

Zeitschrift:	Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses
Herausgeber:	Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen
Band:	78 (1987)
Heft:	13
Artikel:	Planung und Berechnung von Freileitungen mit dem Taschencomputer
Autor:	Bieri, S.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-903884

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 14.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Planung und Berechnung von Freileitungen mit dem Taschencomputer

S. Bieri

Der Einsatz von Taschencomputern im täglichen Gebrauch findet in allen Bereichen der Technik Anwendung und erfreut sich grosser Beliebtheit. Sie vereinen auf gelungenste Weise die Merkmale eines Computers mit der Handlichkeit eines Taschenrechners. Sie sind einfach in ihrer Bedienung und lassen sich mit Drucker, Plotter und Bildschirm ausbauen. Nachfolgend werden dialog-orientierte Programmentwicklungen aus dem Bereich der Freileitungen vorgestellt.

L'emploi de l'ordinateur portatif au quotidien trouve son application dans tous les domaines de la technique, étant donné qu'il associe la puissance informatique aux dimensions d'un ordinateur de poche. Il est évolutif, aisément dans son application et permet, au gré des besoins, une extension à l'aide de boucles d'interface, renforçant ses capacités par des périphériques tels qu'imprimante à jet d'encre, table traçante, écran et lecteur de disquettes. L'auteur présente par la suite des logiciels par dialogue s'appliquant au domaine de l'entretien et de la construction de lignes aériennes.

Adresse des Autors

Stephan Bieri, dipl. Ing. ETH, S.A. l'Energie de l'Ouest-Suisse (EOS), place de la Gare 12, 1001 Lausanne.

1. Berechnungsvorgang

Die Mastaufteilung sowie die Leiterseilberechnung für unterschiedlichste Zusatzlasten stellen einen wesentlichen Teil der technischen Planung einer Freileitung dar. Mit dem Einsatz eines Basic-Taschencomputers, z.B. Hewlett-Packard HP-71B, in Verbindung mit einem Tintenstrahldrucker auf Format A4 kann jeder Ingenieur über ein komplettes Lösungssystem verfügen, welches ihn vom Grosscomputer und Informatikspezialisten unabhängig macht und dank komfortabler und einfacher Bedienung, rascher und perfekter Präsentation der Resultate den Taschenrechner, die Handzeichnung und Tabellenwerke ersetzen sollte.

Selbst ohne vertiefte Programmierkenntnisse können die nachfolgend dargestellten Programme übernommen oder nach Wunsch angepasst und ergänzt werden. Hoher Nutzen kann dem System zukommen, falls es mit Plotter, Bildschirm und Diskettenlaufwerk ausgebaut wird, wie es die nach-

folgenden Computerzeichnungen aufzeigen.

Der Benutzer kann mit dem Rechner seine Aufgabe lösen, sei es für die Planung und Berechnung neuer Leitungen oder zum Nachrechnen bestehender Leitungen, z.B. auf deren Tragfähigkeit bei Eis- und Schneelast.

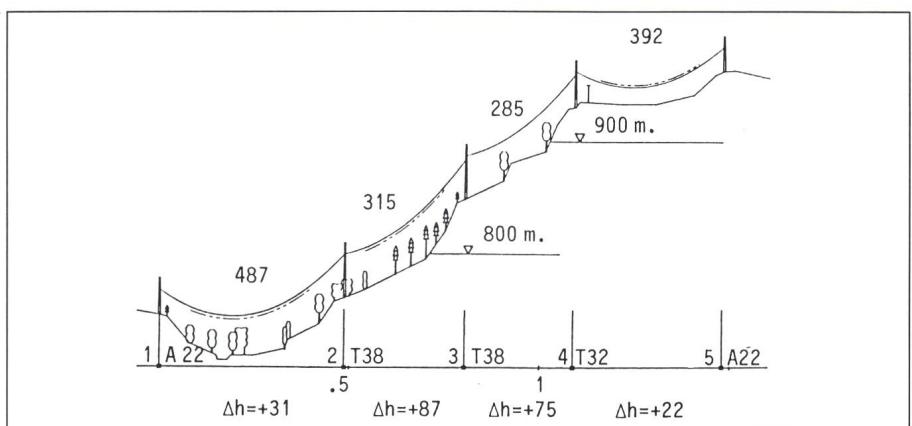
Die Plotterzeichnung in Figur 1 zeigt das Längenprofil einer Abspannstrecke mit den Masten und dem Leiterseil auf Isolatoren in seiner endgültigen Lage einerseits und das Seil auf Rollen im Montagezustand anderseits sowie mit den entsprechenden Durchhangsdifferenzen. Die zugehörige Regelgetabelle ist in Figur 2 abgebildet.

Das Kernstück des Beispiels in Figur 1 und 2 ist die Berechnung der Seilspannung. Bekanntlich hat die Zustandsgleichung [1] die Form einer kubischen Parabel

$$x^3 + Ax^2 + C = 0 \quad (1)$$

ohne das lineare Glied Bx . Darin ist

$$x = p_1 \quad (2)$$



Figur 1 Plotterzeichnung einer Freileitung im Gebirge

Die Höhendifferenz zwischen den Abspannmasten beträgt 215 m. Das Leiterseil im Montagezustand auf den Rollen hängt im Spannungsfeld 1-2 um +3,21 m mehr und im Spannungsfeld 4-5 um +1,70 m weniger durch als im endgültigen Zustand.

— Seil auf Rollen

— Seil auf Isolatoren

Freileitungsberechnung

CANTON DE POSE DU PYLONE no 1 AU PYLONE no 5									
TABLEAU DE REGLAGE									
CABLE = Al-Alc 261 mm ² (212/49) d=21mm									
SECTION = 261.5 mm ²	DIAMETRE = 21.0 mm	POIDS PROPRE = 9.87 N/m							
M.ELAST = 77000 N/mm ²	COEF.DILAT.= 1.800E-5 [1/°C]								
C INIT. = 1000 m	TEMP.INIT. = 10°C	CHARGE INIT. = 0.00 N/m							
ETAT FINAL : SURCHARGE (VENT,NEIGE) = 0.00 N/m	L'EFFET DU FLUAGE (ADMIS) CORRESPOND A 20 °C								
PORTEE VIRTUELLE = 392.6 m									
TEMPERATURE CALCUL -20 -15 -10 -5 +0 +5 +10 +15 +20 °C									
EFFORT HORIZONTAL 10.3 10.2 10.1 10.1 10.0 9.9 9.9 9.8 9.7 kN									
TENSION HORIZONTALE 39.4 39.1 38.8 38.5 38.3 38.0 37.7 37.5 37.2 N/mm ²									
PARAMETRE C 1043 1035 1028 1021 1014 1007 1000 993 987 m									
TEMPERATURE DE POSE +0 +5 +10 +15 +20 +25 +30 +35 +40 °C									
PORTEE DIST DH <----- FLECHES [M] ----->									
1- 2 487m +31.4m 28.61 28.84 29.03 29.24 29.44 29.65 29.85 30.07 30.25 m									
2- 3 315m +87.1m 12.36 12.46 12.54 12.63 12.72 12.81 12.90 12.99 13.07 m									
3- 4 285m +74.8m 10.08 10.16 10.23 10.30 10.37 10.44 10.52 10.59 10.65 m									
4- 5 392m +22.1m 18.50 18.64 18.77 18.90 19.03 19.17 19.30 19.44 19.56 m									
total 1479m 215.4m									

Figur 2 Reglagetabelle für ein Leiterseil aus Al/St (212/49)

Im Tabellenkopf erscheinen der Horizontalzug, die Seilspannung und der Seilparameter in Funktion der Temperatur und der virtuellen Spannweite $a_v = \sqrt{\sum a^3 / \sum a}$ des ganzen Abspannabschnittes. Der Seildurchhang hingegen wird mit der reellen Spannweite a und dem Seilparameter C aus $a^2 / 8C \cdot \cos \varphi$ berechnet. Dem Seilkriechen wird durch eine Temperaturdifferenz von 20 °C Rechnung getragen.

FLECHES = Durchhang (Pfeilhöhe) DIST = Horizontaldistanz (Spannweite)
DH = Höhendifferenz tg φ = DH/DIST

$$A = \left[\frac{a^2 \cdot E \cdot \gamma_0^2}{24 p_0^2} - (t_0 - t_1) E \cdot \alpha - p_0 \right] \quad (3)$$

$$C = - \frac{a^2 \cdot E \cdot \gamma_1^2}{24} \quad (4)$$

Es bedeuten:

- a Spannweite
- α Wärmdehnungszahl
- E Elastizitätsmodul
- γ_0, γ_1 spezifisches Leitergewicht
- t_0, t_1 Temperatur
- p_0, p_1 Seilspannung

Der Index null bezieht sich auf den gegebenen, der Index eins auf den gesuchten Zustand. Die Einheiten sind in mm, N und °C einzusetzen.

Für die kubische Gleichung gibt es verschiedene Lösungsverfahren. Hier sollen deren vier vorgestellt werden.

Graphische Lösung (Fig. 3)

Von der kubischen Gleichung geht man zur Funktion dritten Grades über

$$y = x^3 + Ax^2 + C \quad (5)$$

Die Abzissen ihrer Schnittpunkte mit der x-Achse sind die Lösungen der gegebenen kubischen Gleichung. Die Kurve lässt sich leicht aufzeichnen, da die Punkte $y(x = 0)$ und $y(x = \pm p_0)$ einfach aufzufinden sind.

Ist keine Zusatzlast vorhanden, also $\gamma_0 = \gamma_1$, so liegen die Extrema bei $x = 0$ und $x = -2A/3$, wobei der eine y -Wert $y = C$ beträgt; der andere ist in Funktion von x zu berechnen. Für die Werte $x = \pm p_0$ ist y unabhängig von der Spannweite und beträgt für den positiven x -Wert:

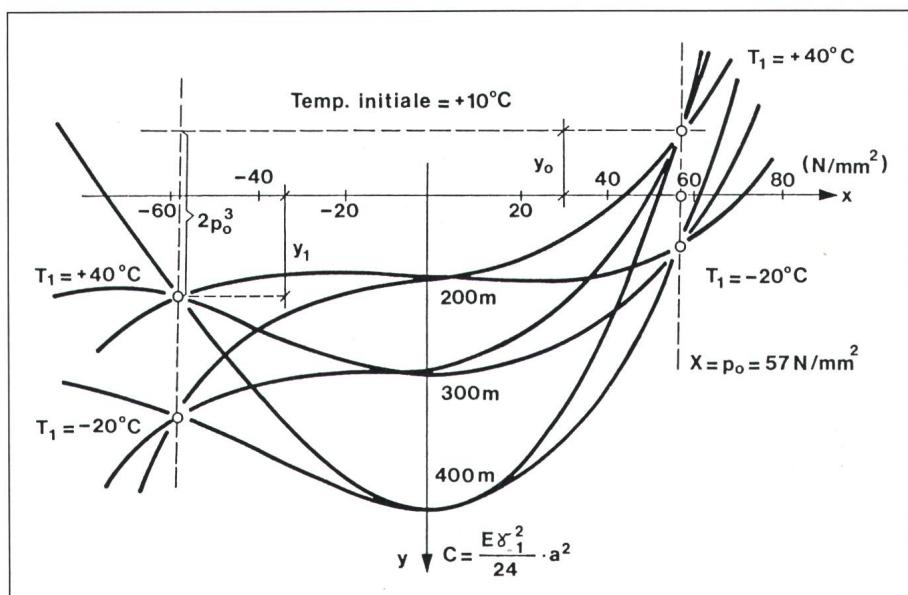
$$y_0 = p_0^2 \cdot \alpha \cdot E(t_1 - t_0) \quad (6)$$

für den negativen x -Wert:

$$y_1 = y_0 - 2p_0^3 \quad (7)$$

Newton'sches Verfahren

Beim Newton'schen Verfahren wird von einem Näherungswert ausgegangen und das Resultat iterativ bestimmt. Das Lösungsverfahren ist sehr einfach, vor allem deshalb, weil ein Nähe-



Figur 3 Zustandsgleichung als Parabel dritten Grades

Seildaten wie Figur 4; ohne Zusatzlast ($\gamma_0 = \gamma_1$) Kurvenschar für $T = 40^\circ\text{C}$ und $T = -20^\circ\text{C}$ Spannweiten 200, 300, 400 m

rungswert immer vorliegt. Der verbesserte Wert berechnet sich iterativ zu

$$x_1 = x_0 - f(x_0) / f'(x_0), \text{ somit:}$$

$$x_1 = x_0 - (x^3 + Ax^2 + C) / (3x^2 + 2Ax)$$

Mathematik-Modul

Zum HP-71 ist ein Modul lieferbar, welches die Lösungen von Polynomen n -ten Grades angibt. Es gilt nun, einerseits die reelle Lösung aufzusuchen und die konjugiert komplexen Lösungen auszuscheiden bzw. dort, wo drei reelle Lösungen vorliegen, die beiden Negativwerte wegzustreichen und den Positivwert zu übernehmen.

Lösung von Vieta und Cardano [2]

Die Normalform wird durch Substitution von $x = y - A/3$ auf die reduzierte Form gebracht, in der das quadratische Glied nicht mehr auftritt.

$$y^3 + ay + b = 0 \quad (8)$$

Die y -Lösung muss dann auf den x -Wert zurückgebracht werden.

$$a = -1/3A^2 \text{ und } b = C + 2/27A^3$$

Ist der Radikand

$$R = (b/2)^2 + (a/3)^3 \quad (9)$$

positiv, dann gilt die Lösung von Cardano mit einer reellen Lösung sowie zwei komplexen Lösungen, die hier ausser Betracht bleiben.

$$y = \left(-\frac{b}{2} + \sqrt{R} \right)^{\frac{1}{3}} + \left(-\frac{b}{2} - \sqrt{R} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (10)$$

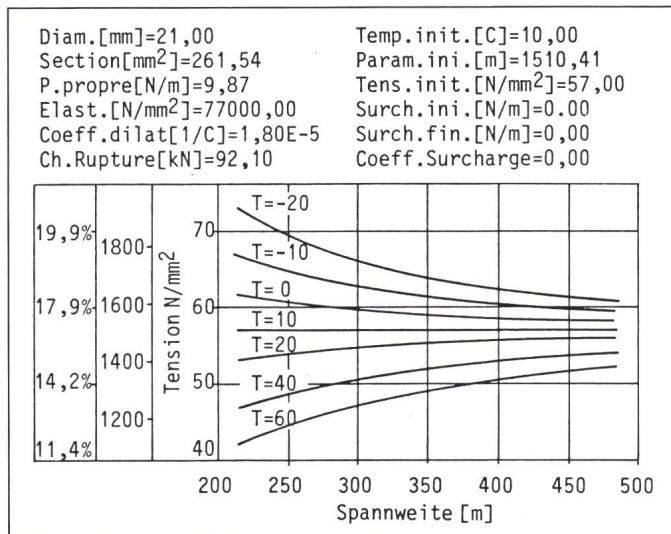
Ist der Radikand dagegen negativ, dann gilt das Verfahren von Vieta, welches auf trigonometrischem Wege drei reelle Lösungen angibt, wovon hier nur der Positivwert interessiert:

$$y = 2(|a|/3)^{\frac{1}{2}} \cdot \cos(\varphi/3) \quad (11)$$

$$\text{mit } \cos \varphi = -b/2 \cdot (|a|^3/27)^{-\frac{1}{2}}$$

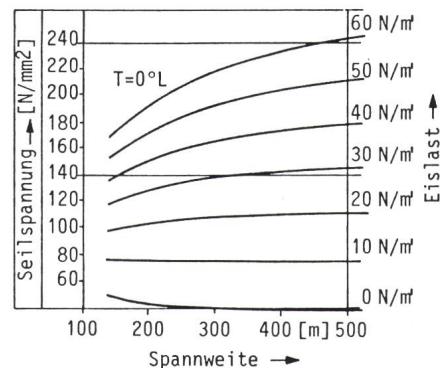
Die Lösung der Zustandsgleichung kann in graphischer Form wie in Figur 4 dargestellt werden. Die Kurvenschar variiert in Funktion der Umgebungstemperatur und Spannweite. Je kleiner die Spannweite, desto grösser wird die Spannungsdifferenz bei gleichbleibender Temperaturdifferenz. Den Seilzug unter beliebiger Eislast zeigt Figur 5. Bei kurzen Spannweiten gibt der Leiter mehr nach als bei langen und «entzieht» sich somit einer linearen Spannungssteigerung.

Der nachfolgend ausgedruckte Programmauszug zeigt den Rechnungsvorgang im Computer (Fig. 6). Nach Eingabe aller Ausgangswerte wird die gesuchte Spannung berechnet, und nachher kann mit der «CONT»-Taste das Programm weiterlaufen und die Temperatur und Spannweite beliebig verändert werden. Die Lösung erscheint im Display. Start des Programms mit Taste «RUN», Ende des Programms mit «GO TO END».



Figur 4
Spannungstabelle ohne Zusatzlast

Die Kurvenschar in Funktion der Spannweite und Temperatur fächert links aus und läuft rechts asymptotisch gegen den Ausgangswert p_0 für $T = 10^\circ\text{C}$ zu. Die drei Ordinaten stellen die Seilspannung, den Seilparameter sowie die Prozente der Bruchlast dar.



Figur 5 Spannungstabelle mit Zusatzlast

Für grosse Spannweiten ergibt n -fache Last auch n -fache Seilspannung, für kurze Spannweiten nimmt die Spannung im kleineren Ausmass zu. Seildaten wie in Figur 4.

2. Von Heron bis Newton

Historisch interessant sind die Lösungsmethoden der kubischen Gleichungen von der Antike bis zur Neuzeit.

In der griechischen Antike wurden algebraische Probleme mit den Methoden der Geometrie behandelt. Deshalb sahen sich die Mathematiker vor prinzipielle Schwierigkeiten gestellt. Dem Griechen Heron allerdings soll die

```

10 'INPUT': I *****
20 INPUT " SECTION (mm²)? ",STR$(5),S
30 INPUT "MOD. ELAST.(N/mm²)? ",STR$(E),E
40 INPUT "COEFF.DILAT [1/C]? ",STR$(D),D
50 INPUT "POIDS CABLE (N/m)? ",STR$(P),P
60 INPUT "CHARGE INIT. (N/m)? ",STR$(R0),R0
70 INPUT "TEMP. INIT. [C]? ",STR$(T0),T0
80 INPUT "TENS.INIT. (N/mm²)? ",STR$(P0),P0
90 INPUT "CHARGE FIN. (N/m)? ",STR$(R1),R1
100 INPUT "TEMP.FINALE [C]? ",STR$(T1),T1
110 INPUT "PORTEE VIRT.(m)? ",STR$(L1),L1
120 'CALCUL' *****
130 G0=(P+R0)/S/1000 I P.SPEC.(N/mm³)
140 G1=(P+R1)/S/1000 I P.SPEC.(N/mm³)
150 L=L*1000 I CONVERSION EN MM
160 A1=G0^2*L^2*E/(24*P^2)-(T0-T1)*D+E-P0
170 C=-G1^2*L^2*E/24
180 I *****
190 I SOLUTION METHODE CARD.+ VIETA
200 A=-(A1+A1)/3 I A=-a
210 B=C+2/27*A1^3 I B=-b
220 R=(B/2)^2+(A/3)^3
230 IF R<0 THEN GOSUB 'CARDANO' ELSE GOSUB 'VIETA'
240 X1=X-A1/3 I DISP "CARD.TENSION N/mm² = ".X1
250 PAUSE 0 GOTO 100
260 'CARDANO': I
270 Y=(-B/2+SQR(A))^1/3
280 Z=(-B/2-SQR(A))^1/3
290 X=Y+Z
300 RETURN
310 'VIETA': Z=A*COS(-B/2/SQRT(ABS(A)^3/27))
320 X=2+SQR(ABS(A)/3)*COS(Z/3)
330 RETURN
340 'END': I *****
350 I SOLUTION METHODE NEWTON *****
360 INPUT "VALEUR APPROX.(N/mm²)? ",X0
370 X1=(X0^3+A1*X0^2+C1)/(3*X0^2+2*A1)
380 IF ABS(X1-X0)<1 THEN X0=X1 0 GOTO 370
390 DISP "NEWTON.TENSION N/mm² = ".X1 0 PAUSE

```

Figur 6 Basic-Programm zum HP-71B zur Spannungsberechnung im Leiterseil

Erster Input, zweiter Teil Rechnung nach Vieta-Cardano, dritter Teil Rechnung nach Newton. Das Konvergieren des Newtonschen Lösungsalgorithmus hängt von der Bedingung ab, dass der Absolutwert $f(x) \cdot f''(x) / f'(x)^2 < 1$ ist.

numerische Auflösung von rein kubischen Gleichungen gelungen sein.

Die eigentlichen Fortschritte bei der rechnerischen Behandlung und die beginnende Algebraisierung der Rechengänge verdankt man den indischen und vor allem den arabischen Mathematikern. Zwar vermochten sie sämtliche Typen quadratischer und die einfachsten Typen kubischer Gleichungen rechnerisch aufzulösen, die Auflösung der allgemeinen Gleichung gelang ihnen indessen nicht. Die europäischen Mathematiker haben auch bei der rechnerischen Behandlung von Gleichungen unmittelbar an die arabische Mathematik angeknüpft. Die formelmässige, algebraische Auflösung der allgemeinen Gleichung dritten Grades hielt indes der um die Algebra ausserordentlich verdiente Italiener *Luca Pacioli* (1445–1514) noch für unmöglich. Diese war um 1500 dem Bologneser Magister *Scipione Del Ferro* (um 1465–1526) gelungen, blieb aber unveröffentlicht. Davon ganz unabhängig hatte der Rechenmeister und

technisch-wissenschaftliche Berater *Niccolo Tartaglia* (um 1500–1557) die heute nach Cardano benannte Formel gefunden und beträchtlichen Ruhm erworben, indem er mit den damit erzielten Ergebnissen auf den damals üblichen öffentlichen Wettrechnen glänzte.

Der ehrgeizige venezianische Professor *Geronimo Cardano* (1501–1576), der selbst die Lösungsformel nicht finden konnte, erhielt sie nach jahrelangem heftigen Drängen 1539 von Tartaglia als eine Art Zunftgeheimnis, zu dessen Wahrung er sich mit feierlichem Eid verpflichtete. Cardano brach jedoch das Versprechen und nahm das Ergebnis 1545 in seine «*Ars Magna*» auf. Weil damit die Lösungsformel schriftlich zuerst unter Cardanos Namen erschien, erhielt sie den Namen Cardanische Formel. Darauf vermochte auch der Protest Tartaglias, an den sich ein wüster Streit anschloss, nichts mehr zu ändern. Übrigens trägt auch die sogenannte Cardanische Aufhängung ihren Na-

men zu Unrecht; sie war lange vor Cardano schon in Gebrauch.

Das Lösungsverfahren von *Isaac Newton* (1643–1727) ist der Erfindung der Differential- und Integralrechnung zu verdanken; die Mathematikmodule sind eine Errungenschaft der Neuzeit.

Literatur

- [1] E. Maurer: Die Berechnung der Freileitungen mit Rücksicht auf die mechanischen Verhältnisse der Leiter. Bull. SEV 27(1936)2, S. 41...53.
- [2] Kleine Enzyklopädie der Mathematik. Basel, Pfalz-Verlag, 1967.