Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 77 (1986)

Heft: 23

Artikel: Impedanzen und Verluste koaxialer, ferromagnetischer Leiteranordnungen

Autor: Brakelmann, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-904310

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Impedanzen und Verluste koaxialer, ferromagnetischer Leiteranordnungen

H. Brakelmann

Ferromagnetische Leiteranordnungen sind sowohl in der Energietechnik (z. B. Kabelkapselung) als auch in der Informationstechnik (Abschirmung) von Bedeutung. Für feldunabhängige Permeabilität (μ_r = const.) gibt es verschiedene Berechnungsverfahren. An zwei Beispielen koaxialer Leiter wird gezeigt, dass die nichtlineare Abhängigkeit von μ_r iterativ berücksichtigt werden und dass die Annahme μ_r = const. zu beträchtlichen Fehlern in der Verlustberechnung führen kann.

Des dispositions ferromagnétiques de conducteurs sont importantes en énergétique (p. ex. blindage de câbles), ainsi qu'en informatique (écrans). Plusieurs méthodes de calcul sont connues pour le cas de la perméabilité indépendante du champs (μ_r = const.). Par deux exemples de conducteurs coaxiaux on montre que l'on peut tenir compte itérativement de la dépendance non linéaire de μ_r et que le cas μ_r = const. peut donner lieu à d'importantes erreurs dans le calcul des pertes.

Adresse des Autors

Priv.-Doz. Dr. Ing. *H. Brakelmann*, Universität-GH-Duisburg, Fachgebiet Elektrische Energieübertragung, Postfach 101629, D-4100 Duisburg 1.

Die Impedanzen und Verluste ferromagnetischer Leiter sind in vielen Bereichen der elektrischen Energietechnik sowie bei den Beeinflussungs- und Abschirmungsfragen der elektrischen Messtechnik und der Nachrichtentechnik von Bedeutung. Beispiele der Energietechnik sind ein- oder mehrphasige ferromagnetische Kapselungen, Rohrkabel (z. B. Druckkabel) oder rohrverlegte Kabel, oder auch geschichtete Leiteranordnungen wie beispielsweise DHÜ-oder HGÜ-Freileitungsseile [1]. Die Fragestellungen zielen oft auf die Bestimmung von Impedanzen (z. B. Kurzschluss- oder Nullimpedanzen), von Verlusten oder auch von Abschirmfaktoren.

Werden für die ferromagnetischen Leiter feldunabhängige Permeabilitäten vorausgesetzt, so kommen – auch für nicht-koaxiale Anordnungen – unterschiedliche Berechnungsverfahren in Betracht, so beispielsweise das Teilleiterverfahren [2; 3; 4] oder auch das Rückwirkungsverfahren [5; 6], die unter den genannten Voraussetzungen vom Aufwand her den Gitterverfahren überlegen sind.

Wie im folgenden an Beispielen gezeigt wird, kann die Voraussetzung von der Feldstärke unabhängiger Permeabilitäten zu spürbaren Rechenfehlern führen. Sollen hingegen die nichtlinearen Abhängigkeiten der Permeabilitäten berücksichtigt werden, so kann dies im Falle beliebiger, unsymmetrischer Leiteranordnungen wohl nur noch mit Hilfe von Gitterverfahren, z. B. des Finite-Elemente-Verfahrens, erreicht werden. Für den Sonderfall koaxialer Anordnungen ferromagnetischer Leiter mir kreiszylindrischen Querschnitten können die genannten Fragestellungen jedoch noch mit verhältnismässig geringem Aufwand, und zwar mit Hilfe einer analytischen Lösung mit übergeordneter Permeabilitäts-Iteration, gelöst werden. Dieser Lösungsweg soll im folgenden aufgezeigt werden.

1. Berechnungsverfahren

Gegenstand der Untersuchungen sei eine Leiteranordnung nach Figur 1: Ein kreiszylinderförmiger Leiter mit dem Innenradius R_i und dem Aussenradius R_a führe den Längsstrom $\underline{I}_a$ und umschliesse gegebenenfalls weitere koaxiale Leiter, die insgesamt den Längsstrom $\underline{I}_i$ führen mögen. Zur Berechnung der Feldgrössen im betrachteten Leiter wird diesem eine nichtlineare Abhängigkeit seiner Permeabilität von der magnetischen Feldstärke zugestanden.

Der in diesem Abschnitt beschriebene Lösungsweg besteht aus zwei sich wiederholenden Schritten: zum einen die analytische Berechnung der Feldverteilung in einem geschichteten Leiter, dessen einzelne Schichten unterschiedliche, aber innerhalb der Schichten schrittweise konstante Permeabilitäten aufweisen; zum anderen die Anpassung dieser Permeabilitäten an die magnetischen Feldstärken, die zuvor in den einzelnen Schichten berechnet wurden.

1.1 Analytische Lösung

Zur Beschreibung des vorliegenden Wirbelstromproblems wird der be-

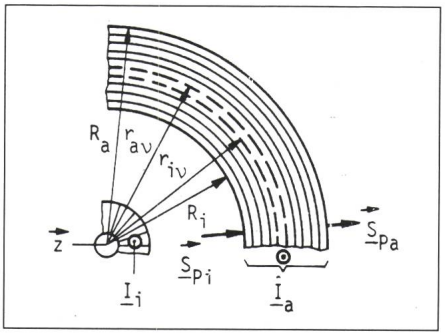


Fig. 1 In zehn Schichten unterteilter Leiter, der den Längsstrom $\underline{I}_a$ führt und den Längsstrom $\underline{I}_i$ koaxial umfasst

Eingezeichnet sind die Poyntingvektoren an den Leiteroberflächen

trachtete Leiter in N Schichten unterteilt gedacht. Die Permeabilitäten seien für jede einzelne Schicht – möglicherweise unterschiedlich – vorgegeben und werden für die Durchführung der analytischen Lösung als feldstärkeunabhängig aufgefasst, um anschliessend, wie im nächsten Abschnitt beschrieben, feldstärkeabhängig iteriert zu werden. Die Verteilungen von Stromdichte und magnetischer Feldstärke eines solchen geschichteten Leiters können noch analytisch bestimmt werden.

Bei Vernachlässigung von Verschiebungsströmen im Leiter kann die stationäre Stromdichteverteilung aus den Maxwellschen Gleichungen zu

$$\Delta \underline{\vec{G}} = j\omega\mu\kappa \underline{\vec{G}} = \underline{C}^2 \cdot \underline{\vec{G}} \qquad (1)$$

angegeben werden [7]. Für Anordnungen mit Zylindersymmetrie geht Gl. (1) in die Besselsche Differentialgleichung nullter Ordnung

$$\frac{\partial^2 \underline{G}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \underline{G}}{\partial r} - \underline{C}^2 \underline{G} = 0 \qquad (2)$$

über und hat für eine Schicht ν des Leiters nach Figur 1 die allgemeine Lösung

$$\underline{G}(r) = \underline{k}_1 I_0(\underline{C}r) + \underline{k}_2 K_0(\underline{C}r) \qquad (3)$$

In den Gleichungen (1) bis (3) sind

$\underline{G}$	Stromdichte
ω	Kreisfrequenz
$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$	Permeabilität
κ	elektrische Leitfähigkeit
$\underline{k}_1, \underline{k}_2$	Koeffizienten
I_0, K_0	modifizierte Besselfunktionen nullter Ordnung, erster und zweiter Art

$$\text{Mit} \quad \text{rot}\, \underline{\vec{H}} = \underline{\vec{G}} \qquad (4)$$

folgt aus Gl. (3) die allgemeine Formulierung für die magnetische Feldstärke $\underline{H}$ zu

$$\underline{H}(r) = \frac{\underline{k}_1}{\underline{C}} I_1(\underline{C}r) - \frac{\underline{k}_2}{\underline{C}} K_1(\underline{C}r) \qquad (5)$$

Randbedingungen

Für den in Figur 1 betrachteten, geschichteten Leiter geben die Gleichungen (3) und (5) die räumlichen Verteilungen der Feldgrössen $\underline{G}$ und $\underline{H}$ in jeder Schicht ν an:

$$\underline{G}_\nu = \underline{k}_{\nu 1} I_0(\underline{r}^{(\nu)}) + \underline{k}_{\nu 2} K_0(\underline{r}^{(\nu)}) \qquad (3a)$$

und

$$\underline{H}_\nu = \frac{\underline{k}_{\nu 1}}{\underline{C}_\nu} I_1(\underline{r}^{(\nu)}) - \frac{\underline{k}_{\nu 2}}{\underline{C}_\nu} K_1(\underline{r}^{(\nu)}) \qquad (5a)$$

wobei noch die Abkürzung

$$\underline{C}_\nu = \sqrt{j\omega\mu_\nu\kappa_\nu} \quad \text{mit} \quad \underline{r}^{(\nu)} = \underline{C}_\nu r$$

eingeführt wurde.

Als Randbedingungen können folgende Beziehungen herangezogen werden:

a) Stetigkeit der magnetischen Tangentialfeldstärke an der äusseren Oberfläche der Schicht ν [ν = 1... (N–1)]:

$$\underline{H}_\nu(r_{a\nu}) = \underline{H}_{\nu+1}(r_{i\nu+1}) \qquad (6)$$

Hieraus ergeben sich (N–1) Bestimmungsgleichungen.

b) Stetigkeit der elektrischen Tangentialfeldstärke bzw. -stromdichte an der äusseren Oberfläche der Schicht ν [ν=1...(N–1)]:

$$\underline{G}_\nu(r_{a\nu})/\kappa_\nu = \underline{G}_{\nu+1}(r_{i,\nu+1})/\kappa_{\nu+1} \qquad (7)$$

Hieraus folgen ebenfalls (N–1) Bestimmungsgleichungen.

Die beiden zur Bestimmung der $2N$ unbekannten Koeffizienten $\underline{k}_{\nu 1}$, $\underline{k}_{\nu 2}$ (ν = 1...N) noch fehlenden Gleichungen folgen aus den Magnetfeldstärken an der inneren und an der äusseren Leiteroberfläche:

c) Innere Leiteroberfläche (d.h. $\nu = 1$; $r_{i\nu} = R_i$):

$$\underline{H}_1(r_{i1}) = \frac{\underline{I}_i}{2\pi R_i} \qquad (8)$$

d) Äussere Leiteroberfläche (d.h. $\nu = N$; $r_{a\nu} = R_a$):

$$\underline{H}_N(r_{aN}) = \frac{\underline{I}_i + \underline{I}_a}{2\pi R_a} \qquad (9)$$

Die $2N$ Bestimmungsgleichungen nach den Gleichungen (6) bis (9) in Verbindung mit den Feldgleichungen (3a) und (5a) sollen im folgenden in einem Gleichungssystem zusammengefasst werden.

Gleichungssystem

Gleichung (7) kann in Verbindung mit Gleichung (3a) zu

$$0 = \underline{k}_{\nu 1}\underline{a}_\nu + \underline{k}_{\nu 2}\underline{b}_\nu + \underline{k}_{\nu+1,1}\underline{c}_{\nu+1} + \underline{k}_{\nu+1,2}\underline{d}_{\nu+1} \qquad (10)$$

$$\nu = 1 \ldots (N)$$

zusammengefasst werden, wenn die Abkürzungen

$$\underline{a}_\nu = I_0\left(\underline{r}_{a\nu}^{(\nu)}\right)$$

$$\underline{b}_\nu = K_0\left(\underline{r}_{a\nu}^{(\nu)}\right)$$

$$\underline{c}_\nu = -\frac{\kappa_{\nu-1}}{\kappa_\nu} I_0\left(\underline{r}_{i\nu}^{(\nu)}\right)$$

$$\underline{d}_\nu = -\frac{\kappa_{\nu-1}}{\kappa_\nu} K_0\left(\underline{r}_{i\nu}^{(\nu)}\right)$$

eingeführt werden. Ebenso ergibt sich aus Gl. (6) in Kombination mit Gl. (5a)

$$0 = \underline{k}_{\nu 1}\underline{e}_\nu + \underline{k}_{\nu 2}\underline{f}_\nu + \underline{k}_{\nu+1,1}\underline{g}_{\nu+1} + \underline{k}_{\nu+1,2}\underline{h}_{\nu+1} \qquad (11)$$

mit $\nu = 1 \ldots (N-1)$

$$\underline{e}_\nu = I_1\left(\underline{r}_{a\nu}^{(\nu)}\right)/\underline{C}_\nu$$

$$\underline{g}_\nu = -I_1\left(\underline{r}_{i\nu}^{(\nu)}\right)/\underline{C}_\nu$$

$$\underline{f}_\nu = -K_1\left(\underline{r}_{a\nu}^{(\nu)}\right)/\underline{C}_\nu$$

$$\underline{h}_\nu = K_1\left(\underline{r}_{i\nu}^{(\nu)}\right)/\underline{C}_\nu$$

Die Gleichungen (8) und (5a) für die äusseren Leiteroberflächen führen schliesslich zu

$$-\underline{k}_{11}\underline{g}_1 - \underline{k}_{12}\underline{h}_1 = \frac{\underline{I}_i}{2\pi R_i} \qquad (12)$$

$$\underline{k}_{N1}\underline{e}_N + \underline{k}_{N2}\underline{f}_N = \frac{\underline{I}_i + \underline{I}_a}{2\pi R_a} \qquad (13)$$

Diese Bestimmungsgleichungen (10) bis (13) können in einem System von $2N$ Gleichungen der matriziellen Form

$$\underline{\boldsymbol{l}} = [\underline{\boldsymbol{M}}] \cdot \underline{\boldsymbol{k}} \qquad (14)$$

zusammengefasst werden, wobei $\underline{\boldsymbol{k}}$ der Vektor der gesuchten Koeffizienten $\underline{k}_{\nu 1}$, $\underline{k}_{\nu 2}$ (ν = 1...N) ist. Die Systemmatrix $[\underline{\boldsymbol{M}}]$ ist spärlich besetzt: Sie weist in den Zeilen 1 bis ($2 \cdot N$–2) jeweils vier Nicht-Null-Elemente auf,

Nicht-Null-Elemente der Matrix $[\underline{M}]$ sowie Elemente der Vektoren $\underline{h}$ und $\underline{k}$ nach Gl. (14) Tabelle I

Schicht $v = 1 \ldots (N-1)$: *Zeilen $z = 1 \ldots (2N-2)$*						
Zeile	$\underline{M}(z, 2v-1)$	$\underline{M}(z, 2v)$	$\underline{M}(z, 2v+1)$	$\underline{M}(z, 2v+2)$	$\underline{l}(z)$	$\underline{k}(z)$
$z = 2v-1$	$\underline{a}_v$	$\underline{b}_v$	$\underline{c}_v$	$\underline{d}_v$	0	$\underline{k}_{v1}$
$z = 2v$	$\underline{e}_v$	$\underline{f}_v$	$\underline{g}_v$	$\underline{h}_v$	0	$\underline{k}_{v2}$
Schicht $v = N$:						
Zeile	$\underline{M}(z, 1)$	$\underline{M}(z, 2)$	$\underline{M}(z, 2N-1)$	$\underline{M}(z, 2N)$	$l(z)$	$k(z)$
$z = 2N-1$	$-\underline{g}_1$	$-\underline{h}_1$	0	0	$\underline{I}_i/(2\pi R_i)$	$\underline{k}_{N1}$
$z = 2N$	0	0	$\underline{e}_N$	$\underline{f}_N$	$\dfrac{\underline{I}_i + \underline{I}_a}{2\pi R_i}$	$\underline{k}_{N2}$

deren Grösse der Tabelle I entnommen werden kann, ebenso wie die jeweils zwei Nicht-Null-Elemente der beiden letzten Zeilen. Der Erregungsvektor $\underline{l}$ weicht nur in seinen beiden letzten Elementen von null ab; diese beiden Elemente beinhalten die magnetischen Feldstärken an den beiden Leiteroberflächen entsprechend den Gleichungen (12) und (13).

Das Gleichungssystem (14) wird daher zweckmässigerweise unter Ausnutzung seiner «sparse»-Eigenschaft aufgelöst, beispielsweise durch ein topologisch gesteuertes iteratives Lösungsverfahren.

1.2 Berücksichtigung feldstärkeabhängiger Permeabilität

Die bisher beschriebene Lösung beschränkt sich auf konstante Materialeigenschaften. Im folgenden soll jedoch von einem nichtlinearen Verhalten des Leitermaterials ausgegangen werden, wie es beispielsweise durch die Magnetisierungskennlinie in Figur 2 beschrieben wird, die für einen Stahl, der für Druckkabelrohre Verwendung findet, messtechnisch ermittelt wurde [8].

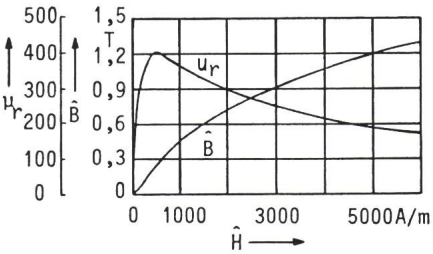


Fig. 2 Magnetisierungskennlinie und feldstärkeabhängige, relative Permeabilitätszahl

Im folgenden soll die aus der Magnetisierungskennlinie abzuleitende, ebenfalls in Figur 2 dargestellte Amplitudenpermeabilität zur Berechnung der Wechselstrom-Impedanzen und -Verluste herangezogen werden; es kann jedoch auch eine ebenfalls von der Aussteuerungsamplitude abhängige «effektive» Permeabilität berücksichtigt werden, die nach [9] eine verbesserte Nachbildung der Induktionszeitflächen erlaubt.

Beginnend mit Startwerten für die Permeabilitäten aller Leiterschichten wird eine erste Stromdichte- und Magnetfeldstärke-Verteilung nach den in Abschnitt 1.1 angegebenen Beziehungen ermittelt. Die so erhaltene Magnetfeldstärke erlaubt es nun, die Permeabilitäten in allen Leiterschichten für die dort herrschenden magnetischen Feldstärken aus der Magnetisierungskennlinie in Figur 2 neu zu bestimmen. Sodann werden diese Permeabilitäten wiederum als konstant innerhalb der einzelnen Leiterschichten aufgefasst und eine erneute Berechnung durchgeführt. Die so berechnete, neue Verteilung der magnetischen Feldstärke im Leiter führt zu einer weiteren Iteration der Permeabilitäten aller Leiterschichten, die solange wiederholt werden kann, bis die schrittweise noch entstehenden Abweichungen der Ergebnisse vernachlässigbar gering bleiben. Wie die folgenden Beispiele zeigen werden, sind hierzu nur sehr wenige Iterationen – meist nicht mehr als drei – erforderlich.

1.3 Bestimmung der Verluste

Die im Leiter nach Figur 1 entstehenden Verluste können mit einer radialen Integration aus den zuvor bestimmten Stromdichteverteilungen ermittelt werden. Wesentlich einfacher wird dies jedoch über eine Flächenintegration der Leistungseinströmungen an der inneren und an der äusseren Leiteroberfläche, d.h. aus den dort gegebenen Poyntingvektoren, erreicht. Der Poyntingvektor an der inneren Oberfläche eines Leiters beträgt

$$\underline{S}_{Pi} = \underline{E}(R_i) \cdot \underline{H}^*(R_i) \qquad (15)$$

und an der äusseren Oberfläche

$$\underline{S}_{Pa} = \underline{E}(R_a) \cdot \underline{H}^*(R_a) \qquad (16)$$

wenn dieser Leiter den Längsstrom $\underline{I}_a$ führt und den Strom $\underline{I}_i$ umfasst. Multiplikation der beiden Poyntingvektoren mit den Flächenbelägen $(2\pi R_a)$ bzw. $(2\pi R_i)$ sowie Differenzbildung führt schliesslich zu dem vom Leiter aus dem Feld aufgenommenen komplexen Leistungsbelag

$$\underline{S}' = \underline{I}_i^* \left[\frac{\underline{G}(R_i)}{x(R_i)} - \frac{\underline{G}(R_a)}{x(R_a)} \right] - \underline{I}_a^* \frac{\underline{G}(R_a)}{x(R_a)} \qquad (17)$$

Aus Gleichung (17) folgt, dass im Falle des Koaxialkabelbetriebes ($\underline{I}_a = -\underline{I}_i = -I$) Impedanz- und Verlustbelag des Aussenleiters durch die Stromdichte an seiner inneren Oberfläche bestimmt sind:

$$\underline{Z}' = R' + jX' = \underline{G}(R_i) / [x(R_i) \cdot I] \qquad (18)$$

Führt der betrachtete Leiter jedoch keinen Längsstrom ($\underline{I}_a = 0$; $\underline{I}_i = I$; Wirbelstromproblem), so sind die Stromdichten beider Leiteroberflächen bestimmend:

$$\underline{Z}' = R' + jX' = \frac{\underline{G}(R_i)}{x(R_i) \cdot I} - \frac{\underline{G}(R_a)}{x(R_a) \cdot I} \qquad (19)$$

Die Leiterverlustbeläge folgen dann aus den Gleichungen (17), (18) oder (19) mit

$$P' = \mathrm{Re}(\underline{S}') \text{ bzw. } P' = \mathrm{Re}(\underline{Z}' \cdot I^2).$$

2. Beispiele

Betrachtet werde ein Stahlrohr mit einem Innendurchmesser von 60 mm und einem Aussendurchmesser von 70 mm, das die gemessene Magnetisierungskennlinie [8] nach Figur 2 aufweisen möge. Zwei Fälle sollen unterschieden werden:

(a) Das Stahlrohr führe selber keinen Längsstrom. Es umschliesse aber

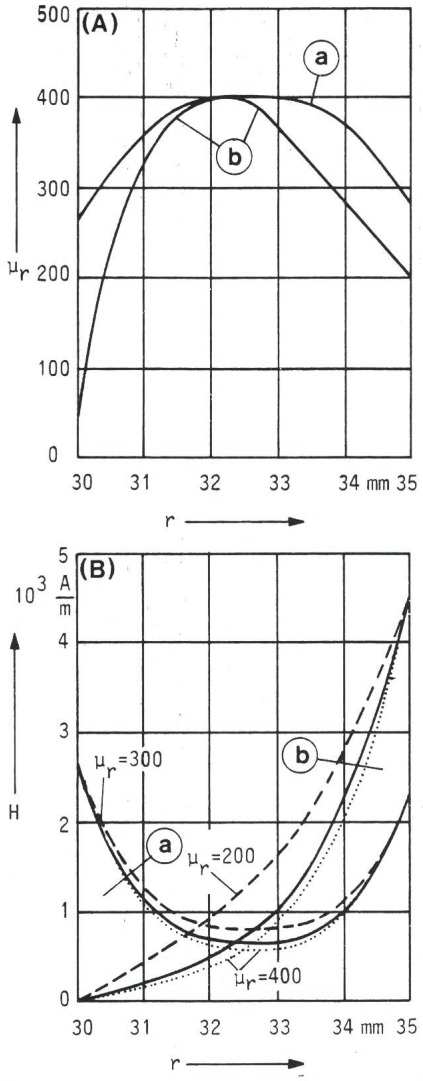


Fig. 3 Radiale Verteilungen der relativen Permeabilitätszahl (A) und der magnetischen Feldstärke (B)

(a) $\underline{I}_a = 0$; $\hat{I}_i = 500$ A, d.h. Wirbelstromverteilung
(b) $\underline{I}_i = 0$; $\hat{I}_a = 1000$ A

Ausgezogene Feldlinie: μ_r nach Figur 3a
Rohrabmessungen: $R_i = 30$ mm; $R_a = 35$ mm

einen Leiter, der den Längsstrom $\underline{I}_i = I$ führt. Der Rückleiter befinde sich weit entfernt oder sei koaxial ausgeführt, so dass keine Rückwirkungen von ihm zu erwarten sind.

(b) Das Stahlrohr führe einen Längsstrom $\underline{I}_a = I$ ($\underline{I}_i = 0$). Für den Rückleiter gelten dieselben Aussagen wie zu (a).

Die Figuren 3 und 4 geben die Ergebnisse zu diesen beiden Fällen wieder. Zu erkennen sind einerseits die stark inhomogenen Verteilungen der relativen Permeabilitätszahlen, anderseits der die Verteilung der magnetischen Feldstärke prägende Skineffekt, der im Falle des Längsstromes (b) einseitig und im Falle des Wirbelstromproblems (a) zu beiden Leiteroberflächen hin ausgeprägt ist.

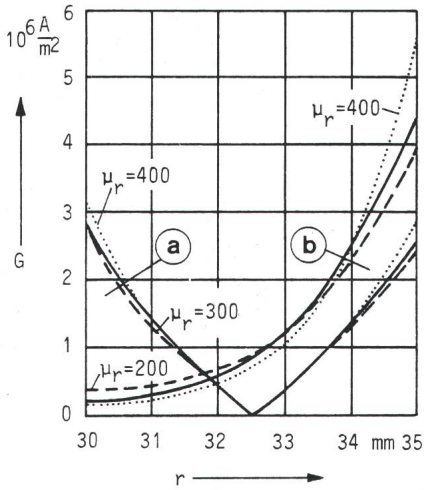


Fig. 4 Radiale Verteilungen der Stromdichten für die beiden Beispiele (a) und (b) nach Figur 3

Figur 4 gibt die entsprechenden radialen Verteilungen der Stromdichte wieder; auch hier wird der Einfluss des Skineffektes deutlich.

Ergänzend sind in den Figuren 3 und 4 diejenigen Verteilungen der Feldgrössen dargestellt, die sich bei Annahme konstanter Permeabilität ergeben würden. Zugrunde gelegt wurden hierbei der jeweils auftretende Höchstwert der relativen Permeabilität ($\mu_r \approx 400$) sowie eine Grösse, die der magnetischen Feldstärke an der äusseren Rohroberfläche in etwa entspricht ($\mu_r = 200$ bzw. $\mu_r = 300$). Zu erkennen ist, dass die auftretenden Abweichungen von der Wahl der konstanten Permeabilitätszahl abhängen, wobei die Stromdichteverteilungen insbesondere zu den Leiteroberflächen hin stark vom tatsächlichen Verlauf abweichen können. Auf die hierdurch bewirkten Fehler bei der Bestimmung der Leiterverluste wird im folgenden noch eingegangen.

Zunächst soll jedoch anhand der Figur 5 der in Abschnitt 1.2 beschriebene Iterationsablauf verdeutlicht werden: Aufgetragen sind für die beiden Fälle

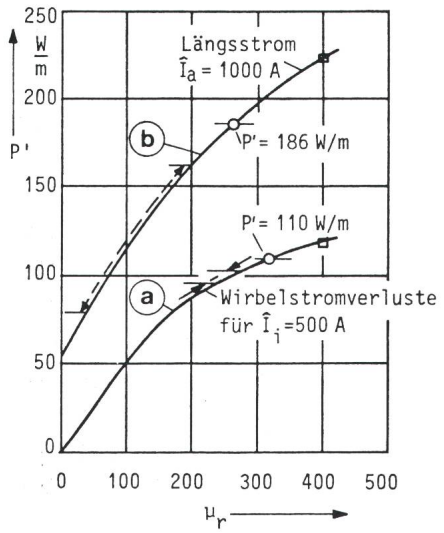


Fig. 6 Verlustleistungsbeläge

Ausgezogene Kurven: in Funktion der feldstärkeunabhängig angenommenen relativen Permeabilitätszahl

○ Verlustleistungsbeläge für feldstärkeabhängige relative Permeabilitätszahl

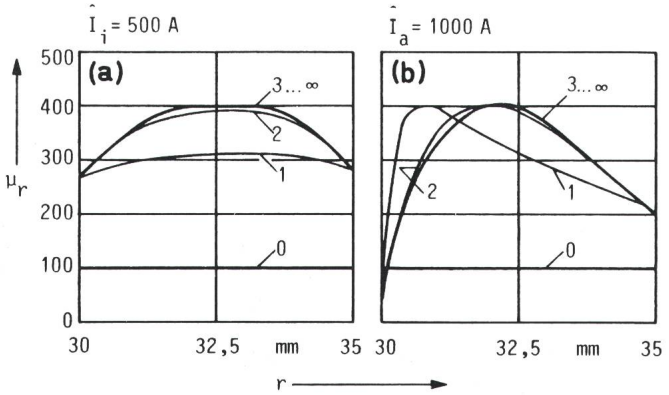
Gestrichelt: mögliche Rechenfehler bei Abschätzung von μ_r aus den magnetischen Feldstärken an den Leiteroberflächen

□ Ergebnis bei der Auswahl der grössten, aus der Berechnung sich ergebenden relativen Permeabilitätszahl ($\mu_r \approx 400$)

nach (a) und (b) die radialen Verteilungen der relativen Permeabilitätszahl, wie sie sich im Rechenablauf ergeben. Parameter ist die Anzahl der Permeabilitäts-Iterationen: Die Berechnung beginnt mit $\mu_r = 100$ als willkürlicher Startgrösse. Die Abbildung macht deutlich, dass bereits nach zwei Iterationen eine gute Annäherung an die tatsächliche Verteilung erreicht ist, die sich dann nach dem dritten Iterationsschritt im Rahmen der Zeichengenauigkeit endgültig eingestellt hat.

Zur Abschätzung der Rechenfehler, die bei Annahme konstanter Permeabilität auftreten können, soll Figur 6 eine Hilfe geben. Dargestellt sind die bei Voraussetzung konstanter Permea-

Fig. 5 Radiale Verteilungen der relativen Permeabilitätszahlen mit der Anzahl der Iterationschritte als Parameter



bilitätszahlen auftretenden Verlustbeläge. In diese beiden Kennlinien wurden die der Magnetisierungskennlinie in Figur 2 und den Verteilungen in den Figuren 3 und 4 entsprechenden, tatsächlich auftretenden Verluste eingetragen.

Will man die vorliegenden Problemstellungen bei näherungsweiser Annahme konstanter Permeabilität berechnen, so wird man um eine möglichst gute Auswahl dieser Grösse bei Berücksichtigung der Magnetisierungskennlinie sowie der vorgegebenen Leiterströme bemüht sein. So ist es beispielsweise denkbar, diejenigen relativen Permeabilitätszahlen der Berechnung zugrunde zu legen, die sich aus den an den Leiteroberflächen auftretenden magnetischen Feldstärken ergeben würden: Diese Feldstärken sind mit den Gleichungen (8) und (9) noch ohne Kenntnis der Feldverteilungen im Leiterinneren leicht bestimmbar. Die sich aus dieser Überlegung ergebenden Verlustbeläge grenzen Bereiche der Abschätzung ein, die längs der beiden Kennlinien in Figur 6 gestrichelt eingezeichnet sind. Zu erkennen ist, dass die mit Hilfe dieser Abschätzung möglicherweise bestimmten Verlustbeläge teilweise erheblich von den tatsächlich auftretenden Verlustbelägen abweichen können.

Eine zweite Näherung könnte es sein, die erkennbar grösste auftretende relative Permeabilitätszahl der Berechnung zugrunde zu legen: $\mu_r = 400$. Die sich hieraus ergebenden Verlustbeläge sind ebenfalls in Figur 6 eingezeichnet. Man sieht, dass auch bei dieser Abschätzung spürbare Rechenfehler auftreten können.

Die durch die Voraussetzung konstanter Permeabilität möglicherweise auftretenden Rechenfehler sind von den vorzugebenden Leiter-Längsströmen abhängig. Dies soll abschliessend durch die Figur 7 verdeutlicht werden, in der zunächst einmal die Verlustleistungsbeläge für konstante Permeabilität (nach Fig. 6) aufgetragen sind, wobei sie auf denjenigen Verlustleistungsbelag P'_0 bezogen wurden, der sich bei der relativen Permeabilitätszahl $\mu_r = 400 =$ const. ergibt. In diese Kennlinien eingetragen wurden nun die sich für unterschiedliche Längsströme bei feldstärkeabhängiger Permeabilität ergebenden Verlustleistungsbeläge, ebenfalls bezogen auf diejenigen Verlustleistungsbeläge, die sich für den jeweiligen Längsstrom und für $\mu_r = 400 =$ const. errechnen.

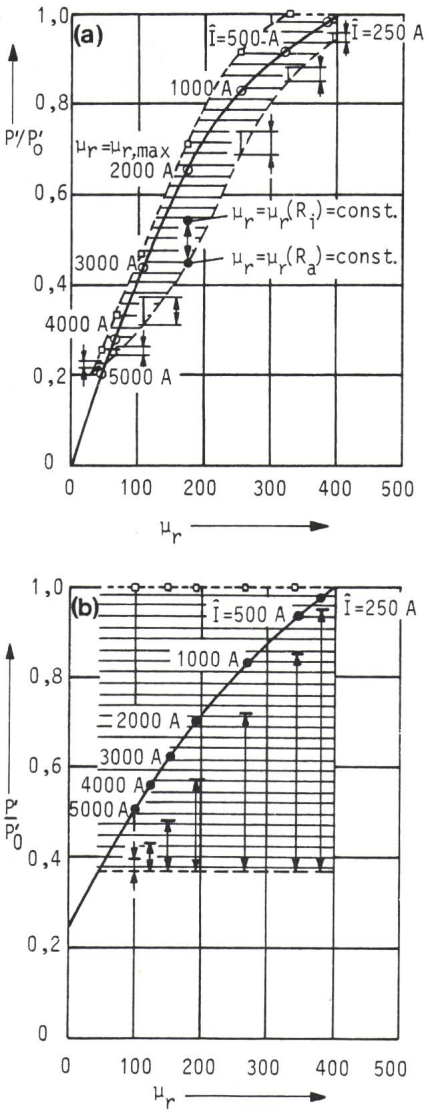


Fig. 7 Bezogene Kennlinien der Verlustleistungsbeläge analog Figur 6 zu den beiden Fällen (a) und (b)

○ Für unterschiedliche Ströme bei feldstärkeabhängiger Permeabilitätszahl berechnete Verlustleistungsbeläge

□ $\mu_r = 400$

Die senkrechten Pfeile entsprechen den in Figur 6 gestrichelt dargestellten Fehlerbereichen.
Die schraffierten Flächen kennzeichnen die sich insgesamt ergebenden Bereiche möglicher Rechenfehler bei Annahme konstanter Permeabilitäten.

Diesen Kennlinienpunkten könnte somit eine für die jeweiligen Längsströme und für die vorgegebene Betriebsart gültige «effektive Permeabilität» zugeordnet werden, deren relative Grösse auf der Abzisse abgelesen werden kann.

Zu den vorgegebenen Längsströmen wurden als vertikale Pfeile die bereits in Figur 6 dargestellten Ergebnisbereiche eingezeichnet, die sich bei Abschätzung der relativen Permeabilitätszahl aus den Magnetfeldstärken an den Leiteroberflächen ergeben. Die Vorgabe der grössten, aus den berechneten Magnetfeldstärken folgenden Permeabilität als feldstärkeunabhängige Rechengrösse liefert eine obere Abgrenzung des Bereiches möglicher Rechenfehler.

Die durch die Voraussetzung feldstärkeunabhängiger Permeabilität möglichen Rechenfehler bei der Verlustleistungsbestimmung liegen somit – je nach Abschätzung – innerhalb von Bereichen, die für die beiden Beispiele in der Figur 7 schraffiert dargestellt sind. Dieser Figur 7 kann entnommen werden,

- dass bei Voraussetzung konstanter Permeabilität erhebliche Rechenfehler auftreten können,
- dass diese Rechenfehler vom Werkstoff, von der Betriebsart bzw. Längsstromverteilung und von der Grösse der Längsströme abhängen und
- dass es schwierig ist, objektivierbare Kriterien zur bestmöglichen Auswahl einer feldstärkeunabhängigen «effektiven» Permeabilität, d.h. zur Rechenfehler-Minimierung, zu entwickeln.

Literatur

[1] *E.H. Badawy* u.a.: Ein neues Verfahren zur Unterdrückung der Gleichstromharmonischen und Verbesserung der mechanischen Leitereigenschaften in HGÜ-Systemen. ETZ-Archiv 3(1981)6, S. 185...187.

[2] *K.F. Eichhorn:* Erhöhung der Durchgangsleistung dreiphasiger Kabelsysteme in Einebenenanordnung durch thermische Anpassung der Mantelverluste an die Kühlverhältnisse. Dissertation der Technischen Hochschule Darmstadt, 1977.

[3] *G. Hosemann* und *W. Meyer:* Erweiterung der Teilleitermethode auf Anordnungen mit magnetischen Gebieten. Archiv für Elektrotechnik 66(1983)1, S. 29...36.

[4] *W. Meyer:* Verluste in SF_6-isolierten, ferromagnetischen Dreileiter-Kapselungen. ETZ-Archiv 8(1986)3, S. 99...105.

[5] *H. Brakelmann* und *H.-G. Dabringhaus:* Bestimmung der Wechselstromverluste und Impedanzbeläge von Hochspannungskabeln. Bull. SEV/VSE 73(1982)15, S. 796...801.

[6] *H. Brakelmann:* Belastbarkeiten der Energiekabel. Berechnungsmethoden und Parameteranalysen. Berlin, VDE-Verlag, 1985.

[7] *K. Simonyi:* Theoretische Elektrotechnik. 3. Auflage. Berlin, Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1968.

[8] *D. Arlt:* Die Wechselstrommagnetisierungskurve eines für Rohrgaskabel verwendeten Stahlrohres und deren analytische Beschreibung. Jahresberichte des Fachbereiches Elektrische Energieübertragung der Universität Duisburg, 1985.

[9] *J. Früchtenicht:* Analytische Beschreibung von Magnetisierungskennlinien bei harmonischer Erregung. ETZ-A 99(1978)11, S. 671...674.

[10] *D. Arlt:* Verluste in längsnahtgeschweissten ferromagnetischen Rohren. Veröff. in Vorbereitung.