

Zeitschrift:	Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses
Herausgeber:	Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen
Band:	81 (1990)
Heft:	7
Artikel:	Anwendung der numerischen Feldberechnung zur Modellierung elektrischer Drehstrom-Maschinen mit inneren Fehlern
Autor:	Kulig, T. Stefan
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-903101

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Anwendung der numerischen Feldberechnung zur Modellierung elektrischer Drehstrom-Maschinen mit inneren Fehlern

T. Stefan Kulig

Die inneren Fehler gehören zu den schwersten Störungen, die vom elektrischen System herührend den Betrieb einer elektrischen Maschine beeinträchtigen können. Im vorliegenden Beitrag wird ein neues, weitgehend formalisiertes Verfahren zur Berechnung von transienten Vorgängen in elektrischen Drehstrom-Maschinen mit inneren Wicklungsfehlern vorgestellt. Das Verfahren basiert auf der Zerlegung der Wicklungen in elementare Sub-Windungen; die benötigten Maschinen-Parameter werden mit Hilfe der numerischen Feldberechnung bestimmt.

Les défauts internes provenant du système électrique appartiennent aux pires des perturbations pouvant compromettre le bon fonctionnement d'une machine électrique. L'article présente une nouvelle méthode formalisée permettant le calcul de phénomènes transitoires dans les machines triphasées sujettes à des défauts internes. La méthode est basée sur la décomposition des enroulements en sous-spirales élémentaires; les paramètres de machine sont déterminés à l'aide du calcul de champs numérique.

Adresse des Autors

Dr.-Ing. Dr.-Ing. habil. T. Stefan Kulig,
Siemens AG UB KWU, Abt. WT TER, Postfach
10 17 55, D-4330 Mülheim a.d. Ruhr

Die häufigsten Ursachen für Wicklungsschäden in elektrischen Drehstrom-Maschinen sind mechanische Beschädigungen der Stab- oder Nutisolation und thermische Überlastung der Wicklung als Folge der gestörten Wärmeabfuhr. Seltener sind elektrische Durchschläge der Isolation, ausgelöst durch Feldionisationen und Glimmentladungen in und an der Isolierung. Infolge eines inneren Fehlers geht die Wicklungssymmetrie verloren, das erzeugte magnetische Feld in der Maschine ist nicht mehr sinusförmig, und bei einigen Fehlerkonstellationen entstehen sogar geradzahlige Feldharmonische. Deswegen ist die analytische Behandlung von inneren Wicklungsfehlern sehr schwierig und aufwendig.

Die klassischen Theorien der elektrischen Drehstrom-Maschinen, wie z.B. die Park'sche Theorie, die Methode der symmetrischen Komponenten oder das Kettenleitermodell lassen sich nicht anwenden, da sie von der sinusförmigen Verteilung des Feldes ausgehen und nur für symmetrische Maschinen gelten. Die grössten Probleme bei der Analyse einer fehlerbehafteten Maschine bereitet die Erfassung der magnetischen Kopplung zwischen den beschädigten Wicklungsteilen. In der Literatur findet man nur wenige Hinweise zur Ermittlung von Induktivitäten einzelner Windungen oder Teilstärke; es wird fast ausschliesslich die Umrechnung aus den Stranggrössen über die Wicklungsfaktoren und die Windungszahl vorgeschlagen. Diese Vorgehensweise ist bei der Berechnung der Ständer-Ständer-Induktivitäten sehr ungenau, insbesondere wegen der fehlerbehafteten Berechnung der Streureaktanzen, und sie versagt bei der Ermittlung der Kopplung zwischen den Ständer- und Dämpferwindungen gänzlich.

Eine ideale Lösung wäre der Einsatz

einer transientes 3dimensionalen Feldberechnung, mit deren Hilfe das veränderliche gesättigte magnetische Feld und die Leiterströme nach Eintreten des inneren Fehlers ermittelt werden könnten. Die physikalischen Modelle und die Lösungsvorschläge existieren bereits, es wird jedoch sicherlich noch einige Jahre dauern, bis leistungsfähige Programme aufgestellt werden. Hinzu kommt, dass brauchbare Ergebnisse nur dann erzielt werden können, wenn das Maschinenmodell sich an das Netz anbinden lässt und die elektromechanische Kopplung mit der Antriebswelle berücksichtigt wird.

Ein ausgezeichneter Mittelweg zwischen der klassischen Darstellung der elektrischen Maschine und der 3dimensionalen Feldberechnung ist das in diesem Beitrag vorgestellte Windungsmodell [1,2]. Die Beschreibung der Maschine über die stromführenden Wicklungen mit Widerständen sowie Eigen- und Koppelinduktivitäten wurde hier beibehalten, die einzelnen magnetischen Kopplungen werden jedoch mit Hilfe der numerischen Feldberechnung aus dem magnetischen Potential ermittelt. Das Maschinenmodell wird zunächst auf der Windungsebene aufgebaut, so dass beliebige Wicklungsschaltbilder - auch die fehlerhaften - nachempfunden werden können.

Das Zusammenschalten der Wicklung aus den einzelnen Windungen führt bei der Ableitung von Maschinengleichungen zu einer linearen Transformation der Windungsgrössen auf die Stranggrössen. Diese lässt sich aber nur bei Annahme einer linearen Beziehung zwischen der Durchflutung und dem magnetischen Feld durchführen. Die Sättigung wird durch Veränderung der Stranginduktivitäten erst nach Aufbau des Modells berücksichtigt.

Aufbau des Windungsmodells einer elektrischen Maschine

Der Grundgedanke des neuen Verfahrens ist die Zerlegung der Maschine

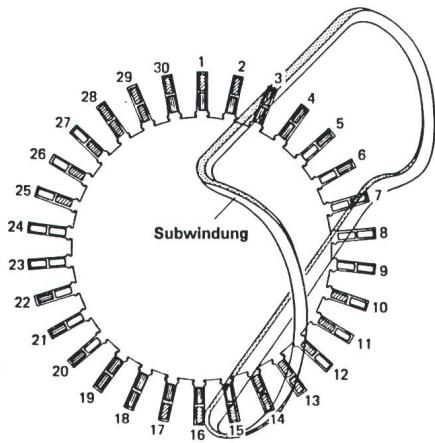


Bild 1 Sub-Winding – elementarer Baustein der Ständerwicklung

Schraffuren entsprechend ursprünglicher Zugehörigkeit der Windungen zu den drei Strängen

in elementare Sub-Windungen. Liegt ein Reservoir von solchen «Sub-Elementen» vor, dann kann für einen beliebigen Schaltzustand die Windungsstruktur aufgebaut werden. Aus der Forderung, jede symmetrische oder gestörte Wicklung berechnen zu können, ergibt sich eine variable Anzahl der Freiheitsgrade und eine Vielzahl von möglichen Rechenvarianten, die nur durch vollständige Formalisierung des Modellaufbaues und des Lösungsweges zu bewältigen sind.

Man geht zuerst von einer Maschine mit n Strängen im Ständer und k Strängen im Läufer aus, wobei jeder Strang nur aus einer Windung besteht. Bild 1 zeigt den Querschnitt durch das Blechpaket eines Generators, an dessen Beispiel die Vorgehensweise bei der Modellierung erläutert wird. Die ursprüngliche Zugehörigkeit der Windungen zu den drei Strängen ist durch verschiedene Schraffierungen gekennzeichnet, wobei eine Windung (Ober- und Unterstab) in den Querschnitt eingezeichnet wurde.

Bei den nichtstationären Vorgängen in einer nichtsymmetrischen Maschine kommt dem Verhalten der Dämpferwicklung eine überragende Bedeutung zu. Aus diesem Grunde wurde eine aufwendige Darstellung der Dämpferwicklung gewählt, wie sie zuerst von Concordia vorgeschlagen wurde [3]. Man denkt sich die Dämpferwicklung aus zwei getrennten Wicklungen aufgebaut, die in zwei zueinander senkrechten Achsen, der Längs- und Querachse der Maschine, magnetisieren (Bild 2). Beide Wicklungen bestehen aus l -einzelnen Windungen, die galvanisch nicht gekoppelt sind. Sofern der gesamte Umfang des Läufers mit Nutverschlusskeilen und Dämpferstäben versehen ist, fliessen in ihnen die Dämpferströme. In der Endzone des Läufers schliessen sich die Stromwege entweder über den dafür eingebauten Kurzschlussring oder über die Läuferkappe. Ist der Polbereich nicht mit Dämpferstäben überzogen, so denkt man sich dennoch diesen Bereich mit Windungen einer Dämpferwicklung versehen, wenn auch mit anderen Leitwerten. Im Grundaufbau sind die einzelnen Windungen der ele-

mentaren Maschine zunächst ausschliesslich magnetisch gekoppelt und galvanisch nicht miteinander verbunden. Eine solche «Elementare Maschine» lässt sich durch ein System von

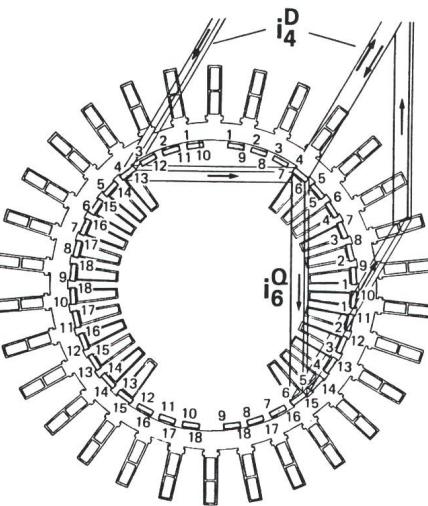


Bild 2 Windungsmodell der Dämpferwicklung

Spannungsdifferentialgleichungen beschreiben (1).

Es bedeuten:

$u_i^{S(F,D,Q)}$ Zeitfunktion der Quellenspannung auf der i -ten Windung oder Spule,

$i_j^{S(F,D,Q)}$ Zeitfunktion des Stromes in der j -ten Windung oder Spule,

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{c} u_1^S \\ u_2^S \\ \vdots \\ u_n^S \\ u_F^1 \\ u_F^2 \\ \vdots \\ u_D^1 \\ u_D^2 \\ \vdots \\ u_Q^1 \\ u_Q^2 \\ \vdots \\ u_O^1 \\ u_O^2 \\ \vdots \\ u_A^1 \\ u_A^2 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} R_S^0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ R_F^0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ R_D^0 \\ 0 \\ \vdots \\ R_Q^0 \\ 0 \\ \vdots \\ R_O^0 \\ 0 \\ \vdots \\ R_A^0 \\ 0 \end{array} \right] + \frac{d}{dt} \left[\begin{array}{c} i_1^S \\ i_2^S \\ \vdots \\ i_n^S \\ i_F^1 \\ i_F^2 \\ \vdots \\ i_D^1 \\ i_D^2 \\ \vdots \\ i_Q^1 \\ i_Q^2 \\ \vdots \\ i_O^1 \\ i_O^2 \\ \vdots \\ i_A^1 \\ i_A^2 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{ccccccc} M_{11}^{SS} & \cdots & M_{1n}^{SS} & M_{11}^{SF} & \cdots & M_{1k}^{SF} & M_{11}^{SD} \\ M_{n1}^{SS} & \cdots & M_{nn}^{SS} & M_{n1}^{SF} & \cdots & M_{nk}^{SF} & M_{n1}^{SD} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ M_{k1}^{FS} & \cdots & M_{kn}^{FS} & M_{k1}^{FF} & \cdots & M_{kk}^{FF} & M_{k1}^{FD} \\ M_{11}^{DS} & \cdots & M_{1n}^{DS} & M_{11}^{DF} & \cdots & M_{1k}^{DF} & M_{11}^{DD} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ M_{11}^{PS} & \cdots & M_{1n}^{PS} & M_{11}^{PF} & \cdots & M_{1k}^{PF} & M_{11}^{PD} \\ M_{11}^{QS} & \cdots & M_{1n}^{QS} & M_{11}^{QF} & \cdots & M_{1k}^{QF} & M_{11}^{QA} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} i_1^S \\ i_2^S \\ \vdots \\ i_n^S \\ i_F^1 \\ i_F^2 \\ \vdots \\ i_D^1 \\ i_D^2 \\ \vdots \\ i_Q^1 \\ i_Q^2 \\ \vdots \\ i_O^1 \\ i_O^2 \\ \vdots \\ i_A^1 \\ i_A^2 \end{array} \right]
 \end{array} \quad (1)$$

$R_m^{S(F,D,Q)}$	Ohmscher Widerstand der m -ten Windung oder Spule,
$M_{ij}^{SS(F,D,Q)}$	Koppelinduktivität zwischen der i -ten und der j -ten Windung (Spule).

Die Indizes der verwendeten Formelgrößen für alle Parameter sind selbsterklärend, wenn man folgende Zuordnung beachtet:

- S für die Ständerwicklung,
- F für die Feldwicklung des Läufers,
- D für die Dämpferwicklung der Läuferlängsachse,
- Q für die Dämpferwicklung der Läuferquerachse.

Die Gleichung (1) ist die mathematische Beschreibung einer elementaren Synchronmaschine mit:

- n Strängen im Ständer,
- k Spulen im Läufer,
- l Dämpferwindungen in der Längsachse (D),
- l Dämpferwindungen in der Querachse (Q).

Die Quellenspannungen O_i^D und O_i^Q drücken aus, dass die Dämpferwicklung des Turbogenerators als eine Kurzschluss-Wicklung betrachtet wird. Abweichend zur Park'schen Theorie wurde bei der Aufstellung der Induktivitätsmatrix (M) angenommen, dass die Feldwicklung und die Dämpferwicklung der Längsachse mit der Dämpferwicklung der Querachse magnetisch gekoppelt sind. Die Begründung zu dieser Annahme ist in der räumlichen Anordnung dieser Wicklung am Umfang des Läuferbalzens begründet.

Es stellt sich nun die Frage, wie man aus einer solchen «Elementären Maschine» eine reale Maschine zusammenbaut. Um dies zu zeigen, wird nachfolgend die weitere Komprimierung des Modells am konkreten Beispiel eines Turbogenerators mit einem Phasenschluss in der Ständerwicklung durchgeführt (Bild 3). Nach Eintritt des Fehlers wird die Ständerwicklung unsymmetrisch; anstelle von drei Strängen entstehen nun fünf Teilphasen, die unterschiedliche unsymmetrische Ströme $i_1, i_2 \dots i_5$ führen und verschiedene Spannungen $u_1, u_2 \dots u_5$ aufweisen. Dank dem von der elementaren Maschine ausgehenden Aufbau der Spannungsgleichung können sofort zu dem vorliegenden, willkürlich erscheinenden Wicklungsbild die

Spannungsgleichungen für die einzelnen Stränge aufgestellt werden (2). Eine solche Vorgehensweise ist nur unter der Annahme einer linearen Beziehung zwischen der magnetischen In-

Die Windung kann nur einmal in irgendeinem Strang verschaltet werden, dementsprechend ist stets nur ein Element einer Spalte der Matrix (C) mit einem Wert $\neq 0$ besetzt. Somit ist die

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{(C)} \cdot \begin{pmatrix} u_1^S \\ u_2^S \\ u_3^S \\ \vdots \\ u_{29}^S \\ u_{30}^S \end{pmatrix}$$

$$(u) = (C) \cdot (u^S) \quad (2)$$

duktion und der Durchflutung zulässig! Hier bedeuten:

- (u) Matrix der Strangspannungen,
- (u^S) Matrix der Windungsspannungen,
- (C) Strangkoeffizientenmatrix.

Die Strangkoeffizientenmatrix (C) beschreibt, welche Windungen im einzelnen mit welchem Richtungssinn zum jeweiligen Strang verbunden sind.

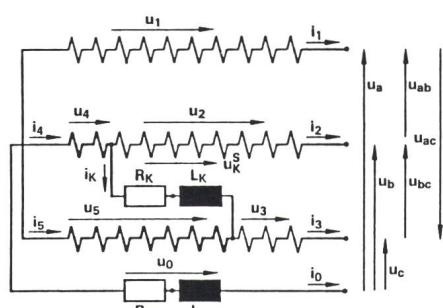


Bild 3 Ständerwicklung eines Turbogenerators mit einem Phasenkurzschluss
 i_K Kurzschlussstrom

Die Elemente dieser Matrix dürfen nur die Werte 0, +1 oder -1 annehmen, und zwar mit der Bedeutung:

- 0 keine Zugehörigkeit der Windung zum Strang,
- +1 Zugehörigkeit zum Strang, positiver Wicklungssinn,
- 1 Zugehörigkeit zum Strang, negativer Wicklungssinn.

Anzahl mit einem Wert $\neq 0$ besetzter Elemente gleich der gesamten Windungszahl. Die Matrix (C) ersetzt bezüglich der physikalischen Wirkung vollständig das übliche Wicklungsschema der Ständerwicklung.

In allgemeiner Darstellung der «Elementaren Maschine» wurde jeder Windung ein Windungsstrom i_k^S zugeordnet. Durch die Zusammenschaltung bestimmter Windungen zum Strang werden alle Windungen eines bestimmten Stranges vom gleichen Strom durchflossen. Somit reduziert sich die Anzahl der Ströme auf die Anzahl der Stränge. Die Zuordnung der Windungsströme i_k^S zu den Strangströmen i_i erfolgt über eine Matrix (C_i), welche aufgrund des symmetrischen Aufbaus der Ständerwicklung eines Turbogenerators zu der Matrix (C) transponiert ist: $(C_i) = (C)_T$. Die Maschine wird erst nach Zusammenschaltung der Stränge vollständig beschrieben. Im symmetrischen Fall (ungehörte Maschine) ist das die übliche Stern-Dreieck-Schaltung, einfach oder parallel, im unsymmetrischen Fall bestimmten Art und Ort der Störung die zu berechnende Schaltung. Für die im Bild 3 gezeigte Schaltung erhält man folgende Abhängigkeiten:

Spannungsgleichungen

$$\begin{pmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_K^S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -u_0 \\ -u_0 \\ -u_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(u_{a,b,c}) = (B) \cdot (u) + (u_K^S) + (u_0) \quad (3)$$

Stromgleichungen

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_d \end{pmatrix} \quad (4)$$

für die Spannungen

$$\begin{pmatrix} u_p^F \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{(F)} \begin{pmatrix} u_1^F \\ u_2^F \\ u_3^F \\ u_4^F \\ u_5^F \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_K^F \\ -u_K^F \end{pmatrix} \quad (5)$$

Sie beschreiben vollständig den an das Netz mit den Strangspannungen u_a, u_b, u_c geschalteten Generator. Die Spannungsabfälle auf dem Kurzschlusszweig und auf der Nulleitung werden hier in den Matrixelementen u_K^F und u_0 berücksichtigt. Die ursprünglich symmetrische Wicklung wird nach Eintritt des Phasenschlusses im Sinne dieser Untersuchung um zwei Stränge vermehrt. Das Strangschaltbild enthält hier vier unabhängige Maschen, für die vier linear unabhängige Gleichungen aufgestellt wurden. Für den Fall eines Windungsschlusses ändert sich die Darstellung nicht, mit der Ausnahme, dass nunmehr die zusätzliche Masche über den strangeigenen Kurzschlusszweig zu führen ist.

Ähnlich wie die Ständerwicklung wird auch die Feldwicklung als eine aus k einzelnen Windungen zusammengesetzte l -strängige Gleichstromwicklung betrachtet (Bild 4). In der Praxis können in einem Läufer Windungsschlüsse innerhalb einer Nut, Kurzschlüsse ganzer Spulen oder doppelte Erdschlüsse auftreten. Der Kurzschluss erfolgt in der Regel über die Impedanz Z_K^F (R_K^F, X_K^F) und lässt einen oder mehrere Kurzschlussstromkreise entstehen. Die Spannungen in den einzelnen Maschen können auch hier als Summe der zugehörigen Windungsspannungen und der Spannungsabfälle auf dem Kurzschlusszweig dargestellt werden. Aus dem Schaltbild der Erregerwicklung nach Bild 4 erhält man:

für die Ströme

$$(i^F) = (F)_t \cdot (i_p^F) \quad (6)$$

Es bedeuten:

- (u_p^F) die Spannung an der Erregerwicklung,
- (u^F) Windungsspannungen,
- (u_K^F) Spannungsabfälle auf dem Kurzschlusszweig,
- (i_p^F) unabhängige Maschenströme,
- (i^F) Windungsströme.

Die Inzidenzmatrix (F) beschreibt das Wicklungsbild der fehlerbehafteten Feldwicklung und entspricht in ihrer Bedeutung der Matrix (C) für die Ständerwicklung.

Für das hier angesprochene Beispiel des Phasenschlusses erhält man vier Gleichungen für den Ständer und eine Gleichung für die Feldwicklung. Die Anzahl der Gleichungen für die Dämpferwicklung bleibt unverändert, da jede Windung einen eigenen, unabhängigen Strom führt. Sie hängt von der Genauigkeit der Dämpfernachbildung ab und kann zwischen zwei (Park'sches Modell) und sechzig variieren. Im Aufbau des Systems ist eine Analogie zu der herkömmlichen Beschreibung der Maschine zu erkennen. Danach stellt der erste Summand die transformatorischen und der zweite die rotatorischen Spannungsanteile dar.

Bestimmung der Parameter mit Hilfe der numerischen Feldberechnung

Bei der Erläuterung des Verfahrens wurde davon ausgegangen, dass die Koppelinduktivitäten der Maschine bekannt sind. In den letzten Jahren ist die Entwicklung der numerischen Feldberechnung so weit vorangeschritten, dass es naheliegt, diese Methode zur Ermittlung der Eigen- und Koppelinduktivitäten zu verwenden. Für die

$$\begin{pmatrix} (u_{a,b,c}) \\ (u_p^F) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (T) (M^{SS}) (W) & (T) (M^{SF}) (F)_t & (T) (M^{SD}) & (T) (M^{SO}) \\ (F) (M^{FS}) (W) & (F) (M^{FF}) (F)_t & (F) (M^{FD}) & (F) (M^{FO}) \\ (M^{DS}) (W) & (M^{DF}) (F)_t & (M^{DD}) & (M^{DO}) \\ (M^{QS}) (W) & (M^{QF}) (F)_t & (M^{QD}) & (M^{QO}) \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} (i_{a,b,c}) \\ (i_p^F) \\ (i^D) \\ (i^Q) \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} (T) \left(\frac{d}{dt} (M^{SS}) \right) (W) & (T) \frac{d}{dt} (M^{SF}) (F)_t & (T) \frac{d}{dt} (M^{SD}) & (T) \frac{d}{dt} (M^{SO}) \\ (F) \left(\frac{d}{dt} (M^{FS}) \right) (W) & 0 & 0 & 0 \\ \left(\frac{d}{dt} (M^{DS}) \right) (W) & 0 & 0 & 0 \\ \left(\frac{d}{dt} (M^{QS}) \right) (W) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} (i_{a,b,c}) \\ (i_p^F) \\ (i^D) \\ (i^Q) \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} (T) (R^S) (W) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (F) (R^F) (F)_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R^D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R^Q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} (i_{a,b,c}) \\ (i_p^F) \\ (i^D) \\ (i^Q) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (u_K^S) \\ (u_K^F) \\ (0) \\ (0) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (u_O) \\ (0) \\ (0) \\ (0) \end{pmatrix} \quad (7)$$

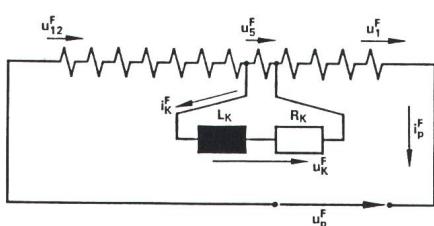


Bild 4 Feldwicklung eines Turbogenerators mit einem Spulenkurzschluss

i_K^F Kurzschlussstrom

Führt man nun die Abhängigkeiten zwischen den Strangspannungen und Windungsspannungen und zwischen den Strang- und Windungsströmen in die Ausgangsgleichung (1) für die «Elementare Maschine» ein, so komprimiert sich diese auf ein System gemäß Gleichung (7).

Berechnungen in dieser Arbeit wurde das Verfahren von Fuchs verwendet [4]. Das hiernach entwickelte Rechenprogramm ermöglicht die Ermittlung des magnetischen Vektorpotentials A in der Maschine nach einem finiten Differenzenverfahren bei vorgegebener Durchflutung. Zur Zeit wird daran

gearbeitet, ein neues Finite-Elementen-Programm (FEMA), das an der ETH Zürich entwickelt wurde, zur Berechnung von Koppelinduktivitäten zu adaptieren [5]. Dieses Programm

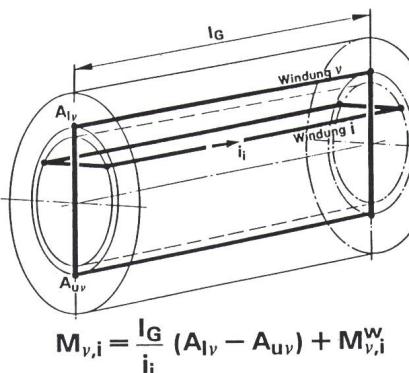


Bild 5 Ermittlung der Koppelinduktivitäten zwischen zwei Windungen aus dem magnetischen Potential

A_{lv}, A_{uv} magnetische Vektorpotentiale

$M_{v,i}^W$ Wickelkopfströmung der v -ten Windung

$M_{v,i}$ Koppelinduktivität zwischen stromführender Windung i und stromloser Windung v

zeichnet sich durch sehr hohe Genauigkeit, grossen Bedienungskomfort und deutlich kürzere Rechenzeiten aus.

Die Idee für die Berechnung der Koppelinduktivitäten zwischen der Windung i , die den Strom führt, und der stromlosen Windung v lässt sich aus der Definition der magnetischen Kopplung von zwei Windungen ableiten (Bild 5). Hiernach gilt, dass die Induktivität M_{iv} der Quotient ist aus dem Koppelfluss Φ_{iv} und dem Strom i_i , der diesen Fluss erzeugt:

$$M_{iv} = \Phi_{iv} / i_i \quad (8)$$

Für die praktische Durchführung der Berechnung lässt sich folgende Vorgehensweise ableiten: Man erregt die i -te Windung in der Maschine mit dem Strom i_i und berechnet die magnetischen Vektorpotentiale A_{lv} und A_{uv} in den Punkten l und u , in denen die Wicklung v liegt. Die Koppelinduktivität errechnet sich dann gemäss Gleichung 8. Da jedoch bei der Erregung der Windung i die Potentiale in allen Punkten des Gittersystems berechnet werden, können aus dieser Feldberechnung alle Kopplungen der i -ten

Windung ermittelt werden. Im Bild 6 ist ein Feldbild der Maschine bei der Erregung des Feldes durch eine Ständerwindung dargestellt. Um alle Kopplungen zu ermitteln, muss dieser Vorgang für jede Windung wiederholt werden. Der hierfür notwendige Aufwand ist gross, die Vorgehensweise lässt sich jedoch relativ leicht formalisieren und programmieren.

Die Induktivitäten M_{iv} wurden zuerst nur für eine bestimmte Lage des Läufers gegenüber dem Ständer errechnet, während zur Analyse der Eigenschaften der Maschine noch die Funktionen der Koppelinduktivitäten

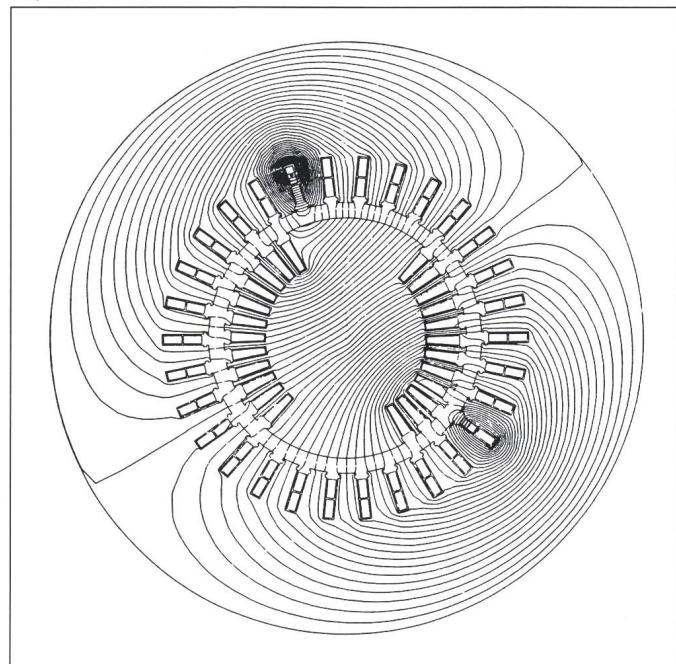
$$M^{SS}(\varphi), M^{FS}(\varphi), M^{SD}(\varphi), M^{SQ}(\varphi)$$

benötigt werden. Um diese Funktionen aufzustellen, mussten die Berech-

zungen Kurven der Fourier-Analyse unterworfen und anschliessend analytisch beschrieben werden. Nach der Fourier-Synthese erhält man dann steigende, differenzierbare Kurvenverläufe. Im Bild 7 sind als Beispiel die Funktionen der Koppelinduktivitäten zwischen einer Ständerwindung und sechs verschiedenen Spulen der Läuferwicklung gezeigt. Die Verläufe sind keineswegs Sinusfunktionen, die Unterschiede in der Höhe und Ausbildung der Funktionen sind durch unterschiedliche Ausdehnung der Windungen am Pol und unterschiedliche Winkellage zu der erregenden Ständerwindung bedingt.

Dank dem Einsatz der numerischen Feldberechnung können die Funktionen der Induktivitäten mit Hilfe der Fourier-Reihen nachgebildet und in

Bild 6
Feldbild in einem
Turbogenerator,
erregt durch die
3. Ständerwindung



nungen von $M^{SS} \dots M^{SQ}$ für verschiedene Läuferstellungen durchgeführt werden. Hierfür wurde der Läufer im Bereich von $0 \dots 2\pi$ gedreht, wobei 15 Zwischenpositionen gewählt wurden, um eine ausreichende Anzahl von Stützpunkten für die gesuchte Funktion zu erhalten.

Ergebnisse der Feldberechnungen sind zunächst Treppenfunktionen mit Werten an den errechneten 15 Stützstellen. Da es sich hier um periodische Funktionen handelt, können die ein-

die Ausgangsgleichung eingesetzt werden:

$$\begin{aligned} M_{i,j}(\varphi) &= M_{i,j}^0 + \sum_{\varrho=1}^Q M_{i,j}^\varrho \sin \varrho [\varphi(t) + \delta_{i,j}^\varrho] \\ &= M_{i,j}^0 + \sum_{\varrho=1}^Q M_{i,j}^\varrho [\sin \varrho \varphi(t) \cdot \cos \varrho \delta_{i,j}^\varrho + \\ &\quad + \cos \varrho \varphi(t) \cdot \sin \varrho \delta_{i,j}^\varrho] \end{aligned} \quad (9)$$

Da es sich hier um analytische Funktionen handelt, können auf ihnen die

Operationen zur Komprimierung von Windungsgrößen auf Stranggrößen (Matrizenmultiplikationen) und die Differentiation nach der Zeit durchgeführt werden. Durch die Zerlegung der Fourier-Funktion und Isolation der zeitabhängigen Terme $\sin\varphi$ und $\cos\varphi$ braucht die Komprimierung nur ein-

rotors. Das Gleichungssystem kann daher nur numerisch, mit Hilfe der direkten Integration, gefunden werden.

Alle Lösungen sind Zeitfunktionen der Ströme, aus denen dann die interessierenden abgeleiteten Größen wie z.B. Spannungen oder Verluste berechnet werden können.

Messtechnische Überprüfung des Verfahrens

Zur Verifizierung der Rechenergebnisse sind an einem 220-MVA-Turbogenerator bei Siemens in Mülheim aufwendige Prüffeldmessungen durchgeführt worden (Bild 8). Einige bauart-

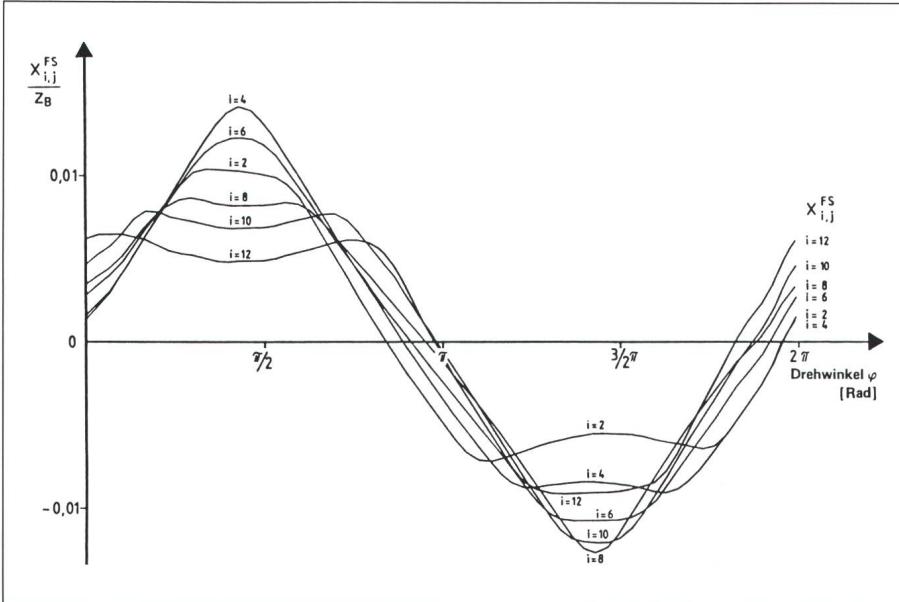


Bild 7 Winkelfunktionen der Koppelreaktanzen der j -ten Ständerwindung mit der i -ten Spule der Feldwicklung

Koppelreaktanzen X_{ij}^{FS} berechnen sich zu $X_{ij}^{FS} = \omega \cdot M_{ij}^{FS}$
 Z_B Nennimpedanz des Generators

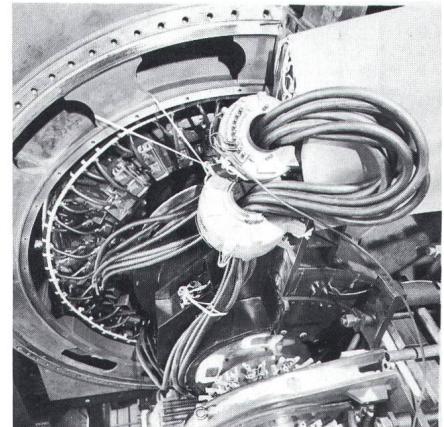


Bild 8 220-MVA-Generator mit eingebautem Phasenkurzschluss

spezifische Merkmale der Maschine, insbesondere die Wasserkühlung der Ständerwicklung, haben die Durchführung der Versuche ermöglicht. Bei der hier realisierten Konstruktion von Wasseranschlüssen werden die Kon-

mal – und zwar zu Beginn der Integration – durchgeführt werden, wodurch sich der Zeitaufwand für die Lösung deutlich reduziert. Diese Eigenschaft wird in der Gleichung (10) am Beispiel der Kopplung zwischen der Ständer- und Feldwicklung demonstriert.

$$(M_{ij}^{SF}) = \sum_{q=1}^Q [\sin q\varphi (M_c^{SFq}) + \cos q\varphi (M_s^{SFq})]$$

mit

$$(M_c^{SFq}) = \cos q\varphi \delta^{SF} \cdot (M_c^{SF})$$

$$(M_s^{SFq}) = \sin q\varphi \delta^{SF} \cdot (M_s^{SF})$$

(10)

Das Endergebnis der Ableitung ist ein Differentialgleichungssystem mit veränderlichen Koeffizienten (11). Die Funktionen $\varphi(t)$ und $\dot{\varphi}(t)$ sind die zeitabhängigen Drehwinkel und die Drehgeschwindigkeit des Generator-

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c} (u_{a,b,c}^S) \\ (u_p^F) \\ (I^D) \\ (I^A) \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cccc} (R^S) & | & (0) & | & (0) & | & (0) \\ (0) & | & (R^F) & | & (0) & | & (0) \\ (0) & | & (0) & | & (R^D) & | & (0) \\ (0) & | & (0) & | & (0) & | & (R^A) \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} (i_{a,b,c}^S) \\ (i_p^F) \\ (I^D) \\ (I^A) \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} (u_K^S) \\ (u_K^F) \\ (0) \\ (0) \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} (u_0) \\ (0) \\ (0) \\ (0) \end{array} \right) + \\ & + \left(\begin{array}{c} \left(\frac{\partial}{\sum_{q=0}^Q} [\cos q\varphi (M_s^{SSq}) + \sin q\varphi (M_c^{SSq})] \right) \\ \left(\frac{\partial}{\sum_{q=1}^Q} [\cos q\varphi (M_s^{SFq}) + \sin q\varphi (M_c^{SFq})] \right) \\ \left(\frac{\partial}{\sum_{q=1}^Q} [\cos q\varphi (M_s^{DFq}) + \sin q\varphi (M_c^{DFq})] \right) \\ \left(\frac{\partial}{\sum_{q=1}^Q} [\cos q\varphi (M_s^{OAq}) + \sin q\varphi (M_c^{OAq})] \right) \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} (M^F) \\ (M^D) \\ (M^O) \\ (M^{FO}) \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} (i_{a,b,c}) \\ (i_p^F) \\ (I^D) \\ (I^A) \end{array} \right) + \\ & + \left(\begin{array}{c} \left(\frac{\partial}{\sum_{q=1}^Q} [\cos q\varphi (M_s^{OSq}) + \sin q\varphi (M_c^{OSq})] \right) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} (M^{OF}) \\ (M^{FO}) \\ (M^O) \\ (M^{FO}) \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} (i_{a,b,c}) \\ (i_p^F) \\ (I^D) \\ (I^A) \end{array} \right) + \\ & + \frac{Q}{\sum_{q=1}^Q} q\dot{\varphi} \left(\begin{array}{c} (-\sin q\varphi (M_s^{SSq}) + \cos q\varphi (M_c^{SSq})) \\ (-\sin q\varphi (M_s^{SFq}) + \cos q\varphi (M_c^{SFq})) \\ (-\sin q\varphi (M_s^{DFq}) + \cos q\varphi (M_c^{DFq})) \\ (-\sin q\varphi (M_s^{OAq}) + \cos q\varphi (M_c^{OAq})) \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} (-\sin q\varphi (M_s^{SSq}) + \cos q\varphi (M_c^{SSq})) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} (i_{a,b,c}) \\ (i_p^F) \\ (I^D) \\ (I^A) \end{array} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

taktverbindungen zwischen den Ständerstäben im Wickelkopf mit Hilfe von zwei Spannplatten, die über vier Spannbolzen miteinander verschraubt sind, hergestellt. Somit konnten an den Windungsenden unter Verwendung der bestehenden Schraubenverbindung Schaltklemmen eingebaut

wurde als Vorzustand der Windungs- und Phasenschlüsse der Leerlauf gefahren. Der Versuchsablauf war während aller vier Messungen gleich: Der Generator wurde zuerst auf die Nendrehzahl hochgefahren und langsam erregt. Nach einigen Minuten wurde durch Schliessen des Schalters der entsprechende Windungs- oder Phasenschluss stossartig eingeleitet. Nach dem Abklingen des Ausgleichsvorganges wurde der Generator entregt und der Stossenschalter wieder geöffnet.

Während des Versuches wurden der Kurzschlussstrom in den fehlerbehafteten Wicklungsteilen i_K , die Strangspannungen u_a , u_b , u_c und die Strangsummenspannung u_Δ gemessen. Die gerechneten Zeitverläufe des Kurzschlussstromes (i_K^{Rech}) stimmten mit den gemessenen (i_K^{Mess}) sowohl in der Amplitude wie auch im Gleichanteil gut überein. Die relative Differenz der maximalen Ströme blieb bei allen vier Fehlern unter 10%, was angesichts der Unsicherheiten bei der Bestimmung von Streureaktanzen als gering erachtet wird. Bemerkenswert ist, dass die Abweichung zwischen den Mess- und Rechenwerten mit höherem Kurzschlussstrom grösser wird. Dieser Einfluss ist offensichtlich Folge der Sättigung der Streureaktanzen im gemessenen Kurzschlusskreis, die in der Rechnung nur annähernd berücksichtigt wurde. Um weitere Aussagen über die Zuverlässigkeit des Verfahrens zu erreichen, wurden für die gleiche Anordnung sechzehn Windungs- und Phasenschlüsse im stationären Zustand gemessen, wobei die Maschine mit 3poligem Dauerkurzschlussstrom belastet wurde.

Beispiele für die Anwendung

Nachdem der Nachweis erbracht wurde, dass die erzielten Ergebnisse für die praktische Anwendung ausreichende Genauigkeit besitzen, wurde das Verfahren zur Untersuchung der Auswirkung von elektrischen Störfällen eingesetzt. Nachfolgend wird anhand von zwei Beispielen die Anwendung des Programms zur Berechnung von inneren Fehlern und Optimierung der Dämpferwicklung demonstriert.

Phasen-Kurzschluss in der Ständerwicklung eines 800-MVA-Generators

Untersucht wurde eine Maschine mit der Ständerwicklung in YY-Schaltung, die nach Kurzschlusseintritt in 8

Teilstränge zerfällt und unter Einsatz der herkömmlichen Methoden besonders schwer zu analysieren wäre. Die errechneten Zeitverläufe der Ständerströme für diesen Fehler zeigt Bild 10. In dem vorliegenden Beispiel stiegen die Ströme in den fehlerbehafteten Strängen auf das 7fache des Nennstromes, während der Strom im Kurzschlusszweig das 14fache erreichte. Die Ströme in den gesunden Strängen sind nicht so stark betroffen, sie erreichten das 2fache des Nennstromes.

Zur Ergründung der Grösse und Verteilung von Ständer- und Dämpferströmen bei verschiedenen Windungs- und Phasenschüssen in der Maschine wurde eine Vielzahl von Varianten durchgerechnet. So wurden z.B. die Lage der fehlerbehafteten Windung und die Anzahl der kurzgeschlossenen Windungen variiert oder die Kombination von Phasenschüssen so ausgesucht, dass sich die gewonnenen Aussagen verallgemeinern lassen.

Optimierung der Dämpferwicklung

Ein grosser Gewinn beim Einsatz des neuen Verfahrens ist die Möglichkeit der Berechnung der Ströme in den einzelnen Stäben der Dämpferwicklung. Sie können als Eingangsgrössen zur Ermittlung der Läuferverluste und der Läufererwärmung im transientes Zustand benutzt werden. Die Ströme weisen von einem Dämpferstab zum anderen unterschiedliche Amplituden auf und sind infolge der räumlichen Verteilung am Umfang des Rotors phasenverschoben. Die Stromverteilung in den Stäben hängt im starken Masse von der konstruktiven Gestaltung des Dämpferkäfigs ab.

Je nach Grösse und Anforderungen durch den Netzbetrieb werden Maschinen mit unterschiedlicher Zahl der Dämpferstäbe im Polbereich ausgeführt:

- mit vollständiger Dämpferwicklung, in diesem Fall mit 6 Stäben,
- mit 4 oder 2 Stäben sowie
- ohne Dämpferstäbe.

Im Bild 11 wurden für den Fall der 3poligen Kurzschlussabschaltung einer symmetrischen Maschine die subtransienten Komponenten der Dämpferströme für die vier vorstehend definierten Dämpferausführungen aufgezeigt. Die Verluste im Bereich der massiven Pole wurden hier vernachlässigt, um das Verständnis der Vorgänge zu erleichtern.

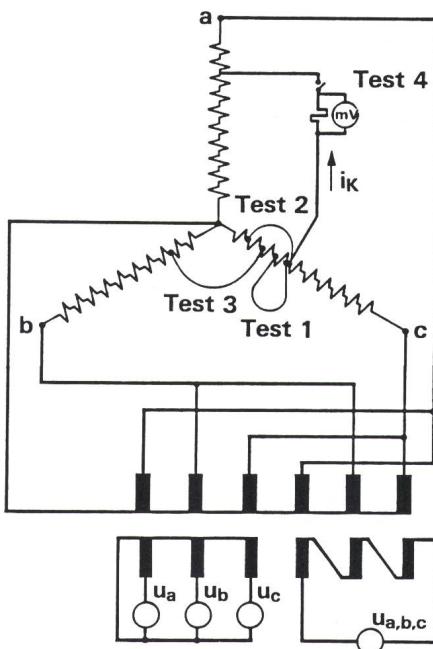


Bild 9 Messanordnung zur Untersuchung von Windungs- und Phasenkurzschlüssen

werden, ohne dass die Isolation der Stäbe beschädigt werden musste. Mit einer Kurzschlussleitung konnte nun jeder nach dem Versuchsprogramm erforderliche Fehler unter Beibehaltung des Wasserkreislaufes geschaltet werden.

Es wurden folgende vier Wicklungsfehler zur Messung ausgesucht (Bild 9):

- Windungsschluss der vierten Windung des Stranges c,
- Windungsschluss der zweiten, dritten und vierten Windung des Stranges c,
- Phasenschluss der ersten zwei Windungen des Stranges b mit den ersten zwei Windungen des Stranges c,
- Phasenschluss der ersten acht Windungen des Stranges a mit den ersten vier Windungen des Stranges c.

Da auf dem Prüffeld der Nennlastzustand nicht simuliert werden konnte,

Modellierung innerer Fehler

Man sieht, dass die Ströme im Polbereich höher sind als im Nutbereich, wobei eine Unsymmetrie gegenüber der Q -Achse der Maschine auftritt. Auf der ablaufenden Kante der Polwicklung sind die Ströme höher, was durch das «Schleppen» und «Abreissen» der Feldlinien bedingt ist. Nimmt man die einzelnen Dämpferstäbe heraus, so steigt die Belastung der verbliebenen Stäbe an. Dies ist verständlich – sie müssen nun die fehlende Gegen-durchflutung aufbringen. Die analoge

miteinander verglichen. Die höchste Wärmebelastung der Dämpferwicklung tritt beim 3poligen Klemmenkurzschluss auf, die Verluste bei der Fehlsynchronisierung sind etwa viermal kleiner. Praktisch verwertbare Ergebnisse konnten erst erzielt werden, nachdem das Dämpfermodell um die Strompfade im Eisen erweitert und die im massiven Eisen anfallenden Verluste in die Verlustbilanz einbezogen worden waren. Mit dieser Untersuchung konnte auch nachgewiesen wer-

Ermittlung der Ströme und der elektrischen Verluste ist der wichtigste Schritt zur vergleichenden Beurteilung denkbarer Störfälle vollzogen worden. Darau aufbauend können die Untersuchungen zur Ermittlung weiterer Folgen eines Wicklungsfehlers vorgenommen werden. In erster Linie interessieren die Erwärmungsvorgänge in den betroffenen Bauelementen, die im Schadensfall durch Isolationsdurchschlag und Eisenbrand zur schnellen Schadensausweitung führen können.

Die wichtigsten Vorteile dieses Verfahrens lassen sich in drei folgenden Punkten zusammenfassen:

- Das neue Berechnungsmodell erlaubt es, die Störfälle in einer unsymmetrischen Maschine zu analysieren; die symmetrische Maschine ist darin ein Sonderfall.
- Durch die volle Formalisierung des Verfahrens lassen sich neue Wicklungsstrukturen mit äußerst geringem Aufwand abbilden, lediglich neue Koeffizienten-Matrizen werden gebraucht.
- Dank des Einsatzes der numerischen Feldberechnung zur Bestimmung der Maschinenparameter entfällt bei der Beschreibung von unsymmetrischen Wicklungskonstellationen die mühsame Ermittlung von maschinen spezifischen Konstanten. Der Carter'sche Faktor, der Wicklungs-Faktor, der Zonen-Faktor u.a. kommen in diesem Modell nicht vor.

Diese Vorteile werden erkauft durch den relativ hohen Aufwand für die Bereitstellung der Parameter der «Elementaren Maschine», so dass dieses

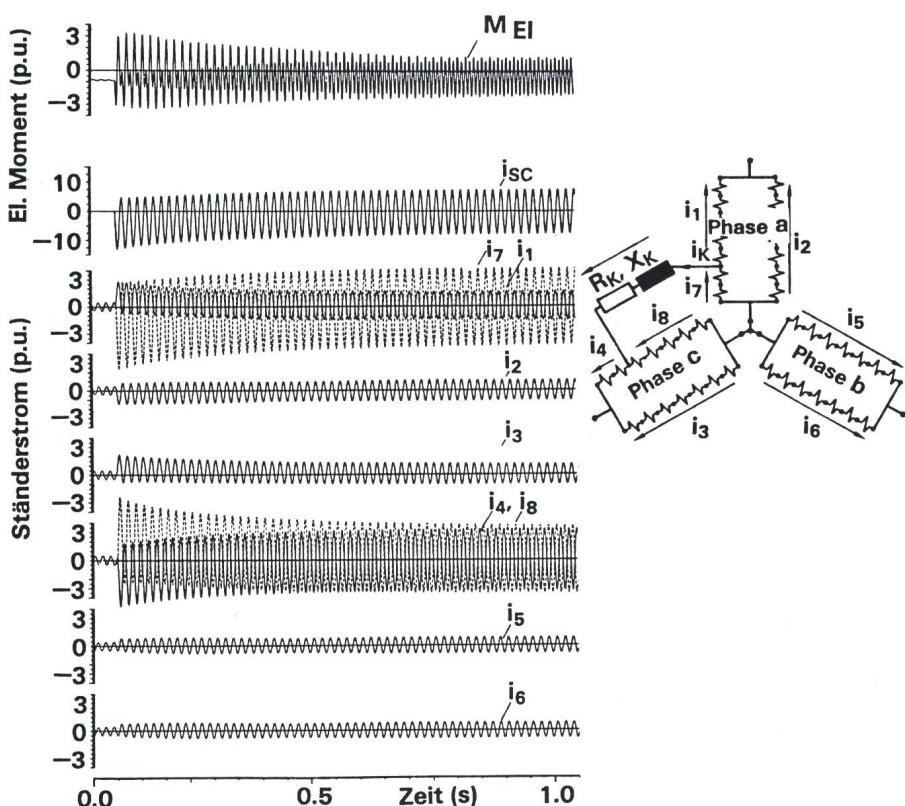


Bild 10 Elektrisches Drehmoment und die Ständerströme während eines Phasenkurzschlusses

Drehmoment ist bezogen auf das Nennscheinmoment des Generators
Ströme sind bezogen auf den Nennstrom des Generators

Aussage gilt für die Verluste in den einzelnen Stäben, die Unterschiede von einer Variante zur anderen sind jedoch wegen der Quadrierung des Stromes grösser.

Im Bild 12 sind die elektrischen Verluste in den Dämpfer-Stäben für die drei wichtigsten Störfälle

- den 3poligen Klemmenkurzschluss,
- die Fehlsynchronisierung mit 180° Fehlwinkel und
- die Abschaltung eines 3poligen kraftwerksnahen Kurzschlusses

den, dass nach Weglassen der Stäbe in der Polmitte nur mit geringfügig höherer Belastung der Nachbarstäbe zu rechnen ist.

Ausblick

Durch das neue Verfahren wurde die praktische Möglichkeit geschaffen, die Auswirkungen von inneren Fehlern in der Ständer- und Läuferwicklung einer elektrischen Maschine schon im voraus zu berechnen. Mit der

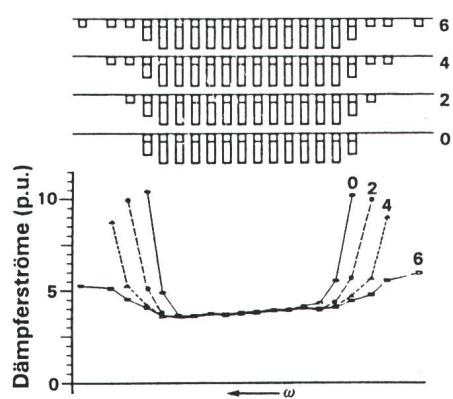


Bild 11 Verteilung der Dämpferströme über den Läuferumfang

Auslegung mit 6, 4, 2 und 0 Dämpferstäben im Polbereich
Störfall: Abschaltung eines 3poligen Netzkurzschlusses
1p.u.: Nennstrom des Generators

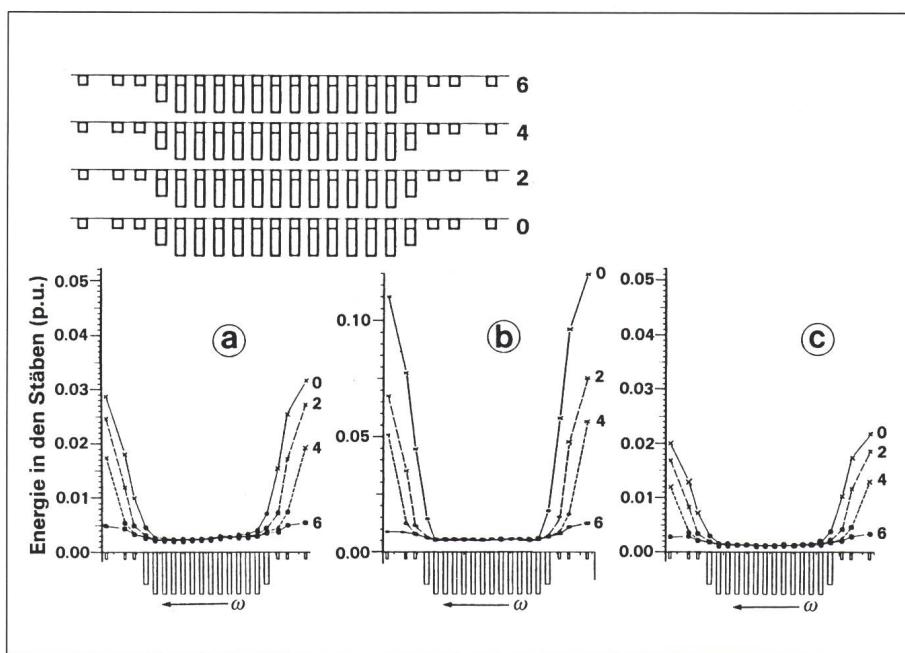


Bild 12 Verteilung der Dämpferstabverluste über den Läuferumfang

Auslegung mit 6, 4, 2 und 0 Dämpferstäben im Polbereich

Störfälle: a Fehlsynchronisierung mit 180°
b 3poliger Klemmenkurzschluss
c Abschaltung eines 3poligen Netzkurzschlusses

1p.u.: Nennleistung eines Stranges über 1 Sekunde

Verfahren vor allem in der Auslegungsphase von neuen Maschinentypen oder bei der Analyse von aufgetretenen Fehlern eingesetzt wird. Eine weitere Verbesserung ist notwendig bei der Erfassung der Sättigung der magnetischen Wege; auf diesem Gebiet wird zur Zeit gearbeitet.

Literatur

- [1] T. S. Kulig: Über die Beeinflussung der Ströme des elektromagnetischen Drehmomentes von Turbogeneratoren durch Windungs- und Phasenschlüsse. Dissertation der Universität Hannover, 1979.
- [2] T. S. Kulig a. o.: A new approach to determine generator winding and damper currents in case of internal and external faults and abnormal operations. Part 2: Analysis. IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, February 1...6, 1987, New Orleans.
- [3] C. Concordia: Synchronous machines. Theory and performance. New York, Wiley/London, Chapman and Hall, 1951.
- [4] E. A. Erdelyi and E. F. Fuchs: Nonlinear magnetic field analysis of DC machines. Part I: Theoretical fundamentals. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems PAS-89(1970)7, p. 1546...1554.
- [5] R. Egli: Über die Entwicklung eines interaktiven Systems zur numerischen Feldberechnung für Arbeitsplatzcomputer. Dissertation Nr. 8318 der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, 1987.