Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 72 (1981)

Heft: 9

Artikel: Die Realisierung des Ohm über den quantisierten Hallwiderstand

Autor: Piller, O.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-905107

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die Realisierung des Ohm über den quantisierten Hallwiderstand

Von O. Piller

621.382.323

Der Hallwiderstand von MOS-Feldeffekt-Transistoren ist in hohen Magnetfeldern und bei tiefen Temperaturen quantisiert. Er wird durch das Planksche Wirkungsquantum h und das Quadrat der Elektronenladung e^2 bestimmt. Diese Tatsache erlaubt es, das Ohm auf eine neue Art zu realisieren.

La résistance de Hall des transistors MOS à effet de champ est quantifiée dans des champs magnétiques intenses et à de basses températures. Elle est déterminée par la constante de Planck h et le carré de la charge électronique e^2, d'où la possibilité de réaliser l'ohm d'une façon nouvelle.

1. Einleitung

In der Metrologie ist man stets bestrebt, die Einheiten auf Naturkonstanten zu beziehen, die im Bilde der klassischen Physik keine Änderung erfahren. So wurde das Meter auf die Wellenlänge einer atomaren Schwingung des Kryptons bezogen, die Sekunde basiert auf einem Hyperfeinübergang in der Atomhülle des Cäsiums und auch die Candela wurde neu über eine monochromatische Strahlung definiert. Bei den abgeleiteten Einheiten versucht man die Realisierung über quantenphysikalische Effekte zu bewerkstelligen, um universelle Masse zu erhalten. So wird das Volt bereits über den Josephson-Wechselstromeffekt realisiert. Seit ca. 1 Jahr wird an der Realisierung des Ohm über den quantisierten Hallwiderstand gearbeitet, und es ist anzunehmen, dass in einigen Jahren derartige Apparaturen in allen wichtigen Instituten des Messwesens stehen werden [3].

2. Der Halleffekt

Als Halleffekt bezeichnet man das Auftreten eines transversalen elektrischen Feldes in einem stromdurchflossenen Metall oder Halbleiter, wenn sich dieser Leiter in einem Magnetfeld befindet [1; 2]. Die Elektronen, die sich mit einer Geschwindigkeit im Magnetfeld bewegen, werden infolge der auf sie wirkenden Lorentzkraft nach der Seite hin abgelenkt. In Halbleitern sammeln sich durch diese Ablenkung die positiven Landungsträger auf der einen Seite und die negativen auf der anderen. Bringt man am Plättchen nach Figur 1 Elektroden an, so kann die dabei auftretende Potentialdifferenz gemessen werden. Eine genaue Analyse dieses Sachverhaltes zeigt, dass diese Potentialdifferenz proportional zum angelegten Magnetfeld ist. Dieser Effekt, allgemein Halleffekt genannt, wird deshalb zur Messung von Magnetfeldern angewendet. Als Hallwiderstand bezeichnet man den Quotienten aus der Potentialdifferenz und dem Strom, der durch das Plättchen fliesst. Es handelt sich hier somit nicht um den realen Widerstand.

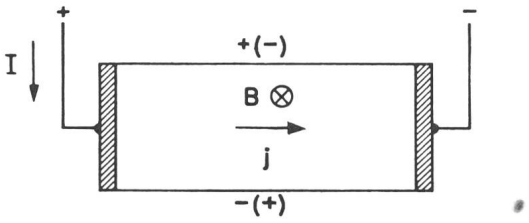

Fig. 1 Der Halleffekt
Die Elektronen werden durch die Anwesenheit eines Magnetfeldes B abgelenkt, und es entsteht eine Potentialdifferenz

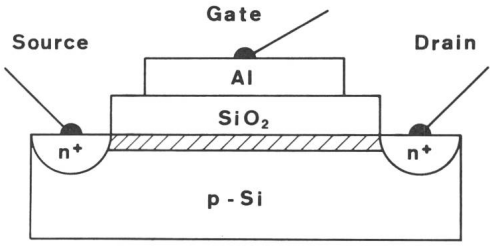

Fig. 2 MOS-Feldeffekt-Transistor
Bei Anwesenheit eines starken Magnetfeldes und bei Abkühlen unterhalb ca. 2 K ist der Hallwiderstand quantisiert

3. Der quantisierte Hallwiderstand

Im Jahre 1980 untersuchte *K. von Klitzing* an MOS-Feldeffekt-Transistoren nach Figur 2 das Verhalten des Hallwiderstandes unter hohen Magnetfeldern und bei tiefen Temperaturen. Die Ergebnisse werden nachfolgend kurz zusammengefasst [4; 5].

Legt man an das Gate (Fig. 2) eine positive Spannung an, so entsteht ein dünner Elektronenfilm an der Oxydschicht (inversion layer). Diese Elektronenschicht nähert den zweidimensionalen Zustand eines Elektronengases an. Die Zahl der freien Elektronen in dieser Schicht variiert in Funktion der Gate-Spannung sehr stark. Ein angelegtes Magnetfeld senkrecht zum Inversion layer zwingt die beweglichen Elektronen in quantisierte Bahnen mit diskreten Energieniveaus (*Landau* levels). Bei genügend tiefen Temperaturen (ca. 2 K) tritt ein Zustand ein, bei dem bis zu einer bestimmten Energie alle Landau levels besetzt sind, während die darüberliegenden leer bleiben.

Ist der Abstand vom ersten leeren zum letzten vollen Level genügend gross – dieser Abstand ist proportional zum angelegten Magnetfeld –, so fliesst ein Strom I von der Source zum Drain des MOSFET, ohne dass ein Spannungsabfall über dem Inversion layer auftritt.

Der Hall-Widerstand als Verhältnis zwischen Hall-Spannung (transversales elektrisches Feld) und dem Strom zwischen Source und Drain errechnet sich für diesen physikalischen Zustand des MOSFET zu

$$R_H = \frac{1}{2}\,\alpha^{-1} \cdot \mu_0 \cdot c \cdot n^{-1}$$

wobei

$\alpha^{-1} = \dfrac{2h}{\mu_0 \cdot c \cdot e^2}$ der reziproke Wert der Feinstrukturkonstanten ist,

h das Plank'sche Wirkungsquantum
e die Elektronenladung
μ_0 die magnetische Permeabilität des Vakuums
c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und
$n = 0, 1, 2, 3...$

Durch Einsetzen von α erhält man

$$R_H = \frac{h}{e^2 \cdot n}$$

Der Hallwiderstand ist quantisiert und wird bestimmt durch die beiden Naturkonstanten h und e.

Diese verblüffende Erkenntnis wurde experimentell sofort überprüft. Es zeigte sich, dass innerhalb der Messgenauigkeit die in der Atomphysik wichtige Feinstrukturkonstante durch dieses Experiment auf eine unabhängige Methode bestätigt wird.

4. Die Realisierung des Ohm

1 Ohm ist gleich dem elektrischen Widerstand zwischen zwei Punkten eines fadenförmigen, homogenen und gleichmässig temperierten Leiters, durch den bei der elektrischen Spannung 1 V zwischen den beiden Punkten ein zeitlich unveränderlicher elektrischer Strom der Stärke 1 A fliesst. In SI-Basiseinheiten ausgedrückt ist $1\ \Omega = 1\ m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$.

Von den vier Basiseinheiten Meter, Kilogramm, Sekunde und Ampère, aus denen sich alle Einheiten der Elektrizitätslehre ableiten lassen, ist das Ampère mit der grössten Realisationsungenauigkeit behaftet [8; 9]. Die Ampèredefinition über die Festlegung der magnetischen Permeabilität μ_0 erlaubt das Ohm über eine elektrische Kapazität zu realisieren, ohne dass der Ampèrewert mit seiner Ungenauigkeit vorliegt. Die Impedanz eines idealen Kondensators errechnet sich zu

$$Z = \frac{1}{j\omega C} \quad \text{wobei} \quad \begin{array}{l} \omega = \text{Kreisfrequenz} \\ C = \text{Kapazität in F} = m^2 \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2 \end{array}$$

Die Dimension von Z ist das Ohm. Die Kapazität C eines Kondensators im Vakuum ist proportional zur Dielektrizitätskonstanten im Vakuum ε_0. Aus den Maxwellgleichungen lässt sich ε_0 aus μ_0 und der Lichtgeschwindigkeit c berechnen. Durch eine Frequenzmessung lässt sich somit die Impedanz Z einer genau berechenbaren Kapazität bestimmen.

Über Vergleichsmessungen in Brückenschaltungen lässt sich dann der 1-Ohm-Wert realisieren. Das Problem liegt in der Herstellung eines sehr genauen elektrischen Kondensators.

Der australische Physiker *Lampard* konnte zeigen, dass es möglich ist, einen elektrischen Kondensator zu bauen, dessen Kapazität nur von der Länge abhängt [6; 7]. Die Bestimmung der Länge geschieht interferometrisch, und die bis heute realisierten Kondensatoren erlaubten Kapazitäten zu bauen, deren Werte einige pF betragen und deren Genauigkeit bei ca. $1 \cdot 10^{-8}$ liegen. Allerdings ist der Bau und der Betrieb eines solchen Kondensators äusserst aufwendig und wurde deshalb nur von einigen wenigen grossen Staatsinstituten vorgenommen.

Der in diesem Artikel beschriebene quantisierte Hallwiderstand, der an MOS-Feldeffekt-Transistoren auftritt, eröffnet nun ganz neue Möglichkeiten zur Realisierung des Ohm. Er kann experimentell an MOSFET bestimmt werden und wird laut Theorie von den zwei Naturkonstanten h und e bestimmt. Ähnlich wie das Volt über den Josephsoneffekt aus Naturkonstanten aufgebaut werden kann, ist dies künftig auch für das Ohm möglich.

Bereits werden an verschiedenen Staatsinstituten solche Experimente aufgebaut. Das Eidg. Amt für Messwesen ist ebenfalls im Begriff, diese neuartige Ohmrealisierung zu verwirklichen.

Es wird somit in absehbarer Zeit möglich werden, die heute üblichen internationalen Ohmvergleiche mittels Normalwiderständen aufzugeben und sich auf das jeweilige Bestimmen des Quotienten h/e^2 zu beschränken. Die Metrologie erhält durch diesen neuartigen Effekt zweifellos einen wesentlichen Impuls.

Literatur

[1] *B.M. Jaworski* and *A.B. Detlaf:* Physik griffbereit. Definitionen, Gesetze, Theorien. Braunschweig, Verlag Vieweg, 1972.

[2] *R.P. Feynmann, R.B. Leighton* and *M. Sands:* The Feynmann lectures on physics. Vol. III: Quantum mechanics. Fourth edition. London, a.o., Addison-Wesley, 1970.

[3] *O. Piller, L. Bauder* and *U. Weilenmann:* Eine Anwendung der Josephsoneffekte in der elektrischen Präzisionsmesstechnik. Bull. SEV/VSE, 71(1980)3, S. 122 bis 125.

[4] *K. v. Klitzing, G. Dorda* and *M. Pepper:* New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance. Physical Review Letters 45(1980)6, p. 494...497.

[5] *E. Braun, E. Staben* und *K. von Klitzing:* Experimental determination of h/e^2 by the quantized Hall resistance in MOSFETs. PTB-Mitt. 90(1980)5, p. 350 bis 351.

[6] *D.G. Lampard:* A new theorem in electrostatics with applications to calculable standards of capacitance. Proc. IEE Part C 104(1957), p. 271...280.

[7] *A.M. Thompson:* An absolute determination of resistance based on a calculable standard of capacitance. Metrologia 4(1968)1, S. 1...7.

[8] *O. Piller:* Die elektrischen Einheiten und ihre Realisationsgenauigkeiten. Bull. SEV/VSE 69(1978)10, S. 504...507.

[9] *P. Koch:* Elektrische Masseinheiten: Definition und Realisation, Sekundärnormale. Bull. SEV/VSE 72(1981)9. S. 439...443.

Adresse des Autors

Dr. phys. *Otto Piller*, Sektionschef im Eidg. Amt für Messwesen, Lindenweg 50, 3084 Wabern-Bern.