

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 74 (1983)

Heft: 23

Artikel: Modèle magnétique et électrique des machines synchrones à aimants permanents

Autor: Abdelaziz, M. / Jufer, M.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-904895>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 26.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Modèle magnétique et électrique des machines synchrones à aimants permanents

M. Abdelaziz et M. Jufer

On présente un modèle magnétique et électrique des machines synchrones à aimants permanents qui permet de traiter aussi bien le comportement permanent que transitoire. La méthode est illustrée au moyen d'un exemple de démarrage et de variation de charge brusque.

Es wird ein elektromagnetisches Modell für Synchronmaschinen mit Permanentmagneten vorgestellt, mit dem sowohl das stationäre wie das dynamische Verhalten untersucht werden können. Die Methode wird an einem Beispiel zum Verhalten im Anlauf und bei plötzlicher Laständerung illustriert.

1. Introduction

Les machines synchrones à aimants permanents sont principalement caractérisées par la géométrie du rotor. Dans le but d'une simulation générale, il est possible d'en décrire la plupart par un modèle de base. Ce modèle est caractérisé par une décomposition à deux axes selon les équations de Park et une représentation magnétique équivalente de chacun des axes.

Compte tenu de la particularité de la caractéristique magnétique de l'aimant permanent, qui peut être non linéaire, les équations dynamiques font apparaître un terme supplémentaire spécifique. Le modèle proposé permet de traiter aussi bien les caractéristiques permanentes que transitoires.

Deux applications illustrent les possibilités de la méthode: le comportement dynamique au démarrage et à la synchronisation d'un moteur synchrone à démarrage asynchrone et les réactions à des perturbations de charge.

2. Modèle généralisé

Le modèle proposé est basé sur la théorie à deux axes. Ceci implique que la machine étudiée peut être représentée magnétiquement et électriquement dans deux axes direct et transverse [1; 2; 3].

La figure 1 décrit la constitution la plus générale du rotor d'une machine à aimants permanents, ici quadripolaire. Une machine quelconque différera de

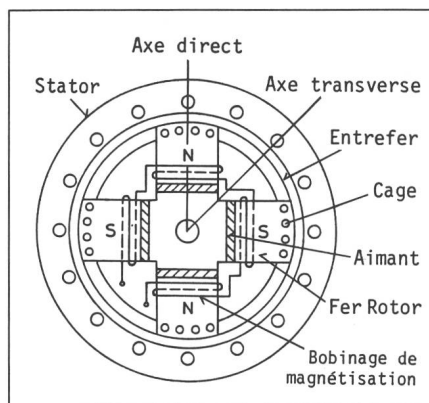


Fig. 1 Constitution de principe du rotor

ce modèle par l'absence de l'un des composants ou par des géométries particulières.

Aux deux axes de cette machine type, il est possible d'associer un schéma magnétique équivalent. Afin de le simplifier à une forme minimale, il est réduit à un seul pôle (schéma équivalent par pôle). La figure 2 présente un tel schéma correspondant à l'axe direct de la machine de la figure 1. Il comprend les éléments suivants:

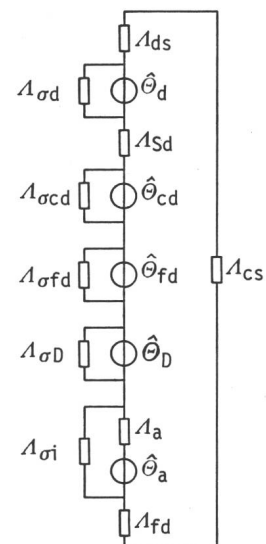


Fig. 2 Schéma magnétique équivalent d'un pôle (axe direct)

Pour les symboles voir dans le texte

- *stator*: un potentiel magnétique associé au bobinage Θ_d , une perméance de fuite $\Lambda_{\sigma d}$, une perméance de dent Λ_d et une perméance de culasse Λ_{cs} ;
- *entrefer*: représenté par une perméance $\Lambda_{\sigma d}$;
- *amortisseur à cage*: caractérisé par un potentiel magnétique Θ_{cd} et une perméance de fuite $\Lambda_{\sigma cd}$;
- *fer rotorique* (massif ou non): caractérisé par un potentiel associé aux courants de Foucault Θ_{fd} , une perméance de fuite $\Lambda_{\sigma fd}$ et une perméance Λ_{fd} ;
- *bobinage de magnétisation* (court-circuité): représenté par un potentiel magnétique Θ_D et une perméance de fuite $\Lambda_{\sigma D}$;
- *aimant permanent*: caractérisé par un potentiel magnétique Θ_a , une perméance interne Λ_a et une perméance de fuite $\Lambda_{\sigma i}$.

Adresses des auteurs

Dr. Mohammed Abdelaziz, BBC Brown, Boveri & Cie. AG, Abt. TGG-41, 5242 Birr, et Prof. Marcel Jufer, EPFL, Dept. DE/LEME, 16, chemin de Bellerive, 1007 Lausanne.

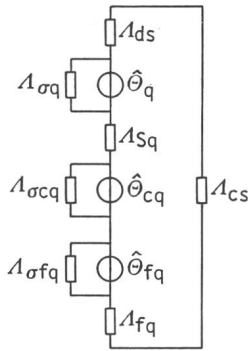


Fig. 3 Schéma magnétique équivalent d'un pôle (axe transverse)

Dans l'axe transverse (fig. 3), on trouve :

- **stator** : caractérisé par un potentiel magnétique associé au bobinage $\hat{\theta}_q$, une perméance de fuite Λ_{sq} , une perméance de dent Λ_{ds} et une perméance de culasse Λ_{cs} ;
- **entrefer** : représenté par une perméance Λ_{sq} ;
- **amortisseur à cage** : caractérisé par un potentiel magnétique $\hat{\theta}_{cq}$ et une perméance de fuite Λ_{scq} ;
- **fer rotorique** : représenté par un potentiel magnétique $\hat{\theta}_{fq}$, une perméance de fuite Λ_{sfq} et une perméance Λ_{fq} .

Ces deux schémas impliquent des mutuelles exclusives entre les bobines rotoriques négligeables. De plus, ils suscitent les remarques suivantes :

- La cage rotorique a pour rôle principal le démarrage asynchrone du moteur. En comportement synchrone dynamique, cette cage contribue à la stabilité.
- Le bobinage de magnétisation est associé à des aimants permanents dont la caractéristique principale est non linéaire et qu'il est avantageux de magnétiser dans la structure statorique. Ce bobinage subsiste en cas de démarrage. Il peut être avantageux de le court-circuiter afin qu'il contribue à l'amortissement.
- L'effet amortisseur du fer rotorique est important pour une structure massive. La contribution peut être négligée pour une structure feuilletée.

La représentation électrique équivalente à deux axes de la machine généralisée à aimants permanents est illustrée à la figure 4. Chaque bobinage équivalent est représenté par une résistance et une inductance.

3. Equations générales

Pour une machine selon le modèle de la figure 4, les équations de Park à deux axes, dans un référentiel rotorique, peuvent être écrites comme suit :

$$u_d = R_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega \psi_q \quad (4)$$

$$u_q = R_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega \psi_d$$

$$0 = R_{cd} i_{cd} + \frac{d\psi_{cd}}{dt}$$

$$0 = R_{cq} i_{cq} + \frac{d\psi_{cq}}{dt}$$

$$0 = R_{fd} i_{fd} + \frac{d\psi_{fd}}{dt}$$

$$0 = R_{fq} i_{fq} + \frac{d\psi_{fq}}{dt}$$

$$0 = R_D i_D + \frac{d\psi_D}{dt}$$

Les expressions des flux deviennent :

$$\psi_d = L_d i_d + M_{dc} i_{cd} + M_{df} i_{fd} + M_{dD} i_D + M_{da} \theta_a$$

$$\psi_q = L_q i_q + M_{qc} i_{cq} + M_{qf} i_{fq}$$

$$\psi_{cd} = L_{cd} i_{cd} + M_{cd} i_d + M_{cdf} i_{fd} + M_{CD} i_D + M_{ca} \theta_a$$

$$\psi_{cq} = L_{cq} i_{cq} + M_{cq} i_q + M_{cfq} i_{fq} \quad (2)$$

$$\psi_{fd} = L_{fd} i_{fd} + M_{fd} i_d + M_{fdf} i_{fd} + M_{fD} i_D + M_{fa} \theta_a$$

$$\psi_{fq} = L_{fq} i_{fq} + M_{fq} i_q + M_{ffq} i_{fq}$$

$$\psi_D = L_D i_D + M_{Dd} i_d + M_{Dc} i_{cd} + M_{Df} i_{fd} + M_{Da} \theta_a$$

Pour la description du comportement dynamique complet, il faut ajouter l'équation de mouvement

$$J \frac{d\omega}{dt} = p(C_e - C_f) \quad (3)$$

avec C_e = couple électromagnétique

C_f = couple de la charge

J = inertie du rotor

De plus, la position angulaire (électrique) θ du rotor est donnée par l'expression :

$$d\theta/dt = \omega \quad (4)$$

Le couple électromagnétique s'exprime en fonction des flux et courants statoriques comme suit :

$$C_e = \frac{3}{2} p (\psi_d i_q - \psi_q i_d) \quad (5)$$

4. Comportement transitoire

L'emploi le plus fréquent des machines synchrones à aimants permanents est celui d'un moteur sans collecteur à vitesse constante ou variable. Elles sont généralement constituées d'un empilage de tôles rotoriques. Une cage coulée assure le démarrage. Dans un tel cas, le circuit électrique de la figure 4 se réduit à 5 enroulements équivalents correspondants au stator, à la cage asynchrone et aux aimants permanents dans les deux axes. Les équations de tension correspondantes peuvent s'écrire comme suit :

$$u_d = R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} + M_{dD} \frac{di_D}{dt} + M_{da} \frac{d\theta_a}{dt} - \omega L_q i_q - \omega M_{qQ} i_Q$$

$$u_q = R_s i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + M_{qQ} \frac{di_Q}{dt} + \psi L_d i_d + \omega M_{dD} i_D + \omega M_{da} \theta_a$$

$$0 = R_D i_D + L_D \frac{di_D}{dt} + M_{Dd} \frac{di_d}{dt} + M_{Da} \frac{d\theta_a}{dt}$$

$$0 = R_Q i_Q + L_Q \frac{di_Q}{dt} + M_{Qq} \frac{di_q}{dt} \quad (6)$$

Dans ces équations, les indices D et Q se rapportent à la cage. Pour résoudre le système d'équations (6), (3) et (4), il doit être exprimé sous forme de variables d'état. En prenant en considération le cas général d'une caractéristique de démagnétisation non linéaire, ce système devient :

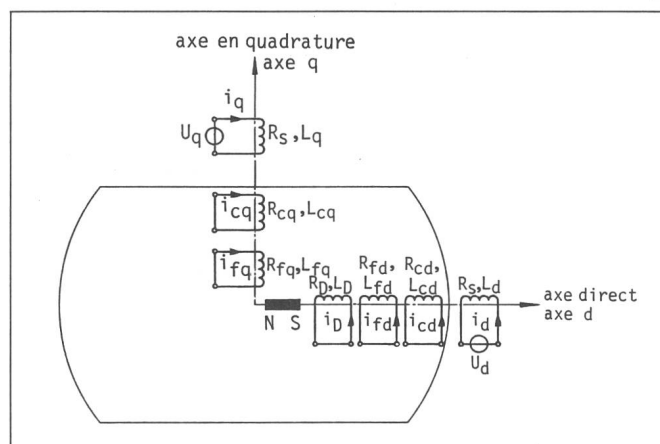


Fig. 4 Schéma électrique équivalent à deux axes

$$\begin{aligned}\frac{di_d}{dt} &= \left(u_d - R_s i_d + \frac{M_{dD}}{L_D} R_D i_D + \omega L_q i_q + \omega M_{qQ} i_Q - M_{da} \frac{d\theta_a}{dt} \right) / L_{dd} \\ \frac{di_q}{dt} &= \left(u_q - R_s i_q + \frac{M_{qQ}}{L_Q} R_Q i_Q - \omega L_d i_d - \omega M_{dD} i_D - M_{da} \theta_a \right) / L_{qq} \\ \frac{di_D}{dt} &= - \left[R_{DD} i_D + \frac{M_{dD}}{L_{dd}} (u_d - R_s i_d + \omega L_q i_q + \omega M_{qQ} i_Q) + M_{Da} \frac{d\theta_a}{dt} \right] / L_D \\ \frac{di_Q}{dt} &= - \left[R_{QQ} i_Q + \frac{M_{Qq}}{L_{qq}} (u_q - R_s i_q - \omega L_d i_d - \omega M_{dD} i_D - M_{da} \theta_a) \right] / L_Q \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{J} (C_e - C_r) \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega / p\end{aligned}\quad (7)$$

$$\text{avec } L_{dd} = L_D - M_{dD} M_{Dd} / L_D, \quad L_{qq} = L_Q - M_{qQ} M_{Qq} / L_Q, \quad L_{da} = M_{da} - M_{dD} M_{Da} / L_D,$$

$$R_{DD} = R_D \left(1 + \frac{M_{dD} M_{Dd}}{L_D \cdot L_{dd}} \right), \quad R_{QQ} = \left(1 + \frac{M_{qQ} M_{Qq}}{L_Q \cdot L_{qq}} \right)$$

$$C_e = \frac{3}{2} p [(L_d i_d + M_{dD} i_D + M_{da} \theta_a) i_q - (L_q i_q + M_{qQ} i_Q) i_d]$$

$$C_e = \frac{3}{2} p [(L_d - L_q) i_d i_q + (M_{dD} i_D i_q - M_{qQ} i_Q i_d) + M_{da} \theta_a i_q]$$

$$C_e = C_r + C_{as} + C_s \quad (8)$$

$$\text{avec: } C_r = \frac{3}{2} p (L_d - L_q) i_q i_d \quad (9)$$

$$C_{as} = \frac{3}{2} p (M_{dD} i_D i_q - M_{qQ} i_Q i_d) \quad (10)$$

$$C_s = \frac{3}{2} p M_{da} \theta_a i_q \quad (11)$$

En substituant (2) dans (5), le couple électromagnétique prend l'expression suivante:

Le couple réactant C_r est dû à la variation de perméance de la structure magnétique selon les deux axes. Le couple asynchrone C_{as} est créé par l'interaction des courants statorique et rotorique. Le couple synchrone C_s résulte de l'action de l'aimant sur le réseau se comportant comme un court-circuit. Il a principalement un effet de freinage. Il est caractéristique de ce type de moteur pour lequel l'effet de l'aimant est négatif durant le démarrage.

5. Application

Les équations qui précèdent ont été appliquées à un moteur de type «Sie-

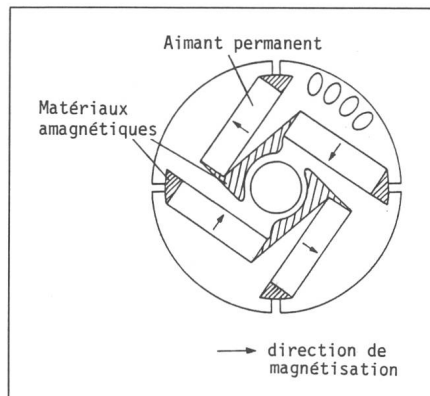


Fig. 5 Coupe de principe d'un moteur du type Siemossyn

mosyn» [4] dont une coupe de principe est donnée à la figure 5. Les aimants permanents sont imbriqués dans l'empilage des tôles rotoriques. L'ensemble est maintenu par la cage coulée. Les aimants permanents sont de type ferrite, caractérisés par une courbe de magnétisation linéaire. Le circuit électrique équivalent de la figure 4 peut se réduire à celui de la figure 6. Le circuit magnétique équivalent de ce moteur, réduit à un pôle, est représenté à la figure 7. Le calcul des différentes perméances résulte de la référence [3].

L'étude du comportement dynamique au démarrage, à la synchronisation ou lors d'une variation de charge découlera de la résolution numérique des équations différentielles (7). La méthode proposée est celle de *Runge-Kutta*, facile à mettre en œuvre.

6. Démarrage et synchronisation

L'étude du démarrage d'un moteur synchrone à aimants permanents ne peut pas s'effectuer par une simulation en régime quasi-stationnaire, en particulier en ce qui concerne la synchronisation. L'application au démarrage à vide du moteur de la référence [4] illustre bien ce fait. La simulation a été

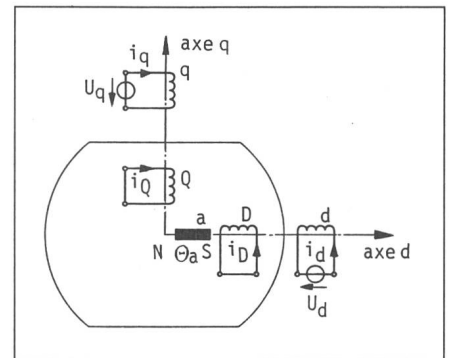


Fig. 6 Circuit électrique équivalent du moteur Siemossyn

effectuée à tension nominale (125 V), à une fréquence d'alimentation de 50 Hz et pour une charge de frottement constante (0,3 Nm).

La figure 8 présente l'évolution calculée du couple asynchrone C_{as} découlant de l'expression (10). Sa fréquence instantanée est double de celle du glissement. La même figure présente également le couple électromagnétique résultant C_e . L'écart entre ces deux courbes montre que l'influence des composantes de couple réactant et synchrone est importante. L'apparition d'une composante négative du couple asynchrone en fin de démarrage est due au dépassement temporaire de la vitesse synchrone.

La figure 9 compare le couple réactant C_r (9) et le couple total C_e . Ce couple résultant présente une composante pulsante importante, au double de la fréquence de glissement.

La figure 10 montre l'évolution du couple synchrone C_s (11), comparée à celle du couple résultant C_e . Le couple synchrone pulse à la fréquence de glissement. C'est ce terme qui assure la synchronisation.

L'évolution de la vitesse de rotation au démarrage est illustrée à la figure 11. La composante négative de vitesse au début du démarrage dépend de la phase à l'enclenchement. Cette figure présente la comparaison entre le calcul et la mesure.

7. Comportement lors d'une variation brusque de charge

Lors d'une variation brusque de charge, un moteur synchrone est susceptible de décrocher. La cage asynchrone assure un effet d'amortisseur favorable. Dans le cas du moteur de la référence [4], son comportement sera analysé lors d'une variation de charge de 0,5 p.u., positive ou négative, lors d'un fonctionnement à pleine charge.

Dans le cas de la figure 12, une surcharge de 0,5 p.u. est appliquée. Un couple asynchrone C_{as} positif apparaît durant le régime transitoire. Dans le cas particulier, c'est principalement le couple réactant qui absorbe la surcharge. On a en effet un passage de 0,87 à 0,99 p.u. du couple synchrone alors que le couple réactant passe de 0,13 à 0,51 p.u.

La figure 13 montre l'évolution de la vitesse dans les mêmes conditions. La variation négative de vitesse maximale est de 2,4%.

Dans le cadre d'une diminution de charge de 0,5 p.u., l'évolution des couples est décrite à la figure 14. Le couple asynchrone C_{as} a un effet de freinage. Le couple réactant change de signe. Ceci s'explique à la fois par le fait que la réactance synchrone directe est inférieure à la réactance transverse et par l'effet de la résistance. La vitesse présente un dépassement maximum de 2,2%.

8. Conclusion

Deux modèles, magnétique et électrique, ont été proposés pour l'étude généralisée des machines synchrones à aimants permanents. Cette simulation de base peut être appliquée à la plupart des structures rotoriques. L'application au moteur de la référence [4] donne deux exemples de calcul des paramètres du circuit magnétique.

L'introduction de la non-linéarité de la caractéristique magnétique de l'aimant dans les équations de Park permet l'étude du comportement dynamique de tous les types de machines. Compte tenu des faibles constantes de temps électriques et mécaniques de tels entraînements, l'intégration numérique des équations différentielles est la seule méthode permettant de déterminer le comportement dynamique.

9. Liste des symboles

u tension
 i courant
 R résistance

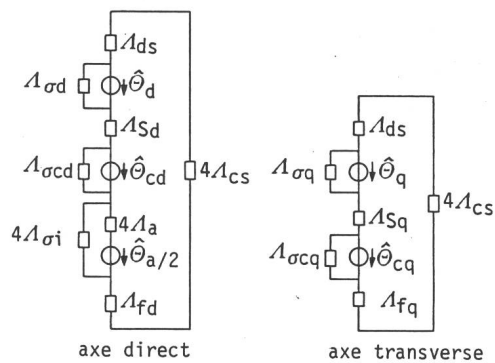


Fig. 7
Circuit magnétique équivalent du moteur Siemosyn réduit à un pôle

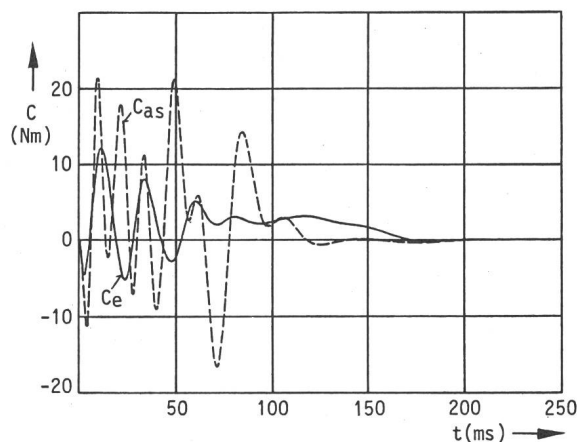


Fig. 8
Evolution du couple électromagnétique C_e et du couple asynchrone C_{as} pendant le démarrage

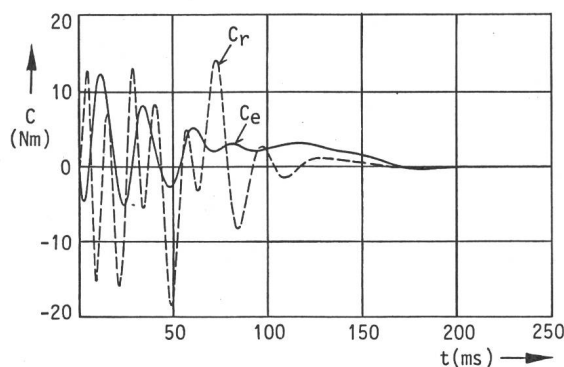


Fig. 9
Evolution du couple électromagnétique total C_e et du couple réactant C_r pendant le démarrage

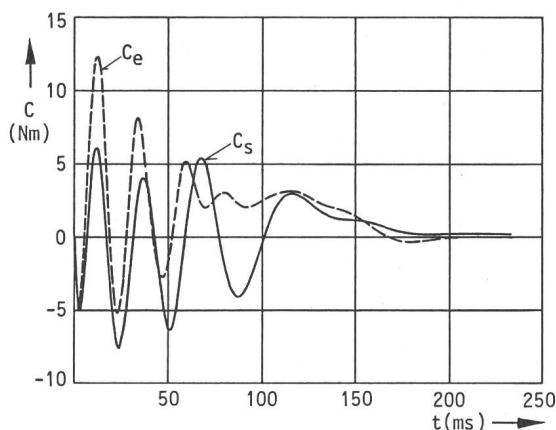


Fig. 10
Evolution du couple résultant C_e et du couple synchrone C_s pendant le démarrage

Fig. 11
Evolution de la vitesse
de rotation pendant le
démarrage

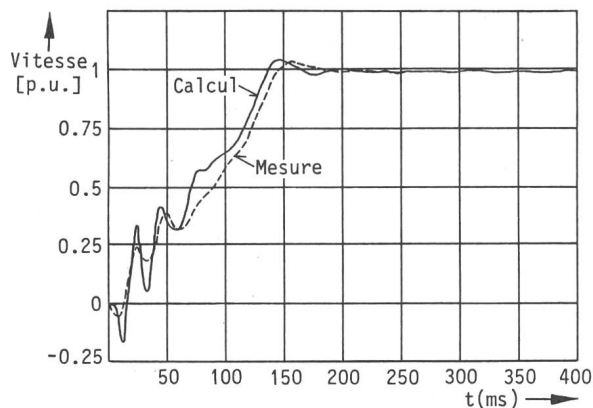


Fig. 12
Comportement des
couple lors d'une
augmentation de charge
brusque

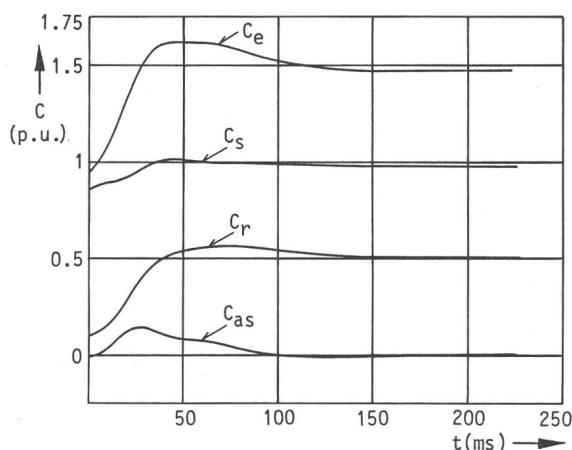


Fig. 13
Evolution de la vitesse
de rotation lors d'une
augmentation de charge
brusque

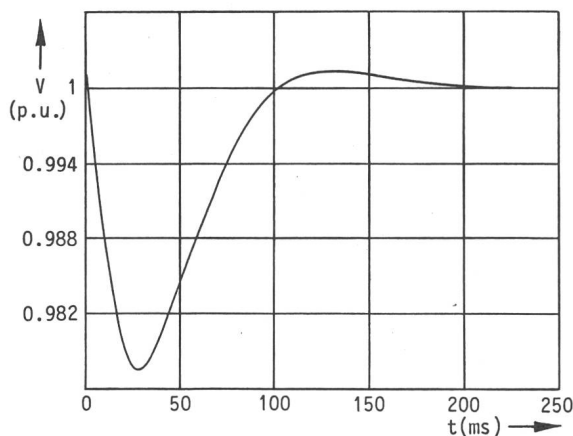
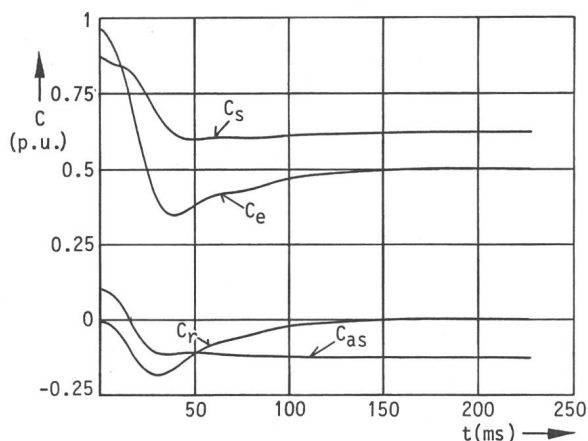


Fig. 14
Comportement des
couple lors d'une
diminution de charge
brusque



L inductance propre
 M inductance mutuelle
 C couple
 Θ potentiel magnétique
 θ position angulaire
 Λ perméance
 ψ flux totalisé
 ω pulsation

Indices

d axe direct, bobinage statorique
q axe transverse, bobinage statorique
D amortisseur, axe direct
Q amortisseur, axe transverse
a aimant
as asynchrone
c cage
e électromagnétique
f fer rotorique
r réluctant
 σ de fuite
 σ_i de fuite interne
 δ d'entrefer

Bibliographie

- [1] M. Abdelaziz and M. Jufier: Steady state and transient characteristics of a permanent magnet synchronous generator with claw-shaped rotor. Second international conference on small and special electrical machines, 22...24 September 1981. IEE Conference Publication 202(1981), p. 129...132.
- [2] M. Abdelaziz and M. Jufier: Transient characteristics of a permanent magnet generator with claw-shaped rotor. International symposium on electrical machines for special purpose, Bologna/Italy, 9...11 September 1981; p. 137...146.
- [3] M. Abdelaziz: Permanent magnet synchronous machines. Thèse No 443 de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1982.
- [4] Siemens AG Berlin/München: An electric machine having permanent magnets mounted in the rotor between its pole segments. U. K. Patent No 1 177 247, January 1970.