Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 74 (1983)

Heft: 23

Artikel: Resonanzvorgänge in grossen Transformatoren

Autor: Schlosser, K.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-904897

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Resonanzvorgänge in grossen Transformatoren

K. Schlosser

Ungeklärte Schäden an grossen Generatortransformatoren sind der Anlass, mittelfrequente Ausgleichsvorgänge in einem Schwingungskreis, bestehend aus Generator, Transformator und Stichleitung, näher zu untersuchen. Als Ergebnis werden Resonanzvorgänge zwischen Transformator und Stichleitung gefunden, die zu hohen Spannungsgradienten im Innern der Hochspannungswicklung führen und als Ursache der Schäden angesehen werden. Die Bedingungen für die Resonanzfälle werden hergeleitet und jene zu deren Vermeidung angegeben. Im untersuchten Beispiel einer Kurzschlussabschaltung kommt es zu Resonanzvorgängen zwischen Transformator und Stichleitung, wenn deren Länge etwa der ganzen oder halben Drahtlänge der Hochspannungswicklung gleich ist.

Des dommages fortuits à certains grands groupes alternateur-transformateur ont motivé une étude plus détaillée des phénomènes transitoires en moyenne fréquence dans un circuit oscillant comprenant l'alternateur, le transformateur et sa ligne de branchement. Ce sont des phénomènes de résonance entre transformateur et ligne de branchement qui donnent lieu à des gradients de potentiel trop élevés à l'intérieur de l'enroulement haute tension et causent des dommages. Les conditions de résonance ont été établies, et l'on indique comment les éviter. Dans l'exemple d'un déclenchement dû à un court-circuit, ces phénomènes se produisent, lorsque la longueur de la ligne de branchement est égale à la longueur ou demi-longueur du conducteur formant l'enroulement haute tension.

Adresse des Autors
Dr. *Karl Schlosser*, Postfach 2150, D-6800 Mannheim 1.

1. Allgemeine Betrachtungen

In letzter Zeit sind grosse Generatortransformatoren durch hohe Spannungsbeanspruchungen im Innern der Hochspannungswicklung aus unbekannten Gründen ausgefallen. Es wird untersucht, ob resonanzähnliche Erscheinungen als Ursache angesehen werden können.

Grundsätzlich liegt eine Resonanz vor, wenn ein passiver Schwingungskreis (Empfänger) mit einer bestimmten Eigenfrequenz von einem aktiven Schwingungskreis (Sender) der gleichen Frequenz angeregt wird. Um der Sache hier näherzukommen, wird das Verhalten einer Anordnung nach Figur 1 im Rahmen einer Kurzschlussfortschaltung untersucht.

Bei Eintritt eines Kurzschlusses im Netz geht die Spannung der betroffenen Phase auf der Stichleitung wegen der hohen Streuspannungsabfälle im Generator und Transformator praktisch auf Null zurück. Wird nun der Schalter S geöffnet, erlischt der Kurzschlussstrom im Augenblick seines Nulldurchganges. Im gleichen Augenblick erreicht die EMK des Generators ihren Höchstwert, und am Transformator und auf der Stichleitung stellen sich nach relativ kurzer Zeit Leerlaufverhältnisse ein. Zwischen dem stationären Zustand des Kurzschlusses und dem des Leerlaufs liegt ein Ausgleichsvorgang, dessen Merkmal eine mittelfrequente Ausgleichsschwingung ist, die zu einer überhöhten Spannung am Schalter, der «wiederkehrenden Spannung», führt.

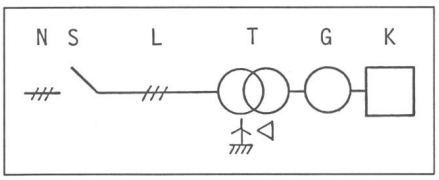

Fig. 1 Einspeisung eines Kraftwerkes in ein Hochspannungsnetz
K Kraftwerksblock
G Generator
T Transformator
L Stichleitung
S Hochspannungsschalter
N Hochspannungsnetz

Es ist das Ziel dieser Arbeit, etwas mehr Licht in den Ablauf dieses Ausgleichsvorganges zu bringen, der allgemein nur schwer zu erfassen ist.

Bei einer Zustandsänderung, die sich in Form einer gedämpften Schwingung vollzieht, wird so lange elektrische Energie in magnetische und umgekehrt verwandelt, bis die anfängliche Energiemenge in den Widerständen des Kreises verbraucht ist. Dabei stellen sich folgende Fragen: Wann, wo und auf welche Weise wird diese offensichtlich überschüssige Energie bereitgestellt? Welche Kapazitäten und Induktivitäten bilden den Schwingungskreis? Und wie gross ist die Eigenfrequenz dieses Kreises?

Bei einem solchen Schwingungsvorgang sind die Zeitrelationen von Bedeutung. Angenommen, der Ausgleichsvorgang bestehe aus 20 Halbwellen eines 15-kHz-Vorganges, dann wäre diese Zeitspanne gleich 1/15 einer 50-Hz-Halbwelle, d. h. 12° el. Die Generator-EMK, die zu Beginn des Ausgleichsvorganges gerade ihren Höchstwert erreicht hat, ändert sich in dieser Zeitspanne nur wenig, die Aufladung der Stichleitung über den Transformator erfolgt praktisch mit Gleichspannung.

Während im stationären Endzustand der Generator einen kleinen kapazitiven 50-Hz-Strom für die kurze, am Ende offene Stichleitung zu liefern hat, wird beim Zuschalten einer Gleichspannungsquelle am Anfang der Leitung eine Wanderwelle mit steiler Front ausgelöst, deren Strom aus Spannung und Wellenwiderstand der Leitung zu bestimmen wäre. Längs der Leitung bauen sich mit Lichtgeschwindigkeit gleichzeitig ein elektrisches und ein magnetisches Feld auf. Die Energieinhalte beider Felder sind gleich gross; es sind dies die Merkmale

der natürlichen Ausbreitung einer Welle. Am offenen Ende angelangt, wird diese reflektiert, d. h. die Spannung erhöht sich auf den doppelten Wert und der Strom wird null.

Es ist nun kein prinzipieller Unterschied, wenn anstelle der gedachten Gleichspannungsquelle der 50-Hz-Generator im Spannungsmaximum tritt. Dazwischen liegt allerdings noch der Transformator, dessen Trägheit auch zu überwinden ist, die aber hier vernachlässigt sei. Der Strom, mit dem die Leitung aufgeladen wird, erreicht den Wert $I_n\sqrt{2}$, wobei I_n der Effektivwert des Stromes bei natürlicher Leistung ist. Erst wenn die rücklaufende Welle am Generator eintrifft und Energie zurückliefert, reagiert dieser und stellt sich auf den wesentlich geringeren Leerlaufbedarf ein.

Bis zu diesem Zeitpunkt kann man etwa folgende Energiebilanz ziehen: Wenn W der Energieinhalt in der Kapazität der Leitung bei der Nennspannung U_n ist, hat der Generator bis zu diesem Zeitpunkt $4W$ an die Leitung geliefert. Für den Ausgleichsvorgang stehen demnach $3W$ zur Verfügung. Ferner ist zu beachten, dass bis zu diesem Zeitpunkt Streuenergien im Transformator und Generator beim Strom I_n gespeichert sind. Wieviel von der gesamten im elektrischen Teil gespeicherten Energie an die Generatorwelle in Gestalt mechanischer Energie zurückgeliefert wird und wieviel im elektrischen Teil als Überschussenergie verbleibt und vernichtet werden muss, bleibt dahingestellt. Man kann aber davon ausgehen, dass es genügend Energie sein wird, um Zerstörungen im Transformator zu bewirken.

2. Verhalten des Transformators im Frequenzbereich 5 bis 50 kHz

Grosse Leistungstransformatoren mit einer Hochspannungswicklung für 400 oder 765 kV erfordern grosse Kerne und grosse Windungszahlen, so dass die Drahtlänge der Hochspannungswicklung mehrere km beträgt. Trotz dieser Länge sind die Vorgänge in ihr bei Netzfrequenz oder Frequenzen dieser Grössenordnung quasistationär, d. h., man kann davon ausgehen, dass die Momentanwerte eines Wicklungsstromes am Anfang und Ende der Wicklung gleich gross und in Phase sind. Für den Mittelfrequenzbereich 5–50 kHz gilt dies nicht. Die Zeit, die benötigt wird, um etwa Energie zur Magnetisierung des Kernes bis zur letzten Windung am Sternpunkt zu transportieren, darf im Vergleich zur Schwingungsdauer der am Eingang eintreffenden Wechselgrösse nicht vernachlässigt werden. Die Magnetisierung des Kernes durch die Ströme in den einzelnen Windungen erfolgt nicht synchron. Mit zunehmender Frequenz wird die Phasenverschiebung grösser, die vektorielle Summe aller Windungsströme kleiner und somit auch das alle Windungen umschliessende Wechselfeld im Kern. Dadurch werden mittelfrequente Ausgleichsvorgänge abgeflacht und weniger ausgeprägt an den Unterspannungskreis weitergegeben; sie sind ungefährlich. Mögliche Überspannungen sind durch die Prüfungen am Transformator oder durch äussere Schutzvorrichtungen abgedeckt.

Es kann aber der Sonderfall eintreten, bei dem die Phasenverschiebung eines mittelfrequenten Stromes am Anfang und Ende der Wicklung als Folge der Laufzeit 180° beträgt. Das resultierende Feld im Kern ist dann null. Wenn der Strom am Anfang seinen Höchstwert hat, hat das hauptsächlich in Luft verlaufende Feld etwa die Gestalt nach Figur 2.

Wie noch gezeigt wird, kommt es bei dieser für den Transformator kritischen Frequenz f_c zu Reflexionen am Sternpunkt mit dem Ergebnis, dass aus dem momentanen Feldbild ein stehendes Feld wird. Das resultierende Feld im Kern bleibt dabei null, weil die vektorielle Summe der Ströme in den einzelnen Windungen null ergibt. In diesem Sonderfall besteht der Ausgleichsvorgang aus zwei Teilen: einem Teil, der sich über Generator, Transformator und Stichleitung erstreckt und die 50-Hz-Leerlaufkomponente enthält, aber für ungefährlich gehalten und deshalb nicht weiter verfolgt wird, und einem zweiten Teil mit der Frequenz f_c, der nur in der Hochspannungswicklung und auf der Stichleitung abläuft und weiter untersucht werden soll. Von diesem Schwingungskreis steht fest, dass er auf der einen Seite über den Sternpunkt des Transformators geerdet und am entfernten Ende der Stichleitung offen ist.

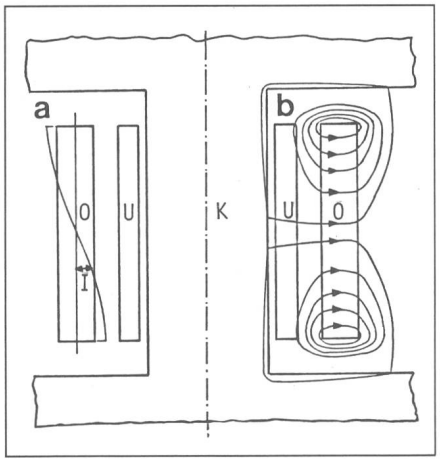

Fig. 2 Magnetisches Feld eines Transformators bei der kritischen Frequenz f_c

a Stromverlauf in der Hochspannungswicklung
b magnetisches Feld

Bei einer Phasenverschiebung der Ströme am Anfang und Ende der Wicklung >180° kommt die ausgleichende und abschwächende Wirkung des Kernfeldes wieder zum Tragen. Erst bei einer Phasenverschiebung von 360°, also bei $2f_c$, können ähnliche Verhältnisse wie bei 180° auftreten; deshalb wird auch dieser Fall noch untersucht.

3. Ersatzschaltung des Transformators bei den Frequenzen f_c und $2f_c$

Für Berechnungen mit Netzfrequenz kann ein Transformator durch eine einfache Ersatzschaltung ersetzt werden. Dagegen ist bekannt, wieviele Vereinfachungen in Kauf genommen werden müssen, wenn es gilt, ein Ersatzschema für Stossspannungsberechnungen anzugeben; auf den induktiven Einfluss des Kernfeldes kann dabei verzichtet werden.

Für den genannten Mittelfrequenzbereich könnte man auf die abgeschwächte Transformation des Kernfeldes nicht verzichten. Da jedoch bei den hier interessierenden Frequenzen f_c und $2f_c$ kein resultierendes Feld im Kern auftritt, sollte es möglich sein, für diese singulären Fälle eine Ersatzschaltung für den Transformator anzugeben.

Die Hochspannungswicklung bestehe der Einfachheit halber aus einer einzigen Zylinderwicklung, zusammengesetzt aus vielen Scheibenspulen. Je zwei Scheibenspulen können in Einzel- oder Doppelspulenschaltung gemäss Figur 3 verbunden sein. Dabei bemüht sich jeder Konstrukteur, den geometrischen Aufbau der Wicklung wegen der hohen Kurzschlusskräfte homogen zu gestalten, muss aber Abweichungen in Kauf nehmen, um eine möglichst lineare Stossspannungsverteilung zu erzielen. Die Windungen am Anfang und Ende der Wicklung sind

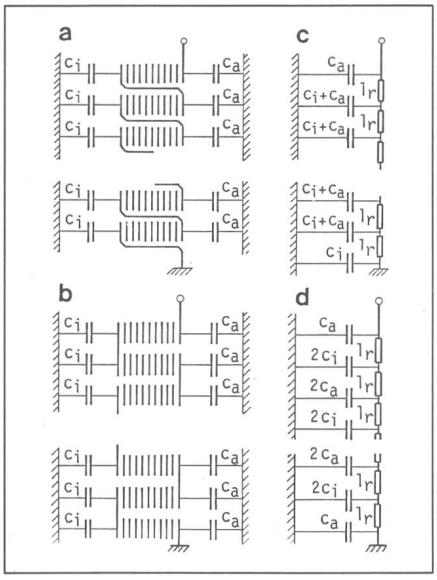

Fig. 3 Scheibenspulenwicklung
a in Einzelspulenschaltung
b in Doppelspulenschaltung
c Ersatzschaltung für a
d Ersatzschaltung für b

stärker zu isolieren, so dass die Windungszahlen der ersten und letzten Spulen kleiner als die der übrigen ausfallen; darüber hinaus werden sie noch «interleaved» miteinander verschaltet. Vernachlässigt man diese Abweichungen, stellt sich für die weiteren Untersuchungen die Frage: Kann man eine in ihrem Aufbau homogene Wicklung auch als homogenen Kettenleiter betrachten?

Die Theorie der Kettenleiter, die vieles gemeinsam mit der Theorie der Leitungen hat, würde es gestatten, die mittelfrequenten Vorgänge im Innern der Hochspannungswicklung deutlich herauszustellen. Ein homogener Kettenleiter besteht aus einer grossen Zahl von gleichen Elementen (Vierpolen), die sich gegenseitig nicht beeinflussen. Auch eine Leitung kann in viele gleiche Teilstrecken oder Elemente zerlegt werden, und auch hier geht man davon aus, dass Induktivität und Kapazität jedes Elementes die benachbarten Elemente nicht beeinflussen. Die Unterteilung kann und wird sogar unendlich klein vorgenommen, so dass die Ergebnisse der Theorie mit Hilfe der Infinitesimalrechnung gefunden werden.

Bei der Hochspannungswicklung ist das kleinste Element eine Scheibenspule, also eine endliche Grösse. Wenn bei Leitungen als Ergebnis für eine Grösse eine stetige Kurve gefunden wird, ist diese bei Kettenleitern durch eine Treppenkurve zu ersetzen.

Die Kapazitäten zwischen benachbarten Windungen nebeneinander oder untereinander, die bei Stossspannungen von grösster Bedeutung sind, können im obigen Mittelfrequenzbereich vernachlässigt werden, so dass nur die Erdkapazitäten c_i und c_a zu beachten sind. Entscheidend ist aber die Frage, ob man jeder Scheibenspule eine eigene Induktivität l_r zuordnen kann (Fig. 3c und 3d). Da ein resultierendes Kernfeld nicht vorhanden ist, verläuft das Magnetfeld einer Spule in Luft und umschlingt diese sehr eng. Die benachbarten Spulen werden zwar beeinflusst, die weiter entfernten aber nicht mehr. Die Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle in einem solchen Kettenleiter ist, wenn auch unter Einschränkungen, denkbar und kann mit jener auf einer Leitung in grober Weise verglichen werden. Schliesslich ist die Ersatzschaltung, die sich gemäss Figur 3c ergibt, in ihrem Aufbau die gleiche wie die einer Leitung. Eine Wicklung mit Einzelspulenschaltung ist homogener als eine mit Doppelspulenschaltung, wie aus dem Vergleich hervorgeht (Fig. 3d).

Die zu untersuchende Hochspannungswicklung sei daher trotz den genannten Einschränkungen durch einen homogenen Kettenleiter ersetzt, der auf der einen Seite über den geerdeten Sternpunkt des Transformators kurzgeschlossen und auf der anderen Seite mit der Stichleitung verbunden ist, die ihrerseits am entfernten Ende offen ist.

4. Theoretische Grundlagen

Die Leitungstheorie gilt grundsätzlich für jede Frequenz und jede Länge, so auch für eine Stichleitung, auf der sich mittelfrequente Ausgleichsvorgänge abspielen. Ihr Wellencharakter ist aus den Ergebnissen nur selten erkennbar, weil sich die Summe aus fortschreitender und reflektierter Welle nur punktweise erfassen lässt. Ausnahmen sind die Übertragung der natürlichen Leistung, die nur durch eine fortschreitende Welle dargestellt werden kann, und die Verhältnisse bei offener und kurzgeschlossener Leitung, wo die Überlagerung der genannten Wellen zu stehenden Wellen mit der gleichen Wellenlänge führt.

Letztere sind für den zu untersuchenden Schwingungskreis von grosser Bedeutung. Obwohl die verlustbringenden Widerstände der Leitung und der Hochspannungswicklung des Transformators bei Mittelfrequenzen um ein Vielfaches höher liegen als bei Netzfrequenz und für eine rasche Dämpfung sorgen, seien sie im weiteren Verlauf der Untersuchungen zwecks Vereinfachung vernachlässigt.

Die vereinfachten Vektorgleichungen einer verlustlosen Leitung haben die Form

$$U_x = U_2 \cos\beta x + j\, I_2 Z_0 \sin\beta x \qquad (1)$$

$$I_x = I_2 \cos\beta x + j \frac{U_2}{Z_0} \sin\beta x \qquad (2)$$

I_2 und U_2 sind Strom und Spannung am Ende der Leitung, I_x und U_x in der Entfernung x vom Ende der Leitung.

$$Z_0 = \sqrt{L'/C'} \qquad (3)$$

$$\beta = 360\, f/c \qquad (4)$$

Z_0 Wellenwiderstand, β Phasenbelag der Leitung
L' Induktivitätsbelag
C' Kapazitätsbelag
f Frequenz
c Lichtgeschwindigkeit

Für $x = l$ erhält man den Übertragungswinkel b

$$b = \beta l = 360 \frac{f}{c}\, l \qquad (5)$$

und die Gl. 1 und 2 gehen über in

$$U_1 = U_2 \cos b + j\, I_2 Z_0 \sin b \qquad (1a)$$
$$I_1 = I_2 \cos b + j\, U_2/Z_0 \sin b \qquad (2a)$$

Der Wellenwiderstand einer 400-kV-Bündelleitung beträgt etwa 250 Ω. Für eine Leitungslänge von z. B. $l = 5$ km erhält man bei den Frequenzen $f = 50$, 500 Hz, 5 kHz und 15 kHz Übertragungswinkel von $b = 0{,}3°$, 3°, 30° bzw. 90°.

Mit Hilfe der Gl. 1 und 2 lassen sich punktweise Spannung und Strom längs der Leitung bestimmen. Da sie mit den Vierpolgleichungen in der Kettenform übereinstimmen, lassen sich viele Ergebnisse aus der Leitungstheorie auf homogene Kettenleiter übertragen.

Bei *Leerlauf* gehen die Gl. 1 a und 2a wegen $I_2 = 0$ über in

$$U_1 = U_2 \cos b,\ I_1 = j \frac{U_2}{Z_0} \sin b \qquad (6a)$$

Daraus erhält man den Leerlaufwiderstand

$$X_0 = \frac{Z_0}{j\,\mathrm{tg}\, b} \qquad (7a)$$

Die Gl. 1 und 2 lauten jetzt

$$U_x = U_2 \cos\beta x,\ I_x = \mathrm{j}\,\frac{U_2}{Z_0}\,\sin\beta x \qquad (8a)$$

Bei *Kurzschluss* erhält man wegen $U_2 = 0$

$$U_1 = \mathrm{j}\,Z_0\,I_2 \sin b,\ I_1 = I_2 \cos b \qquad (6b)$$

Daraus folgt der Kurzschlusswiderstand

$$X_k = \mathrm{j}\,Z_0\,\mathrm{tg}\,b \qquad (7b)$$

und im Abstand x vom Ende der Leitung wird

$$U_x = \mathrm{j}\,Z_0\,I_2 \sin\beta x,\ I_x = I_2 \cos\beta x \qquad (8b)$$

Die Gl. 8a und 8b stellen stehende Wellen dar. Für die Wellenlänge λ gilt

$$\lambda = c/f \qquad (9)$$

5. Resonanz- und Eigenfrequenzen einer Leitung

Leitungen sind schwingungsfähige Gebilde mit gleichmässig verteilter Induktivität und Kapazität. Resonanzfrequenzen liegen vor, wenn die Länge der Leitung l gleich $\lambda/4$ oder einem Vielfachen davon ist bzw. wenn der Übertragungswinkel b (Gl. 5, 9) 90° oder ein Vielfaches von 90° beträgt. Aus den Eingangswiderständen X_0 und X_k (Gl. 7a und 7b) geht hervor, dass bei Leitungen grundsätzlich 4 verschiedene Resonanzfälle zu unterscheiden sind:

1. Leitung offen, $X_0 = \infty$, d. h. $b = 180°$, $l = \lambda/2$
2. Leitung kurzgeschlossen, $X_k = \infty$, d. h. $b = 90°$, $l = \lambda/4$
3. Leitung kurzgeschlossen, $X_k = 0$, d. h. $b = 180°$, $l = \lambda/2$
4. Leitung offen, $X_0 = 0$, d. h. $b = 90°$, $l = \lambda/4$

Fall 1: Leitung offen, $X_0 = \infty$; $b = 180°$, $l = \lambda/2$
Aus Gl. 5 folgt mit $b = 180°$

$$f_{\lambda/2} = \frac{1}{2}\,\frac{c}{l} \qquad (10)$$

Wird am Anfang der Leitung ein Generator mit dieser Frequenz und der Spannung U_1 zugeschaltet, gerät die Leitung in Resonanz. Nach kurzer Zeit stellt sich ein stationärer Zustand ein (Gl. 6a, 8a). Die stehenden Wellen für Spannung und Strom sind in Figur 4a angedeutet. Zum Zeitpunkt t_1 erreicht die Spannung an jeder Stelle der Leitung den eingetragenen Wert als Höchstwert. In der Mitte der Leitung bildet sich ein Spannungsknoten aus, an den Enden Spannungsbäuche. Der Strom ist an allen Stellen null. Es ist nur elektrische Energie vorhanden, unterschiedlich gross als Funktion von U_x^2, in den Kapazitäten $C'\mathrm{d}x$ gespeichert. Nach 90° el. der Resonanzfrequenz, zum Zeitpunkt t_2, ist der Momentanwert der Spannung an jeder Stelle der Leitung null und der Strom erreicht unterschiedliche Höchstwerte längs der Leitung. In der Mitte der Leitung entsteht ein Strombauch, am Anfang und Ende bilden sich Stromknoten aus. Die gesamte elektrische Energie hat sich in magnetische verwandelt. Die weiteren Phasen der Schwingung sind leicht nachvollziehbar.

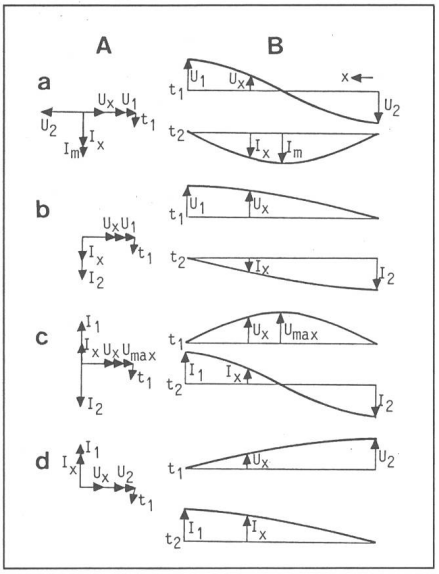

Fig. 4 Resonanzschwingungen auf einer Leitung bei den Resonanzfrequenzen $f_{\lambda/4}$ und $f_{\lambda/2}$

a Leitung offen, $f_{\lambda/2}$, $X_0 = \infty$
b Leitung kurzgeschlossen, $f_{\lambda/4}$, $X_k = \infty$
c Leitung kurzgeschlossen, $f_{\lambda/2}$, $X_k = 0$
d Leitung offen, $f_{\lambda/4}$, $X_0 = 0$
A gegenseitige Vektorlage von Strom und Spannung
B Stehende Wellen von Strom und Spannung längs der Leitung

Sobald der stationäre Zustand erreicht ist, liefert der Generator keinen Strom mehr, da die Leitung als verlustlos angenommen wurde ($X_0 = \infty$). Wird er abgeschaltet, bleibt die Schwingung erhalten. Die Resonanzfrequenz Gl. 10 ist auch die Eigenfrequenz f_{00} einer beidseitig offenen Leitung. Eine auf der Leitung freigewordene Energiemenge löst sofort eine in Wirklichkeit gedämpfte Schwingung dieser Frequenz aus und schwingt, wie eben beschrieben, solange hin und her, bis sie in den Widerständen der Leitung verbraucht ist.

Fall 2: Leitung kurzgeschlossen, $X_k = \infty$; $b = 90°$, $l = \lambda/4$
Aus Gl. 5 folgt mit $b = 90°$

$$f_{\lambda/4} = \frac{1}{4}\,\frac{c}{l} \qquad (11)$$

In Figur 4b ist der Verlauf von Spannung und Strom wiedergegeben. Er ist grundsätzlich der gleiche wie auf der ersten Hälfte der Leitung im Fall 1. Auch hier würde nach Abschaltung des Generators die Schwingung fortbestehen, da X_k unendlich gross ist. Gl. 11 ist auch die Eigenfrequenz f_{0k} einer am Ende kurzgeschlossenen Leitung. In beiden Fällen entwickelt sich am Anfang der Leitung ein Stromknoten und ein Spannungsbauch; der Generator kann abgeschaltet werden, die Schwingungen bestehen weiter und würden bei Berücksichtigung der Leitungswiderstände allmählich abklingen.

Vergleichsweise sei erwähnt, dass sich beide Fälle am Anfang der Leitung so verhalten wie die Parallelschaltung einer konzentrierten Induktivität und Kapazität im Resonanzfalle.

Fall 3: Leitung kurzgeschlossen, $X_k = 0$, $b = 180°$, $l = \lambda/2$

Bei der Resonanzfrequenz nach Gl. 10 würde I_1, auch bei einer sehr kleinen Spannung U_1, unendlich gross werden. I_1 sei jedoch durch den Generator begrenzt. Im stationären Zustand bilden sich dann auf der Leitung stehende Wellen gemäss Figur 4c aus. Für die maximale Spannung in der Mitte der Leitung ($x = l/2$) folgt aus Gl. 8b

$$U_{max} = \mathrm{j}\,Z_0\,I_2 \qquad (12)$$

Schaltet man hier den Generator im Stromnulldurchgang ab, kann die Schwingung mit der Resonanzfrequenz nach Gl. 10 nicht fortbestehen. $f_{\lambda/2}$ ist für die kurzgeschlossene Leitung keine Eigenfrequenz im Sinne des Fortbestehens der vorhandenen Schwingung. Die in den Kapazitäten $C'\mathrm{d}x$ gespeicherte Energie aufgrund der Spannungen U_x gemäss Gl. 8b würde sich sofort so verteilen, dass es zu einer Eigenschwingung nach Fall 2 mit $f_{\lambda/4}$, Gl. 11, käme.

Schaltet man den Generator, bei dem die Spannung auf null zurückge-

nommen wurde, nicht ab und nimmt seinen inneren Widerstand mit null an, dann kommt dies einem Kurzschluss auch am Anfang der Leitung gleich: Die Resonanzfrequenz $f_{\lambda/2}$ ist gleichzeitig die Eigenfrequenz f_{kk} einer beidseitig kurzgeschlossenen Leitung.

Fall 4: Leitung offen,
$X_0 = 0$; $b = 90°$, $l = \lambda/4$

Bei der Resonanzfrequenz $f_{\lambda/4}$ nach Gl. 11 stellen sich auf der Leitung Verhältnisse nach Figur 4d ein. Sie stimmen grundsätzlich mit der linken Hälfte von Figur 4c überein. $f_{\lambda/4}$ ist auch hier keine Eigenfrequenz im definierten Sinne des Fortbestehens der Schwingung. Denn bei Abschaltung des Generators im Stromnulldurchgang läge eine beidseitig offene Leitung mit der Eigenfrequenz $f_{00} = f_{\lambda/2}$ nach Gl. 10 vor. Die Resonanzfrequenz nach Gl. 11 kann nur dann auch als Eigenfrequenz f_{k0} bezeichnet werden, wenn man den inneren Widerstand des Generators wieder als null oder die Leitung am Anfang als kurzgeschlossen betrachten würde.

Die beiden Fälle 3 und 4 verhalten sich am Anfang der Leitung wie die Reihenschaltung einer konzentrierten Induktivität und Kapazität im Resonanzfalle. Während hier beim Abschalten des Generators im Stromnulldurchgang die Spannung am Kondensator erhalten bliebe und die Induktivität dessen Potential annehmen würde, gehen bei Leitungen die Resonanzschwingungen von $\lambda/2$ (Fall 3) und $\lambda/4$ (Fall 4) in Eigenschwingungen von $\lambda/4$ und $\lambda/2$ über.

Zusammenfassend kann man feststellen: beidseitig offene oder kurzgeschlossene Leitungen haben Eigenfrequenzen von

$$f_{00} = f_{kk} = f_{\lambda/2} = \frac{1}{2}\,\frac{c}{l} \qquad (10a)$$

und Leitungen, die am Anfang offen und am Ende kurzgeschlossen sind oder umgekehrt haben Eigenfrequenzen von

$$f_{0k} = f_{k0} = f_{\lambda/4} = \frac{1}{4}\,\frac{c}{l} \qquad (11a)$$

Neben diesen Resonanzfrequenzen gemäss Gl. 10 und 11 gibt es, wie schon angedeutet, noch weitere, die dann auftreten, wenn sich ausser $\lambda/2$ und $\lambda/4$ weitere «Halbwellen» ausbilden können.

Die erweiterten Gl. 10 und 11 lauten:

$$f_{\lambda/2} = \frac{c}{l}\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \ldots\right) \qquad (10b)$$

$$f_{\lambda/4} = \frac{c}{l}\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \ldots\right) \qquad (11b)$$

Die Beispiele der Figuren 4a und 4c zeigen aber noch folgendes: Würde man nach Erreichen des stationären Zustandes die Leitung in Figur 4a in der Mitte kurzschliessen oder in Figur 4c öffnen, würden die Schwingungen auf beiden Seiten weiter fortbestehen. Umgekehrt kann man daraus schliessen, dass zwei Leitungen mit der gleichen Eigenfrequenz zu einem einzigen Schwingungskreis mit derselben Eigenfrequenz zusammengefügt werden können, wenn beide Leitungen an der Verbindungsstelle entweder kurzgeschlossen oder offen waren und die Kurzschlussverbindungen entfernt werden. Durch die erzwungene Gleichheit von Strom oder Spannung an der Verbindungsstelle tritt vor allem bei unterschiedlichen Leitungskonstanten während des ganzen Schwingungsvorganges ein Energietransport von einer Leitung zur anderen auf.

6. Lösung des Problems

Die Zusammenhänge zwischen Hochspannungswicklung und Stichleitung lassen sich nun leicht erkennen.

Zunächst aber ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit v einer Welle im Transformator zu bestimmen. Sie kann aus der Drahtlänge der Hochspannungswicklung l_t und der Zeit ermittelt werden, die ein Strom- oder Spannungsimpuls benötigt, um die Wicklung zu durchlaufen; sie liegt etwa bei $c/2$.

Im Falle der kritischen Frequenz f_c wird der Transformator zunächst durch einen Kettenleiter und dieser durch eine Leitung mit der Länge l_t ersetzt, auf der aber die Ausbreitungsgeschwindigkeit v herrscht und die einen Wellenwiderstand Z_{0t} besitzen möge. Mit dem Übertragungswinkel von 180°, dem Merkmal der kritischen Frequenz, gilt Gl. 10 abgewandelt:

$$f_c = \frac{1}{2}\,\frac{v}{l_t} \qquad (10c)$$

Diese Ersatzleitung für den am Ende kurzgeschlossenen Kettenleiter verhält sich bei der Frequenz f_c wie Fall 3. Bei Erregung des Transformators mit dieser Frequenz käme es zu

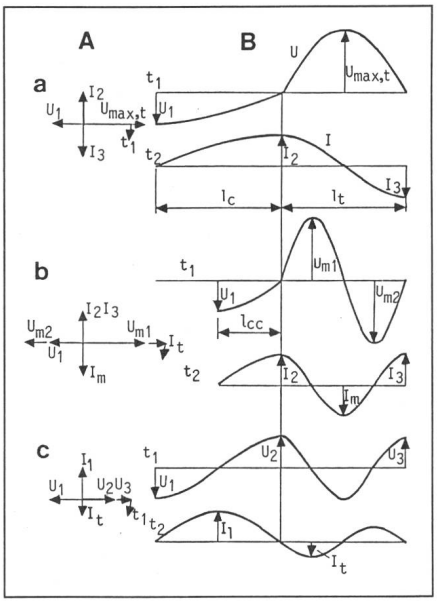

Fig. 5 Resonanzschwingungen auf der Stichleitung und im Transformator

a bei geerdetem Sternpunkt des Transformators und bei der kritischen Länge l_c der Stichleitung
b bei geerdetem Sternpunkt und der kritischen Länge l_{cc}
c bei offenem Sternpunkt und der kritischen Länge l_c
A gegenseitige Vektorlage der Ströme und Spannungen
B stehende Wellen von Spannung und Strom längs der Stichleitung und im Transformator
U_1, Spannung am offenen Schalter der Stichleitung
U_2, I_2 Spannung und Strom am Transformator-Eingang
U_3, I_3 Spannung und Strom am Sternpunkt des Transformators

einer Resonanz mit hohen und entgegengesetzten Strömen und Spannungsknoten am Anfang und Ende der Wicklung, wie in Figur 5a angedeutet, und zu einem Spannungsmaximum in der Mitte

$$U_{max,\,t} = j\,Z_{0t}\,I_2 \qquad (12a)$$

Äussere Schutzvorrichtungen am Transformator zur Begrenzung von Überspannungen wären unwirksam. Es kommt aber zu einer solchen Resonanz nur, wenn überschüssige Energie auf der Stichleitung vorhanden ist und wenn letztere eine Eigenfrequenz gleicher Grösse aufweist. Wegen der Randbedingungen, nämlich offen am entfernten Ende und ein Spannungsknoten am Transformatoranschluss, der gleichbedeutend einem Kurzschluss ist, gilt als Eigenfrequenz für die Stichleitung Gl. 11a. Durch Gleichsetzung mit Gl. 10c erhält man eine kritische Länge für die Stichleitung

$$l_c = l_t\,\frac{1}{2}\,\frac{c}{v} \qquad (13)$$

Bei dieser Länge wird die kritische Frequenz des Transformators zur Resonanzfrequenz zwischen Hochspannungswicklung (Empfänger) und Stichleitung (Sender) oder zur Eigenfrequenz des gesamten Kreises, bestehend aus beiden Teilen. Es kommt also auf die Energiemenge an, die in diesem Kreis frei und im Zuge der Ausgleichsschwingung verbraucht wird. Deren Verlauf ist in Figur 5a angedeutet. Die Kurven im Transformatorbereich müssten als Treppenkurven dargestellt werden, jedoch wurde wegen der grossen Zahl der Kettenleiterelemente darauf verzichtet. Ferner ist zu beachten, dass die Wellenlänge im Transformator wegen der kleineren Ausbreitungsgeschwindigkeit nur halb so gross ist wie jene auf der Stichleitung. Die Drahtlänge der Hochspannungswicklung wurde mit 5 km angenommen, folglich beträgt auch die kritische Länge der Stichleitung 5 km und die kritische Frequenz 15 kHz.

Im folgenden sollen noch die Beträge von U_1, I_2 und Z_{0t} abgeschätzt werden. Geht man davon aus, dass die wiederkehrende Spannung am Schalter S das Zwei- bis Dreifache der Nennspannung erreichen kann, erhält man nach Abzug des 50-Hz-Anteils einen Wert, der grösser als U_n ist. Die 15-kHz-Spannung U_1 hätte dann einen Effektivwert, der etwa gleich $U_n = 400/\sqrt{3} = 231$ kV wäre, und I_2 würde gleich I_n sein (Gl. 6b), dem Strom bei natürlicher Leistung, die praktisch frequenzunabhängig ist. Da die natürliche Leistung bei 650 MW liegt, beträgt $I_n \approx 940$ A. Der mittelfrequente Strom dieser Frequenz am Transformatoreingang und am Sternpunkt kann daher trotz der sofort wirksamen Dämpfung einen beträchtlich hohen Wert erreichen. Auf den «Wellenwiderstand» des Transformators wird noch eingegangen; er kann um ein Vielfaches grösser sein als der einer Bündelleitung. $U_{max,\,t}$ kann daher mit $I_2 = I_n$ gemäss Gl. 12a Werte erreichen, die zu Isolationsschäden führen können.

Innerhalb des Transformators kommt es nicht nur zu stehenden Wellen von Strom und Spannung sondern auch zu «stehenden Feldern». Das magnetische Feld wurde in Figur 2 bereits angedeutet; es ist aber nicht identisch oder zu verwechseln mit der Summe der fiktiven Felder der Induktivitäten der einzelnen Elemente des Kettenleiters. Das elektrische Feld mit seinem Maximum in der Mitte der Wicklung kann man sich leicht vorstellen.

Bereits eingangs wurde festgestellt, dass ähnlich kritische Verhältnisse auch bei einem Übertragungswinkel von 360° auftreten können. Aus Gl. 5 folgt für diese kritische Frequenz f_{cc}

$$f_{cc} = v/l_t \qquad (14)$$

die wiederum gleich sein muss der Eigenfrequenz der Stichleitung gem. Gl. 11a. Daraus folgt

$$l_{cc} = \frac{1}{4}\,\frac{c}{v}\,l_t = \frac{1}{2}\,l_t \qquad (15)$$

Bei $v = 1/2\,c$ wird $f_{cc} = 2f_c$, im angenommenen Beispiel also 30 kHz. In diesem Falle tritt der Resonanzfall aber nur ein, wenn die Länge der Stichleitung gleich der halben Drahtlänge der Hochspannungswicklung ist. Wegen der Unvollkommenheiten des «homogenen Kettenleiters» kann sich die Resonanzschwingung weniger gut entfalten als bei f_c. Auch die zur Verfügung stehende freie Energie ist nur noch wegen Gl. 15 halb so gross.

Theoretisch gibt es noch weitere Resonanzfrequenzen, die man erhält, wenn der Übertragungswinkel schrittweise um 180° vergrössert wird. Die Frequenzen sind aber dann so hoch (im Beispiel 45, 60 kHz usw.), dass die Kapazitäten zwischen benachbarten Windungen wirksam werden und die Voraussetzung der elektrischen Homogenität im Sinne eines Kettenleiters auch nicht annähernd mehr vorhanden ist.

Ist der Sternpunkt des Transformators nicht geerdet, also der Kettenleiter am Ende offen, so ist die Frequenz f_c (b = 180°) nicht kritisch, weil sich keine Resonanzschwingungen zwischen Stichleitung und Hochspannungswicklung ausbilden können. Es müsste sich eine Stromverteilung nach Figur 4a anbahnen, bei der aber sofort ein magnetisches Feld im Kern und entsprechende Gegenamperewindungen im Sekundärkreis die Folge wären. Ein resultierendes Feld im Kern lässt jedoch Resonanzerscheinungen dieser Art nicht aufkommen.

Dagegen sind bei b = 360 °C Resonanzschwingungen nicht nur bei geerdetem (Fig. 5b), sondern auch bei offenem Sternpunkt (Fig. 5c) möglich. Da jetzt am offenen Sternpunkt und an der Verbindungsstelle Transformator/Stichleitung Spannungsbäuche auftreten, ist die Stichleitung ebenfalls als beidseitig offen zu betrachten. Der Resonanzfall tritt ein, wenn die kritische Frequenz f_{cc} nach Gl. 14 gleich ist der Eigenfrequenz der Leitung nach Gl. 10a. Daraus ergibt sich eine kritische Länge für die Stichleitung, die wieder gleich ist l_t, der Drahtlänge der Hochspannungswicklung. Die Frequenz der Ausgleichsschwingung erreicht aber den doppelten Wert gegenüber dem Fall mit geerdetem Sternpunkt, im gewählten Zahlenbeispiel also 30 kHz. Der Schwingungsverlauf Figur 5c ergibt Spannungsbäuche in der Mitte und am Anfang und Ende der Wicklung. Die Höhe dieser im Transformator auftretenden Spannungen ist aber wesentlich niedriger als in den Fällen nach Figur 5a und 5b. Sie wird nicht grösser als U_1, das ist die mittelfrequente Komponente der wiederkehrenden Spannung am Schalter S in Figur 1. Der grösste Strom im Transformator I_t wird wesentlich kleiner als I_1 auf der Stichleitung, da allgemein gilt, dass der Quotient aus grösster Spannung und grösstem Strom gleich dem Wellenwiderstand ist (s. Gl. 12 und 12a) und jener des Transformators grösser als der der Stichleitung.

Ein Transformator mit «offenem» Sternpunkt ist in diesem Zusammenhang weniger gefährdet als einer, dessen Sternpunkt starr geerdet ist. Darüber hinaus begrenzen heute Ableiter am Eingang und am offenen Sternpunkt auch die hier in Rede stehenden überlagerten, mittelfrequenten Ausgleichsspannungen U_2 und U_3.

7. Der Wellenwiderstand des Transformators

Der Wellenwiderstand eines homogenen Kettenleiters lässt sich, wie der einer Leitung, durch Messung von X_0 und X_k bei jeder beliebigen Frequenz, mit Ausnahme der Resonanzfrequenzen, bestimmen:

$$Z_0 = \sqrt{X_0\,X_k} \qquad (16)$$

Da der Ersatz-Kettenleiter für den Transformator aber gerade nur für die singulären Resonanzfrequenzen f_c und f_{cc} brauchbar ist, können hier X_0 und X_k nicht verwendet werden.

Der Wellenwiderstand des Transformators lässt sich aber mit Hilfe von Gl. 3 berechnen, wenn die geometrischen Daten des Transformators bekannt sind. Die Leitungskonstanten L' und C' (Werte pro km) können auch durch jene einer kleineren Strecke,

z. B. eines Elementes, ersetzt werden. Es ist also ein mittlerer Wert von l_r und von $(c_i + c_a)$ zu bestimmen. Für Z_{0t} folgt

$$Z_{ot} = \sqrt{\frac{l_r}{c_i + c_a}} = \sqrt{\frac{n\, l_r}{n(c_i + c_a)}} \qquad (17)$$

wenn n die Zahl der Scheibenspulen pro km Drahtlänge der Hochspannungswicklung bedeutet. Damit ist ein Vergleich mit den Daten einer Bündelleitung möglich. Überschlägige Rechnungen zeigen, dass

$$n\, l_r < L',\ n\,(c_i + c_a) \ll C' \qquad (18)$$

und folglich

$$Z_{0t} > Z_0 \qquad (19)$$

Z_{0t} kann ein Vielfaches von Z_0 erreichen, dessen Wert etwa bei 250 Ω liegt.

8. Vermeidung von Resonanzschwingungen

Das Naheliegendste wäre es, die kritischen Längen l_c (Gl. 13) und l_{cc} (Gl. 15) der Stichleitung zu vermeiden.

Ein anderes Kriterium ist die Sternpunktbehandlung des Transformators. Die starre Erdung fördert das Auftreten von Resonanzen am stärksten. Alle anderen Erdungsmöglichkeiten sind weniger gefährlich, am wenigsten der offene Sternpunkt.

Und schliesslich ist der geometrische Aufbau der Hochspannungswicklung von entscheidender Bedeutung. Die Verhältnisse liegen ja nicht so einfach, wie in Figur 3 angenommen wurde. Bei gleichen äusseren technischen Daten kann in einem Falle die Homogenität der Hochspannungswicklung im Sinne eines Kettenleiters mehr oder weniger ausgeprägt sein.

Es empfiehlt sich daher, schon bei der Konstruktion des Transformators diesen Punkt kritisch zu prüfen mit dem Ziel, ohne Nachteile auf anderer Seite, eine gewisse Inhomogenität der Hochspannungswicklung anzustreben, z. B. durch «interleaved»-Verschaltungen über die gesamte Wicklungslänge.

Aber auch Art und Ort der Kernerdung sind von Bedeutung. Dabei ist zu beachten, dass die erdseitigen Ströme, wenn auch nur kurzzeitig, Werte in der Grössenordnung des Nennstromes erreichen können. Auch die Strompfade in Kern und Kessel sind wichtig, deren endliche Widerstandswerte nicht nachteilig sein müssen.