

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

**Band:** 78 (1987)

**Heft:** 19

**Artikel:** Stern-Dreieck-Anlauf von Asynchronmaschinen : eine alte Lösung mit neuen Problemen

**Autor:** Vetter, W. / Reichert, K.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-903923>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 08.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Stern-Dreieck-Anlauf von Asynchronmaschinen

Eine alte Lösung mit neuen Problemen

W. Vetter, K. Reichert

**Die Stern-Dreieck-Umschaltung wird bei Asynchronmaschinen zur Reduktion des Anlaufstromes eingesetzt. Dabei treten aber, verursacht durch elektromagnetische Ausgleichsvorgänge, grosse Stromspitzen auf, welche in schwachen Netzen andere Verbraucher stören können. In diesem Artikel wird das Phänomen der transienten Vorgänge genauer untersucht und Massnahmen zur Verkleinerung der Stromspitzen vorgestellt.**

**La commutation d'étoile en triangle des machines asynchrones sert à réduire le courant de démarrage, ce qui produit toutefois d'importantes pointes de courant dues à des phénomènes transitoires électromagnétiques et risque de perturber d'autres récepteurs d'énergie dans un réseau faible. Dans cet article, les phénomènes transitoires sont examinés avec précision et des dispositions en vue de réduire les pointes de courant sont décrites.**

## 1. Einleitung

In klassischen Lehrbüchern über elektrische Maschinen (z.B. [1]) wird die Stern-Dreieck-Schaltung immer noch als ein bewährtes Mittel zur Verminderung des Anlaufstromes auf einen Drittel empfohlen. Die Reduktion ist jedoch theoretisch nur im quasi-stationären, d.h. eingeschwungenen Zustand festzustellen. In der Praxis werden sowohl beim Einschalten als auch beim Umschalten von der Sternschaltung in den Dreieckbetrieb sehr grosse Ausgleichsströme und Pendelmomente beobachtet. In schwachen Netzen können diese zu beträchtlichen, allerdings nur einige Perioden andauernden Spannungsabsenkungen und Wellenbeanspruchungen führen. Diese Überströme und Pendelmomente haben ihre Ursache in den bekannten elektromagnetischen Ausgleichsvorgängen, welche sich in der Asynchronmaschine und im speisenden Netz abspielen [2].

Das Ziel dieses Beitrags besteht nun darin, die transienten Phänomene der Stern-Dreieck-Umschaltung aufzuzeigen, sie theoretisch zu begründen, Näherungsgleichungen für die Ein-

und Umschaltströme sowie Pendelmomente abzuleiten und Hinweise für die Praxis zu geben, wie diese Ausgleichsvorgänge bekämpft bzw. verkleinert werden können.

## 2. Grundphänomenen

Beim Eintritt einer grossen Störung, z.B. beim Kurzschluss, Ein- oder Umschalten einer Asynchronmaschine kann sich der mit der Rotorwicklung verkettete Haupt- und Streufluss  $\psi_r$  nur stetig ändern, entsprechend der Spannungsgleichung für den Rotorkreis eines Kurzschlussläufermotors (in Raumzeigerkomponenten im Rotorkoordinatensystem):

$$0 = R_r \dot{i}_r + \frac{d\psi_r}{d\tau} \quad (1)$$

Diese «Flusskonstanz» unmittelbar nach dem Eintritt der Störung wird erzwungen durch entsprechende Ströme  $i_r$  und  $i_s$  im Rotor und Stator, so dass der Rotorfluss

$$\psi_r = L_r i_r + L_{sr} i_s = \text{konstant}$$

bleibt. Beim Abschalten einer Asynchronmaschine tritt z.B. im Rotor sprungartig ein Gleichstrom

$$\dot{i}_r = \dot{i}_{r0} + \frac{L_{sr}}{L_r} \dot{i}_{s0}$$

auf, entsprechend dem Zustand ( $i_{r0}$ ,  $i_{s0}$ ) vor dem Abschalten. Dieser Rotorstrom erzeugt einen Rotorfluss  $\psi_r = L_r i_r$  und damit auch eine induzierte Spannung

$$\underline{u}'_s = j\omega L_{sr} \dot{i}_r = j\omega \frac{L_{sr}}{L_r} \psi_r \quad (2)$$

entsprechend der Drehzahl  $\omega$  des Rotors, die auch als transiente innere

### Liste der verwendeten Indices

$x_s$ :	statorseitige Grössen
$x_r$ :	rotorseitige Grössen
$x_Y$ :	Sternbetrieb
$x_\Delta$ :	Dreieckbetrieb
$x_\sigma$ :	Streuung
$x_k$ :	Kurzschluss (Ausnahme: $\omega_k$ = Kreisfrequenz des Bezugskoordinatensystems)
$x'$ :	transiente Grössen
$\hat{x}$ :	Spitzenwerte
$\underline{x}$ :	komplexe Grössen
$\underline{x}^*$ :	konjugiert komplex

### Adresse der Autoren

Dipl. Ing. W. Vetter, Prof. Dr. K. Reichert,  
ETHZ, Institut für El.-Maschinen,  
ETH-Zentrum, 8092 Zürich.

Spannung bezeichnet wird. Der Rotorstrom  $i_r$  klingt mit der Zeitkonstante  $T'_{r0} = L_r/R_r$  des Rotorkreises ab, welche einige Sekunden betragen kann. Beim Kurzschluss einer Asynchronmaschine bleibt der Rotorfluss  $\underline{\psi}_r$  ebenfalls konstant. Für den mit dem Stator verketteten Fluss  $\underline{\psi}_s$  gilt im Rotorkoordinatensystem:

$$0 = \frac{d\underline{\psi}_s}{d\tau} + j\omega_s \underline{\psi}_s \quad (3)$$

Zusammen mit Gleichung (1) ergibt sich

$$0 = jX'_s i_s + j\omega_s \underline{\psi}_{s(0)} - jX'_s i_{s(0)} = jX'_s i_s - \underline{u}'_s \quad (4)$$

Der Kurzschlussstrom  $i_{sk}$  wird daher bestimmt von der transienten Reaktanz

$$X'_s = \omega(L_s - L_{sr}^2/L_r) = \omega L'_s$$

und der transienten Spannung

$$\underline{u}'_s = \underline{u}_{s(0)} - jX'_s i_{s(0)}$$

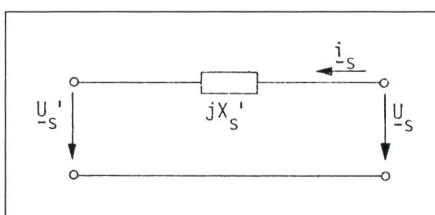
In der Praxis kann die transiente Spannung  $\underline{u}'_s$  beinahe die Klemmenspannung  $\underline{u}_s$  erreichen. Die transiente Reaktanz ist angenähert gleich der Kurzschlussreaktanz  $X_k$  des Motors ( $\approx 0,2 \text{ pu}$ ). Das Ersatzmodell der Asynchronmaschine für transiente Vorgänge und grosse Störungen besteht daher aus einer Spannungsquelle  $\underline{u}'_s$  und einer kleinen transienten Reaktanz  $X'_s$  (Fig. 1). Diese Grössen sind auch bei der Stern-Dreieck-Ein- und Umschaltung wirksam.

Beim Einschalten (im Sternbetrieb) kann der Statorstrom im ungünstigsten Fall den Maximalwert

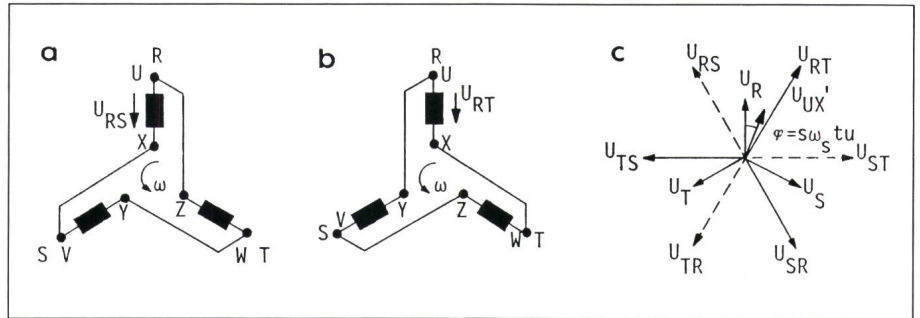
$$\hat{I}_{sY} \leq 2 \frac{\sqrt{2} U}{\sqrt{3} X'_s}$$

erreichen, wenn die Spannung  $U$  angelegt wird.

Beim Umschalten von Stern in Dreieck hat der Motor eine innere



Figur 1 Ersatzmodell für transiente Vorgänge



Figur 2 Stern-Dreieck-Umschaltung auf a) voreilende Spannung und b) nacheilende Spannung

Spannung  $\underline{u}'_s \approx U/\sqrt{3}$ . Die Grösse des Statorstroms  $\hat{I}_{s\Delta}$  hängt von der Spannungsdifferenz ( $\underline{u} - \underline{u}'_s$ ) ab. Diese wird beeinflusst von der Umschaltzeit  $t_u$  und der Schaltungsart. Bei einem endlichen Schlupf  $s$  hat die Spannung  $\underline{u}'_s$  im Wiedereinschaltzeitpunkt eine Phasenverschiebung

$$\varphi = s\omega_s t_u \pm 30^\circ$$

gegenüber der Klemmenspannung, z.B. bei  $s = 5\%$  und  $t_u = 100 \text{ ms}$  ist  $\varphi = 60^\circ$  bzw.  $120^\circ$ .

Die Stränge können bei der Umschaltung verschieden angeschlossen werden: An die voreilende Spannung (Fig. 2a) oder an die nacheilende Spannung (Fig. 2b). Das Umschalten bei voreilender Spannung ist ungünstiger, da sich  $\varphi$  stetig vergrössert.

Bei Phasenopposition  $\varphi = 180^\circ$  tritt der maximale Strom auf:

$$\hat{I}_{s\Delta} \leq 2\sqrt{2} (1 + \sqrt{3}) \frac{U}{X'_s}$$

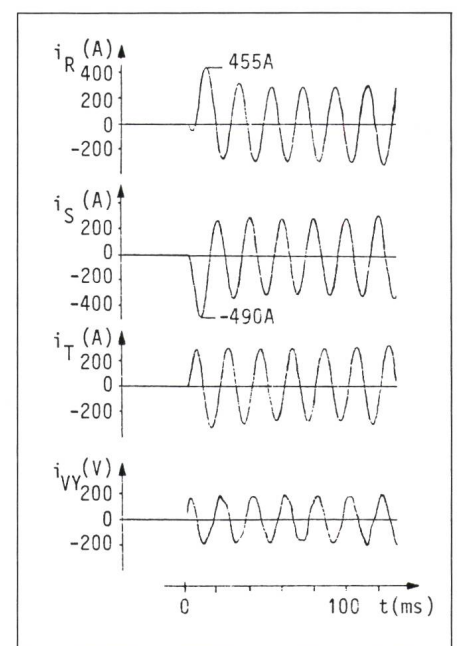
d.h. das 4,7fache des Einschaltstromes bei Sternschaltung bzw. das 20fache des stationären Anlaufstromes. Dieser Stromstoss klingt zwar mit der Zeitkonstante  $T'_s = L'_s/R_s$  ab, die rund 100 ms betragen kann. Er führt aber in einem schwachen Netz doch zu beträchtlichen Spannungsabsenkungen.

### 3. Messungen

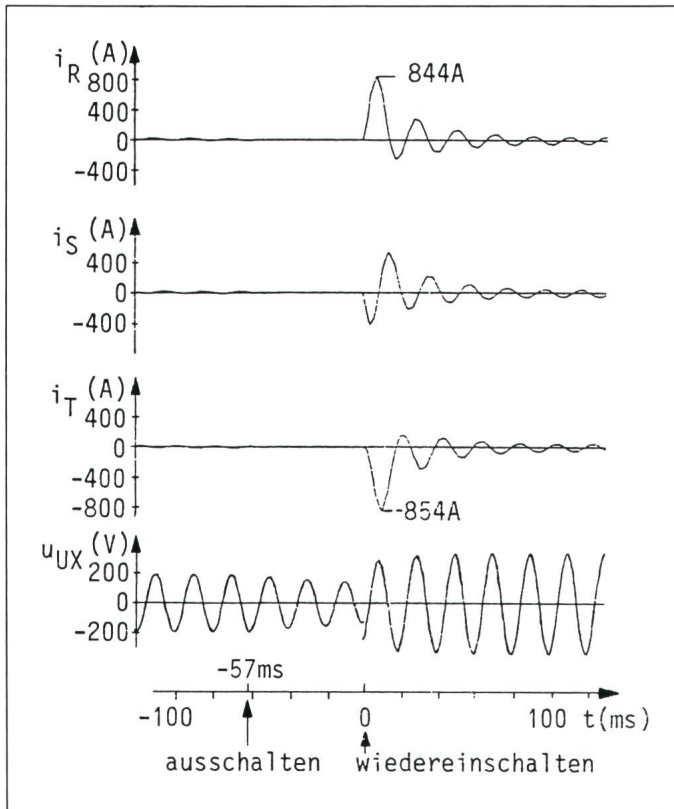
An einer Asynchronmaschine ( $S_N = 70 \text{ kVA}$ ) haben wir die transienten Statorströme gemessen. Beim Einschalten des stillstehenden Motors erhielten wir auf einer Phase eine Stromspitze, die rund das 1,5fache des Kurzschluss-

stromscheitelwertes ist (Fig. 3). An den anderen beiden Phasen sind die Ausgleichsströme wesentlich kleiner.

Schaltet man von Stern- auf Dreieck-Betrieb um, so treten wesentlich grössere Stromspitzen auf (Fig. 4). Sie haben etwa den 3fachen Wert des Kurzschlussstromes in Sternbetrieb angenommen, für den das Netz in der Regel ausgelegt wird. Wegen des kleinen Schlupfs ( $s \approx 0,5\%$ ) ist der Phasenwinkel  $\varphi < 30^\circ$  und nimmt noch mit zunehmender Umschaltzeit  $t_u$  ab. Trotzdem lässt sich der Stromstoss durch ein verzögertes Wiedereinschalten nicht weiter reduzieren. Da die innere Spannung rasch abnimmt, bleibt die Differenz zwischen der inneren



Figur 3 Statorströme und Strangspannung beim Einschalten der stillstehenden Asynchronmaschine



**Figur 4**  
Stern-Dreieck-  
Umschaltung mit  
Aufschalten auf die  
voreilende Spannung

Ein- bzw. Wiedereinschalten. Die Impedanzen werden nun aber nur so lange im Statorkreis belassen, bis die transienten Ausgleichsvorgänge abgeklungen sind (Fig. 5). Werden sie danach kurzgeschlossen, so fließen Ausgleichsströme, deren Werte mit der Impedanz zunehmen. Es existiert also ein optimaler Wert der Vorschaltimpedanz, bei dem die maximal auftretende Stromspitze beim Ein- bzw. Wiedereinschalten oder Überbrücken der Impedanz minimal wird.

Zur Behandlung dieser Problemstellung wird im folgenden eine genauere Theorie entwickelt, mit deren Hilfe dann die Optimierung durchgeführt werden kann.

## 5. Berechnung der Ströme und Momente

### 5.1 Transiente Ströme

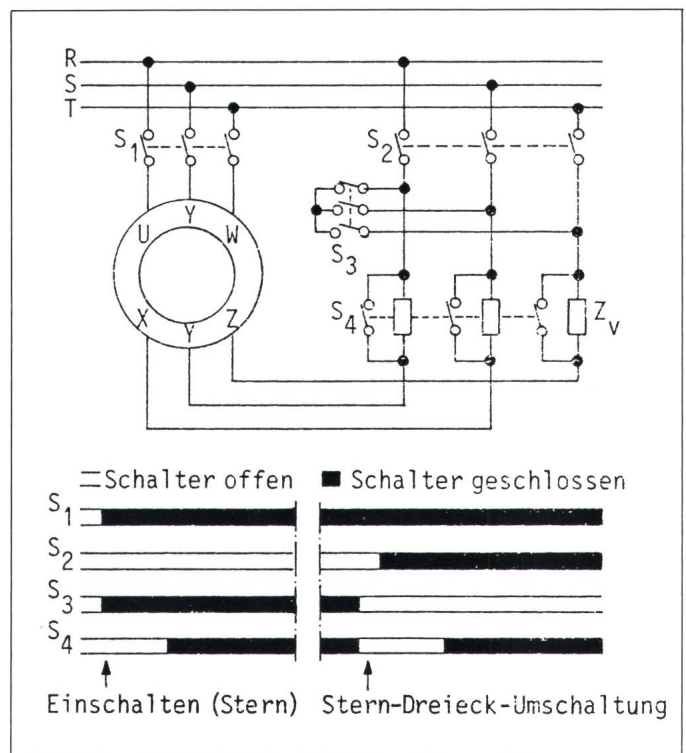
Die Asynchronmaschine lässt sich im wesentlichen durch drei Gleichungssysteme beschreiben. Führt man die leistungsinvariante Raumzeigertransformation durch, so reduzieren sich diese symmetrischen Systeme auf drei einzelne Gleichungen: Alle Rotorgrößen sind auf die Statorseite bezogen.

$$\underline{u}_s = R_s \underline{i}_s + \frac{d\psi_s}{d\tau} + j\omega_k \psi_s \quad (5)$$

und der aussen angelegten Spannung etwa konstant, dies obwohl die Phasenlage der beiden Spannungen immer besser übereinstimmt. Der ausgemessene Betriebszustand stellt allerdings einen günstigen Fall dar, da die Maschine leer läuft und infolge des kleinen Schlupfs keine grossen Phasendifferenzen auftreten. Wird die Maschine jedoch belastet, so steigt der Schlupf, und wenn  $\omega_s t_u > 30^\circ$ , wird auch die Spannungsdifferenz grösser. So können die beiden Spannungen im Extremfall beim Wiedereinschalten in Phasenopposition stehen. Es treten dann wesentlich grössere Ausgleichsströme auf.

Verbesserung. Die zweite Lösung ist aufwendig und erfordert eine Optimierung. Denn je grösser man die Vorschaltimpedanz wählt, um so kleiner werden zwar die Stromspitzen beim

**Figur 5**  
Schaltschema des  
Stern-Dreieck-  
Anlaufs und Dia-  
gramm mit den  
Schaltsequenzen  
beim Einsatz einer  
Vorimpedanz



## 4. Massnahmen zur Verkleinerung des Einschaltstromstosses

Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten, diesen Stromstoss zu reduzieren: die Verlängerung der Umschaltzeit  $t_u$ , so dass die innere Spannung  $u'_s$  abgeklungen ist, oder die Verwendung von Einschaltvorwiderständen oder -drosseln [3].

Die erste Lösung kann nur bei Leerlauf verwendet werden und bringt dann wegen des dabei auftretenden kleinen Schlupfes keine wesentliche

$$\underline{u}_r = R_r \dot{i}_r + \frac{d\psi_r}{dt} + j(\omega_k - \omega) \underline{\psi}_r \quad (6)$$

$$M = \text{Im} [\underline{\psi}_s^* \dot{i}_s] \quad (7)$$

wobei

$$\underline{\psi}_s = L_s \dot{i}_s + L_h \dot{i}_r = L_{\sigma s} \dot{i}_s + L_{sr} (\dot{i}_s + \dot{i}_r) \quad (8)$$

$$\underline{\psi}_r = L_r \dot{i}_r + L_{sr} \dot{i}_s = L_{\sigma r} \dot{i}_r + L_{sr} (\dot{i}_s + \dot{i}_r) \quad (9)$$

ist. Die elektrischen Beziehungen lassen sich durch das Ersatzschema von Figur 6 darstellen.

Da der Stern-Dreieck-Anlauf ausschliesslich bei Kurzschlussläufermaschinen angewendet wird, kann generell die Rotorspannung  $\underline{u}_r = 0$  gesetzt werden. Für die Statorklemmen gelten je nach Betriebszustand verschiedene Randbedingungen. Ist die Maschine mit dem Netz verbunden (Stern- oder Dreieck-Betrieb), so liegt an den Wicklungen ein symmetrisches dreiphasiges Wechselspannungssystem an. Für die Raumzeigergrössen der Statorspannung gilt dann

$$\underline{u}_s = \underline{U}_s e^{j(\omega_s - \omega_k)t}$$

$$\underline{U}_s = \sqrt{3} U_{str} e^{j\varphi}$$

wobei  $U_{str}$  der Effektivwert der Strangspannung und  $\varphi$  der Phasenwinkel der Spannung an der Bezugsphase ist.

Während dem Umschalten von Stern- auf Dreieck-Betrieb sind die Wicklungen für kurze Zeit vollständig vom Netz getrennt. Dabei wird der Statorstrom  $\underline{I}_s = 0$ .

Nimmt man einen ruhenden Beobachter an ( $\omega_k = 0$ ) und führt die Laplace-Transformation der Gleichungen (5) und (6) durch, so wird:

$$\frac{\underline{U}_s}{p - j\omega_s} = R_s \underline{I}_s + L_s (p \underline{I}_s - \dot{i}_{s(0)}) + L_{sr} (p \underline{I}_r - \dot{i}_{r(0)}) \quad (10)$$

$$0 = R_r \underline{I}_r - j\omega L_r \underline{I}_r - j\omega L_{sr} \underline{I}_s + L_r (p \underline{I}_r - \dot{i}_{r(0)}) + L_{sr} (p \underline{I}_s - \dot{i}_{s(0)}) \quad (11)$$

Diese beiden Gleichungen lassen sich nach dem Stator- und Rotorstrom

auflösen. Dabei werden folgende Abkürzungen verwendet:

$$a, b = -\frac{R_s}{2L'_s} - \frac{R_r}{2L'_s} \frac{L_s}{L_r} + j\frac{\omega}{2} \quad (12)$$

$$\pm \sqrt{\left(\frac{R_s}{2L'_s} - \frac{R_r}{2L'_s} \frac{L_s}{L_r} + j\frac{\omega}{2}\right)^2 + \frac{R_s R_r}{L_s'^2} \frac{L_s^2}{L_r^2}}$$

$$c = \frac{R_r}{L_r} - j\omega \quad (13)$$

Nach Rücktransformation erhält man für den Statorstrom

$$\underline{i}_s(t) = \frac{\underline{U}_s}{L'_s} \left[ \frac{a+c}{(a-b)(a-j\omega_s)} e^{at} - \frac{b+c}{(a-b)(b-j\omega_s)} e^{bt} + \frac{c+j\omega_s}{(a-j\omega_s)(b-j\omega_s)} e^{j\omega_s t} \right] - \frac{L_{sr}}{L'_s L_r} \underline{\psi}_{r(0)} \left[ \frac{a}{a-b} e^{at} - \frac{b}{a-b} e^{bt} \right] + \frac{1}{L'_s} \underline{\psi}_{s(0)} \left[ \frac{a+c}{a-b} e^{at} - \frac{b+c}{a-b} e^{bt} \right] \quad (14)$$

Analog beträgt der Rotorstrom:

$$\underline{i}_r(t) = \frac{L_s}{L'_s L_r} \underline{U}_s \left[ \frac{a-j\omega}{(a-b)(a-j\omega_s)} e^{at} - \frac{b-j\omega}{(a-b)(b-j\omega_s)} e^{bt} + \frac{j(\omega_s - \omega)}{(a-j\omega_s)(b-j\omega_s)} e^{j\omega_s t} \right] + \frac{L_{sr}^2}{L'_s L_r^2} \underline{\psi}_{r(0)} \left[ \frac{a(a-j\omega)}{(a-b)(a+c)} e^{at} - \frac{b(b-j\omega)}{(a-b)(b+c)} e^{bt} + \frac{c(c-j\omega)}{(a+c)(b+c)} e^{-ct} \right] + \frac{L_{sr}}{L'_s L_r} \underline{\psi}_{s(0)} \left[ \frac{a-j\omega}{a-b} e^{at} - \frac{b-j\omega}{a-b} e^{bt} \right] + \frac{1}{L_r} \underline{\psi}_{r(0)} e^{-ct} \quad (15)$$

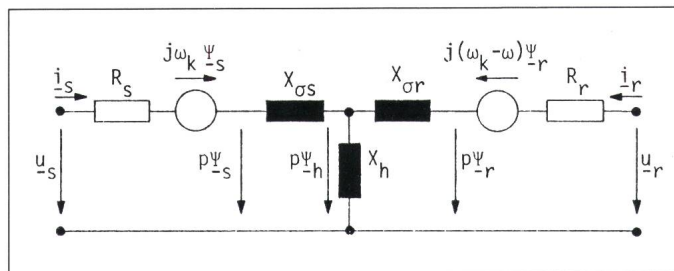
## 5.2 Anfangsbedingungen

In den Beziehungen für den Stator- und Rotorstrom gehen noch die Flüsse, welche unmittelbar vor dem Schaltzeitpunkt vorhanden sind, als Anfangsbedingungen ein. Beim Einschalten der ruhenden Maschine ist deren Ermittlung trivial. Da die Ströme  $\underline{i}_{s(0)} = 0$  und  $\underline{i}_{r(0)} = 0$  sind, existieren nach

den Gleichungen (8), (9) auch keine Flüsse, und es gilt:  $\underline{\psi}_{s(0)} = 0$ ,  $\underline{\psi}_{r(0)} = 0$ .

Die Stern-Dreieck-Umschaltung kann in zwei Zyklen unterteilt werden. Zuerst wird die stationär rotierende Maschine vom Netz getrennt, d.h. es fliesst kein Statorstrom mehr ( $\underline{I}_s = 0$ ). Danach wird die Maschine in Dreieck-Schaltung wieder ans Netz gelegt. Um die nun fliessenden Ströme berechnen zu können, benötigt man den Rotorstrom unmittelbar vor dem Wiedereinschalten. Anhand der Gleichung (11) kann er berechnet werden, gilt doch, nachdem die Maschine vom Netz getrennt wurde:

$$\underline{I}_r = \frac{L_r \dot{i}_r(0) + L_{sr} \dot{i}_s(0)}{R_r + (p - j\omega) L_r} = \frac{\underline{\psi}_{r(0)}}{L_r} \frac{1}{p + \frac{R_r}{L_r} - j\omega} \quad (16)$$



**Figur 6**  
Ersatzschema einer Asynchronmaschine  
Bei Kurzschlussläufern  
ist  $\mu_r = 0$

Die Rücktransformation liefert

$$\underline{i}_r(t) = \frac{\psi_{r(0)}}{L_r} e^{-\frac{t}{T'_{r0}}} e^{j\omega t} \quad (17)$$

mit  $T'_{r0} = \frac{L_r}{R_r}$

Dabei ist

$$\underline{\psi}_{r(0)} = \psi_{r0} e^{j(\omega_s t + \varphi)} \quad (18)$$

der Raumzeiger des Rotorflusses im stationären Sternbetrieb. Wird nun zur Zeit  $t = -t_u$  die Maschine vom Netz getrennt und bei  $t = 0$  wieder aufgeschaltet, so gilt:

$$\begin{aligned} \underline{i}_r(0) &= \frac{\psi_{r0}}{L_r} e^{-\frac{t_u}{T'_{r0}}} e^{j[(\omega - \omega_s)t_u + \varphi]} \\ &= \frac{\psi_{r0}}{L_r} e^{-\frac{t_u}{T'_{r0}}} e^{j(\varphi - s\omega_s t_u)} \end{aligned} \quad (19)$$

## 5.3 Näherungen

Die Gleichungen (14), (15) sind derart komplex, dass eine weitere Interpretation nur mit dem Rechner möglich ist. Oft benötigt man jedoch eine rasche Abschätzung des Statorstroms. Dazu können diese Gleichungen durch ein paar Näherungen vereinfacht werden:

$$R_s = R_r < \omega_s L_\sigma \quad L_{\sigma s} = L_{\sigma r} \ll L_{sr}$$

oder

$$L_s = L_r \approx L_{sr}$$

Betrachtet man die stillstehende Maschine, so erhält man als weitere Bedingung  $s = 1$ . Bei der stromlosen Asynchronmaschine ist dann

$$a = -\frac{2R_s}{L'_s} = -\frac{2}{T'_s}; \quad b = 0;$$

$$c = 0; \quad \underline{\psi}_{r(0)} = 0; \quad \underline{\psi}_{s(0)} = 0$$

und somit wird

$$\underline{i}_s(t) = \frac{\underline{U}_s}{2R_s + j\omega_s L'_s} \left[ -e^{-\frac{2t}{T'_s}} + e^{j\omega_s t} \right] \quad (20)$$

Man erhält also die gleichen Beziehungen wie beim Transformator: ein exponentiell abklingendes Gleichstromglied mit einem überlagerten Wechselstrom.

Beim Umschalten von Stern- auf Dreieck-Betrieb ist der Schlupf  $s \neq 1$ , und damit wird auch  $b \neq 0$  und  $c \neq 0$ . Es gilt nun:

$$a = -\frac{2R_s}{L'_s} + j\omega; \quad b = -\frac{R_s}{L'_s}; \quad c = \frac{R_s}{L'_s} - j\omega$$

$$\underline{\psi}_{r(0)} = \underline{\psi}_{s(0)} \approx \frac{\underline{U}_s X}{j\omega} e^{-\frac{t_u}{T'_{r0}}} e^{-js\omega_s t_u}$$

Damit wird der Statorstrom

$$\begin{aligned} \underline{i}_s(t) &= \underline{i}_{stat} + \\ &+ \frac{\underline{U}_s \Delta - \underline{U}_s X e^{-\frac{t_u}{T'_{r0}}} e^{-js\omega_s t_u}}{j\omega L'_s} e^{-\frac{t}{T'_s}} (e^{j\omega t} - 1) \end{aligned} \quad (21)$$

$$T'_s = \frac{L'_s}{R_s} \quad T'_{r0} = \frac{L_r}{R_r}$$

Der Term  $\underline{U}_{sY}$  entspricht der inneren Spannung der Asynchronmaschine während dem Unterbruch. Dies klingt mit der Zeitkonstante  $T'_{r0} = L_r/R_r$  ab. Die Rotorinduktivität  $L_r \approx L_{sr}$  kann anhand des Leerlaufstromes  $\underline{i}_{s0}$  bestimmt werden:

$$L_r \approx \frac{\underline{U}_s}{j\omega_s \underline{i}_{s0}} \quad (22)$$

Der Rotorwiderstand ist meistens nicht messbar. Aber als Näherung kann  $R_r \approx R_s$  angenommen werden. Der Statorwiderstand kann hingegen leicht direkt gemessen werden.

Beim Wiedereinschalten ist der Strom von der Differenz der aussen angelegten Spannung und der inneren Spannung der Asynchronmaschine abhängig. Der transiente Strom setzt sich aus einem DC-Glied und einem gleich grossen Wechselstromglied zusammen. Beide klingen mit derselben Exponentialfunktion ab. Die Abklingzeitkonstante  $T'_s$  hängt vom Statorwiderstand  $R_s$  und der transienten Statorinduktivität  $L'_s \approx L_\sigma$  ab. Die Streuinduktivität  $L_\sigma$  lässt sich mit einem Kurzschlussversuch ermitteln:

$$L_\sigma \approx L'_s \approx \frac{\underline{U}_s}{j\omega_s \underline{i}_{sk}} \quad (23)$$

## 5.4 Momentenpendelung

Die Ausgleichsströme verursachen eine Pendelung des Moments. Setzt man Gleichung (8) in (7) ein, so erhält man für das Moment

$$M = Im[L_{sr} \underline{i}_r^* \underline{i}_s]$$

In dieser Gleichung könnte man nun (14) und (15) einsetzen. Analytisch wird dies jedoch sehr aufwendig. Vernachlässigt man aber den Statorwiderstand, so gilt

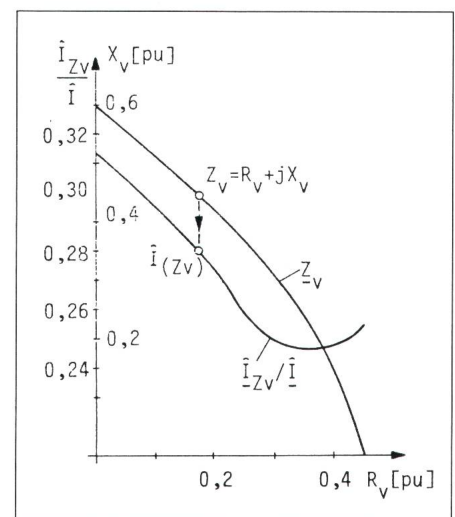
$$\underline{\psi}_s \approx \int \underline{u}_s d\tau$$

Für einen ruhenden Beobachter ist der Raumzeiger der Statorspannung  $\underline{u}_s = \underline{U}_s e^{j\omega_s t}$ . Damit erhält man für den mit dem Stator verketteten Fluss:

$$\underline{\psi}_s = \underline{u}_s / \omega_s$$

Zusammen mit der Momentengleichung (7) und den Näherungen für den Statorstrom (20) bzw. (21) erhält man beim Einschalten in Sternbetrieb

$$M = \frac{1}{\omega_s} Im \left[ \frac{|\underline{U}_s|}{2R_s + j\omega_s L'_s} \cdot \left( 1 - e^{-\left(\frac{2t}{T'_s} + j\omega_s t\right)} \right) \right] \quad (24)$$



**Figur 7 Ideale Widerstands-Induktivitäts-Kombinationen und die dabei maximal auftretenden Ausgleichsströme**

- $\hat{i}$  Umschalt-Stromstoss ohne Vorschaltimpedanz
- $\hat{i}_{ZV}$  Umschalt-Stromstoss mit Vorschaltimpedanz
- $Z_V = R_V + jX_V$

Es folgt also das quasi-konstante Anlaufmoment überlagert mit einem abklingenden Wechselmoment, dessen Amplitude maximal gleich dem Stillstandsmoment ist.

Beim Umschalten von Stern- auf Dreieck-Betrieb beträgt das Moment:

$$M = \frac{1}{\omega_s} \operatorname{Im} \left[ \frac{\underline{U}_{s\Delta} - \underline{U}_{s\Delta}^* \underline{U}_{sY} e^{-\left(\frac{t}{T_r'} + j\omega_s t\right)}}{j\omega_s L_s'} \right] \cdot e^{-\frac{t}{T_r'}} \left( e^{-j\omega_s t} - e^{-j\omega_s t} \right) + M_{stat} \quad (25)$$

Das Pendelmoment setzt sich also aus einem 50-Hz-Term und einem Anteil mit der Schlupffrequenz  $s\omega_s$  zusammen. Die Amplitude kann, wie der Ausgleichsstrom, den 20fachen Wert des Anlaufmomentes in Sternbetrieb annehmen. Obwohl das Pendelmoment rasch abklingt, kann ein elastisches System durch den Momentenim-

puls zu Drehschwingungen angeregt werden.

## 6. Optimierung der Vorschaltimpedanz

Mit Hilfe der Gleichung (14) für den

Statorstrom kann der optimale Wert der Vorschaltimpedanz durch Iteration bestimmt werden. In Figur 7 ist die Kurve der besten Widerstands-Induktivitäts-Kombinationen für Stern-Dreieck-Umschaltung dargestellt. Es zeigt sich, dass mit einem Widerstand absolut die kleineren Stromspitzen auftreten. Diesen kleinen Vorteil er-

kauft man sich jedoch mit der Energie, welche bei jedem Anlauf verheizt wird.

Die Vorschaltimpedanz wurde für die Stern-Dreieck-Umschaltung optimiert. Für den Anlauf im Sternbetrieb dürften die Werte wegen der unterschiedlichen Zeitkonstanten leicht abweichen. Da der Stromstoß dort jedoch wesentlich kleiner als beim Umschalten ist, lohnt es sich kaum, speziell dafür andere Impedanzen zu wählen.

## Literatur

- [1] T. Bödefeld und H. Sequenz: Elektrische Maschinen. Eine Einführung in die Grundlagen. 8. Auflage. Wien, Springer-Verlag, 1971.
- [2] K. P. Kovács und I. Rácz: Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen. Band I und II. Budapest, Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaft, 1959.
- [3] I. Miki, K. Matsuse and Y. Akiyama: Soft wye-delta starting of induction motor by three phase pre-excitation. International Conference on Electrical Machines, Lausanne, 18...21 September 1984. Proceedings, part 3, p. 1169...1172.