt. Der Effektivwert des aufgenommenen Stromes,  $I_s$ , wird zu

$$I_s = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k \cos(k\omega t + \gamma_k) \quad (13)$$

und sein Momentanwert zu

$$i_1 = I_s \sqrt{2} \cos \omega_1 t$$

$$i_1 = \sqrt{2} I_0 \cos \omega_1 t + \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{I_k}{2} \left\{ \cos[(k\omega - \omega_1)t + \gamma_k] + \cos[(k\omega + \omega_1)t + \gamma_k] \right\} \quad (14)$$

Die  $I_k$  wurden mit (3) und (4) berechnet. Zusammen mit der Kreisfrequenz der Oberschwingungen verändert sich auch der entsprechende Schlupf

$$s_k = \frac{k' \omega_1 - \omega}{k' \omega_1} \approx 1 - \frac{1}{k'} \quad (15)$$

Also entsprechen den Kreisfrequenzen  $\omega_1, k\omega - \omega_1, k\omega + \omega_1$  die Schlupfe  $s_0, (k\omega - 2\omega_1)/(k\omega - \omega_1), k\omega/(k\omega + \omega_1)$ . Die Summe der Scheinwiderstände der zwei Glieder einer Harmonischen ist

$$Z_k = 2\sqrt{R_k^2 + x_k^2} \quad (16)$$

wobei, mit  $a = \omega_1/k\omega$ ,

$$R_k = r_1 + c_1 r_2' \frac{1-a-a^2}{1-2a} \quad (17)$$

der Wirkwiderstand und

$$x_k = \frac{1}{a} (x_1 + c_1 x_2') \quad (18)$$

der Blindwiderstand ist. Die Effektivwerte des Stromes und der Spannung betragen:

$$I_0 = \sqrt{I_0^2 + \sum_1^{\infty} I_k^2} \quad (19)$$

$$U_0 = \sqrt{(Z_0 I_0)^2 + \sum_1^{\infty} (Z_k I_k)^2} \quad (20)$$

Daraus ergeben sich die Ausdrücke der aufgenommenen Scheinleistung  $S$

$$S = 3 U_0 I_0 \quad (21)$$

der Wirkleistung  $P$

$$P = \frac{3}{2} \sum R_k I_k^2 \quad (22)$$

der Blindleistung  $Q$

$$Q = \frac{3}{2} \sum I_k^2 x_k \quad (23)$$

der deformierenden Leistung  $D$

$$D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad (24)$$

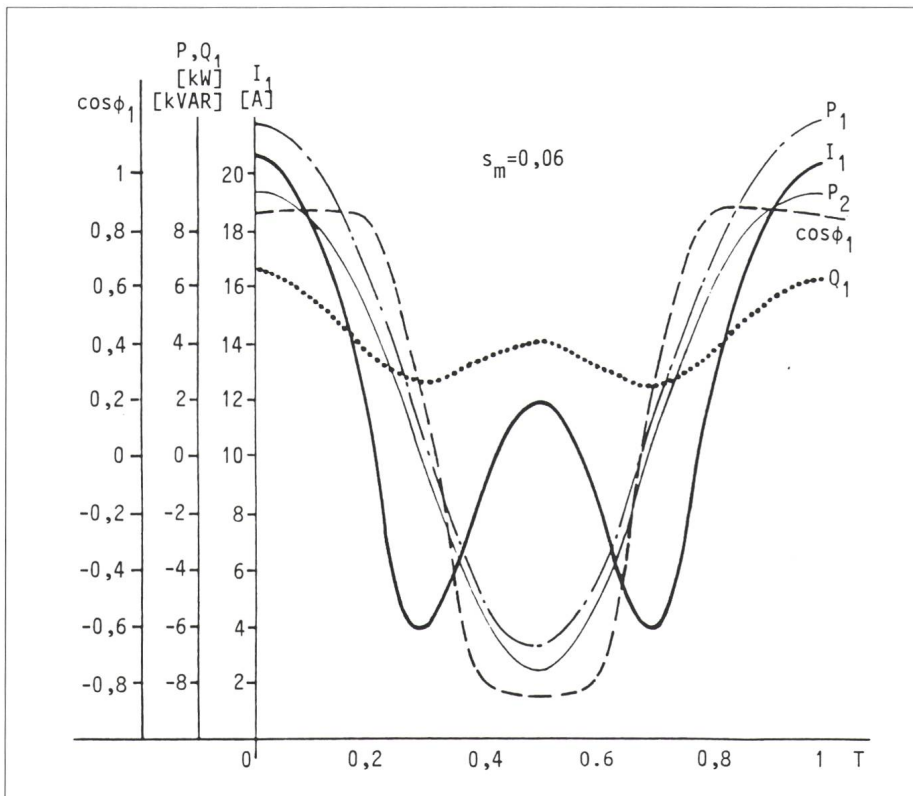
und des Leistungsfaktors  $k_p$

$$k_p = \frac{P}{S} \quad (25)$$

Die deformierende Leistung trägt dabei wesentlich zur Verkleinerung des Leistungsfaktors des Motors bei.

### Zahlenbeispiel

Mit dem Programm wurden sämtliche Betriebsparameter eines Käfigläu-



**Bild 1** Verlauf der Betriebsparameter über eine Pendelperiode  $T$

- $I_1$  Effektivwert des Ständerstromes
- $\cos \Phi_1$  Leistungsfaktor
- $P_1$  Wirkleistung
- $Q_1$  Blindleistung
- $P_2$  Nutzleistung
- $s_m$  Amplitude des veränderlichen Teils des Schlupfes

fer-Asynchronmotors für folgende Daten bei Pendellast berechnet: Nennleistung  $P_N = 5.5$  kW; Nennspannung  $U_N = 380$  V; Nennstrom  $I_1 = 11.5$  A; Nenndrehzahl  $n = 1446$  U./min; Frequenz  $f = 50$  Hz; Leistungsfaktor  $\cos \Phi = 0.85$ ; Wirkungsgrad  $\eta = 0.855$ . Die Parameter des Ersatzschaltkreises sind:  $r_1 = 1.04 \Omega$ ;  $r_2' = 0.79 \Omega$ ;  $x_1 = 1.5 \Omega$ ;  $x_2' = 2.5 \Omega$ ;  $c_1 = 1.03$ ;  $I_0 = 0.6$  A + j 3.8 A.

Das Bild 1 stellt die Verläufe des Ständerstromes  $I_1$ , des Leistungsfaktors  $\cos \Phi_1$ , der Wirk- und Blindleistung  $P_1$ ,  $Q_1$  und der Nutzleistung  $P_2$  für  $\omega = 19\pi s^{-1}$  und  $s_m = 0.06$  während einer Lastperiode dar.

Während einer Lastperiode  $T$  pendeln alle diese Werte in grossem Mass, die Wirkleistungen  $P_1$ ,  $P_2$  und der Leistungsfaktor  $\cos \Phi_1$  werden auch negativ. Diese negativen Werte entsprechen dem Zustand, in dem die kinetische Energie der rotierenden Massen die zum Drehen nötige Energie überschreitet.

Der Läuferleistungsfaktor  $\cos \Phi_2$ , der aber nicht in der Abbildung dargestellt ist, ist grösser als der im Ständer-

kreis, obwohl der  $s_m = 0.06$  entsprechende Lastschlag gross ist. Zwischen den Ständer- und Läuferströmen besteht eine konstante Differenz, was aus dem Programm ersichtlich ist.

Der mittlere Strom pro Periode ist vergleichbar mit dem Nennstrom, aber die aufgenommene Leistung und die Nutzleistung  $P_1$ ,  $P_2$ , zusammen mit dem Leistungsfaktor  $\cos \Phi_1$ , sind wesentlich kleiner als die entsprechenden Nennwerte. Der ausgewählte Motor ist somit für diesen Pendelbetrieb geeignet.

Die über die Periode der pendelnden Last gemittelten Werte für den Strom  $I_{1m}$ , für die Wirk- und Blindleistung  $P_{1m}$  und  $Q_{1m}$ , für den Leistungsfaktor  $\cos \Phi_1$  und für die Nutzleistung  $P_2$  sind für eine Last-Kreisfrequenz  $\omega = 19\pi s^{-1}$  und für  $s_m = 0.016$ ; 0.05; 0.06; 0.23; 0.3 in Bild 2 dargestellt.

Zum Vergleich sind die gleichen Grössen, aber für konstante Last, und damit für konstanten Schlupf  $s$ , in demselben Bild ebenfalls eingetragen.

Die Pendellast und der entsprechende Leistungsfaktor sind viel kleiner als bei konstanter Nennlast  $P_2 = 5.5$  kW mit  $s = 0.036$ . Diesem Wert von  $s_m = 0.016$  entspricht die grösste Pendellast  $P_2 = 2.6$  kW. Den Strom, dessen Mittelwert nahe dem Nennstrom ist, erzielt man für  $s_m = 0.06$ . Für grössere Werte der  $s_m$ , die überaus grossen konstanten Lasten entsprechen, verkleinert sich die Nutzpendellast  $P_2$ , bis sie auch negativ wird. Die Verminderung des Leistungsfaktors  $\cos \Phi_1$  erklärt sich zugleich durch den relativ kleinen Mittelwert der Last und der Natur derselben. Zum Auswählen des Motors für Antriebe mit veränderlicher Last, mit höherer Schlagfrequenz, ist die Me-

$s_m$	Pendelnde Last					Konstante Last					
	$I_{1m}$ [A]	$P_{1m}$ [kW]	$Q_{1m}$ [kVAR]	$\cos \phi_1$	$P_2$ [kW]	$s$	$I_1$ [A]	$P_1$ [kW]	$Q_1$ [kVAR]	$\cos \phi_1$	$P_2$ [kW]
0.016	7.41	3.2	2.6	0.776	2.6	0.036	11.5	6.43	4	0.85	5.5
0.05	10.47	3.34	3.7	0.667	2.32	0.07	17.15	10.75	3.5	0.95	9.29
0.06	11.83	3.15	4.1	0.608	2	0.08	22	12.85	8.9	0.82	10.1
0.23	31.71	1.12	14.65	0.076	-4.73	0.25	40.4	18.3	19.4	0.686	16.67
0.3	36.38	1.5	18.43	0.081	-6	0.32	40.6	16.7	20.9	0.624	12.2

**Bild 2** Vergleich der Betriebsparameter für pendelnde und konstante Last

- $m$  die mit dem Index  $m$  versehenen Grössen bezeichnen über eine Periode der pendelnden Last gemittelte Werte
- $s$  Schlupf
- $I_1$  Ständerstrom
- $P_1$  Wirkleistung
- $Q_1$  Blindleistung
- $\cos \Phi_1$  Leistungsfaktor
- $P_2$  Nutzleistung

$k$	$I_k$ [A]	$R_k$ [Ω]	$X_k$ [Ω]	$Z_k$ [Ω]	$P_k$ [W]	$Q_k$ [VAR]
0	5.25	41.64	4.07	41.84	3452	2845
1	5.72	3.76	0.77	3.84	92.2	18.88
2	4.7	2.67	1.55	3.085	44.23	25.68
3	1.86	2.28	2.32	3.25	5.9	6
4	0.19	2.06	3.09	3.715	0.05	0.08
5	0.47	1.89	3.87	4.31	0.3	0.64
				Total	3595	2896

**Bild 3** Fourier-Komponenten der Betriebsparameter

thode des Quadratstromes nicht genügend genau.

Das Bild 3 zeigt die Ergebnisse der Rechnung für  $s_m = 0,06$ , bei der die Ströme durch die ersten fünf Terme einer Fourier-Reihe (die folgenden Terme sind vernachlässigbar) dargestellt werden. Die Scheinleistung (21)

ist  $S = 6159,5$  VA, der Leistungsfaktor (25)  $k_p = 0,583$  und die deformierende Leistung (24)  $D = 4078$  VAD.

Zwischen den Ergebnissen der beiden Methoden ergeben sich Differenzen, die aber 10% nicht überschreiten. Das zweite Programm, welches die physikalischen Tatsachen besser berücksichtigt, ist zu bevorzugen, obwohl es etwas komplizierter ist.

### Schlussfolgerungen

Es wurden zwei Rechenprogramme für die energetischen Parameter der Antriebe mit Drehstromasynchronmotoren von Arbeitsmaschinen mit pendelnder Last vorgestellt. Es handelt sich dabei um Programme, welche die elektromagnetischen Übergangsvorgänge vernachlässigen. In der Approximation der ersten Methode werden nur die arithmetischen Mittelwerte der augenblicklichen Ströme und Leistungen berechnet. In

der zweiten Methode werden die Ströme als Fourier-Reihe dargestellt.

Die Rechnungen bestätigen, dass der Leistungsfaktor durch die Vergrößerung der deformierenden Leistung reduziert wird. Der Einfluss einer pendelnden Last auf die Funktionsweise eines Asynchronmotors wird durch diese Rechnungen transparenter gemacht, was eine genauere Dimensionierung des Antriebsmotors erlaubt. Ein Programm, das auch die elektromagnetischen Übergangsvorgänge berücksichtigt, wird in einer anderen Arbeit erläutert.

### Literatur

- [1] J. Bergman: Über die Gründe der Arbeit mit kleinem Leistungsfaktor der Webstühle antreibenden Asynchronmotoren (RUM). *Electrotechnica Bucuresti* 20(1972)4, S. 134–138.
- [2] J. Bergman, A. Prisacaru und D. Hagianu: Betrachtungen zur Arbeit der Schragmotoren mit pendelnder Last. *Bulletin J.P. Jasi Rumänien*. Tom XXVIII, III, 1–4, (1982), S. 87–94.
- [3] C.P. Kovacs und L. Racz: *Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen*. Budapest, Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, 1959.