Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 72 (1981)

Heft: 13

Artikel: Genaue Simulierung eines Asynchronmotors mit veränderlicher Sättigung

Autor: Kovács, K. P. / Kiss, L.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-905125

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Genaue Simulierung eines Asynchronmotors mit veränderlicher Sättigung

Von K. P. Kovács und L. Kiss

621.313.333;

An eine frühere Veröffentlichung anknüpfend, wird die genaue und allgemeingültige Berechnung des Verhaltens einer Induktionsmaschine mit veränderlicher Sättigung dargestellt, indem ein Koordinatensystem gewählt wird, welches zum Magnetisierungsstrom gebunden ist. Dadurch erhält man relativ einfache Gleichungen, die für die maschinelle Bearbeitung geeignet sind.

Faisant suite à une publication antérieure, on indique le calcul précis, valable d'une façon générale, du comportement d'une machine à induction à saturation variable, en adoptant un système de coordonnées lié au courant d'aimantation, ce qui donne des équations relativement simples à résoudre par ordinateur.

1. Einleitung

Das Problem der Simulierung von Asynchronmaschinen mit veränderlicher Sättigung wurde u.a. schon vor längerer Zeit als Gegenstand eines Aufsatzes im Archiv für Elektrotechnik [1] erörtert. Damals war die Auffassung des Verfassers, dass die dort angeführte Methode allgemeine Gültigkeit besitze. Doch wurde in der Zwischenzeit durch einen persönlichen Hinweis seitens *P. Vas*[1]) bewiesen, dass die damals gezeigte Art der Simulierung (für den Analogrechner) keine allgemeine Gültigkeit besitzt. Dabei handelte es sich darum, dass komplexe Differentialquotienten, die in den Differentialgleichungen der Maschine vorkommen, nicht in der Weise differenziert werden dürfen, wie es in [1] angeführt wurde. Bei korrekter Differenzierung verlieren die dort beschriebenen Resultate ihre allgemeine Gültigkeit und können nur beschränkt benützt werden.

Im folgenden soll dieser Fehler dadurch aufgehoben werden, dass für die Beschreibung der Maschine mit veränderlicher Sättigung ein zum Magnetisierungsstrom gebundenes System gewählt wird, wodurch das Problem der komplexen Differentialquotienten überhaupt entfällt. In dem angewandten System werden die Grössen Magnetisierungsstrom und Hauptfluss und deren Funktionen als reelle Zeitfunktionen erscheinen.

2. Gleichungen der Maschine; das Koordinatensystem ist zum Magnetisierungsstrom gebunden

Die Gleichungen werden in Raumvektorform (neuerdings auch Parkvektoren genannt) angeschrieben, und es wird das p.u.-System in dimensionsloser Form benützt. Die Winkelgeschwindigkeit des Magnetisierungsstromes ($\bar{i}_m$) wird mit ω_m bezeichnet. Die Spannungsgleichungen lauten [2]:

$$\bar{u}_s = \bar{i}_s R_s + \frac{d\bar{\psi}_s}{d\tau} + j\,\omega_m\,\bar{\psi}_s \tag{1}$$

$$\bar{u}_r = \bar{i}_r R_r + \frac{d\bar{\psi}_r}{d\tau} + j\,(\omega_m - \omega)\,\bar{\psi}_r \tag{2}$$

wobei alle Grössen mit Überstrich Raumvektoren bezeichnen. Ferner bedeuten $\bar{u}_s$ und $\bar{u}_r$ die Ständer- bzw. Läuferspannung; $\bar{i}_s$ und $\bar{i}_r$ die Ständer- bzw. Läuferströme, $\bar{\psi}_s$ und $\bar{\psi}_r$ die Ständer- bzw. Läuferflüsse. ω ist die mechanische Geschwindigkeit des Läufers, und R_s bzw. R_r bezeichnen die Ständer- und Rotorwiderstände. $\tau = \omega_1 \cdot t$ ist die Zeit in rad.

Die Drehmomentgleichung lautet [2]:

$$h\,\frac{d\omega}{d\tau} + M = I_m\,(\bar{\psi}_s{}^* \bar{i}_s) \tag{3}$$

[1]) Dr. Ing. P. Vas, T. U. Budapest, Lehrstuhl für Elektrische Maschinen.

wobei $h = J\,\omega_1{}^3/P_N$ die Nennhochlaufzeit bedeutet (in rad), J das Schwungmoment in Ws^3, ω_1 die synchrone Winkelgeschwindigkeit (s^{-1}), P_n die Nennleistung in W und M das mechanische Lastmoment. Mit Stern wird der konjugiert-komplexe Wert bezeichnet.

Die Flüsse sollen durch die Ströme und Reaktanzen ausgedrückt werden, wobei darauf zu achten ist, dass im p.u.-System Reaktanzen für die Induktivitäten stehen. Da der Magnetisierungsstrom jeweils die Summe des Ständer- und Läuferstromes ist, wird $\bar{i}_m = \bar{i}_s + \bar{i}_r$. Dann sind die Flüsse

$$\bar{\psi}_s = \bar{i}_s X_d + \bar{i}_r X_m = \bar{i}_m X_m + \bar{i}_s X_{s\sigma} \tag{4}$$

$$\bar{\psi}_r = \bar{i}_s X_m + \bar{i}_r X_r = \bar{i}_m X_m + \bar{i}_r X_{r\sigma} \tag{5}$$

wobei $X_d = X_m + X_{s\sigma}$ und $X_r = X_m + X_{r\sigma}$ die Ständer- bzw. Läufer-Reaktanzen bedeuten, mit X_m der Hauptfeldreaktanz, $X_{s\sigma}$ und $X_{r\sigma}$ den Streufeldreaktanzen.

Man nimmt an, dass die Sättigungskurve des Hauptfeldes bekannt ist (Fig. 1). Da die reelle Axe des Koordinatensystems in Richtung des Magnetisierungsstromes angenommen wurde, wird der Wert dieses Stromes immer eine reelle Zahl sein. Die Gln. (4) und (5) werden in reelle und imaginäre Teile aufgelöst. Dabei ist zu beachten, dass durch die Wahl des Koordinatensystems für die Ströme folgende Zusammenhänge bestehen: $i_m = i_d + i_{rd}$ und $i_q + i_{rq} = 0$. Dann kann für die Flüsse in d- und q-Richtung die reelle bzw. imaginäre Zahlenauflösung geschrieben werden:

$$\psi_d = i_m X_m + i_d X_{s\sigma} = \psi_m + i_d X_{s\sigma} \tag{6}$$

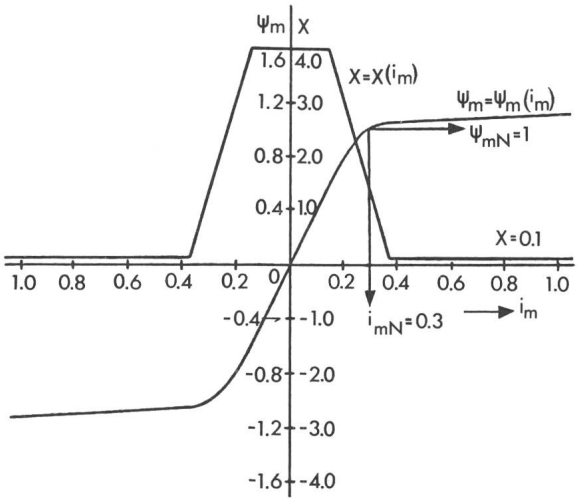

Fig. 1 Sättigungskurve einer Asynchronmaschine
$\Psi_m = \Psi_m\,(i_m)$. Der Differentialquotient $d\Psi_m/du_m = X = X\,(i_m)$ ist auch angeführt

$$\psi_q = i_q X_{s\sigma} \tag{7}$$

$$\psi_{rd} = i_m X_m + i_{rd} X_{r\sigma} = \psi_m + i_{rd} X_{r\sigma} \tag{8}$$

$$\psi_{rq} = i_{rq} X_{r\sigma} = - i_q X_{r\sigma} \tag{9}$$

Unter Benützung der Gln. (6) bis (9) sollen die Spannungsgleichungen und die Drehmomentgleichung in Komponenten zerlegt werden

$$u_d = i_d R_s + \frac{d(i_m X_m)}{d\tau} + X_{s\sigma} \frac{di_d}{d\tau} - \omega_m i_q X_{s\sigma} \tag{10}$$

$$u_q = i_q R_s + X_{s\sigma} \frac{di_q}{d\tau} + \omega_m (i_m X_m + i_d X_{s\sigma}) \tag{11}$$

$$u_{rd} = i_{rd} R_r + \frac{d(i_m X_m)}{d\tau} + X_{r\sigma} \frac{di_{rd}}{d\tau} + (\omega_m - \omega) i_q X_{r\sigma} \tag{12}$$

$$u_{rq} = - i_q R_r - X_{r\sigma} \frac{di_q}{d\tau} + (\omega_m - \omega)(i_m X_m + i_{rd} X_{r\sigma}) \tag{13}$$

$$h \frac{d\omega}{d\tau} + M = \psi_d i_q - \psi_q i_d = \psi_m i_q \tag{14}$$

3. Der Einfluss der Sättigung

Es soll nun die Ableitung $d(i_m X_m)/d\tau$ betrachtet werden, da i_m und X_m zeitveränderliche Grössen darstellen, die durch die Sättigungskurve funktionell verbunden sind. Der Differentialquotient kann in folgender Form auch angeschrieben werden:

$$\frac{d(i_m X_m)}{d\tau} = \frac{d(i_m X_m)}{di_m} \cdot \frac{di_m}{d\tau} = \frac{d\psi_m}{di_m} \cdot \frac{di_m}{d\tau} \tag{15}$$

$d\psi_m/di_m = X(i_m) = X$ kann als dynamische Induktivität (Reaktanz) bezeichnet werden und kann aus der Magnetisierungskurve (Fig. 1) durch graphische, oder semianalytische Methoden berechnet werden. Der Verlauf von $X = X(i_m)$ ist in Figur 1 auch angegeben.

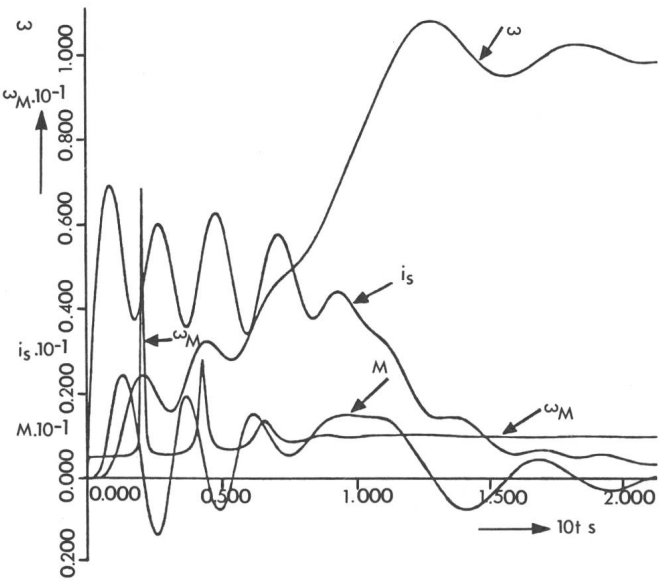

Fig. 2 Anlauf einer Asynchronmaschine mit Kurzschlussläufer, digital berechnet und mit Plotter aufgezeichnet

$u_s = 1$; konstante Sättigung; reine Massenbeschleunigung. Maschinendaten: $h = 31{,}4$; $X_{s\sigma} = X_{r\sigma} = X_\sigma = 0{,}1$; $R_s = R_r = 0{,}03$; Nenn-Hauptfeldreaktanz: $X_M = 3{,}33$. Angegeben sind die Zeitfunktionen: Winkelgeschwindigkeit des Läufers (ω); Drehmoment (M); Winkelgeschwindigkeit des Magnetisierungsstromes (ω_M); der Ständerstrom (i_s in ω_M-Koordinaten)

Nun kann das Gleichungssystem aus Gln. (10) bis (14) unter Berücksichtigung der Sättigung angeschrieben werden. Da für den Kurzschlussläufer $\bar{u}_r = 0$ ist, folgt

$$u_d = i_d R_s + X \frac{di_m}{d\tau} + X_{s\sigma} \frac{di_d}{d\tau} - \omega_m i_q X_{s\sigma} \tag{16}$$

$$u_q = i_q R_s + X_{s\sigma} \frac{di_q}{d\tau} + \omega_m (\psi_m + i_d X_{s\sigma}) \tag{17}$$

$$0 = (i_m - i_d) R_r + X \frac{di_m}{d\tau} + X_{r\sigma} \frac{d(i_m - i_d)}{d\tau} + (\omega_m - \omega) i_q X_{r\sigma} \tag{18}$$

$$0 = - i_q R_r - X_{r\sigma} \frac{di_q}{d\tau} + (\omega_m - \omega)[\psi_m + (i_m - i_d) X_{r\sigma}] \tag{19}$$

Aus den Gln. (14), (16), (17) und (19) können die unbekannten Grössen i_d, i_q, i_m, ω_m und ω bestimmt werden.

Es wird vorausgesetzt, dass an die Klemmen der Maschine eine symmetrische, sinusförmige Dreiphasenspannung von Nennfrequenz und von konstanter Amplitude plötzlich zugeschaltet wird. Diese Spannung erscheint in Ständerkoordinaten als [2]

$$\bar{u}_s = u_s e^{j\omega_1 t} = u_s e^{j\tau}$$

oder nach der Transformation in ω_m-Koordinaten [2] als

$$\bar{u}_s = \bar{u}_s e^{-j\alpha} = u_s e^{j(\tau - \alpha)} \tag{20}$$

wobei α den Winkel bezeichnet, welcher von der reellen Axe der Ständerkoordinaten mit $\bar{i}_m$ (reelle Axe der ω_m Koordinaten) eingeschlossen wird: $\alpha = \alpha_0 + \int \omega_m \, d\tau$.

Werden die Gln. (17) und (19) unter Benützung der Gl. (20) addiert, so erhält man mit $R_\Delta = R_s - R_r$ und $X_\Delta = X_{s\sigma} - X_{r\sigma}$:

$$\omega_m = \frac{u_s \sin(\tau - \alpha) - i_q R_\Delta - X_\Delta \, di_q/d\tau + \omega[\psi_m + (i_m - i_d) X_{r\sigma}]}{2\psi_m + i_m X_{r\sigma} + i_d X_\Delta} \tag{21}$$

4. Digitale Berechnung

Aufgrund der Gln. (14), (16), (17) und (18) ist die Möglichkeit gegeben, das Gleichungssystem für die maschinelle Berechnung zu ordnen:

$$\frac{di_m}{d\tau} = \frac{1}{2X + X_{r\sigma}} \left[u_s \cos(\tau - \alpha) - (i_m R_r + i_d R_\Delta) - X_\Delta \frac{di_d}{d\tau} + \omega i_q X_{r\sigma} + \omega_m i_q X_\Delta \right] \tag{22}$$

$$\frac{di_d}{d\tau} = \frac{1}{X_{s\sigma}} \left[u_s \cos(\tau - \alpha) - i_d R_s - X \frac{di_m}{d\tau} \right] + \omega_m i_q \tag{23}$$

$$\frac{di_q}{d\tau} = \frac{1}{X_{s\sigma}} \left[u_s \sin(\tau - \alpha) - i_q R_s - \omega_m \psi_m \right] - \omega_m i_d \tag{24}$$

$$\frac{d\omega}{d\tau} = - \frac{M}{h} + \frac{\psi_m i_q}{h} \tag{25}$$

Der Wert von ω_M ist durch Gl. (21) festgelegt. Das Argument $(\tau - \alpha)$ kann als

$$\tau - \alpha = \tau_0 - \alpha_0 + \int (\omega_1 - \omega_m) \, d\tau = \tau_0 - \alpha_0 + \int (1 - \omega_m) \, d\tau \tag{26}$$

berechnet werden. Der Absolutwert des Ständerstromes beträgt $i_s = \sqrt{i_d^2 + i_q^2}$.

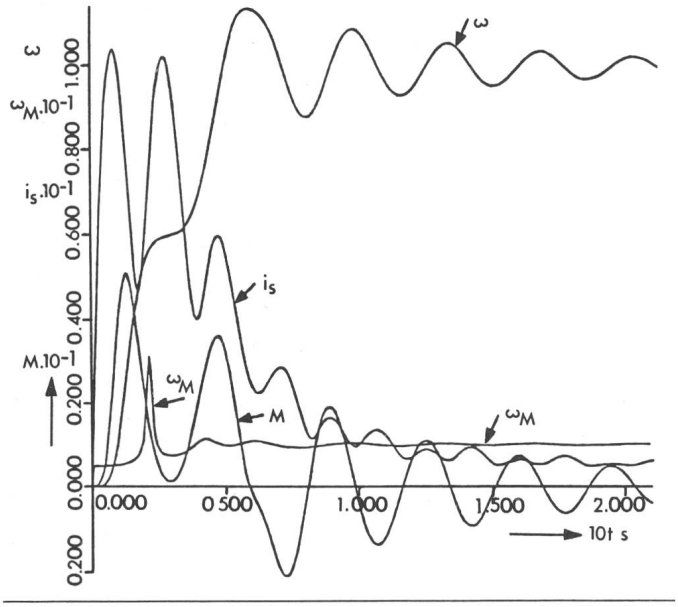

Fig. 3 Wie Figur 2, jedoch $u_S = 1{,}5$

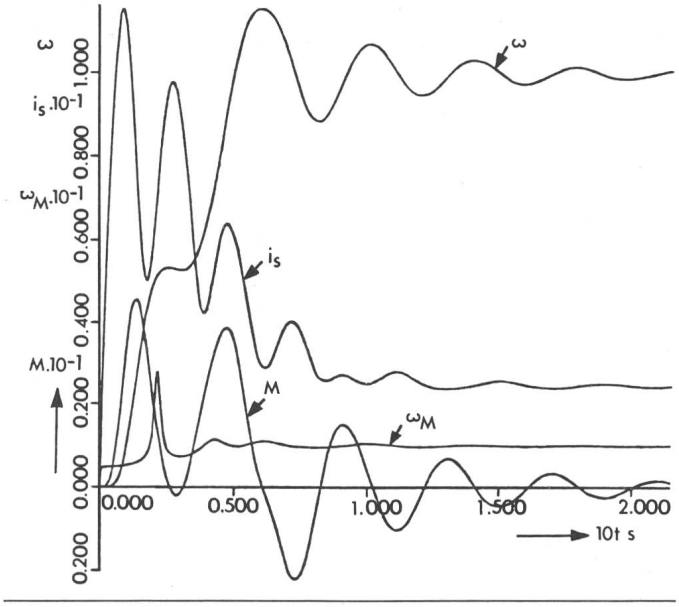

Fig. 4 Wie Fig.2, aber $u_S = 1{,}5$ und veränderliche Sättigung

Die Berechnungen der Zeitfunktionen wurden an einem Digitalrechner durchgeführt. Es wurde eine fiktive Sättigungskurve nach Figur 1 benützt, wobei der Anfangsteil und der Sättigungsteil durch Gerade ersetzt wurden. Die Krümmung wurde durch eine Parabel zweiter Ordnung nachgeahmt.

Die Plotter-Bilder (Fig. 2...4) zeigen die Anlaufverhältnisse einer Asynchronmaschine mit den in der Legende angegebenen Daten. Zu bemerken ist, dass der stationäre Endstrom dem Maximalwert des Stromes entspricht. Die Aufnahmen wurden für die Speisespannung $u_S = 1$ resp. $u_S = 1{,}5$, ohne und mit veränderlicher Sättigung ausgeführt. Aus Figur 4 ist die Wirkung der hohen Sättigung klar zu entnehmen ($i_S = i_m = 3.0$). Bei der Beschleunigung war kein Gegenmoment wirksam (reine Massenbeschleunigung mit der Hochlaufzeit $h = 31{,}4$ rad). Es sei noch darauf hingewiesen, dass die angegebenen Zeitfunktionen mit denjenigen, die an verschiedenen Maschinen mehrfach gemessen werden, gut übereinstimmen.

Literatur

[1] *K. P. Kovács:* Programmierung von Asynchronmotoren für Analogrechner unter Berücksichtigung der Sättigung. Arch. Elektrotechn. 57(1962)4, S. 193...206.

[2] *K. P. Kovács:* Symmetrische Komponenten in Wechselstrommaschinen. Basel/Stuttgart, Birkhäuser-Verlag, 1962.

Adresse der Autoren

Prof. em. Dr. Ing. h.c. *K. P. Kovács,* Lehrstuhl Elektrotechnika, T. U. Budapest, Budafoki u. 8, und Dr. Ing. *L. Kiss*, Starkstrominstitut I, T. U. Budapest, Egry J. u. 18, H-1111 Budapest.