

<b>Zeitschrift:</b>	Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen
<b>Band:</b>	76 (1985)
<b>Heft:</b>	13
<b>Artikel:</b>	Minimisation des pertes de puissance active dans les réseaux à haute tension
<b>Autor:</b>	Cârtin, G.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-904633">https://doi.org/10.5169/seals-904633</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Minimisation des pertes de puissance active dans les réseaux à haute tension

G. Cărtină

L'expression des pertes de puissance dans les réseaux HT est une fonction non linéaire avec des coefficients variables d'un régime à l'autre, ce qui entraîne des difficultés de calcul importantes dans le processus d'optimisation. En s'appuyant sur l'algorithme du gradient conjugué, l'on propose une nouvelle méthode de minimisation des pertes de puissance active. Son efficacité est montrée à l'exemple de la minimisation en fonction des puissances réactives d'un réseau.

In der Berechnung von Hochspannungsnetzen erscheinen die Leistungsverluste als nichtlineare Funktionen mit Koeffizienten, die mit jeder Betriebsart ändern, was bei der Optimierung zu grossen Rechenschwierigkeiten führt. Die hier vorgestellte neue Methode zur Minimierung der Wirkleistungsverluste beruht auf dem Algorithmus des konjugierten Gradienten. An einem Beispiel zur Minimierung der Blindleistungen wird deren Wirksamkeit gezeigt.

## 1. Introduction

La minimisation des pertes de puissance active dans les réseaux HT est un problème d'intérêt économique considérable. La diminution de la circulation des puissances réactives constitue une méthode de base pour la réduction des pertes de puissance active, vue la contribution du transit réactif aux pertes totales. L'actualité du problème pour les réseaux HT est justifiée par l'importance de ces réseaux dans la structure des pertes totales et par les possibilités réelles de trouver des solutions économiques. Il s'agit donc de trouver le vecteur des puissances réactives dans les nœuds du réseau  $[Q^*]$  qui rend minimales les pertes de puissance  $\Delta P(Q)$ . Pour satisfaire aux demandes des usagers, il est nécessaire d'assurer la production de la différence du réactif  $[Q^{(o)} - Q^*]$  sur place, c'est-à-dire, d'installer la puissance de compensation

$$[Q_c] = [Q^{(o)} - Q^*] \quad (1)$$

Le fait que la fonction  $\Delta P(Q)$  est non linéaire [1]:

$$\Delta P(Q) = Q^T C Q + Q^T D + K \quad (2)$$

pose de nombreux problèmes de calcul.

A la différence des réseaux radiaux [1] où les éléments des matrices  $C$ ,  $D$  et  $K$  sont constants pour un réseau donné, ils se modifient d'un régime à l'autre dans le cas des réseaux HT maillés, ce qui constitue une difficulté de calcul supplémentaire [1; 2]. Vu l'importance du problème, les méthodes de calcul consacrées à la minimisation des pertes de puissance ont connu un grand intérêt dernièrement. A présent, les connaissances sont telles qu'un nouvel algorithme ne sera accepté que s'il est meilleur que les algorithmes connus du point de vue de l'exactitude des solutions et de la vites-

se de convergence du processus itératif. Dans la minimisation des fonctions quadratiques, de bons résultats ont été obtenus avec les algorithmes du type gradient conjugué [3]. Dans ce qui suit, on s'appuie sur l'algorithme du gradient conjugué en proposant une nouvelle méthode de minimisation des pertes de puissance active.

## 2. L'algorithme du gradient conjugué

Admettons que l'on cherche le minimum d'une fonctionnelle quelconque de  $n$  variables  $f(X)$  où  $X \in \mathcal{X}$  est donc un vecteur à  $n$  dimensions. Généralement, on suit un processus itératif de type

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \alpha^{(k)} h^{(k)}, \quad k = 0, 1, \dots \quad (3)$$

où  $h^{(k)}$  et  $\alpha^{(k)}$  représentent la direction et la profondeur de déplacement du point  $X$  dans l'itération  $k$ . La différence entre les algorithmes d'optimisation est la manière spécifique de calcul de  $h^{(k)}$  et  $\alpha^{(k)}$ . L'algorithme du gradient conjugué est le suivant (fig. 1):

- on choisit un point de départ  $X^{(o)} \in \mathcal{X}$ ;
- le point  $X^{(k+1)}$  est déterminé comme minimum de la fonctionnelle  $f(X)$  dans la direction définie par

$$h^{(k)} = -g^{(k)} + \beta^{(k)} h^{(k-1)}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (4)$$

avec

$$h^{(o)} = -g^{(o)} \quad (5)$$

$$\beta^{(k)} = \frac{\|g^{(k)}\|^2}{\|g^{(k-1)}\|^2}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (6)$$

$$\alpha^{(k)} = \frac{(g^{(k)}, h^{(k)})}{(h^{(k)}, C h^{(k)})}, \quad k = 0, 1, \dots \quad (7)$$

où  $g^{(k)} = \nabla f(X^{(k)})$  représente le gradient de la fonctionnelle  $f(X)$ , pris au point  $X^{(k)}$ ;

### Adresse de l'auteur

Dr. Ing. G. Cărtină, Facultatea Electrotehnica, Institutul Politehnic Jassi, Calea 23 August 22, R-Jassi 6600.

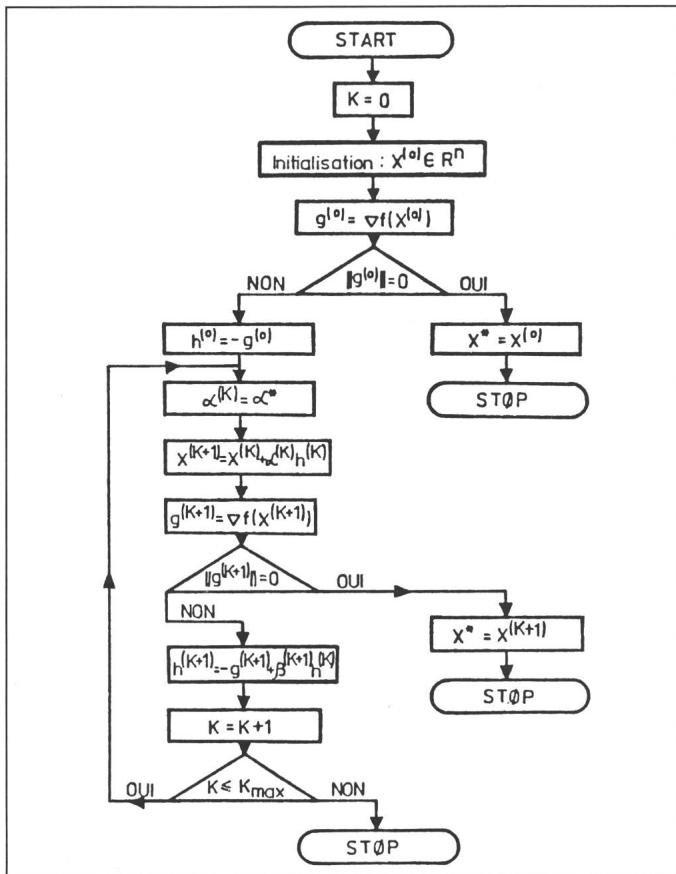


Fig. 1 Organigramme pour l'utilisation du gradient conjugué

Programme GRADCONJ

\* Valeur optimale

$(g^{(k)}, h^{(k)})$  et  $(h^{(k)}, Ch^{(k)})$  le produit scalaire des vecteurs  $g^{(k)}$  et  $h^{(k)}$ , respectivement  $h^{(k)}$  et  $Ch^{(k)}$ ;

$\|g^{(k)}\| = \sqrt{(g^{(k)}, g^{(k)})}$  la norme du gradient  $g^{(k)}$ .

Dans ces relations  $C$  est la matrice quadratique de la relation (2).

La valeur de  $\alpha^{(k)}$  est calculée à chaque itération de manière à optimiser la profondeur de déplacement. La relation (6) représente la condition que les directions  $h^{(k)}$  et  $h^{(k-1)}$  soient conjuguées:

$$(h^{(k)}, Ch^{(k-1)}) = 0 \quad (8)$$

Par conséquent, dans le cas d'une fonction objective quadratique (2) et strictement convexe ( $C > 0$ ), la méthode du gradient conjugué selon les relations (3) à (7) et la figure 1 assure la convergence avec un nombre fini de pas ( $k = n$ ) où  $n$  est la dimension du problème et ceci pour n'importe quelle approximation initiale  $X^{(0)} \in X$ . Cette propriété remarquable, obtenue au prix d'une minime complication du processus de calcul, explique la vaste utilisation du gradient conjugué dans les problèmes d'optimisation. De la re-

lation (8) on constate que les directions conjuguées deviennent rectangulaires si la matrice  $C$  est la matrice unité.

### 3. La méthode de minimisation OPTIM

Pour un réseau maillé avec  $(n+1)$  nœuds (le nœud  $n+1 = e = N$  étant le nœud d'équilibre) les pertes de puissance active en fonction des puissances actives et réactives aux nœuds et de la tension dans le nœud d'équilibre ont été formulées en détail en [4]. Avec les notations de [4] la fonctionnelle  $\Delta P(Q)$  peut également être mise sous la forme

$$\Delta P(Q) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n C_{ik} Q_i Q_k + \sum_{i=1}^n D_i Q_i + K \quad (9)$$

ou encore sous la forme (2) avec

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \quad (10)$$

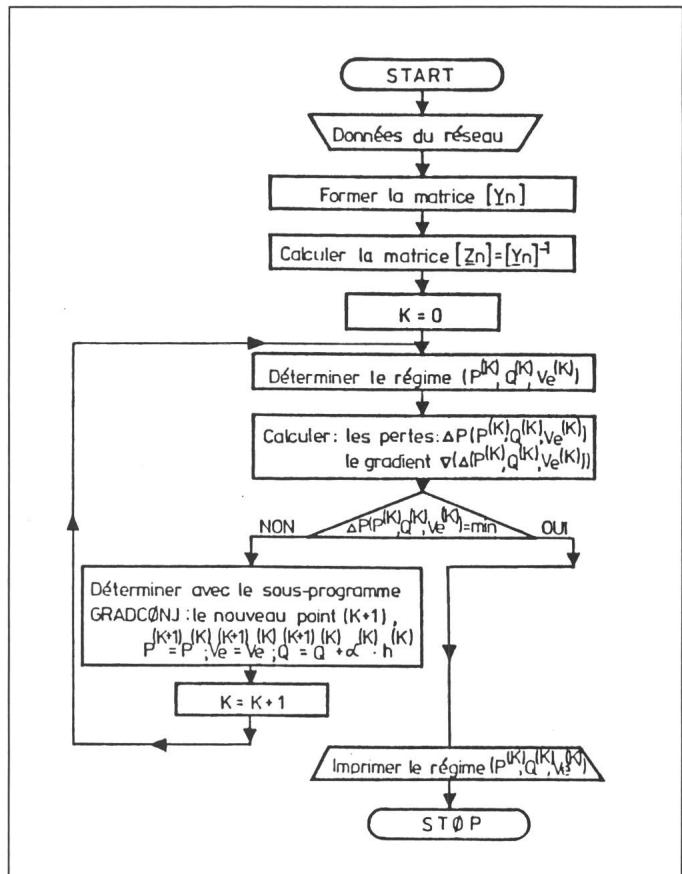


Fig. 2 Organigramme de la méthode de minimisation

Programme OPTIM

Voir également [4]

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_n \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \dots \\ D_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$C_{ik} = C_{ki} = \frac{1}{U_i U_k} R_{ik} \cos \delta_{ik}, \quad i, k = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

$$D_i = \frac{1}{U_i} \left( 2 \sum_{k=1}^n \frac{P_k}{U_k} R_{ik} \sin \delta_{ik} - U_e C_{ei} \cos \delta_i \right), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

$$K = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n C_{ik} P_i P_k + U_e \sum_{i=1}^n \frac{C_{ei}}{U_i} P_i \sin \delta_i + G_e U_e^2 \quad (14)$$

Il est clair que la puissance des condensateurs enclenchés pour la compensation du côté MT ne doit jamais dépasser les puissances réactives demandées par les usagers. Le modèle

mathématique de la minimisation des pertes de puissance active a donc la forme

$$\min \Delta P(Q) = \min (Q^T C Q + Q^T D + K) \quad (15)$$

$$Q_j \leq Q_j^{(0)}, j = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

$$Q_j = Q_j^{(0)} - Q_{jc} \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

Comme on voit des relations (12) à (14) la valeur des termes des matrices  $C$ ,  $D$  et  $K$  se modifie pendant le processus d'optimisation. En partant du régime  $(P^{(0)}, Q^{(0)}, U_e^{(0)})$ , la méthode OPTIM modifie successivement les puissances réactives dans les nœuds du réseau, selon l'algorithme du gradient conjugué, jusqu'à ce que les composantes du gradient deviennent nulles:

$$g(Q_i^*) = 2 \sum_{k=1}^n C_{ik} Q_k^* + D_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

Le vecteur correspondant  $[Q^*]$  rend minimales les pertes de puissance  $\Delta P(Q)$  et la différence  $[Q_c] = [Q^{(0)} - Q^*]$  est la puissance de compensation. Bien que la fonction  $\Delta P(Q)$  soit quadratique, il est plus difficile de démontrer qu'elle est strictement convexe. Le schéma logique de calcul est donné à la figure 2.

Généralement, le test de l'optimalité se fait par la vérification de la norme du gradient, NC, à chaque itération:

$$NG = \|g(Q)\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n [g(Q_i)]^2} \leq EPS \quad (19)$$

où EPS est l'epsilon fixé par l'utilisateur. Si les pertes de puissance active de l'itération  $k$  augmentent par rapport aux pertes de l'itération  $(k-1)$ , le minimum a été dépassé. La valeur optimale est  $\Delta P(Q^*) = \Delta P(Q^{(k-1)})$  et le processus de calcul est arrêté. La vérification des restrictions (16) et (17) est faite à chaque itération.

Le programme de calcul utilise comme données d'entrée les paramètres du réseau, les puissances actives et réactives dans les nœuds, la tension du nœud d'équilibre et les valeurs des paramètres inclus dans les critères d'arrêt du processus de calcul. Il fournit les pertes de puissance active dans le régi-

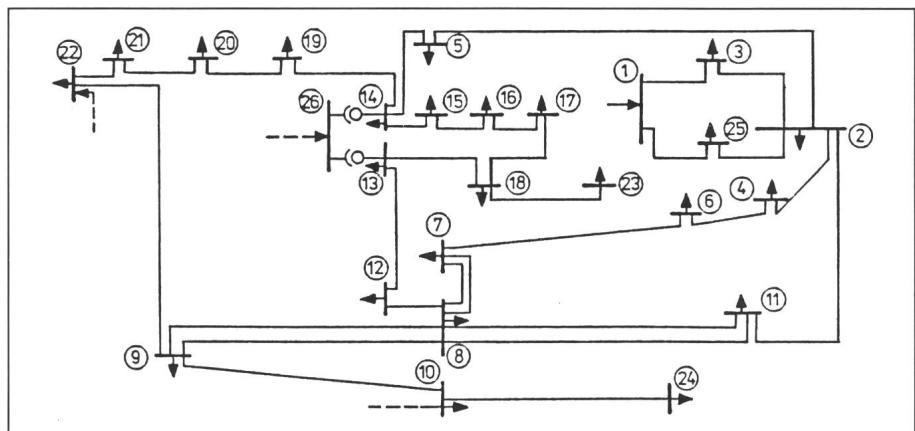


Fig. 3 Exemple: Réseau 220/110 kV de 26 nœuds

me optimal, les puissances de compensation aux nœuds du réseau et les valeurs de différents indicateurs économiques.

#### 4. Exemple d'application

La méthode de minimisation OPTIM a été testée pour un réseau 220/110 kV avec 26 nœuds (fig. 3). Les calculs ont été faits avec un ordinateur FELIX C-256.

Dans une première étape, le critère d'arrêt a été fixé à

$$NG \leq EPS = 5 \cdot 10^{-5}$$

et le processus itératif a parcouru le nombre maximum d'itérations tolérées,  $IT = IT_{max}$ , (fig. 4). La figure 4 montre le résultat de l'itération de dif-

férentes grandeurs. On voit que la plus grande réduction des pertes de puissance est obtenue au premier pas; elle représente environ 15% des pertes initiales. Cette observation est valable pour plusieurs régimes analysés. La réduction des pertes dans la première itération est d'autant plus grande que la charge du réseau est grande. Les itérations suivantes diminuent de plus en plus les pertes de puissance active, parallèlement à l'augmentation de la compensation. La figure 4 montre aussi pour  $Q_{tot}$  et  $\mu$  deux tendances opposées, évidentes dès la première itération.

Dans une deuxième série d'essais on a introduit d'autres critères d'arrêt, soit

$$\Delta P(Q^{(k)}) \geq \Delta P(Q^{(k-1)}) \quad (20)$$

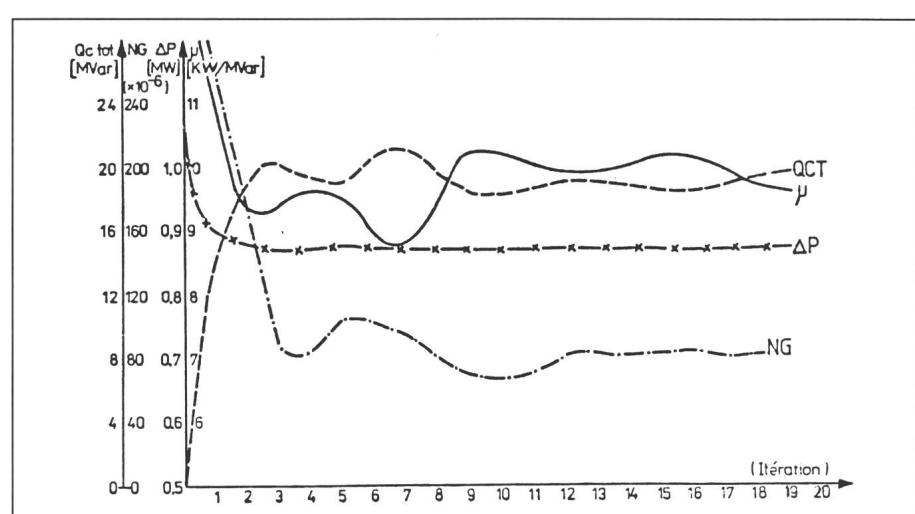


Fig. 4 Exemple du processus d'itération

$Q_{tot}$  puissance de compensation totale

$\Delta P$  pertes de puissance active

$\mu$  équivalent énergétique de la puissance réactive de compensation

NG Norme du gradient

$$\mu = \mu_{\min} \quad \text{ou} \quad (21)$$

$$Q_{\text{ctot}} \geq Q_{\text{ctmax}} \quad (22)$$

Le premier de ces critères signifie que si  $\Delta P(Q)$  ne diminue plus, le processus de calcul est arrêté. Le deuxième critère (21) tient compte d'un  $\mu_{\min}$  déterminé du point de vue économique, en considérant le prix des condensateurs, leurs pertes, etc. Le troisième critère (22) peut être imposé par des considérations du bilan réactif par réseau. Dans tous les cas, le minimum est pratiquement atteint après quatre itérations, après lesquelles le processus itératif présente des oscillations autour de la valeur minimum, mais de profondeur négligeable. Pour certains réseaux la solution optimale est atteinte après 8 à 9 itérations, mais les variations de NG,  $Q_{\text{ctot}}$  et  $\Delta P(Q)$  après la quatrième itération sont faibles. Si l'on augmente la valeur de EPS de  $5 \cdot 10^{-5}$  à

$2 \cdot 10^{-4}$  on diminue fortement le nombre d'itérations.

Les oscillations de la solution sont dues aux erreurs d'arrondissement et à la vérification des restrictions (16) et (17) à chaque itération. Si les puissances réactives dépassent les limites, elles prennent les valeurs de celles-ci. A cause de ces erreurs et limitations on n'arrive jamais à annuler complètement les composantes du gradient. La minimisation des pertes d'énergie active se fait de la même manière en utilisant le modèle mathématique donné en [4].

## 5. Conclusions

Du point de vue pratique, la méthode proposée donne la solution optimale dès les premières itérations. Cette efficacité est due à l'application simultanée des corrections pour toutes les puissances réactives des nœuds et à

l'efficacité de l'algorithme du gradient conjugué. La réduction du temps de calcul dans le cas de la méthode de minimisation proposée est assez importante par rapport aux autres méthodes. Le programme est conçu de manière à traiter un nombre non limité de réseaux ayant des dimensions importantes.

## Bibliographie

- [1] G. Cártná: Modèle mathématique et méthode d'optimisation des productions d'énergie réactive dans un réseau électrique. Bull. ASE/UCS 73(1982)1, p. 27...31.
- [2] P.A. Chamorel: Optimisation des productions d'énergie active et réactive dans un réseau électrique à haute tension par la programmation linéaire. Bull. ASE/UCS 72(1981)1, p. 8...13.
- [3] M. Hestenes: Conjugate direction methods in optimisation. Proceedings of the eighth IFIP conference on optimisation techniques, Würzburg, September 5...9, 1977. Part. 1. - Lecture notes in control and information science, vol. 6 - Berlin/Heidelberg/New York, Springer-Verlag, 1978; p. 8...27.
- [4] G. Cártná: Le calcul des pertes d'énergie dans les réseaux maillés. Bull. ASE/UCS 74(1983)21, p. 1220...1224.