Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 71 (1980)

Heft: 7

Artikel: Utilisation de l'algorithme Hildreth-d'Esopo pour l'optimisation de la circulation des puissances réactives dans un réseau électrique

Autor: Cârtina, G:

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-905242

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Utilisation de l'algorithme Hildreth-d'Esopo pour l'optimisation de la circulation des puissances réactives dans un réseau électrique

Par G. Cârtina

519.688:621.315

1. Introduction

Dans le domaine de l'électroénergétique beaucoup de problèmes d'optimum économique font partie de la programmation quadratique: le réglage de la tension, la répartition des puissances entre les sources, la compensation de l'énergie réactive, etc. De nombreuses études ont été consacrées à la programmation quadratique en général, et les algorithmes correspondants sont très efficients. A la suite de transformations adéquates la fonction objectif peut être mise sous une forme convenable pour l'utilisation des certains algorithmes.

Dans ce qui suit, on s'appuie sur l'algorithme Hildreth-d'Esopo et l'on propose une nouvelle méthode d'optimisation de la circulation des puissances réactives dans un réseau électrique, un problème d'une grande actualité vu l'importance qu'on prête aujourd'hui à la réduction des pertes d'énergie. Le modèle mathématique constitué dans ce sens tient compte des pertes actives dues aux transits des puissances réactives et des pertes dans les condensateurs. On a admis le coût des condensateurs proportionnel à la puissance réactive (en kVar).

La méthode proposée pour l'optimisation de la circulation des puissances réactives a de grands avantages en ce qui concerne la programmation sur l'ordinateur, par rapport aux autres méthodes utilisées dans l'électroénergétique. L'idée principale de l'algorithme est la résolution du problème dual, pour lequel les restrictions sont plus simples, par une version du processus itératif Gauss-Seidel. Le plus grand avantage de la méthode proposée consiste dans l'utilisation des valeurs moyennes pour les variables qui sont fonctions du temps (les puissances réactives).

2. Le modèle mathématique de l'optimisation de la circulation des puissances réactives

Dans les phénomènes économiques la valeur d'un produit change dans le temps. Une somme d'argent S, disponible au présent est équivalente à une somme $S(1 + a)^1$, disponible après 1 an et à une somme $S(1 + a)^{-1}$, disponible 1 an auparavant, où a est le taux d'actualisation. Une batterie de condensateurs est installée dans le réseau électrique pour une certaine durée, que l'on estime en moyenne à 6...10 années. Les frais totaux actualisés correspondants contiennent donc, outre l'investissement, les coûts actualisés des pertes actives dues aux transits des puissances réactives et des pertes actives dans les condensateurs.

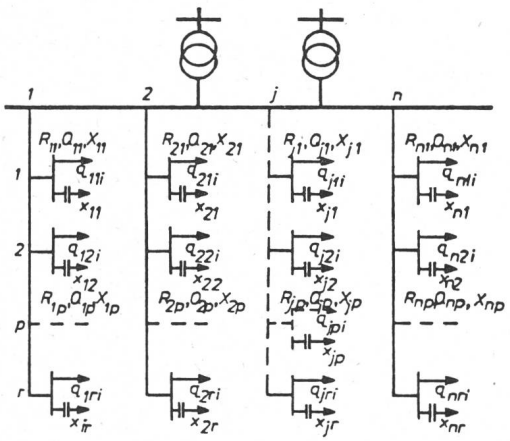

Fig. 1 Schéma du réseau radial

Dans un réseau électrique on considère optimale la circulation des puissances réactives qui rend minimum les frais totaux actualisés.

Pour un réseau radial ou maillé fonctionnant normalement en radial (fig. 1) les frais totaux actualisés ont pour expression, si on compense chaque consommateur sur place

$$A = \sum_{j=1}^{n} \sum_{p=1}^{r} (\gamma + k_a p_c \beta T_f) x_{jp} + \\ + k_a \frac{\beta}{U^2} T_f \sum_{j=1}^{n} \sum_{p=1}^{r} \sum_{i=1}^{m=24} R_{jp} (Q_{jpi} - X_{jp})^2 \quad (1)$$

où γ est le coût du kVar installé dans les condensateurs, β le prix du kWh perdu,

$$k_a = \sum_{1=1}^{10} (1 + a)^{-1}$$

un coefficient d'actualisation avec a le taux d'actualisation, p_c les pertes spécifiques d'énergie dans les condensateurs, T_t le temps de fonctionnement (h par année), Q_{jpi} la puissance réactive dans le tronçon jp au moment i ($i = 1, 2, ..., m$; $m = 24$), X_{jp} la somme des puissances des condensateurs installés en aval du tronçon jp, x_{jp} – la puissance des condensateurs installés à la fin du tronçon jp, R_{jp} la résistance électrique du tronçon jp. La formule (1) permet de calculer les frais totaux, l'investissement et les coûts actualisés des pertes, pour la période de fonctionnement des condensateurs.

En négligeant les termes et les facteurs constants, $\overline{Q_{jp}^2}$ et m, on déduit l'expression de la fonction objectif à partir de la relation (1), [1]:

$$F = \min Z(X) = \min \left[p_t X + \frac{1}{2} X_t \, CX \right] \quad (2)$$

où

$$p_t = [p_{11}, p_{12}, ..., p_{nr}] \quad (3)$$

$$p_{j1} = \frac{\gamma + k_a p_c \beta T_f}{m} - C_{j1} \overline{Q_{j1}} \quad (j = 1, 2, ..., n) \quad (4)$$

$$p_{jp} = - C_{jp} \overline{Q_{jp}} \quad (j = 1, 2, ..., n; \; p = 2, 3, ..., r) \quad (5)$$

$$X_t = [X_{11}, X_{12}, ..., X_{nr}] \quad (6)$$

$$X_{jp} = \sum_{p=p}^{r} x_{jp} \quad (7)$$

$$C_{jp} = 2 R'_{jp} \quad (8)$$

$$R'_{jp} = k_a T_f \frac{\beta}{U^2} R_{jp} \quad (9)$$

$$C = 2 \begin{bmatrix} R'_{11} & 0 & . & 0 \\ 0 & R'_{12} & . & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & . & R'_{nr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & . & 0 \\ 0 & C_2 & . & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & . & C_N \end{bmatrix} \quad (10)$$

Dans ces relations, $\overline{Q_{jp}}$, $\overline{Q_{jp}^2}$ sont les valeurs moyennes des variables Q_{jpi}, Q_{jpi}^2 dans le temps, X_t et p_t sont les transposées des matrices X, respectivement p.

Pour n'importe quel réseau radial ou maillé fonctionnant en radial, la fonction objectif peut être mise sous la forme (2). Ce sont les matrices p et C qui se modifient d'un réseau à l'autre, en fonction de l'architecture du réseau. Si, par exemple, les usagers jp sont branchés par des transformateurs dont les résistances sont r_{jp} ($j = 1, 2, ..., n$; $p = 1, 2, ..., r$), ces résistances interviennent dans les matrices p et C. Il est intéressant de souligner que pour chaque type de réseau on peut déduire des règles simples et pratiques pour l'écriture des deux matrices.

Il est clair que les puissances des condensateurs installés pour la compensation ne doivent jamais dépasser les puissances réactives demandées par les usagers. Donc, outre la fonction objectif (2), le modèle mathématique de l'optimisation de la circulation des puissances réactives dans un réseau électrique avec N usagers contient les restrictions

$$\sum_{j=1}^{N} X_j \leqq Q_c^{max} \tag{11}$$

$$X_j \leqq Q_j^{max} \quad (j = 1, 2, ..., N) \tag{12}$$

$$X_j \geqq 0 \qquad (j = 1, 2, ..., N) \tag{13}$$

qui deviennent, en utilisant les matrices dans leur écriture,

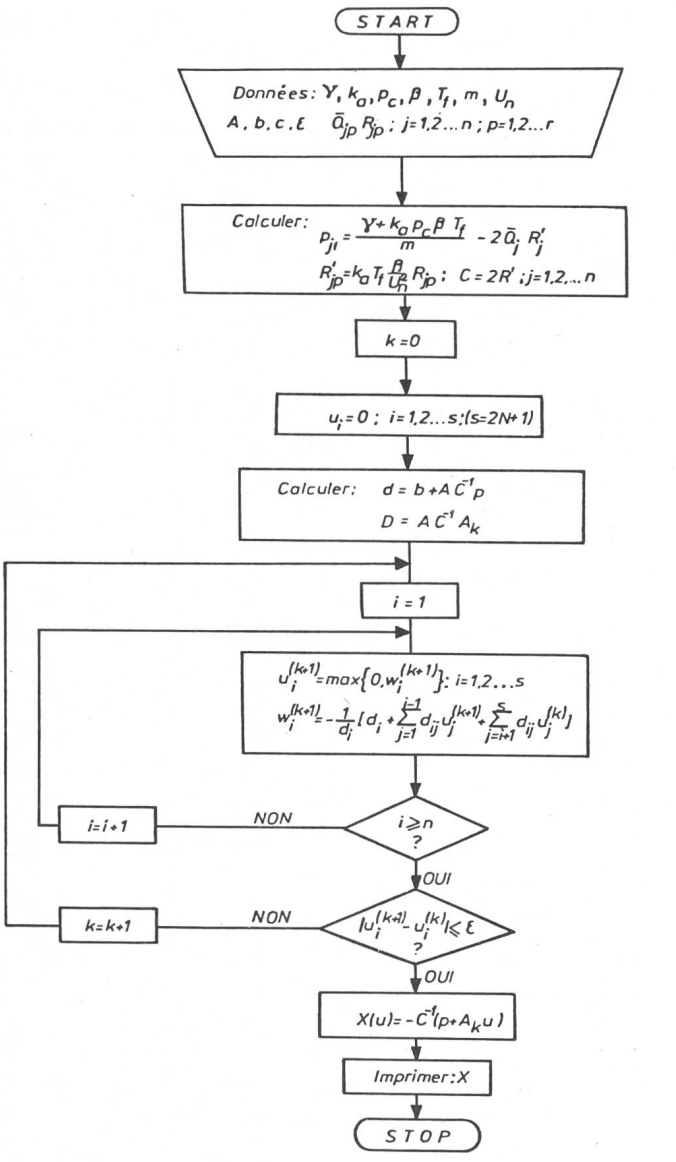

Fig. 2 Schéma logique de calcul

$$AX = \left[\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & . & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & 1 \\ \hline -1 & 0 & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & -1 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} X_1 \\ \hline X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ . \\ X_N \\ \hline . \\ . \\ . \\ . \\ . \end{array}\right] \leqq \left[\begin{array}{c} Q_c^{max} \\ \hline Q_1^{max} \\ Q_2^{max} \\ Q_3^{max} \\ . \\ Q_N^{max} \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ . \\ 0 \end{array}\right] = b \tag{14}$$

D'une manière similaire on peut procéder pour trouver le modèle d'optimisation pour d'autres problèmes en électroénergétique. Q_c^{max} est la puissance totale des condensateurs qui doivent être répartis dans le réseau. Les relations (13) représentant les conditions de nonnégativité du problème de programmation. La matrice A est d'ordre $(2N+1)N$ et elle est composée de trois sous-matrices: la première, en haut, est une matrice ligne avec les éléments 1, la deuxième et la troisième sont des matrices diagonales 1, respectivement -1.

3. Utilisation de l'algorithme Hildreth-d'Esopo

Le dual du problème (2), (14) est [2],

$$H = \min Y = \min \left[d_t u + \frac{1}{2} u_t D u\right] \tag{15}$$

$$CX + A_t u = -p \tag{16}$$

$$u \geqq 0 \tag{17}$$

où:

$$d = b + A C^{-1} p \tag{18}$$

$$D = A C^{-1} A_t \tag{19}$$

Dans ces relations u est la variable duale de X. Avec les relations (3), (10) et (14), (18) et (19) deviennent,

$$d = \left[\begin{array}{l} Q_c^{max} + \sum_{j=1}^{N} C_j p_j \\ \hline Q_1^{max} + C_1 p_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ Q_N^{max} + C_N p_N \\ \hline -C_1 p_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ -C_N p_N \end{array}\right] \tag{20}$$

$$D = \left[\begin{array}{c|ccccc|ccccc} \sum_{j=1}^{N} C_j & C_1 & C_2 & C_3 & . & C_N & -C_1 & -C_2 & -C_3 & . & -C_N \\ \hline C_1 & C_1 & 0 & 0 & . & 0 & -C_1 & 0 & 0 & . & 0 \\ C_2 & 0 & C_2 & 0 & . & 0 & 0 & -C_2 & 0 & . & 0 \\ C_3 & 0 & 0 & C_3 & . & 0 & 0 & 0 & -C_3 & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ C_N & 0 & 0 & 0 & . & C_N & 0 & 0 & 0 & . & -C_N \\ \hline -C_1 & -C_1 & 0 & 0 & . & 0 & C_1 & 0 & 0 & . & 0 \\ -C_2 & 0 & -C_2 & 0 & . & 0 & 0 & C_2 & 0 & . & 0 \\ -C_3 & 0 & 0 & -C_3 & . & 0 & 0 & 0 & C_3 & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ -C_N & 0 & 0 & 0 & . & -C_N & 0 & 0 & 0 & . & C_N \end{array}\right] \tag{21}$$

En suivant l'algorithme, on construit itérativement le fil $u^{(k)} \geqq 0$, $k = 1, 2, \ldots$, pour lequel,

$$\lim_{k \to \infty} X(u^{(k)}) = X^* \tag{22}$$

En partant avec $u^{(0)} = 0$, on calcule,

$$u_i^{(k+1)} = \max \{0, w_i^{(k+1)}\} \tag{23}$$

où

$$w_i^{(k+1)} = -\frac{1}{d_{ii}} \left[d_i + \sum_{j=1}^{i-1} d_{ij}\, u_j^{(k+1)} + \sum_{j=i+1}^{2N+1} d_{ij}\, u_j^{(k)} \right] \tag{24}$$

Dans les relations ci-dessus d_{ij} et d_i $(i, j = 1, 2, \ldots, 2N+1)$ sont les éléments des matrices D, respectivement d. Le calcul s'arrête lorsqu'on trouve une valeur pour X suffisamment près de X^*, ou,

$$| u_i^{(k+1)} - u_i^{(k)} | \leqq \varepsilon; \quad i = 1, 2, \ldots, (2N+1) \tag{25}$$

L'interprétation géométrique du passage de $u^{(k)}$ à $u^{(k+1)}$ consiste dans des déplacements parallèles avec les axes $0u_1$, $0u_2$, ..., $0u_{2N+1}$, de sorte qu'on obtient chaque fois le maximum de rapprochement par rapport à X^*; autrement dit, pour la fonction $X(u)$ on obtient la diminution la plus grande.

Les premières étapes du schéma logique de calcul, fig. 2, sont consacrées au calcul des matrices D et d, pour le problème dual. Le calcul continue avec une version du processus itératif Gauss-Seidel. Pour la systématisation du calcul on peut utiliser le schéma proposé en [2]. Si $S = 2N + 1 = 5$, le schéma respectif suit le tableau I. Les éléments du tableau sont calculés de gauche à droite. Pour le calcul de $w_3^{(k+1)}$,

Tableau I

	D					d
	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}	d_1
	d_{21}	d_{22}	d_{23}	d_{24}	d_{25}	d_2
	d_{31}	d_{32}	d_{33}	d_{34}	d_{35}	d_3
	d_{41}	d_{42}	d_{43}	d_{44}	d_{45}	d_4
	d_{51}	d_{52}	d_{53}	d_{54}	d_{55}	d_5
l'itération						
0	$u_1^{(0)} = 0$	$u_2^{(0)} = 0$	$u_3^{(0)} = 0$	$u_4^{(0)} = 0$	$u_5^{(0)} = 0$	
1	$u_1^{(1)}$	$u_2^{(1)}$	$u_3^{(1)}$	$u_4^{(1)}$	$u_5^{(1)}$	
.	.	.	.	.	.	
k	$u_1^{(k)}$	$u_2^{(k)}$	$u_3^{(k)}$	$u_4^{(k)}$	$u_5^{(k)}$	
$k+1$	$u_1^{(k+1)}$	$u_2^{(k+1)}$	$u_3^{(k+1)}$	$u_4^{(k+1)}$	$u_5^{(k+1)}$	
.	.	.	.	.	.	

$$w_3^{(k+1)} = -\frac{1}{d_{33}} \left[d_{31}\, u_1^{(k+1)} + d_{32}\, u_2^{(k+1)} + d_3 + d_{34}\, u_4^{(k)} + d_{35}\, u_5^{(k)} \right] \tag{26}$$

par exemple, les éléments utilisés sont encadrés, dans le tableau I.

La relation (16) permet le calcul des variables X,

$$X(u) = -C^{-1}(p + A_t\, u) \tag{27}$$

4. Conclusions

La méthode d'optimisation de la circulation des puissances réactives proposée ci-dessus se prête bien pour la programmation sur l'ordinateur: l'écriture du modèle d'optimisation est facile, en suivant certaines règles spécifiques à chaque type de réseau. A la différence d'autres méthodes de programmation quadratique, cette méthode nécessite une seule inversion de la matrice C. De plus, la matrice C est diagonale dans la plupart des cas.

L'utilisation des valeurs moyennes pour les variables qui sont fonction du temps rend un grand avantage pour cette méthode qui considère les variations en temps des puissances réactives.

Le modèle et la méthode décrits pour l'optimisation de la circulation des puissances réactives peuvent être utilisés aussi pour d'autres problèmes de l'électroénergétique.

Bibliographie

[1] *G. Cârtina:* Contributii la elaborarea modelului repartizarii optimale a surselor reactive în retelele de distributie. Energetica 27(1979)1, p. 63...66.

[2] *M. Dragomirescu, M. Malita:* Programarea patraticà. Bucuresti, Ed. Stiintificà, 1968.

[3] *G. H. Cârtina:* La répartition économique des sources réactives dans les réseaux de distribution par programmation dynamique. Revue E 9(1978)3, p. 33...35.

Adresse de l'auteur

Dr.-Ing. *G. Cârtina,* Faculté d'électrotechnique, Institut polytechnique de Jassy, Jassy, Roumanie.