**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

**Band:** 79 (1988)

**Heft:** 15

**Artikel:** Die Kompensation von Zeichenübersprechen bei digitaler Kommunikation

**Autor:** Ochsner, H.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-904060

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 09.12.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

# Die Kompensation von Zeichenübersprechen bei digitaler Kommunikation

H. Ochsner

***Dieser Aufsatz beleuchtet die digitale Kommunikation über Kanäle, welche ein Zeichenübersprechen bewirken. Zeichenübersprechen tritt beispielsweise bei Kanälen mit Bandbegrenzung oder Mehrwegeausbreitung (z. B. bei mobiler Funkübertragung) auf. Abhilfe schaffen können die in diesem Aufsatz erläuterten Verfahren der linearen Entzerrung, der Entzerrung mit Entscheidungsrückführung (Decision Feedback Equalizing – DFE) und der Maximum Likelihood Sequence Estimation (MLSE) mit Hilfe des Viterbi-Algorithmus (VA).***

***Cet article explique la communication digitale par le biais de canaux qui causent une diaphonie. Une telle diaphonie se manifeste par exemple dans les canaux avec limitation de bande ou propagation multivoie (p. ex. dans la radiotransmission mobile). Des mesures appropriées de compensation expliquées dans cet article sont l'égalisation linéaire, l'égalisation avec rétroaction de décision (Decision Feedback Equalizing – DFE) et la Maximum Likelihood Sequence Estimation (MLSE) à l'aide de l'algorithme de Viterbi.***

**Adresse des Autors**
Dr. *Heinz Ochsner*, Ascom Autophon AG, Ziegelmattstrasse 1-15, 4503 Solothurn.

In naher Zukunft werden digitale Mobiltelefoniesysteme [1] zum Einsatz kommen. Diese werden vermehrt Kanäle benutzen, die mit Zeichenübersprechen behaftet sind. Mit Zeichenübersprechen bezeichnet man einen Effekt, bei dem ein einzelnes zu übertragendes Symbol nicht nur das Signal in seinem eigenen Zeitintervall, sondern auch in mehreren Intervallen vor oder nachher beeinflusst. Die Kompensation dieses Effektes bezeichnet man ganz allgemein als Entzerrung, wobei zu beachten ist, dass ein Übersprechen der erwähnten Art durchaus gewollt und die damit verbundene Entzerrung für die Kommunikation einen Vorteil bringen kann.

Ein Zeichenübersprechen kann grundsätzlich auf zwei Arten entstehen: durch Bandbegrenzung eines Signals und durch Mehrwegeausbreitung. In der Mobilkommunikation treten beide Effekte auf. Eine Bandbegrenzung ist erforderlich, um eine möglichst gute spektrale Ökonomie zu erzielen. Das gegenwärtig in Definition befindliche paneuropäische Mobiltelephoniesystem [1] verwendet dazu beispielsweise das sehr bandbreiteeffiziente Modulationsverfahren GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying) mit einer relativen Bandbreite (BT-Produkt) von 0,3. Daraus ergibt sich ein praktisch zu berücksichtigendes Zeichenübersprechen von etwa 2 Bit beidseits des eigentlichen Intervalls. Eine Mehrwegeausbreitung bewirkt dann ein Zeichenübersprechen, wenn das ausgesendete Signal den Empfänger auf verschiedenen Pfaden mit unterschiedlichen Laufzeiten erreicht. Auch dieser Fall tritt bei Mobilfunk sehr häufig auf, im bereits erwähnten europäischen Netz wird beispielsweise gefordert, dass die Empfänger in der Lage sein müssen, Laufwegdifferenzen bis zu 16 µs zu entzerren. Die Bitdauer beträgt bei diesem System lediglich etwa 3,7 µs. In den folgenden Abschnitten werden die wichtigsten drei in Frage kommenden Entzerrungsmethoden kurz erläutert und miteinander verglichen.

## Übertragungsmodell

Die Figur 1 zeigt das im folgenden diskutierte Übertragungsmodell. Eine Datenquelle liefere $Q$-wertige (d.h. die Werte 0 bis $Q$-1 umfassende) Datensymbole $d[i]$. Diese werden in einem Codierer in $M$-wertige Symbole $b[k]$ umgesetzt ($i$ und $k$ sind Zeitindizes). Die max. mögliche Rate der codierten

$$R=1/T \tag{1}$$

sei dabei kleiner oder gleich der Rate der Quellensymbole. Dieser Codierer könnte beispielsweise einen fehlerschützenden Faltungscode oder aber die für eine bandbreiteeffiziente Modulation erforderliche Vorcodierung enthalten. Der nachfolgende gedächtnislose Modulator[1] bildet die codierten Symbole $b[k]$ derart in Wellenzüge $s^{(m)}(t)$ der Dauer $T$ ab, dass

$$s(t) = s^{(m)}(t-kT)$$

$$kT \leqslant t < (k+1)\,T \tag{2}$$

$$0 \leqslant m < M$$

[1] Man beachte, dass der Modulator nur ein Signal der Dauer $T$, das heisst der Symboldauer des Zeichens $b[k]$ erzeugt. Dies entspricht der heute üblichen Vorstellung der modernen Modulationstheorie, dass es die Aufgabe des Modulationsteilsystems sei, zusammen mit dem Übertragungskanal den bestmöglichen diskreten gedächtnislosen Kanal (Discrete Memoryless Channel - DMC) für das Codierteilsystem zu erzeugen [3]. Jegliche Art der Pulsformung oder Vorcodierung, deren Aufgabe es ist, Zeichenübersprechen zu erzeugen, ist deshalb dem Codierer zugeordnet.

## FSK - Frequency Shift Keying (Frequenzumtastverfahren)

Beim FSK-Verfahren wird die modulierende Binärsequenz auf einen spannungsgesteuerten Oszillator (VCO - Voltage Controlled Oscillator) geführt, welcher beispielsweise für das binäre Zeichen 0 die Frequenz $f_a$ und für das Zeichen 1 die Frequenz $f_b$ erzeugt. Die Differenz $\triangle f = f_b - f_a$ bezeichnet man als *Hub*. Die Modulation lässt sich demnach folgendermassen beschreiben:

$$\begin{aligned} d[k] = 0 \;&\rightarrow\; s(t) = s^{(0)}\,(t-kT) = A \cdot \cos 2\pi f_a t, \quad kT \leq t < (k+1)T, \\ d[k] = 1 \;&\rightarrow\; s(t) = s^{(1)}\,(t-kT) = A \cdot \cos 2\pi f_b t, \quad kT \leq t < (k+1)T. \end{aligned} \tag{f1}$$

Umfasst die Symboldauer $T$ der Datenbits für beide Frequenzen eine ganze Anzahl Perioden, so ist das FSK-Verfahren *orthogonal*, d.h. es gilt:

$$\int_0^T s^{(0)}(t) \cdot s^{(1)}(t)\; dt = 0. \tag{f2}$$

Ist $1/T << f_a, f_b$, so gilt die obige Orthogonalitätsbeziehung mit guter Näherung auch für Frequenzen, die kein ganzzahliges Vielfaches von $1/T$ sind. Die HF-Bandbreite $B_{HF}$ des FSK-Signals liegt in der Grössenordnung von max $(\triangle f, 1/T)$.

## MSK - Minimum Shift Keying

Der kleinstmögliche Frequenzhub, für welchen die Orthogonalitätsbedingung noch eingehalten werden kann, beträgt

$$\triangle f = 1/2\,T \tag{f3}$$

Bei MSK handelt es sich um ein phasenkontinuierliches orthogonales FSK-Verfahren, das die kleinstmögliche HF-Bandbreite besitzt. Es ist zu beachten, dass ein VCO mit einem derart kleinen Hub nur sehr schwierig zu realisieren ist. Deshalb wird in der Fachliteratur normalerweise ein äquivalentes Quadraturverfahren vorgeschlagen.

## GMSK - Gaussian Minimum Shift Keying

Die Bandbreite von MSK wird immer noch massgeblich durch die Tatsache bestimmt, dass das den VCO ansteuernde binäre Rechtecksignal Unstetigkeiten (scharfe Kanten) aufweist. Filtert man dieses Signal vor der Frequenzmodulation, so lässt sich die HF-Bandbreite $B_{HF}$ weiter reduzieren. Beim GMSK-Verfahren geschieht diese Vorverzerrung durch ein Niederfrequenzfilter, welches einen gaussförmigen Frequenzgang mit einer 3-dB-Bandbreite $B$ besitzt. Die Modulation wird dann durch das Produkt $B \cdot T$ bestimmt. Die üblichen Werte für dieses Produkt liegen bei $0{,}25 < BT < 0{,}5$.

Durch die Vorfilterung geht nun aber die Orthogonalität des Signales verloren, ebenso entsteht ein Zeichenübersprechen. Zudem wird mit kleiner werdendem $BT$ die Störfestigkeit immer geringer. Anderseits ist das GSMK-Verfahren nach wie vor ein Modulationsverfahren, welches eine konstante Einhüllende besitzt und sich zudem sowohl kohärent als auch inkohärent demodulieren lässt. Deshalb findet es in vielen Fällen, wo die Bandbreite möglichst klein gehalten werden muss, Anwendung.

**Tabelle I**

Die Wellenzüge $s^{(m)}(t)$ gehören einem Signalraum der Dimension $N \leq M$ an.

Der analoge Übertragungskanal besitze die Stossantwort $g_t(\tau)$, so dass sich für das Ausgangssignal schreiben lässt

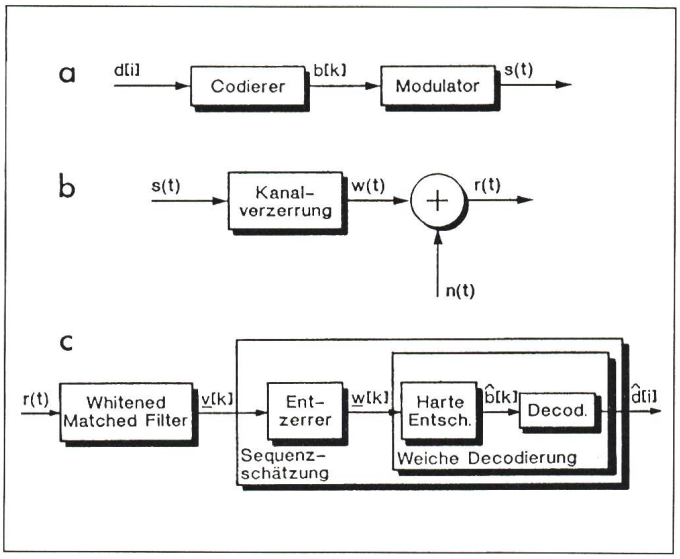
$$w(t) = \int_0^\infty g_t(\tau)\; s\,(t-\tau)\; d\tau \tag{3}$$

Der Index $t$ weist darauf hin, dass sich diese Stossantwort mit der Zeit langsam verändern kann. Ein im Sender möglicherweise vorhandenes, der eigentlichen Modulation folgendes analoges Ausgangsfilter wäre ebenfalls in $g_t(\tau)$ eingeschlossen. Additives weisses Gaussrauschen (AWGN) $n(t)$ mit der zweiseitigen Leistungsdichte $N_0/2$ beeinträchtigt das Signal $w(t)$. Beide zusammen ergeben das Empfangssignal $r(t)$.

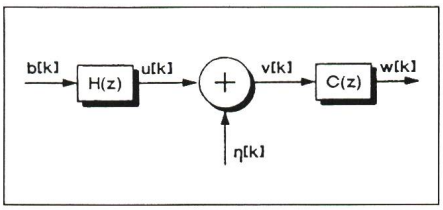
Am Eingang des Empfängers (Fig. 1) befindet sich ein sogenanntes *Whitened Matched Filter (WMF)*. Es bestimmt aus dem empfangenen analogen Signal für jeden Zeitpunkt $k$ einen Satz von $N$ Werten, welche als Vektor $\boldsymbol{v}[k]$ dargestellt werden. Das WMF besteht einerseits aus einem eigentlichen Matched Filter (signalangepasstes Filter), das die Aufgabe hat, die zum Symbol $b[k]$ gehörende Energie in $r(t)$ möglichst in den diskreten Zeitpunkt $k$ zu konzentrieren, um so ein symbolweise maximales Signal-Geräusch-Verhältnis zu erzielen. Zusätzlich wird beim Whitened Matched Filter dafür gesorgt, dass die vom Rauschen $n(t)$ stammenden Anteile in $\boldsymbol{v}[k]$ weiterhin unkorreliert sind. Für weitere Einzelheiten sei wieder auf [2] verwiesen. Einige wichtige Punkte sind jedoch zu beachten:

- Das WMF benötigt neben der Kenntnis der ausgesendeten Wellenzüge $s^{(m)}(t)$ auch eine Schätzung der Kanalstossantwort $g_t(\tau)$. Der Empfänger wird demnach normalerweise eine geeignete Schätzeinrichtung enthalten.
- Das WMF entfernt ein vorhandenes Zeichenübersprechen keineswegs; dieses wird im Gegenteil noch etwas verbreitert. Die Aufgabe des signalangepassten Filters ist die Konzentration der Energie in den diskreten Zeitpunkt $k$, diese Konzentration kann normalerweise aber nicht zu 100% erfolgen.
- In den weitaus häufigsten Fällen modulieren die Symbole $b[k]$ sinusförmige Trägerfrequenzen. In diesem Fall beträgt die Dimension des Signalraumes $N = 2$, und der Vektor $\boldsymbol{v}[k]$ wird als komplexe Zahl $\underline{v}[k]$ interpretiert.
- In vielen praktischen (suboptimalen) Fällen wird das WMF vereinfacht implementiert und besteht nur aus einem Phasenschieber (welcher die Trägerregeneration symbolisiert) und einem Abtaster.

Die auf $\boldsymbol{v}[k]$ basierende Entscheidung kann nun in bis zu drei Schritten erfolgen: Die *Entzerrung* liefert die Sequenz $\boldsymbol{w}[k]$, eine anschliessende sogenannte *harte Entscheidung (Hard Decision)* erzeugt die geschätzten codierten Symbole $\hat{b}[k]$. Nach der Decodierung stehen schliesslich die geschätzten Datensymbole $\hat{d}[i]$ zur Verfügung. Wirkt die Decodierung direkt auf die entzerrten Symbole, dann können harte Entscheidung und Decodierung zu einer *weichen Decodierung (Soft Decoding)* zusammengefasst werden; mit einer derartigen Anordnung können zusätzliche 2 bis 3 dB an Störresistenz gewonnen werden [3]. Moderne Algorithmen, welche auf dem Viterbi-Algorithmus basieren, bilden eine Sequenzschätzung aufgrund der nicht entzerrten Symbole und liefern die gewünschten decodierten Schätzungen $\hat{d}[i]$.




**Figur 1**
**Übertragungsmodell**
a Sender
b Übertragungskanal
c Empfänger




**Figur 3 Lineare Entzerrung**
Die lineare Entzerrerfunktion $C(z)$....

In der Figur 1 kann nun die Kette, beginnend mit dem Modulator, über Kanal, additives Rauschen bis zum Whitened Matched Filter in ein äquivalentes zeitdiskretes Model des Kanals mit Zeichenübersprechen und additivem Gaussrauschen zusammengefasst werden. Der Einfachheit halber sei nun sinusförmige Amplitudenmodulation angenommen, so dass ganzzahlige (skalare) Eingangssymbole $b[k] \in \{0,1,...,M-1\}$ sowie komplexe Ausgangsgrössen $\underline{v}[k]$ resultieren. Der resultierende lineare zeitdiskrete Kanal[2] (Fig. 2) kann nun angeschrieben werden als

$$\underline{v}[k] = \sum_{n=0} \underline{h}_n b[k-n] + \eta[k] \qquad (4)$$

Falls sämtliche Teilblöcke der Übertragungskette bekannt sind, können die Ersatzkoeffizienten $\underline{h}_n$ genau bestimmt werden. Im allgemeinen ist der physikalische Kanal aber unbekannt, weshalb die $\underline{h}_n$ entweder Zufallsvariablen oder dann langsam variierende Zufallsprozesse darstellen.

## Entzerrer

Unter einem Entzerrer (Equalizer) versteht man eine signalverarbeitende Einrichtung (oder auch bloss einen Algorithmus), welche ausschliesslich die Kompensation des Zeichenübersprechens zur Aufgabe hat. Die (äquivalente) empfangene Sequenz $\underline{v}[k]$ soll dabei derart verarbeitet werden, dass das Ausgangssignal $\underline{w}[k]$ abgesehen von einer möglichen Skalierung der ursprünglich gesendeten Sequenz $b[k]$ möglichst gut entspricht. Im folgenden werden drei verschiedene Entzerrertypen näher beschrieben. Eine etwas eingehendere Darstellung findet man in [2].

### 1. Lineare Entzerrer

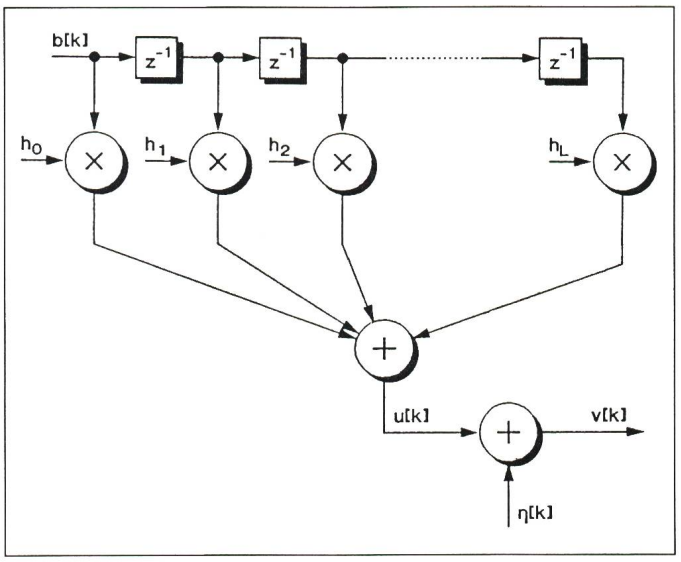
Im einfachsten Fall besteht der Entzerrer lediglich aus einem linearen Filter (Fig. 3)

$$\underline{w}[k] = \sum_{j=-K}^{K} \underline{c}_j \underline{v}[k-j] \qquad (5)$$

wobei die Grössen $\underline{c}_j$ die $(2K+1)$ komplexen Abgriffe eines Transversalfilters sind, die nach einem gewissen Kriterium zu bestimmen sind. Ideal wäre natürlich die Minimierung der Fehlerwahrscheinlichkeit der decodierten Symbole $\hat{d}[i]$. Da diese Wahrscheinlichkeit jedoch eine stark nichtlineare und häufig sogar unbekannte Funktion der Koeffizienten $\underline{c}_j$ ist, fällt sie als Kriterium aus. Um ein einfacheres Kriterium zu finden, sei nun $\underline{w}[k]$ als Funktion der Eingangssymbole $b[k]$ und des äquivalenten diskreten Rauschens $\eta[k]$ angeschrieben, wobei für das Transversalfilter eine unendlich grosse Anzahl Abgriffe angenommen wird:

$$\underline{w}[k] = \underline{q}_0 b[k] + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq k}}^{\infty} \underline{q}_{k-n} b[n] + \sum_{j=-\infty}^{\infty} \underline{c}_j \eta[k-j] \qquad (6)$$

**Figur 2**
**Das zeitdiskrete Ersatzmodell**




[2] Im allgemeinen ist das äquivalente zeitdiskrete Modell wegen der möglicherweise nichtlinearen Modulation und Demodulation ebenfalls nichtlinear. Die Entzerrungsmethoden, die in diesem Aufsatz vorgestellt werden, können auch auf diese Fälle angewendet werden.

Die komplexe Sequenz $\{\underline{q}_n\}$ entsteht durch zeitdiskrete Faltung aus den Impulsantworten des Kanals und des Entzerrers:

$$\underline{q} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \underline{c}_j \underline{h}_{n-j} \qquad (7)$$

Offenbar entspricht der erste Summand in der Gleichung (6) dem gewünschten Datensymbol, gefolgt vom verbleibenden Zeichenübersprechen. Der letzte Term entspricht dem (nicht mehr weissen) Rauschen im Ausgangssignal des Entzerrers.

*Spitzenverzerrung:* Der maximal mögliche Wert des zweiten Summanden in der (6), wird als Spitzenverzerrung (Peak Distortion) $D$ bezeichnet. Er berechnet sich aus

$$D = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq k}}^{\infty} |\, \underline{q}_n \,| = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq k}}^{\infty} \Big|\, \sum_{j=-\infty}^{\infty} \underline{c}_j \underline{h}_{n-j} \,\Big| \qquad (8)$$

Im Falle nichtbinärer $b[k]$ müsste (8) noch um eine Normalisierungsgrösse erweitert werden. Man kann nun zeigen, dass $D$ den Wert 0 erreichen kann, falls die Übertragungsfunktion des Entzerrers folgendermassen gewählt wird:

$$C(z) = \frac{1}{H(z)} \qquad (9a)$$

Hier bezeichnen $C(z)$ und $H(z)$ die $z$-Transformierten der Sequenzen $\{\underline{c}_j\}$ und $\{\underline{h}_n\}$. Diesen Entzerrer bezeichnet man auch als Zero-Forcing-Equalizer. Er wird normalerweise als adaptiver Entzerrer realisiert.

Ein wesentlicher Nachteil dieser Methode wird offensichtlich, wenn man den Zero-Forcing-Algorithmus im Frequenzbereich untersucht. Hier gilt nämlich

$$C(j\omega) = \frac{1}{H(j\omega)} \qquad (9b)$$

Sollte der Frequenzgang $H(j\omega)$ des Kanals bei einer gewissen Frequenz einen starken Einbruch erleiden, so wird $C(j\omega)$ bei dieser Frequenz sehr gross. Dies wirkt sich nun aber auch auf das Rauschen aus; den Vorteil der vollständig kompensierten Spitzenverzerrung erkauft man sich durch einen erhöhten Rauschpegel.

*Mittleres Fehlerquadrat:* Den eben erwähnten Nachteil kann man vermeiden, wenn man den Einfluss des Zeichenübersprechens und des Rauschens gleichzeitig zu minimalisieren versucht. Dies wird erreicht, indem der Erwartungswert der mittleren Leistung des Fehlersignals $b[k]-\underline{w}[k]$ folgendermassen minimiert wird:

$$E[\,|b[k] - \underline{w}[k]|^2\,] \rightarrow \text{minimal} \qquad (10)$$

Der Faktor $q_0$, welcher in (6) erscheint, wurde hier zu 1 normiert. In diesem Fall findet man die Übertragungsfunktion des Entzerrers zu

$$C(z) = \frac{H^*(z^{-1})}{H(z)\,H^*(z^{-1}) + N_0} \qquad (11)$$

Man kann einfach nachprüfen, dass die Gleichung (11) zur Gleichung (9) des Kriteriums der Spitzenverzerrung wird, falls die Rauschleistungsdichte $N_0$ verschwindet. Auch bei diesem Entzerrer können adaptive Methoden wie etwa der Kalman-Algorithmus zur Anwendung gelangen.

Verwandte, wenn auch eher qualitative Kriterien beziehen sich auf das sogenannte Augendiagramm, d.h. eine Darstellung des entzerrten Signals auf einem Oszilloskop. Auch bei diesen Kriterien steht das Ziel der Rekonstruktion des Signals im Vordergrund.

### 2. Nichtlineare Entzerrer mit Entscheidungsrückführung

Die Entzerrertransferfunktion $C(z)$ in den Gleichungen (9) bzw. (11) enthält eine Polstelle, falls der entsprechende Nenner eine Nullstelle besitzt. Dieser Fall trifft bei Mobilfunk mindestens angenähert häufig zu. Nun ist ein Pol durch ein Transversalfilter mit einer endlichen Anzahl Abgriffen nicht zu realisieren. Um eine möglichst gute Annäherung zu erzielen, muss deren Anzahl zumindest sehr gross sein, insbesondere bei kurzen Kanalstossantworten.

Beim Entzerrer mit Entscheidungsrückführung (Decision Feedback - DFE) verwendet man deshalb einen anderen Ansatz (Fig. 4). Anstelle einer Signalrekonstruktion mittels eines Filters, welches im wesentlichen der Umkehrung der Kanalverzerrung entspricht, wird in diesem Fall versucht, lediglich das Symbolübersprechen zu regenerieren und vom Empfangssignal zu subtrahieren. Diese Regeneration erfolgt durch Filterung mit Hilfe von bereits früher erfolgten, als richtig angenommenen Entscheidungen. Auch hier können sowohl die Kriterien der Spitzenverzerrung als auch des mittleren Fehlerquadrates angesetzt werden. Im allgemeinen enthält der Vorwärtspfad ein zusätzliches Filter, welches bereits einen Teil des Zeichenübersprechens entfernt und eine gewisse Ähnlichkeit mit dem im vorigen Abschnitt erläuterten linearen Entzerrer hat. Offenbar wird für die beiden Filter die Bedingung

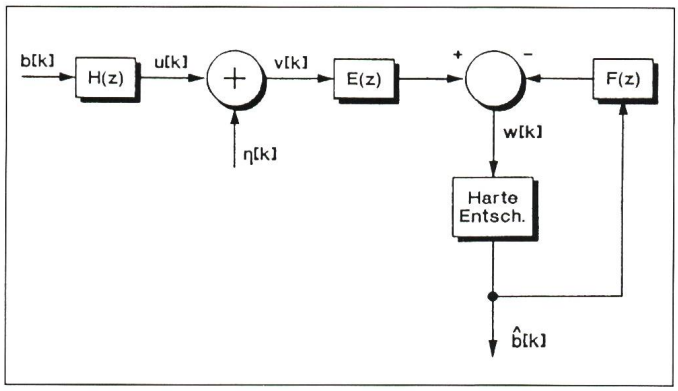
$$F(z) = H(z)\,E(z) - 1 \qquad (12)$$

angestrebt.

Der Hauptnachteil des Entzerrers mit Entscheidungsrückführung ist seine Abhängigkeit von möglicherweise falschen Entscheidungen. Ein einziger Entscheidungsfehler kann dann zu weiteren Fehlern führen. Diese sogenannte Fehlerfortpflanzung bewirkt dann büschelweise auftretende Fehler. Diese sogenannten Büschelfehler sind in Mobilfunksystemen allerdings keine Seltenheit, weshalb gewisse Gegenmassnahmen sowieso getroffen werden müssen. Die Fehlervervielfachung führt jedoch zu einer Verminderung der Störresistenz um mindestens 2 dB. Ausserdem sind Verluste um weitere 2 dB durch die harten Entscheidungen zu verzeichnen. Es zeigt sich auch, dass der Decision Feedback Equalizer insbesondere bei den Mehrwegkanälen der Mobilkommunikation immer noch eine bescheidene Leistungsfähigkeit aufweist, solange die beiden Teilfilter nur eine relativ kleine Anzahl Abgriffe besitzen. Gegenüber dem im nächsten Abschnitt beschriebenen Verfahren, welches die Fehlerwahrscheinlichkeit zu optimieren versucht, weist der DFE ein zwischen 4 und 10 dB schlechteres Verhalten auf.

## Maximum Likelihood Sequence Estimation (MLSE)

Die im vorherigen Abschnitt vorgestellten Entzerrerverfahren sind optimal bezüglich Kriterien, welche die möglichst genaue Rekonstruktion des gesendeten Signals zum Ziel haben. Nun ist es für den Benützer eines Kommunikationssystemes eigentlich unerheblich, ob die Sequenz $\{\underline{w}[k]\}$ möglichst ähnlich der Sequenz $\{b[k]\}$ ist oder nicht (Fig. 1). Er fordert vielmehr eine möglichst fehlerfreie Übertragung




**Figur 4**
**Decision Feedback Equalizer**

## Maximum-Likelihood-Kriterium

Das Maximum-Likelihood-Kriterium entspricht der Maximierung der bedingten Verbundwahrscheinlichkeit $P\,[\underline{v}[k]|b\,[m]]$, d.h. der Wahrscheinlichkeit des Auftretens der tatsächlich empfangenen Sequenz, falls eine vorgegebene Sendesequenz vorliegt. Ist $\{v[k]\}$, wie im vorliegenden Fall wegen des additiven Gaussrauschens, eine gausssche Zeitreihe, so ist dieses Kriterium äquivalent der Minimalisierung der euklidischen Distanz zwischen diesen beiden Sequenzen, d.h.

$$D_m = \sum_{k=1}^{K} |\,\underline{v}\,[k] - u_m\,[k]\,|^2 \qquad \text{(f1)}$$

Eine Auswertung dieser Gleichung ergibt:

$$D_m = \sum_{k=1}^{K} |\underline{v}\,[k]|^2 - 2 \cdot \mathrm{Re}\left\{ \sum_{k=1}^{K} \underline{v}^*[k]\, u_m\,[k] \right\} + \sum_{k=1}^{K} |\,u_m\,[k]|^2 \qquad \text{(f2)}$$

Der erste Summand in dieser Gleichung bezeichnet die Energie des empfangenen Signals und ist demnach gleich für alle $m$. Er braucht nicht berücksichtigt zu werden. Der zweite Term entspricht der Korrelation der beiden Sequenzen, während der letzte Summand die Energie der gefilterten Sequenzen angibt. Dieser ist nur ungefähr gleich für alle $m$ und muss daher mit berücksichtigt werden. Das Ziel des Viterbi-Algorithmus ist also eine Maximierung der Metrik

$$V_m = 2 \cdot \mathrm{Re}\left\{ \sum_{k=1}^{K} \underline{v}^*[k]\, u_m\,[k] \right\} - \sum_{k=1}^{K} |\,u_m\,[k]|^2 \qquad \text{(f3)}$$

**Tabelle II**

seiner Quellsymbole $d[i]$. Die empfangenen $\hat{d}\,[i]$ sollen daher den Quellsymbolen entsprechen; es wird eine möglichst kleine Fehlerwahrscheinlichkeit der decodierten Symbole erwartet.

Eine Minimierung der Fehlerwahrscheinlichkeit scheint allerdings äusserst schwierig zu sein, weil das Übertragungssystem gedächtnisbehaftet ist, und zwar sowohl aufgrund der Codierung als auch des Übertragungsmediums. Wird vorübergehend angenommen, dass keine Vorcodierung zur Anwendung gelangt, so darf der Übertragungskanal nicht mehr als gedächtnislos angenommen werden. Damit aber ist das empfangene Symbol $\underline{v}\,[k]$ nicht nur durch $b\,[k]$, sondern auch durch $b\,[k-1]$ bestimmt. $\underline{v}\,[k-1]$ hängt seinerseits von $b[k-2]$ ab usw. Als einzige Möglichkeit, die Fehlerwahrscheinlichkeit zu minimieren, bleibt daher nur noch eine Betrachtung der gesamten Sequenz $\{\underline{w}\,[k]\}$, $k = 1...\lambda$ mit nachfolgender Schätzung der Sequenz $\{\hat{b}\,b[k]\}$, $k = 1...\lambda$ in ihrer Ganzheit. Dabei kann $\lambda$ natürlich sehr gross oder sogar unendlich werden.

Aus der Detektionstheorie ist bekannt, dass eine minimale Fehlerwahrscheinlichkeit der detektierten Symbole dem *Maximum-Likelihood-Kriterium* entspricht (Tab. I). Dies bedeutet, dass man bei der sogenannten Maximum-Likelihood-Sequenzschätzung (Maximum Likelihood Sequence Estimation - MLSE) als Entscheidung $\{\hat{b}\,[k]\}$ diejenige Sequenz $\{b_m[k]\}$ (aus allen empfängerseitig bekannten Sequenzen) wählt, die bei ungestörtem Kanal diejenige Sequenz $\{u_m[k]\}$ erzeugt, welche mit der tatsächlich empfangenen maximale Korrelation besitzt, bzw. zu dieser möglichst ähnlich ist[3]. Diese Prozedur ist für $1 \leq m \leq 2^\lambda$ verschiedene Sequenzen (der Länge $\lambda$) durchzuführen. Unter der Annahme, dass die Kanalverzerrung bekannt sei oder zumindest zuverlässig geschätzt werden kann, kann man das notwendige Vorgehen skizzieren: Man nehme alle $2^\lambda$ möglichen Sequenzen $\{b_m[k]\}$ und berechne die $2^\lambda$ möglichen Ausgangssequenzen $\{u_m[k]\}$. Jede dieser Sequenzen werde mit der Empfangssequenz $\{\underline{v}[k]\}$ korreliert, wonach $2^\lambda$ komplexe Korrelationswerte $\underline{U}_m$ vorliegen. Man entscheidet sich dann für diejenige Sequenz $\{b_m[k]\}$, welche den maximalen Realteil $\mathrm{Re}\{\underline{U}_m\}$ erzeugt. Der Empfänger muss also $2^\lambda$ signalangepasste Filter enthalten. In einem digitalen Zeitmultiplexsystem wie dem paneuropäischen Mobiltelephonsystem, wo die Daten in Paketen mit $\lambda = 57$ Bit übertragen werden, wären das etwa $2^{57}$ oder $10^{17}$ solcher Filter.

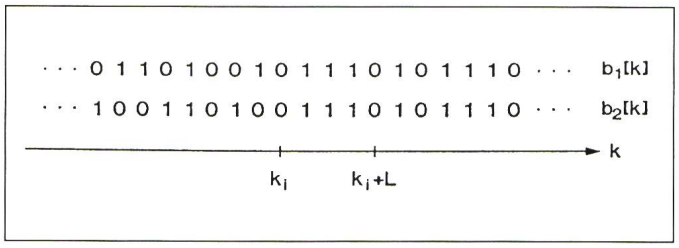
Auf den ersten Blick erscheint dieses Vorgehen jenseits aller technischen und numerischen Möglichkeiten. Unter dem Begriff *Viterbi-Algorithmus (VA)* ist aber ein Verfahren bekannt, welches den optimalen Wert $\underline{U}_m$ mit vernünftigem Aufwand zu bestimmen erlaubt. Zwei Voraussetzungen müssen dabei erfüllt sein: Erstens muss die Gedächtnislänge des Kanals, das heisst $L$ (Fig. 2) endlich und relativ klein sein. Zweitens muss das additive Rauschen weiss sein. Dann kann man

[3] Im Fenster (Tab. II) wird etwas genauer erläutert, wie diese Ähnlichkeit zu verstehen ist: Im allgemeinen ist nicht die Korrelation zu maximieren, sondern eine etwas allgemeinere Grösse, die sogenannte Metrik.

nämlich die Korrelation über Teile der Sequenzen bestimmen und anschliessend die erhaltenen Werte addieren, um die Korrelation der ganzen Sequenzen zu erhalten. Es werden nun zwei Sequenzen $\{b_1[k]\}$ und $\{b_2[k]\}$ betrachtet, welche nach einem bestimmten Zeitpunkt $k_i$ identisch seien (Fig. 5). In diesem Fall sind wegen des begrenzten Gedächtnisses die beiden verzerrten Sequenzen $\{u_1[k]\}$ und $\{u_2[k]\}$ spätestens nach dem Zeitpunkt $k_i+L$ ebenfalls gleich, so dass auch die Teilkorrelationen mit $\{\underline{v}[k]\}$ für die Zeitpunkte mit $k \geqq k_i+L$ identisch werden. Da für die Entscheidung ja nicht sämtliche $\underline{U}_m$, sondern nur der Maximalwert von Interesse ist, kann bereits ein Vorentscheid aufgrund der Teilkorrelationen für $k < k_i+L$ getroffen werden, in dem man diejenige Sequenz $\{b_m[k]\}$ mit kleinerem Wert nicht mehr weiter berücksichtigt und nur noch die sogenannte *überlebende Sequenz* weiter verarbeitet. Der Algorithmus startet also bei $k = 1$ mit der Korrelation. Bei den Zeitpunkten $k > L$ werden von denjenigen Sequenzen, welche in Zukunft das gleiche Ausgangssignal erzeugen werden, nur noch diejenigen mit den maximalen Teilkorrelationen weiterverarbeitet. Man kann nun zeigen, dass zu jedem Zeitpunkt von den insgesamt möglichen $2^\lambda$ Sequenzen nur $2^L$ mitgeführt werden müssen. Beim paneuropäischen Mobiltelephonsystem dürfte eine Entzerrung mit $L = 4$ genügen, so dass lediglich 16 Sequenzen mitgeführt werden müssen.

Zum Viterbi-Algorithmus sind noch einige zusätzliche Bemerkungen notwendig:

- Um die $u_m[k]$ bestimmen zu können, muss die Kanalübertragungsfunktion $H[z]$ bekannt sein. Der Empfänger wird also normalerweise noch eine geeignete Schätzeinrichtung enthalten.
- Der Viterbi-Algorithmus, wie er hier vorgestellt wurde, ist identisch mit demjenigen, der zur Decodierung von Faltungscodes verwendet wird. Der einzige Unterschied besteht darin, dass im vorliegenden Fall im Körper der komplexen Zahlen gerechnet wird, während bei den Faltungscodes ein Galoiskörper als algebraische Struktur zugrunde liegt.
- Weil der Algorithmus für die Kompensation des Zeichenübersprechens und die Decodierung des Faltungscodes derselbe ist, kann er auch dazu verwendet werden, beide Aufgaben gleichzeitig zu erfüllen. In diesem Falle ist allerdings die Gedächtnislänge $L'$ des Codierers und des Kanals zusammen grösser als $L$, demnach wird der Algorithmus auch aufwendiger.



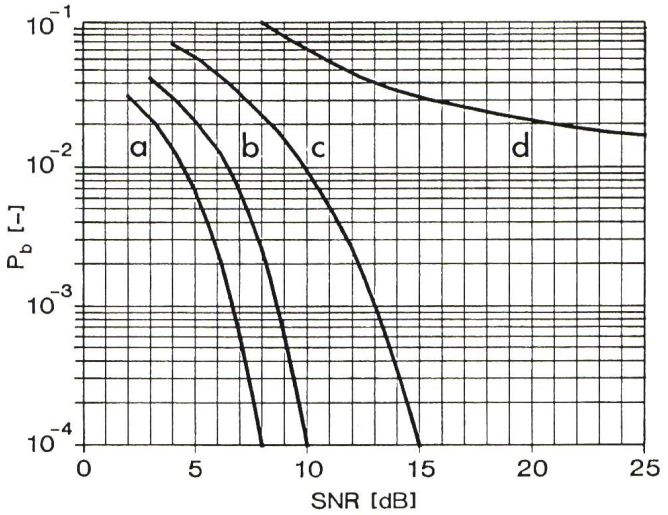

**Figur 5**
**Überlebende Sequenzen**
Ab $k_i$ unterscheiden sich die beiden Sequenzen nicht mehr voneinander.

## Resultate

Die Figur 6 zeigt einen Vergleich der in diesem Aufsatz beschriebenen Kompensationsverfahren. Für die diskrete Kanalübertragungsfunktion wurde

$$H(z) = 0{,}407 + 0{,}815\, z^{-1} + 0{,}407\, z^{-2} \tag{13}$$

angenommen ($L = 2$). Der Kanal besitzt offenbar eine Vor- und einen Nachläufer mit dem halben Pegel des Hauptimpulses. Wie aus den Kurven ersichtlich wird, kann der lineare Entzerrer (d) diesen Fall des Zeichenübersprechens nicht mehr sinnvoll bewältigen, während der Entzerrer mit Entscheidungsrückführung (c) bereits ein brauchbares Resultat liefert. Der optimale Viterbi-Algorithmus (b) hat gegenüber der Übertragung auf einem nichtverzerrenden (aber natürlich rauschbehafteten) Kanal (a) nur noch etwa 2 dB Verlust aufzuweisen. Dieser Verlust kann mit keinem Verfahren mehr verringert werden.




**Figur 6**
**Fehlerverhalten der verschiedenen Methoden**
a Nichtverzerrender Kanal, nur Gaussrauschen
b Maximum Likelihood Sequence Estimation
c Decision Feedback Equalizer (beide Filter 15 Abgriffe)
d Lineares Transversalfilter mit 31 Abgriffen

**Literatur**
[1] *H. Ochsner:* Das paneuropäische Mobiltelephonsystem. Bull. SEV/VSE 79(1988)11, S. 603...608 und 79(1988)15, S. 937...942.
[2] *J.G. Proakis:* Digital Communications. New York, McGraw-Hill, 1984.
[3] *J.L. Massey:* Coding and modulation in digital communications. Proceedings of the International Zurich Seminar on Digital Communications, 12th...15th March 1974; paper E2.