

<b>Zeitschrift:</b>	Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen
<b>Band:</b>	80 (1989)
<b>Heft:</b>	17
<b>Artikel:</b>	Statistische Sicherheit von Messresultaten : Teil 2 : Bestimmung der Messunsicherheiten im elektrischen Kalibrierwesen
<b>Autor:</b>	Feller, U.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-903714">https://doi.org/10.5169/seals-903714</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Statistische Sicherheit von Messresultaten

## Teil 2: Bestimmung der Messunsicherheiten im elektrischen Kalibrierwesen

U. Feller

**Nachdem im ersten Teil die mathematisch-statistischen Grundlagen zusammengestellt worden sind, werden in diesem zweiten und letzten Teil die Begriffe und Definitionen erläutert, die für die Diskussion und Ermittlung der Messunsicherheiten wichtig sind. Zuletzt werden noch einige praktische Aspekte von elektrischen Präzisionsmessungen behandelt.**

**Après avoir résumé dans une première partie les bases mathématiques et statistiques, on explique dans cette deuxième et dernière partie les notions et définitions qui sont importantes pour la discussion et la détermination des incertitudes de mesure. Pour terminer on traite encore quelques aspects pratiques des mesures électriques de précision.**

Der Nachweis eines zuverlässigen Qualitätssicherungssystems in der industriellen Fertigung ist im internationalen Handel oft Voraussetzung für die Vergabe eines Auftrages. Rückgrat jedes Qualitätssicherungssystems ist ein amtlich bescheinigtes Kalibrierwesen.

Ein Element der Kalibrierfähigkeit ist die zuverlässige Ermittlung der Messunsicherheit. Dies ist eine Tätigkeit, die sich nicht auf ein rein mathematisch-statistisches Problem reduzieren lässt. Subjektive Momente und Erfahrungen spielen oft eine wichtige Rolle. Es gibt daher auch kein Patentrezept, das kochbuchartig angewendet werden kann. Genaue Kenntnisse der Begriffe und Methoden erlauben jedoch, die Messunsicherheit experimenteller Anordnungen abzuschätzen und die Zuverlässigkeit dieser Abschätzung zu beurteilen.

Im ersten Teil dieses Aufsatzes wurden die mathematisch-statistischen Grundlagen zusammengestellt. Im nun folgenden zweiten Teil werden zuerst die wichtigsten Begriffe definiert und Vor- und Nachteile der verschiedenen mathematischen Ansätze erläutert. Zuletzt werden einige praktische Aspekte erwähnt, die bei der Durchführung von elektrischen Präzisionsmessungen von Bedeutung sein können.

## Der Schweizerische Kalibrierdienst

Von der Industrie wird in der Entwicklung, Produktion und Kontrolle eine Vielzahl von Messgeräten eingesetzt. Aus Konkurrenzgründen ist die Industrie heute vielfach gezwungen, mit aufwendigen Qualitätssicherungssystemen die Einhaltung der angegebenen Messunsicherheiten nicht nur

zu überwachen, sondern auch jederzeit nachzuweisen. Dies führt zu einem grossen Bedürfnis, Messgeräte kalibrieren zu lassen und über das Ergebnis ein Zertifikat zu erhalten.

Zur Abdeckung dieses Bedürfnisses wurde in Anlehnung an ausländische Kalibrierdienste vom Bundesrat mit der Verordnung über die Kalibrier- und Prüfstellendienste der Schweizerische Kalibrierdienst auf den 1. Juli 1986 ins Leben gerufen. Nach dieser Verordnung kann jedes öffentlich-rechtliche oder privatrechtliche Unternehmen, das sich regelmässig mit dem Messen physikalischer Grössen und mit dem Beurteilen nicht eichpflichtiger Messmittel befasst und über das Messergebnis ein Zeugnis ausstellt, amtlich als Kalibrierstelle anerkannt werden [5]. Der Schweizerische Kalibrierdienst (SCS) gibt die Gewähr, dass eine anerkannte Kalibrierstelle, welche Messeinrichtungen, Messgeräte oder Normale kalibriert, über die metrologische Leistungsfähigkeit verfügt, die notwendigen Messungen mit der geforderten Genauigkeit durchzuführen. Zuständig für die Anerkennung einer Kalibrierstelle ist das Eidgenössische Amt für Messwesen in Wabern, Bern.

Die Anerkennung setzt ein positiv verlaufenes Prüfungsverfahren voraus. Ein Element aus diesem Prüfverfahren bildet die Zusammenstellung der Messunsicherheiten für die physikalischen Grössen, welche gemessen und zertifiziert werden sollen.

Die Ermittlung der Messunsicherheit in einem staatlich anerkannten Kalibrierlabor ist heute keine rein betriebliche, auch keine rein nationale Angelegenheit mehr. Durch den intensiven Gütertausch über die Landesgrenzen hinweg stellt sich die Frage nach der Zuverlässigkeit zertifizierter

### Adresse des Autors

Dr. U. Feller, Dipl. Phys., Eidg. Amt für Messwesen, Sektionschef Elektrizität, Akustik und Zeit, Lindenweg 50, 3084 Wabern.

Messwerte auf internationaler Ebene. Die Western European Calibration Cooperation (WECC) ist das Forum, wo diese Frage im Rahmen der west-europäischen Kalibrierdienste diskutiert wird. Ziel ist die gegenseitige Anerkenntnis der nationalen Zertifikate.

## Begriffe und Definitionen

Für die Diskussion und Ermittlung der Messunsicherheiten ist die Kenntnis der genauen Bedeutung einiger Begriffe unerlässlich. Eine umfassende Zusammenstellung der Begriffe und Definitionen findet sich im «International vocabulary of basic and general terms in metrology», das gemeinsam vom BIPM (Bureau international des poids et mesures), der IEC (International Electrotechnical Commission), der ISO (International Organization for Standardization) und der OIML (Organisation internationale de métrologie légale) 1984 publiziert worden ist [6]. Die Deutschübersetzung dieses original in Englisch geschriebenen Werkes hat das Deutsche Institut für Normung (DIN) vorgenommen (Internationales Wörterbuch der Metrologie, Beuth Verlag, 1984).

Hier werden nur jene Begriffe aufgeführt, die für die weitere Diskussion unerlässlich sind.

**Messunsicherheit:** (engl. Originaltext: uncertainty of measurement) Schätzwert zur Kennzeichnung eines Wertebereiches, innerhalb dessen der wahre Wert der Messgröße liegt.

Anmerkung: Im allgemeinen enthält die Messunsicherheit mehrere Komponenten. Einige dieser Komponenten können aufgrund der statistischen Verteilung der Ergebnisse von Messreihen geschätzt und mittels empirischer Standardabweichungen angegeben werden. Abschätzungen für andere Komponenten können ausschließlich auf Erfahrung oder andere Informationen gegründet werden [6].

**Anmerkung des Autors:** Messunsicherheit ist nach dieser Definition ein sehr allgemeiner Begriff. Im konkreten Fall kann es sich um einen Vertrauensbereich handeln oder um einen Bereich, der aufgrund physikalischer Modellrechnungen ermittelt wurde, er kann auf Erfahrungswerten von Prüfergebnissen einer Produktionskontrolle beruhen oder aus Kombinationen solcher und weiterer Informationen. Im konkreten Beispiel einfach von Messunsicherheit zu sprechen, ist daher ungenügend, eine genaue Angabe dessen, was gemeint ist, notwendig. Eine quantitative Angabe der Messunsicherheit ohne diese Präzisierung sagt nicht viel aus.

**Messabweichung** (Messfehler; engl. Originaltext: error of measurement): Messergebnis minus wahrer Wert der Messgröße.

Anmerkungen:

1. Dieser Begriff bezieht sich gleichermaßen auf
  - den Messwert,
  - das unberichtigte Messergebnis,
  - das berichtigte Messergebnis.
2. Die bekannten Anteile der systematischen Messabweichung können durch Korrekturen kompensiert werden. Die Messabweichung des berichtigten Messergebnisses kann durch die Angabe der Messunsicherheit beschrieben werden [6].

**Zufällige Messabweichung** (Zufälliger Fehler; engl. Originaltext: random error): Komponente der Messabweichung, die im Verlauf einer Anzahl von Messungen derselben Messgröße in einer unvorhersehbaren Weise schwankt.

Anmerkung: Es ist nicht möglich, die zufällige Messabweichung durch eine Berichtigung auszuschalten [6].

**Anmerkung des Autors:** Mathematisch lässt sich ein zufälliger Fehler wie folgt beschreiben: Eine Messapparatur, mit der eine physikalische Größe wiederholt gemessen wird, zeigt im allgemeinen nicht immer den gleichen Wert an: Die Messwerte  $x_i$  streuen um einen Mittelwert  $\bar{x}$ . Nach Gauss wird die Differenz  $x_i - \bar{x}$  als *zufälliger Fehler* bezeichnet [2]. Da dieser Fehler in nicht vorhersehbarer Weise vom Zufall abhängt, ist es nicht möglich, das Resultat um diese Differenz zu korrigieren. Dagegen können zufällige Messabweichungen mit den bekannten statistischen Verfahren untersucht werden.

**Systematische Messabweichung** (Systematischer Fehler; engl. Originaltext: systematic error): Komponente der Messabweichung, die im Verlauf einer Anzahl von Messungen derselben Messgröße konstant bleibt oder sich in einer vorhersehbaren Weise ändert. Anmerkung: Systematische Messabweichungen und ihre Ursachen können bekannt oder unbekannt sein [6].

**Anmerkung des Autors:** Mathematisch lässt sich ein systematischer Fehler wie folgt beschreiben: Der Erwartungswert  $m$  (wahrer Wert) der Messgröße  $x$  kann vom Mittelwert  $\bar{x}$  der Messwerte  $x_i$  unter Umständen abweichen; die Messwerte können einen - z.B. von der Apparatur herrührenden - «systematischen Fehler»  $\bar{x} - m$  besitzen. In der Statistik sagt man in diesem Fall, dass der Mittelwert nicht erwartungstreu sei, sondern Bias (Neigung, Tendenz, Verzerrung auf eine Seite hin) aufweise [2]. Soweit

ein systematischer Fehler berechenbar ist, kann das Resultat damit korrigiert werden. Die mathematische Statistik kann über systematische Fehler keine Aussagen machen. In der Gaußschen Fehlertheorie wird daher vorausgesetzt, dass die Messwerte um den systematischen Anteil der Messabweichung korrigiert sind.

Der Begriff *Fehler* hat nach den oben gegebenen Erläuterungen eine genau bestimmte Bedeutung. In der Messtechnik wird der Begriff oft nicht in diesem Sinne verwendet. Es ist deshalb nicht korrekt, von Messfehlern zu sprechen, wenn damit bloss der Schätzwert des möglichen Fehlers unbekannte Vorzeichen und unbekannter Größe gemeint ist. Anstelle des oft allgemein und falsch verwendeten Begriffs «Messfehler» wird deshalb heute im messtechnischen Sprachgebrauch der mathematisch nicht vorbelastete Begriff «Messunsicherheit» bevorzugt [6].

**Grenzwerte für Messabweichungen:** (maximal zulässiger Fehler; engl. Originaltext: limits of error, maximum permissible errors).

Die durch Spezifikationen, Vorschriften usw. für ein betrachtetes Messgerät zugelassenen Extremwerte einer Messabweichung. Anmerkung (der deutschen Übersetzung): Die Beiträge der Grenzwerte für Messabweichungen werden *Fehlergrenzen* genannt. [6].

**Anmerkung des Autors:** Dieser Begriff wird oft zur Charakterisierung von Messgeräten im industriellen und legalen Messwesen herangezogen. Es hat nur dann einen Sinn, von Grenzwerten einer Messabweichung zu sprechen, wenn diese vom Messgerät, richtige Wartung und Handhabung vorausgesetzt, im Normalfall nicht überschritten werden.

Statistisch lässt sich dieser Begriff am besten anhand der Verteilungsfunktion, respektive ihrer empirischen Darstellung, der auf 1 normierten Summenhäufigkeit, verstehen. Dies sei anhand der Figur 10 erläutert.

Statistisch interpretiert kennzeichnen die Grenzwerte für die Messabweichung im Falle der Figur 10 einen Vertrauensbereich mit einer zugehörigen Vertrauenswahrscheinlichkeit von nahezu 100% (100% gibt es nie!).

$$P(x_u \leq m < x_0) \approx 1. \quad (47)$$

**Kalibrieren:** Unter vorgegebenen Bedingungen die gegenseitige Zuordnung zwischen den ausgegebenen Werten eines Messgerätes oder einer Messeinrichtung ... einerseits und den zugehörigen bekannten Werten einer Messgröße anderseits bestimmen.

Anmerkungen:

1. Das Ergebnis einer Kalibrierung erlaubt die Schätzung der Messabwei-

chungen des Messgerätes oder der Messeinrichtung ...

2. Eine Kalibrierung kann auch andere metrologische Eigenschaften bestimmen.
3. Das Ergebnis einer Kalibrierung kann in einem Dokument festgehalten werden, das oft Kalibrierschein oder Kalibrierbericht genannt wird.
4. Vielfach wird das Ergebnis einer Kalibrierung als Kalibrierfaktor angegeben oder als Folge von Kalibrierfaktoren in Form einer Kalibrierkurve.

*Anmerkung des Autors:* Es ist zu beachten, dass nach dieser Definition unter «Kalibrieren» keine Justier- oder Einstelltätigkeiten am Instrument verstanden werden.

## Spezifische Voraussetzungen im industriellen Kalibrierwesen

Nach diesen einführenden Definitionen sollen kurz die Anforderungen erwähnt werden, die an das industrielle Kalibrierwesen gestellt werden müssen.

Jeder Teilbereich messtechnischer Aktivität hat seine spezifischen Anforderungen, die nicht überall ihre Gültigkeit zu haben brauchen. So sind die Rahmenbedingungen im wissenschaftlichen Messwesen nicht die gleichen wie im industriellen Kalibrierwesen. Als wichtigste Anforderungen ans industrielle Kalibrierwesen sind zu nennen:

- Effizienz,
- Wirtschaftlichkeit,
- Sicherheit.

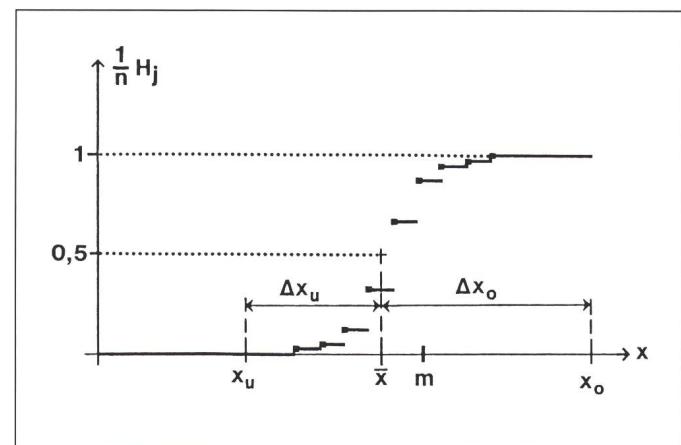
Zur *Effizienz* gehört, dass die zur Kalibration fälligen Messmittel rasch und einfach geprüft werden können und dem Benutzer möglichst bald wieder zur Verfügung stehen. *Wirtschaftlichkeit* bedeutet, dass die Kalibrierung nicht so gut als möglich, sondern nur so gut als notwendig durchzuführen ist. Nur so ist die Qualitätssicherung in der Produktion zu tragbaren Kosten durchführbar, was sich direkt auf die Konkurrenzfähigkeit auswirken kann.

*Sicherheit* bedeutet, dass die spezifizierte Messunsicherheit bei richtiger Wartung und Handhabung des Messgerätes während des ganzen Kalibrierintervales nicht überschritten wird. Die im wissenschaftlichen Bereich häufig angegebenen  $1\sigma$  - Vertrauengrenzen sind deshalb für industrielle Bedürfnisse ungenügend.

Als weitere Eigenheit industrieller Kalibriersysteme ist zu nennen, dass

**Figur 10**  
Statistische Interpretation der Begriffe Fehlergrenze und Grenzwerte für die Messabweichung

$m$  wahrer Wert  
 $\bar{x}$  Mittelwert  
 $\Delta x_u, \Delta x_o$  Grenzwerte für die Messabweichung  
 $|\Delta x_u|, |\Delta x_o|$  Fehlergrenzen  
 $H_j/n$  auf 1 normierte Summenhäufigkeit



sie fast ausschliesslich aus kommerziell erhältlichen Geräten aufgebaut sind. Die einzelnen Unsicherheitskomponenten dieser Geräte sind *nicht* bekannt. Vom Hersteller wird eine Messunsicherheit angegeben, die häufig als Fehlergrenze im Sinne des vorhergehenden Kapitels interpretiert werden darf, und die sowohl zufällige als auch systematische Fehler einschliesst. Gerätespezifikationen sind deshalb für statistische Überlegungen denkbar ungeeignete Größen. Sie beinhalten neben statistischen Daten unter Umständen auch völlig unmathematische Aspekte, wie zum Beispiel die Firmenphilosophie: Ein konservatives Unternehmen gibt Messunsicherheiten an, die weit grösser sind als die effektiven

Messfehler des Gerätes. Im anderen Extremfall spezifiziert ein Hersteller Messunsicherheiten, die im besten Falle während der Garantiezeit knapp eingehalten werden.

Was ist mit solchen Angaben anzufangen?

## Bestimmung der Messunsicherheiten im elektrischen Kalibrierdienst

Wegen des Kriteriums der Sicherheit ist eine Methode anzustreben, die eine statistische Aussage über die Zuverlässigkeit der errechneten Messunsicherheit zulässt. Basierend auf den Erläuterungen im Kapitel «Fortpflanzung der Messunsicherheit» werden im folgenden zwei Möglichkeiten diskutiert, die Messunsicherheiten eines Messsystems abzuschätzen und zu einer Information über die Sicherheit dieser Abschätzung zu gelangen.

Die *Möglichkeit 1* besteht darin, die Beträge der einzelnen Unsicherheitskomponenten gemäss Formel (31) miteinander zu addieren:

$$\Delta x = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \right| \{ \bar{x}_i \} \Delta x_i . \quad (48)$$

Dieses Verfahren führt jedoch nur dann zu einer Aussage über die statistische Sicherheit des Messresultates, wenn alle Summanden eine *vergleichbare Vertrauenswahrscheinlichkeit* von annähernd 100% besitzen. Da aus Erfahrung angenommen werden darf, dass bei richtiger Wartung und Handhabung von elektrischen Präzisionsgeräten die spezifizierten Messunsicherheiten tatsächlich eingehalten werden, kann von der Annahme ausgegangen werden, dass solche Spezifikationen eine Vertrauenswahrscheinlichkeit von über 99% besitzen<sup>5</sup>.

Konkret heisst das, dass im statistischen Mittel über viele Messungen mindestens 99% aller Messwerte die spezifizierte Messunsicherheit nicht überschreiten. Diese Aussage kann, die entsprechende Ausrüstung vorausgesetzt, z.B. anhand der Häufigkeitsverteilung oder der Summenhäufigkeit der Messwerte überprüft werden. Da sich der industrielle Kalibrierdienst auf gut ausgerüstete staatliche Metrologielabors abstützen kann, die ihre Normale auf internationaler Basis vergleichen, ist eine Überprüfung der Gerätespezifikationen in vielen Fällen möglich.

In Messsystemen, in denen neben spezifizierten Unsicherheitskomponenten andere Störungen wie elektromagnetische Einstreuungen oder Thermospannungen auftreten, sind die durch diese Störungen verursachten

<sup>5</sup> Der angegebene Wert von > 99% erscheint etwas willkürlich. Im Messwesen ist es aus verschiedenen Gründen jedoch oft nicht möglich, eine genauere statistische Aussage zu machen.

Unsicherheiten mit der gleichen Vertrauenswahrscheinlichkeit einzusetzen. Das heisst beispielsweise für normalverteilte Störgrössen, dass ein Vertrauensbereich grösser  $\pm 2,57 \sigma$  als Unsicherheitsbeitrag anzunehmen ist.<sup>6</sup> Wegen der Summation der Beträge besitzt die nach (48) bestimmte Messunsicherheit  $\Delta x$  der Kalibriergrösse mit grosser Sicherheit ebenfalls eine Vertrauenswahrscheinlichkeit von mindestens 99%, d.h., im statistischen Mittel wird der wahre Wert  $m$  in mindestens 99% aller Messungen im Intervall

$$\{ \bar{x} \pm \Delta x \}, \quad \Delta x = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \right|_{\{\bar{x}_i\}} \Delta x_i \quad (49)$$

liegen.

Die *Möglichkeit 2*, nämlich die Messunsicherheit eines Messsystems durch Summation der Varianzen nach (39) zu bestimmen,

$$s_x = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial f}{\partial X_i} \right]^2 \left|_{\{\bar{x}_i\}} s_{x_i}^2 \right]} \quad (50)$$

wird durch die Existenz der systematischen Fehler erschwert. In vielen Fällen ist die Wirkungsweise einer systematischen Beeinflussung der Messgrösse wohl bekannt, ihre exakte numerische Berechnung aber nicht möglich. So ist das Auftreten eines Spannungsabfalls in den Verbindungsleitungen unseres Beispiels im Kapitel «Mathematische Beschreibung des Messsystems» physikalisch völlig klar, die Berechnung seiner Grösse aber mangels Kenntnis der Kabel- und Kontaktwiderstände unsicher. Die in der Herleitung des Gauss-schen Fehlerfortpflanzungsgesetzes (39) vorausgesetzte Korrektur der fehlerbehafteten Grössen um den systematischen Fehler erweist sich deshalb in der Praxis oft als ein eher subjektives als mathematisch exaktes Unterfangen.

In neuerer Zeit wird deshalb aus Kreisen der staatlichen Metrologielabors vor allem im Hinblick auf die Bedürfnisse der Basismetrologie folgendes Vorgehen vorgeschlagen [7]:

Die Messunsicherheiten werden in zwei Kategorien eingeteilt: in

- Messunsicherheiten von Typ A, die mittels statistischer Methoden aus den Resultaten einer Reihe wiederholter Messungen berechnet werden, und
  - Messunsicherheiten von Typ B, die mit anderen Mitteln hergeleitet werden.
- Da diese Unterteilung nicht eindeutig ist, wird empfohlen, eine vollständige Liste aller Unsicherheitskomponenten aufzustellen und anzugeben, nach welcher Methode jede einzelne ermittelt wurde.
- Die Messunsicherheiten der Kategorie A sollen durch die geschätzten Varianzen  $s_i^2$  und ihren Freiheitsgrad  $v$  angegeben werden (12b).
  - Die Messunsicherheiten der Kategorie B sollen durch Grössen  $u_i^2$  beschrieben werden, die unbesehen ihrer Herkunft wie Varianzen weiterverwendet werden sollen.
  - Die Gesamtunsicherheit wird nach der Formel (50) berechnet und als Standardabweichung angegeben.
  - Falls zur Erhöhung der statistischen Sicherheit diese Gesamtunsicherheit mit einem Faktor multipliziert werden muss, ist dieser Faktor anzugeben.

Die Messunsicherheit vom Typ A wird aus den zufälligen Fehlern berechnet und bedarf keiner weiteren Erläuterung.

Die Messunsicherheit vom Typ B trägt der Tatsache Rechnung, dass die Korrektur des systematischen Fehlers auf einer Schätzung des Effektes, der Anlass zu einem systematischen Fehler gibt, beruht. Es muss deutlich hervorgehoben werden, dass die Messunsicherheit von Typ B nicht mit dem systematischen Fehler gleichzusetzen ist, sondern mit der Unsicherheit in seiner Ermittlung. Für den systematischen Fehler wird auf irgendeine Weise ein Schätzwert  $\Delta_i$  berechnet und die Unsicherheit  $u_i$  dieses Wertes abgeschätzt. Das Resultat wird um den Schätzwert  $\Delta_i$  korrigiert, die Unsicherheit  $u_i$  dieser Korrektur wie eine Standardabweichung betrachtet. Diese Art der Behandlung des systematischen Fehlers wird gelegentlich als Randomisierung des (übrigbleibenden) systematischen Fehlers bezeichnet.

Dieser Vorschlag zur Berechnung der Messunsicherheit bezweckt ein einheitliches Vorgehen. Da in der wissenschaftlichen Metrologie der Hintergrund einer noch genaueren Messbasis

meist fehlt, ist ein einheitliches Vorgehen in der Beurteilung der Messunsicherheiten Voraussetzung dazu, dass Messresultate überhaupt miteinander verglichen werden können. Dabei darf aber nicht übersehen werden, dass die auf diese Weise berechnete Gesamtunsicherheit keine rein mathematische Grösse ist. In ähnlicher Weise, wie es die Gerätespezifikationen sind, ist auch die Abschätzung des systematischen Fehlers subjektiv gefärbt, und zwar sowohl, was die Korrektur  $\Delta_i$  betrifft, als auch deren Unsicherheit  $u_i$ . Die fehlerbehafteten Einflussgrössen sind deshalb auch nach der Korrektur um den systematischen Anteil keine biasfreien Grössen im statistischen Sinne, sondern widerspiegeln den «Bias», d.h. die Voreingenommenheit, des Experimentators zu seinem Messsystem. Deshalb wird empfohlen [7], zusätzlich zur angegebenen Gesamtunsicherheit die Liste aller Komponenten und ihres Berechnungsganges anzugeben, damit eine objektive Diskussion möglich wird.

In neuester Zeit wurde ein Fehlermodell publiziert, das die Vermischung objektiv und subjektiv abgeschätzter Fehlerkomponenten vermeidet und auf eine etwas grössere, aber statistisch sicherere Messunsicherheit führt [8]. Die Besprechung dieses Fehlermodells würde den Rahmen des vorliegenden Aufsatzes jedoch sprengen.

Im Schweizerischen Kalibrierdienst werden beide Möglichkeiten zur Ermittlung der Messunsicherheit von Kalibriersystemen angewendet. Es ist deshalb angebracht, Vor- und Nachteile beider Verfahren aufzuführen.

Vor- und Nachteile der Möglichkeit 1 sind die folgenden:

- Sie ist mathematisch sehr einfach. Wegen der Linearität von (49) kann die Messunsicherheit ganzer Kalibrierbereiche aus verfügbaren Gerätespezifikationen leicht errechnet werden.
- Gerätespezifikationen können unmittelbar übernommen werden.
- Sofern systematische Fehler genügend klein sind und die Entwicklung (27) ihre Gültigkeit behält, brauchen sie nicht zwingend eliminiert zu werden, solange die angestrebte Messunsicherheit dadurch nicht überschritten wird.
- Das Verfahren ist konservativ und liefert eine hohe Vertrauenswahrscheinlichkeit, also eine hohe statistische Sicherheit.

<sup>6</sup> siehe Kapitel «Mathematische Voraussetzungen»

- Als Nachteil muss die möglicherweise unrealistisch hohe Messunsicherheit angeführt werden, welche für ein System mit vielen Unsicherheitskomponenten resultiert. Für die wissenschaftliche Metrologie ist dieses Verfahren deshalb ungeeignet, da systematische Unterschiede zwischen ähnlichen Experimenten durch die Angabe grosser Messunsicherheiten verdeckt werden können. Kleine, aber neuartige Effekte könnten unbeachtet bleiben.

Dieser Nachteil fällt im elektrischen Kalibrierdienst jedoch kaum ins Gewicht, da die Kalibriersysteme meist aus einigen wenigen kommerziell erhältlichen Geräten aufgebaut sind. Gerätespezifikationen beinhalten bereits eine Zusammenfassung vieler Unsicherheitsbeiträge, so dass nur wenige Angaben zu einer Gesamtunsicherheit zu kombinieren sind. Alles in allem entspricht die Möglichkeit 1 den weiter vorne aufgeführten Kriterien Effizienz, Wirtschaftlichkeit, Sicherheit gut, was wohl der Grund ist, dass dieses Verfahren im industriellen Bereich oft angewandt wird.

Als Vorteile der Möglichkeit 2 sind zu nennen:

- Es resultiert eine Messunsicherheit, die am ehesten einer Standardabweichung entspricht; eine Überschätzung der Messunsicherheit tritt kaum ein.
- Als standardabweichungsähnliche Grösse ist sie für die statistische Datenanalyse am ehesten geeignet. Dies ist von besonderer Bedeutung, wenn die Messunsicherheit eines Experiments als Eingangsgrösse für die Berechnung der Messunsicherheit eines Folgeexperimentes verwendet wird.
- Es ist eine Methode, die sich in staatlichen Metrologielabors durchzusetzen scheint. Dadurch wird eine Einheitlichkeit erzielt, die wünschenswert ist, wenn Messunsicherheiten über Labor- und Landesgrenzen hinweg vergleichbar sein sollen.

Die beiden ersten Vorteile sind vor allem für wissenschaftliche Fragestellungen und die Basismetrologie von Bedeutung. Der dritte Punkt ist auch für Handel und Verkehr von Bedeutung. Als nachteilig, besonders im Hinblick auf das industrielle Kalibrierwesen, erweisen sich folgende Aspekte:

- Das Verfahren ist aufwendiger und mathematisch komplizierter. Falls es nicht zur sinnentleerten Kochbuchregel ausarten soll, ist es zwingend notwendig, alle systematischen Fehler-

komponenten zu korrigieren, was unter Umständen aufwendig ist. Diese Punkte fallen besonders im industriellen Kalibrierwesen ins Gewicht, wo höher geschultes Personal (im Gegensatz zum universitären Bereich) meist nicht in ausreichender Anzahl verfügbar ist. Dem Kriterium der Effizienz genügt das Verfahren deshalb nur bedingt.

- Die Unsicherheitskomponenten von industriellen Kalibriersystemen stehen meist in Form von Gerätespezifikationen zur Verfügung. Auf die Frage, wie aus einer Gerätespezifikation ein  $1\sigma$ -Wert errechnet werden soll, gibt es mehrere Vorschläge. Da Gerätespezifikationen keine rein mathematischen Grössen sind, gibt es jedoch keine im mathematischen Sinne korrekte Lösung. Der im elektrischen Kalibrierdienst der Schweiz eingeschlagene Ausweg aus diesem Dilemma wird weiter unten erläutert.

- Die Gesamtunsicherheit fällt in einer standardabweichungsgünstigen Form an. Die Varianz (Quadrat der Standardabweichung) hat mathematisch interessante Eigenschaften, weshalb sie in der Statistik eine ausgezeichnete Rolle spielt. Für die industrielle Fragestellung ist sie jedoch uninteressant. Hier interessiert vielmehr, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewisse Ereignisse eintreten oder nicht eintreten, was mit der Vertrauenswahrscheinlichkeit angegeben wird. Gelegentlich wird argumentiert, dass beim Vorliegen vieler Unsicherheitskomponenten die Gesamtunsicherheit wegen des zentralen Grenzwertsatzes praktisch normal verteilt sei und eine Vertrauenswahrscheinlichkeit daher auch errechnet werden könne. Unterstützt wird diese Argumentation durch Beispiele, in denen gezeigt wird, dass bereits nach wenigen Summanden praktisch Normalverteilung vorliegt. Abgesehen davon, dass durch Beispiele ein mathematischer Sachverhalt nicht bewiesen wird, ist entgegenzuhalten, dass im elektrischen Kalibrierwesen meist wenige und nicht viele Komponenten vorliegen. Es lassen sich zudem auch Gegenbeispiele angeben, in denen die Summe von Zufallsvariablen keiner Normalverteilung zustrebt.

- Ein weiterer Nachteil ist, dass die Standardabweichung für industrielle Bedürfnisse eine ungenügende statistische Sicherheit bietet. Diesem Umstand trägt der letzte Punkt des Verfahrens Rechnung, in dem die Möglichkeit erwähnt wird, bei Bedarf die ermittelte Gesamtunsicherheit mit einem

Faktor zu multiplizieren. Die Beurteilung der statistischen Sicherheit und die Wahl dieses Faktors sind jedoch auch subjektive Aspekte des Verfahrens.

Aus (50) ist ersichtlich, dass diese Beziehung auch richtig bleibt, falls nicht mit Standardabweichungen, sondern mit Vielfachen davon gerechnet wird. Um eine grössere statistische Sicherheit zu erlangen, wird im elektrischen Kalibrierdienst der Schweiz davon ausgegangen, dass

1. Gerätespezifikationen in etwa einem Vertrauensintervall von  $\pm 2,57 \sigma$  entsprechen,
2. eine Vertrauenswahrscheinlichkeit  $\geq 99\%$  besitzen.

Dadurch ist man des Problems entledigt, aus Gerätespezifikationen eine Standardabweichung ermitteln zu müssen. (Es wäre falsch, daraus abzuleiten, dass die Standardabweichung der 2.57-te Teil der Gerätespezifikation ist. Der Kalibrierwert ist über dem spezifizierten Messunsicherheitsintervall im allgemeinen nicht statistisch verteilt!).

Die beiden oben beschriebenen Verfahren haben den Vorteil, dass sie neben einer reinen Zahl für die Gesamtunsicherheit noch in beschränktem Masse eine Aussage über die statistische Sicherheit zulassen. Die Diskussion der Vor- und Nachteile sollte jedoch klargemacht haben, dass die Ermittlung von Messunsicherheiten nicht auf ein rein mathematisch-statistisches Problem reduziert werden kann. Das mathematisch exakte «Messunsicherheitenmodell» existiert nicht, vieles kann nur in einer subjektiven Abschätzung erfasst werden, in der die praktische Erfahrung des Experimentators eine grosse Rolle spielt. Beide Modelle haben ihre Vor- und Nachteile. Je nach Voraussetzungen und Erwartungen sind diese verschieden zu gewichten. Das allseits befriedigende Verfahren existiert nicht. Nach dem Dafürhalten des Autors entspricht Verfahren 1 den Kriterien des industriellen Kalibrierwesens besser. Anderseits wird Verfahren 2 den Erfordernissen des wissenschaftlichen Messwesens besser gerecht.

Im Schweizerischen Kalibrierdienst werden beide Verfahren angewandt. Mit beiden kann eine Messunsicherheit mit einer hohen statistischen Sicherheit abgeleitet werden. Der Aussagewert der Resultate kann als gleichwertig eingestuft werden. Ein Kalibrierlabor, das sich einmal für ein Verfahren entschieden hat, sollte sich je-

doch an das gewählte Verfahren halten: Eine willkürliche Vermischung wäre der Übersichtlichkeit abträglich.

Damit die Vergleichbarkeit der zertifizierten Messunsicherheiten gewährleistet ist, wird die Angabe aller berücksichtigten Messunsicherheiten und des allenfalls angewandten Sicherheitsfaktors verlangt. Diese Angaben dienen auch als Basis für die gegenseitige Anerkennung der nationalen Kalibrierdienste.

## Praktische Hinweise

Nach der ausführlichen Darlegung der Grundlagen und Konzepte zur Behandlung von Messunsicherheiten könnte fälschlicherweise der Eindruck entstehen, dass diesen theoretischen Aspekten des Kalibrierwesens ein herausragender Stellenwert zukommt.

Es muss daher ganz klar gesagt werden, dass letztlich weder die Methode zur Ermittlung der Messunsicherheit noch die spezifizierten Messunsicherheiten selber für die Qualität des Kalibrierdienstes allein ausschlaggebend sind, sondern ebenso sehr die aufmerksame, richtig und zweckmäßig ausgeführte Kalibriertätigkeit im Labor. Es ist müssig, über Messunsicherheitskonzepte zu philosophieren, wenn durch eine unsorgfältige Verkabelung ein Vielfaches der ausgewiesenen Messunsicherheit als Messfehler erzeugt wird. Die folgende Aufzählung soll einige Aspekte in Erinnerung rufen, die bei elektrischen Präzisionsmessungen zu beachten sind.

## Instrumente:

- **Kalibrationsintervall:** Alterungseinflüsse, Drift, Verstellung durch Vibration usw.
- **Interner und externer Abgleich:** Ge-wisse Geräte müssen täglich abgeglichen werden. Moderne Geräte besitzen zum Teil Autokalibrationsroutinen, mit denen Verstärkerdrift und an-

dere Mängel der Signalaufbereitung detektiert und korrigiert werden können.

- **Temperatureinflüsse:** Abhilfe durch Thermostatisierung im Klimaraum, Klimaschrank oder Ölbad.
- **Feuchtigkeit und Druck:** Einfluss auf Dielektrizitätszahl und Leitfähigkeit von Isolatoren. Abhilfe durch Klimatisierung oder Messung und rechnerische Berücksichtigung.
- **Netzstörungen:** Eine gefilterte, eventuell galvanisch getrennte Speisung ist oft unumgänglich. Eine Batteriespeisung eliminiert Netzstörungen im Gerät vollständig.
- **Elektromagnetische Störungen:** Schirmung durch Metallgehäuse. Magnetisierbare Stahlgehäuse schirmen bei tieferen Frequenzen besser als Al-Gehäuse. Unangenehme Störquellen können auch Computer sein.
- **Rauschen:** Mögliche Rauschquellen sind integrierte Schaltungen, getaktete Netzteile, Choppereingänge, hochohmige Widerstände.
- **Leckströme:** Mögliche Ursachen sind schlechte Isolationsmaterialien, Schmutz, Feuchtigkeit.
- **Erdung:** Einer sauberen Systemerdung kommt in einem Kalibriersystem erstrangige Bedeutung zu.
- **Ein- und Ausgangsimpedanzen** sind vor allem bei Präzisionsteilern zu beachten. Präzisionsteiler dürfen nicht belastet werden, auch nicht durch hochohmige Digtalmultimeter.

## Verbindungen:

- **Kabelwiderstände:** Kurze Kabel mit grossem Leiterquerschnitt reduzieren den Spannungsabfall, ebenso Spannungsquellen mit Vierleiter-Potentialschaltung.
- **Kontakte:** Kontaktmaterialien und Oberflächenbeschaffenheit beeinflussen den Kontaktwiderstand. Vernickelte Kontakte sind in bezug auf Thermospannungen ungünstig.
- **Kabelführung:** Grosse induktive Schleifen sollten vermieden werden,

ebenso das Durchführen empfindlicher Signalleitungen durch den Bereich von Störquellen.

- **Abschirmung:** Auch der Führung der Abschirmung muss zur Vermeidung störender Signaleinkopplungen Beachtung geschenkt werden.
- **Leckströme:** Bei Genauigkeitsansprüchen im ppm-Bereich genügen gewöhnliche Kabelisolatoren im allgemeinen nicht. Silikon- oder teflonisierte Kabel sind vorzuziehen.

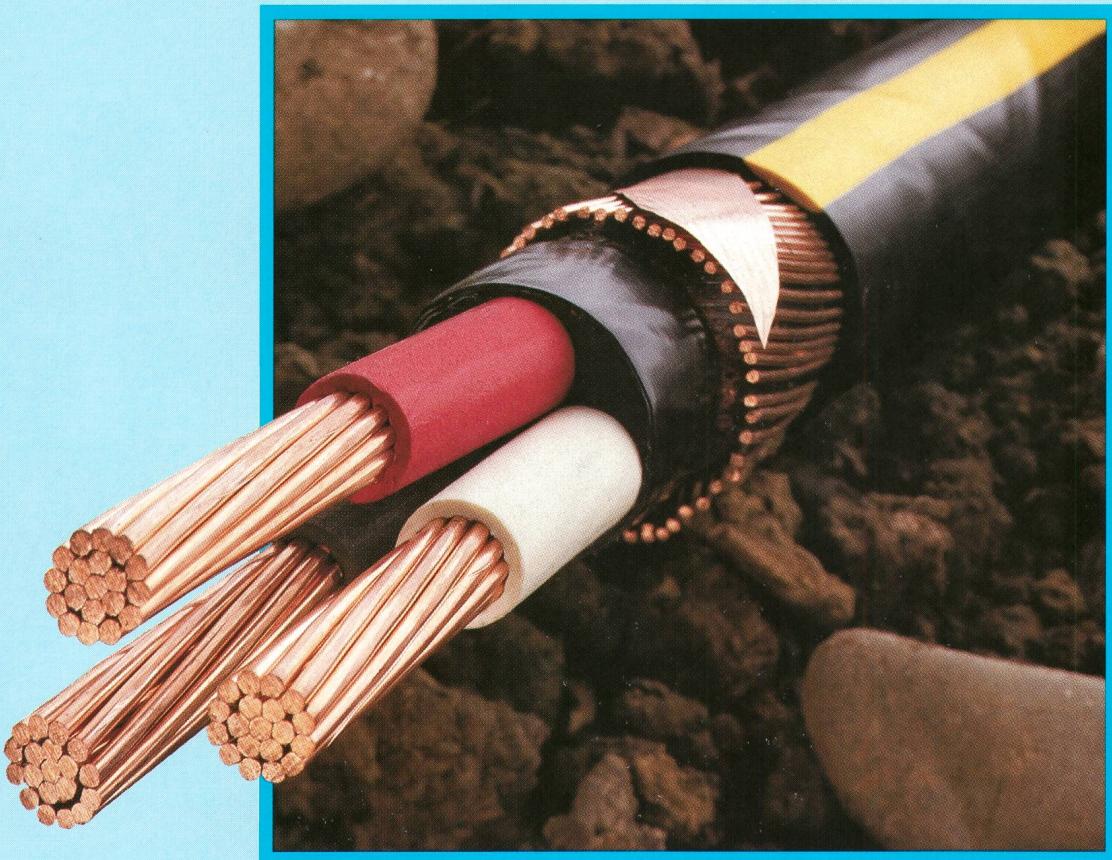
## Menschliche Aspekte:

- **Falsche Ablesung:** Eine Messung ist keine Messung.
- **Falsche Verarbeitung der Daten:** Nachkontrolle, Kontrolle durch zweite Person.
- **Temperaturstrahlung des Körpers:** Ursache von Widerstandsänderungen, Thermospannungen. Abhilfe: Fernbedienung, Automatisierung.

Diese Liste ist sicher nicht vollständig, kann aber bei der Fehlersuche als Checkliste von Nutzen sein. Im elektrischen Kalibrierwesen hat man in den letzten Jahren das Genauigkeitsniveau des Millionstels erreicht. Dies ist ein Niveau, das den unmittelbaren Sinneswahrnehmungen fremd ist. Nur sorgfältige und systematische Arbeitsweise macht diesen Bereich beherrschbar.

## Literatur

- [5] O. Piller: Bedeutung des amtlichen Kalibrierdienstes für die Produktionstechnik. Technische Rundschau 79(1987)39, S. 58...61.
- [6] Vocabulaire international des termes fondamentaux et généraux de métrologie. Genève, Organisation Internationale de Normalisation, 1984.
- [7] K. Kaarls. Report on the meeting of the BIMP working group on the statement of uncertainties. Sèvres, Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), 1981.
- [8] M. Grabe: Principles of «Metrological Statistics». Metrologia 23(1987)4, p. 213...219.



**Dank weicher Isolation eine gute Verarbeitbarkeit**

## **XKT/GKT-** **RADOX-CEANDERKABEL**

Montagefreundlichkeit, hohe Qualität und eine lange Lebensdauer, das sind Anforderungen, die Sie an ein Netzkabel stellen.

Dank dem kleineren Aussen-durchmesser und der weichen Isolation wird die Biegsamkeit des XKT/GKT-RADOX-Ceanderkabels auch bei niedrigen Temperaturen wesentlich gesteigert, ohne dass Weiter-reisswiderstand und Schlitzfestigkeit abnehmen. Die Verträglichkeit mit Vergussmassen sowie die Haftung von Schrumpfteilen sind vorzüglich. Im Bereich der elektronischen

Vernetzung bieten wir das vollständige Sortiment an SUCOFIT-Wärmeschrumpfprodukten.

Wir unterstützen Sie bei der Verlegung durch Montagehilfe und technische Beratung. Verlangen Sie unsere Dokumentation.



**HUBER+SUHNER AG**

**Geschäftsbereich Kabel**

CH-8330 Pfäffikon/ZH CH-9100 Herisau  
■ 01 952 22 11 ■ 071 53 41 11  
■ 827 600 ■ 882 727  
■ FAX 01 952 24 24 ■ FAX 071 53 44 44



DM

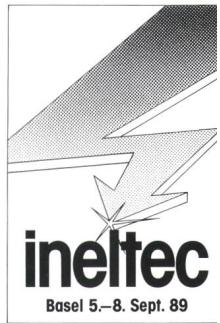
**«Bei HP haben wir die Lösung gefunden. Wir haben Software für die Elektronische Design Automation entwickelt – und haben jetzt perfekte Pläne, bevor wir teure Prototypen bauen.»**

Die Prototypen müssen auch weiterhin überarbeitet werden. Aber die EDA-Lösung (Electronic Design Automation) von HP hilft mit, die Probleme schon im Anfangsstadium schnell und kostengünstig zu beheben.

Als Teil des Design Centers bewältigen die EDA-tools von HP das ganze Spektrum von Digital-, Analog- und Mikrowellensystemen, egal, ob Sie mit ASICs, PCB, Hybridschaltungen oder Mikroprozessoren arbeiten. Vom Entwurf über Simulationen bis zu Plänen und Gehäusedesign liefert die EDA-Lösung alles für den Bau von perfekten Prototypen.

Mit den präzisen Testausrüstungen von HP können Sie nun die Prototypen prüfen und mit den Plänen vergleichen.

# «Wie sollen wir bei all diesen Änderungen an den Prototypen noch rechtzeitig auf den Markt kommen?»



**HEWLETT  
PACKARD**  
Der Partner für Ihre Zukunft

Wir möchten, dass Sie nicht nur mit unseren Produkten zufrieden sind, sondern auch mit uns als Hersteller. Deshalb sind wir immer da, wenn Sie uns brauchen – als Hewlett-Packard, Ihr EDA-Partner.

Wenn Sie vor Ihrer Konkurrenz auf den Markt kommen möchten: Rufen Sie einfach 046/05 15 05 an und verlangen einen kostenlosen EDA «Tool Kit», oder bestellen Sie nähere Unterlagen mittels nebenstehendem Coupon.

«Wir sollten miteinander sprechen ...»

Bitte senden Sie mir Informationen über EDA von Hewlett-Packard.

Firma: \_\_\_\_\_

Name: \_\_\_\_\_

Vorname: \_\_\_\_\_

Funktion, Abteilung: \_\_\_\_\_

Strasse, Nr.: \_\_\_\_\_

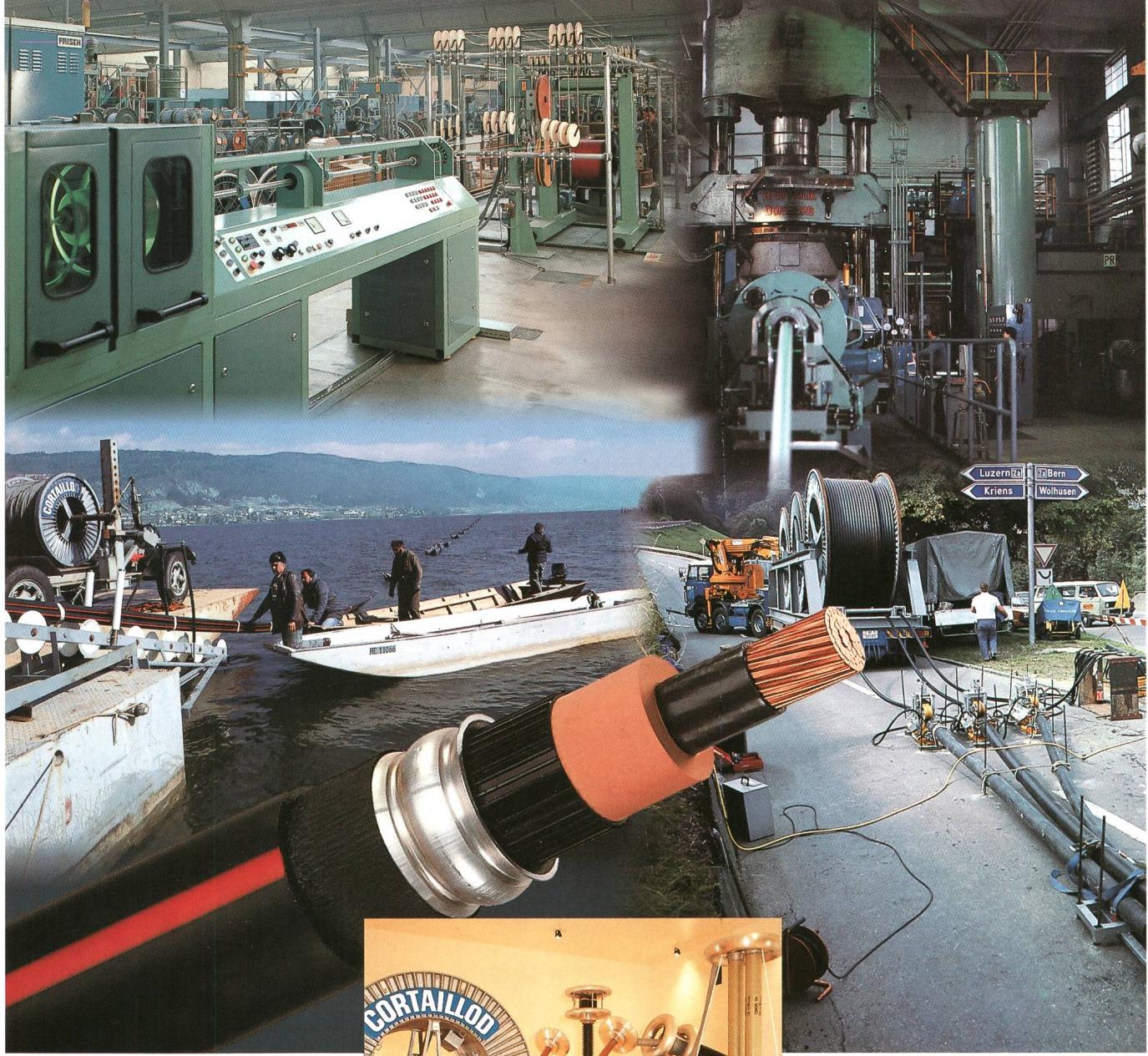
PLZ, Ort: \_\_\_\_\_

Telefon: \_\_\_\_\_

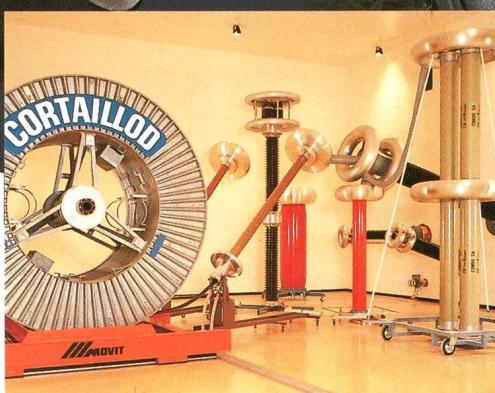
Bitte einsenden an:

Hewlett-Packard (Schweiz) AG, Marketing Communications  
Schwamendingenstrasse 10, 8050 Zürich.

# Das Innere dieses Kabels birgt das Geheimnis seiner Langlebigkeit



Der Unterschied zwischen zwei HS-Kabeln lässt sich weder an ihrem Äusseren noch in einem Schnitt erkennen. Dazu muss man schon das Kabelinnere ins kleinste Detail und vor allem auf seiner ganzen Länge untersuchen. Câbles Cortaillod verlässt sich nicht allein auf äussere Schutzmassnahmen bei der Konzeption und Fabrikation seiner Kabel. Sie investieren verstärkt in Messungen, Versuche und Kontrollen. Mit leistungsstarken Ausrüstungen



Exklusiv bei Câbles Cortaillod:  
Prüflabor für die Teilentladungsmessung an Kabeln bis 480 kV

dotierte Labors und Prüffelder bestimmen die Eigenschaften und Qualität, die für das Betriebsverhalten und die Lebensdauer der Kabel ausschlaggebend sind.

Câbles Cortaillod steht für fortschrittliche Technologie, Dienstleistungen und Sicherheit.



CABLES CORTAILLOD  
ÉNERGIE ET TÉLÉCOMMUNICATIONS

Ineltec, Halle 106, Stand 331

CH-2016 CORTAILLOD/SUISSE  
TÉLÉPHONE 038 / 44 11 22  
TÉLÉFAX 038 / 42 54 43  
TÉLEX 952 899 CABC CH