Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 82 (1991)

Heft: 3

Artikel: Berechnung von Abständen bei Freileitungen

Autor: Rotz, Axel S. von / Truty, André

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-902928

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Berechnung von Abständen bei Freileitungen

Axel S. von Rotz und André Truty

Die immer enger werdenden Raumverhältnisse verlangen bei Freileitungen nach geometrisch optimierten Mastbildern und Abspanngerüsten. Dies wiederum erfordert eine genaue Berechnung der Leiterabstände. Gerade die Berechnung des kleinsten räumlichen Abstandes von Seilkurven ist aber mit bedeutendem Rechenaufwand verbunden. Um den Leitungsbauer wirkungsvoll zu entlasten, wurde zur Lösung dieser Aufgabe das nachfolgend beschriebene Programm erstellt.

Les conditions spatiales de plus en plus restreintes auxquelles sont assujetties les lignes aériennes exigent une configuration géométrique optimale des pylônes et des portiques d'amarrage. Cela demande à son tour un calcul précis des distances entre conducteurs. Mais précisément le calcul de l'espace minimal entre chaînettes implique une grande dépense de calcul. Le programme décrit ci-après a été établi pour alléger efficacement la tâche du constructeur de lignes.

Adresse der Autoren
Axel S. von Rotz, Bauing. HTL, und
André Truty, Bauing. M.Sc.,
Kehlstrasse 47, 5400 Baden

Zur Sicherheit der Freileitungen gehört insbesondere auch die Einhaltung der minimalen Abstände stromführender Leiter. Dies erfordert die Möglichkeit, Leiterabstände rationell und genügend genau berechnen zu können.

Nachfolgend soll daher das Problem der Bestimmung des kleinsten Abstandes stromführender Leiter unter sich oder zu Erdleitern näher untersucht werden.

Zur Diskussion stehen hier Situationen, die man in der Praxis oft als Kreuzungen oder Einschnürungen bezeichnet. Diese treten, abgesehen von Leitungskreuzungen, bei Phasentranspositionen, bei einem Wechsel des Mastbildes und bei Einführungen in Schaltanlagen auf. Man stellt Fälle von sich im Grundriss kreuzenden und nicht kreuzenden Leitern fest. Das gleiche gilt für den Aufriss.

Vorschriften

Die heute gültige Starkstromverordnung aus dem Jahr 1933 verlangt bei Leitungskreuzungen den Nachweis eines genügenden lotrechten Abstandes für den ungünstigsten Zustand, das heisst bei 0°C mit Zusatzlast für den übergeführten und ohne Zusatzlast für den untergeführten Leiter.

Je nach Kreuzungswinkel und Leiterneigung kann der räumliche Abstand jedoch bedeutend kleiner sein als der nachgewiesene Vertikalabstand. Der Entwurf der von der FK11 revidierten Starkstromverordnung enthält deshalb genauere Vorschriften über die einzuhaltenden minimalen Direktabstände.

Berechnung der Leiterabstände von Hand

Die Berechnung des vertikalen Kreuzungsabstandes ist problemlos. Aufwendiger wird der Nachweis des kleinsten Direktabstandes, besonders bei schleifender Kreuzung und starken Leiterneigungen.

Die Ermittlung des kleinsten Abstandes von im Grundriss praktisch parallelen Leiterseilen (z.B. von Endmast auf Abspanngerüst) kann ebenfalls sehr aufwendig sein, da der Ort des kleinsten Abstandes nicht immer offensichtlich ist. Als Berechnungsmethode wurden oft die Seilkurven als Geraden angenommen und der kleinste Abstand dieser windschiefen Geraden berechnet. Diese Näherungsmethode ist nur in bestimmten Fällen anwendbar und versagt schon bei Seilen mit unterschiedlicher Montagespannung.

Eine weitere Lösungsmethode für die Berechnung des kleinsten Abstandes von Seilen besteht darin, die Tangenten an die Seilkurven als windschiefe Geraden zu definieren, für welche mit einer Formel der Abstand direkt berechnet werden kann. Durch wiederholte Berechnung ist die Ermittlung des kleinsten Abstandes mit beliebiger Genauigkeit möglich, jedoch mit erheblichem Zeitaufwand verbunden.

Grundlagen für die Abstandsberechnung mit dem PC

Mathematische Darstellung der Seilkurven

Die Seilkurven, deren (kürzester) Abstand zu berechnen ist, seien bestimmt durch je zwei Aufhängepunkte (Seilkurve *A* durch die Punkte *A1* und *A2*, die Seilkurve *B* durch *B1* und *B2*) und durch die Krümmungsradien am Scheitel der Seilkurven (tiefster Punkt der Seilkurve zwischen den beiden Aufhängepunkten oder ausserhalb der Aufhängepunkte auf der extrapo-

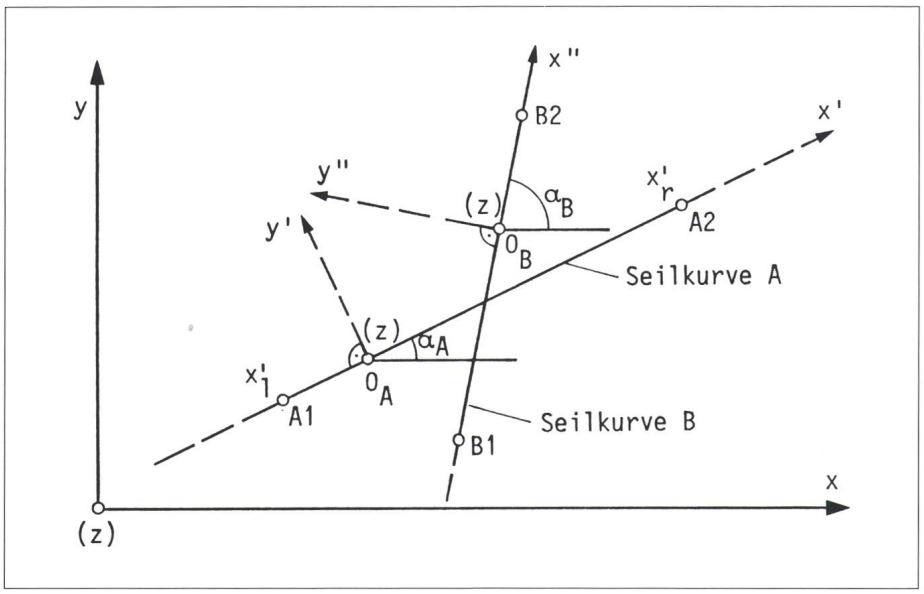

Bild 1 Definition der Aufgabe in der x-y-Ebene

x, y, z	globales Koordinatensystem
x', y', z	gedrehtes, lokales Koordinatensystem für Seilkurve A
x'', y'', z	gedrehtes, lokales Koordinatensystem für Seilkurve B
O_A, O_B	Projektion der Scheitelpunkte der Seilkurven A und B und Nullpunkte der lokalen Koordinaten (x', y') und (x'', y'')
α_A, α_B	Drehwinkel der lokalen Koordinatensysteme (x', y', z) und (x'', y'', z)
$A1$, $A2$	Aufhängepunkte für Seilkurve A
$B1$, $B2$	Aufhängepunkte für Seilkurve B
x'_l, x'_r	x'-Koordinaten der Aufhängepunkte $A1$ und $A2$

lierten Seilkurve). Die Krümmungsradien am Scheitel der beiden Seilkurven A und B seien mit P_A und P_B (typische Werte: 500...1200 m) bezeichnet.

Die Berechnung des gesuchten Abstandes erfolgt nun auf der Grundlage eines karthesischen Koordinatensystems x, y, z gemäss Bild 1, wobei die z-Achse vertikal nach oben gerichtet ist. Für die mathematische Darstellung der beiden Seilkurven A und B wird ferner noch je ein lokales, ebenfalls rechtwinkliges Koordinatensystem gemäss Bild 1 mit den Koordinaten x', y', z (für Kurve A) und x'', y'', z (für Kurve B) definiert. Die z-Koordinate entspricht unverändert jener des globalen Koordinatensystems. Die Nullpunkte der lokalen Koordinatensysteme fallen zusammen mit der Normalprojektion der Scheitel O_A und O_B der Seilkurven auf die x-y-Ebene.

Die Kurven A und B können nun in den lokalen Koordinatensystemen in Funktion von x' und x'' als Kettenlinie gemäss Gleichung (1) und (2) definiert werden (siehe Bild 2):

$$z = f_A(x') = P_A \cdot \cosh(x'/P_A) + f_{0A} \tag{1}$$

$$z = f_B(x'') = P_B \cdot \cosh(x''/P_B) + f_{0B} \tag{2}$$

Für die Abstandsberechnung müssen die Kurven im globalen Koordinatensystem dargestellt werden. Für die dazu notwendige Transformation ist es notwendig, die Winkel α_A und α_B sowie die Koordinaten der Punkte O_A und O_B zu berechnen.

Der Winkel α_A lässt sich aus den als bekannt angenommenen Koordinaten der Aufhängepunkte $A1$ und $A2$ bestimmen:

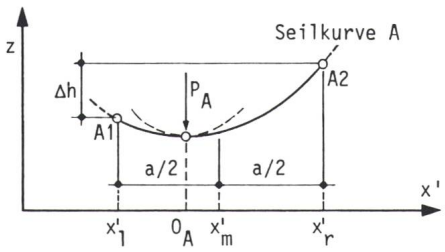

Bild 2 Darstellung der Seilkurve *A* in der x'-z-Ebene

Δh	Höhendifferenz zwischen den Aufhängepunkten $A1$ und $A2$
a	Spannweite (horizontal) zwischen den Aufhängepunkten $A1$ und $A2$
P_A	Krümmungsradius am Scheitel der Kurve A
x'_l, x'_r	x'-Koordinaten der Aufhängepunkte $A1$ und $A2$
x'_m	x'-Koordinate in Mitte der Spannweite zwischen $A1$ und $A2$; $x'_m = (x'_l + x'_r)/2$

$$\cos\alpha_A = \frac{(x_{A2}-x_{A1})}{\sqrt{(x_{A2}-x_{A1})^2+(y_{A2}-y_{A1})^2}} \tag{3}$$

$$\sin\alpha_A = \frac{(y_{A2}-y_{A1})}{\sqrt{(x_{A2}-x_{A1})^2+(y_{A2}-y_{A1})^2}} \tag{4}$$

Die Berechnung von α_B erfolgt analog aus den Koordinaten der Aufhängepunkte $B1$ und $B2$.

Die Lage des Punktes O_A (Nullpunkt des lokalen Koordinatensystems x', y', z) der Seilkurve A lässt sich im globalen Koordinatensystem aus dem gegebenen Krümmungsradius P_A und den Koordinaten der zwei Punkte $A1$ und $A2$ der Kurve (Aufhängepunkte) wie folgt bestimmen (siehe Bild 2): Man bezeichnet mit $a = x'(A2) - x'(A1)$ die Spannweite und mit $\Delta h = z(A2) - z(A1)$ die Höhendifferenz der Aufhängepunkte $A1$ und $A2$. Für die Umrechnung der Gleichung für die Seilkurve A von den lokalen Koordinaten in die globalen Koordinaten gelten die folgenden Beziehungen:

$$x'_l = x'_m - a/2 \tag{5}$$

$$x'_m = P_A \cdot \operatorname{arsinh}[\Delta h/2P_A \cdot \sinh(a/2P_A)] \tag{6}$$

Die Koordinaten des Scheitels O_A im globalen System ergeben sich zu

$$x(O_A) = x_{A1} - x'_l \cdot \cos\alpha_A \tag{7}$$

$$y(O_A) = y_{A1} - x'_l \cdot \sin\alpha_A \tag{8}$$

Die Umrechnungen für die Seilkurve B erfolgt analog.

Im globalen Koordinatensystem lässt sich nun jeder Punkt $P(x')$ der Seilkurve A wie folgt definieren:

$$x = x' \cdot \cos\alpha_A + x(O_A) \tag{9}$$

$$y = x' \cdot \sin\alpha_A + y(O_A) \tag{10}$$

$$z = f_A(x') \tag{11}$$

Für die Kurve B gilt analog:

$$x = x'' \cdot \cos\alpha_B + x(O_B) \tag{12}$$

$$y = x'' \cdot \sin\alpha_B + y(O_B) \tag{13}$$

$$z = f_B(x'') \tag{14}$$

Berechnung des kürzesten Abstandes zweier Seilkurven

Die Distanz π im Quadrat zwischen zwei Punkten der beiden Seilkurven A und B ergibt sich nun zu

$$\pi^2 = [x'\cos\alpha_A + x(O_A) - x''\cos\alpha_B - x(O_B)]^2 + [x'\sin\alpha_A + y(O_A) - x''\sin\alpha_B - y(O_B)]^2 + [f_A(x') - f_B(x'')]^2 \quad (15)$$

Zur Ermittlung der minimalen Distanz π_{min} zwischen zwei Punkten der Seilkurven muss das nichtlineare System der zwei folgenden Gleichungen mit den Unbekannten x' und x'' gelöst werden.

$$\frac{\partial \pi}{\partial x'} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x''} = 0 \quad (17)$$

Die Lösung dieses nichtlinearen Gleichungssystems ist durch ein Iterationsverfahren möglich, zum Beispiel mit der Methode nach Newton, welche die Berechnung der zweiten Ableitung der Funktion π erfordert. Dabei sind nur Lösungen für Punkte $P(x')$ und $P(x'')$ von Interesse, die zwischen den Aufhängepunkten *A1* und *A2* der Kurve *A* bzw. zwischen den Aufhängepunkten *B1* und *B2* der Kurve *B* liegen.

Ein Hauptproblem besteht darin, alle Lösungen der Gleichungen (16) und (17) zu erfassen, da mehrere möglich sind (2, 3, 4,...). Die Funktion π ist nicht konvex und ist schematisch in Bild 3 dargestellt. Um alle Lösungen des Gleichungssystems zu erfassen, wird der Iterationsprozess mit gewählten Wertepaaren begonnen. Dazu werden auf jeder der beiden Seilkurven fünf Punkte definiert, wie aus Bild

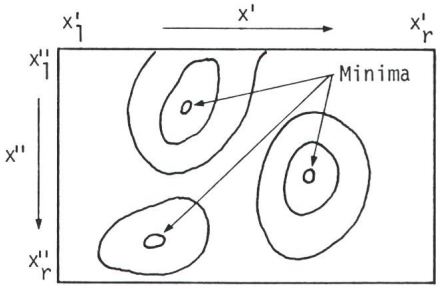

Bild 3 Schematische Darstellung der Abstandsfunktion π
Jedem Punkt des Rechtecks entspricht ein Paar von Punkten $P_A(x')$ und $P_B(x'')$ auf den Kurven *A* und *B*. Die Kurven zeigen den geometrischen Ort von Punktepaaren mit konstantem Abstand.

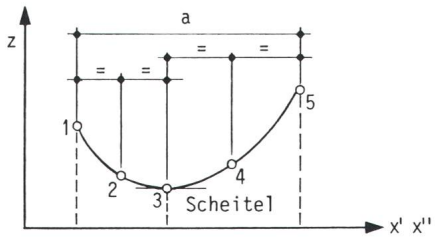

Bild 4 Anfangswerte bei innenliegendem Scheitelpunkt
Falls der Scheitelpunkt der Seilkurve zwischen den Aufhängepunkten liegt, dann erfolgt die Wahl der je fünf Anfangswerte von x' und x'' für das Iterationsverfahren gemäss obigem Schema (*1* und *5* bei Aufhängepunkten, *3* auf Scheitelpunkt sowie *2* und *4* je in der Mitte der beiden Abschnitte.

4 und 5 ersichtlich ist. Zum Start des Iterationsverfahrens ergeben sich damit 25 Wertepaare x' und x'' (Bild 6). Mit jedem dieser Wertepaare wird das Iterationsverfahren durchgeführt. Jede dieser Iterationen führt rasch zu einer Lösung, welcher ein Minimum (relatives oder absolutes Minimum) des Abstandes π entspricht und welche mit vorgegebener Genauigkeit berechnet werden kann. Falls sich aus den 25 Iterationen verschiedene Lösungen ergeben, lässt sich dann jene für den absolut kleinsten Abstand π der Seilkurven ohne weiteres bestimmen.

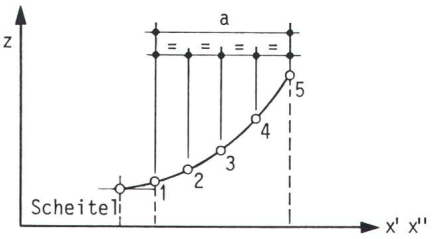

Bild 5 Anfangswerte bei aussenliegendem Scheitelpunkt
Falls der Scheitelpunkt ausserhalb der Aufhängepunkte auf dem extrapolierten Teil der Seilkurve liegt, dann werden gemäss obigem Schema je fünf gleichmässig zwischen den Aufhängepunkten verteilte Anfangspunkte für x' und x'' gewählt.

Erfahrungsgemäss besitzen die meisten in der Praxis vorkommenden Situationen für den Abstand π im untersuchten Bereich nur ein einziges Minimum, nämlich das gesuchte absolute Minimum des Seilabstandes, zu welchem alle 25 Iterationen konvergieren. In einzelnen Fällen wurden auch schon zwei Minimalwerte gefunden. Spezialfälle mit mehr Minima sind aber denkbar. Eine spezielle Lösungssituation besteht zum Beispiel für den Fall zweier paralleler Seilkurven mit gleichen Seilparametern, welche durch eine Parallelverschiebung senkrecht zur Seilebene auseinander hervorgehen. Diese Situation hat eine unendliche Anzahl Lösungen.

Programmbenutzung

Die Programmbenutzung ist auf einem Hauptmenü mit Untermenüpunkten aufgebaut. Die Eingabe be-

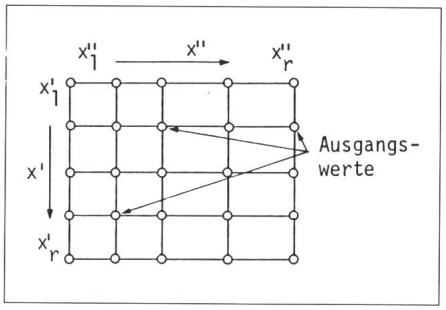

Bild 6 Anfangswerte für Iterationsverfahren
Ausgehend von jedem der 25 als Kreise symbolisierten Punktepaare $P(x', x'')$ wird mit der Iterationsmethode nach Newton ein Punktepaar $P(x'_{min}, x''_{min})$ gesucht, für welches der gegenseitige Abstand π der Punkte minimal ist.

schränkt sich auf die räumlichen Koordinaten der Aufhängepunkte der Seilkurven und deren Seilparameter.

Die Ausgabe enthält die minimale Distanz, die Anzahl Lösungen und die Lage der Abstandsgeraden auf den Seilkurven. Grafiken erlauben, die Seilkurven wahlweise mit Abstandsgerade im Grundriss, Aufriss oder dreidimensional zu betrachten, wobei die räumliche Darstellung beliebig um die drei Achsen gedreht werden kann.

Schlussbemerkung

In der sich rasant entwickelnden Computerisierung der Arbeitswelt will dieses Programm einen Beitrag liefern, um den projektierenden Ingenieur von gewissen zeitintensiven Berechnungen zu entlasten. Dieses Hilfsmittel soll ihm bei der Projektierung von Freileitungen rasch Ergebnisse verschiedener Varianten liefern und genügende Abstände bei Leiterannäherungen, Phasen- und Kreuzungsabständen nachweisen. Bei ungenügenden Abständen können die angenommenen Montagespannungen (und damit die Seilparameter P_A, P_B) geändert, die Abstände überprüft und die neuen Reglagewerte angegeben werden. Ein nachträgliches Regulieren der Seile wird sich so erübrigen.