

<b>Zeitschrift:</b>	Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen
<b>Band:</b>	69 (1978)
<b>Heft:</b>	24
<b>Artikel:</b>	Bestimmung der dielektrischen Eigenschaften der Ummantelung eines Kabels mit Hilfe eines Optimierungsprogrammes
<b>Autor:</b>	Hafner, Ch.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-914969">https://doi.org/10.5169/seals-914969</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Bestimmung der dielektrischen Eigenschaften der Ummantelung eines Kabels mit Hilfe eines Optimierungsprogrammes

Von Ch. Hafner

621.315.2.001.4:: 519.699;

Mit einem Optimierungsprogramm kann eine Kopplung theoretischer Resultate mit Kontrollmessungen erreicht werden, aus der man einerseits Aussagen über die Zuverlässigkeit der Theorie erhält, und mit der andererseits gleichzeitig ungenau bekannte Parameter (wie z.B. Materialkonstanten) besser bestimmt werden können. Dieses Programm wird auf den Fall eines zweiadrigens Netzkabels angewendet. Damit wird eine Näherungsformel für die Fortpflanzungskonstante der Leitungswelle bei hohen Frequenzen (1 MHz bis 250 MHz) geprüft, und zugleich werden die dielektrischen Eigenschaften der Ummantelung bestimmt.

A l'aide d'un programme d'optimisation, on peut obtenir une corrélation entre des résultats théoriques et des mesures de contrôle, qui donne une information sur la fiabilité de la théorie et permet de mieux déterminer des paramètres inconnus, tels que des constantes de matières. Ce programme est appliqué au cas d'un câble de réseau à deux conducteurs. Une formule approchée pour la constante de propagation de l'onde à des fréquences élevées (1 à 250 MHz) est ainsi contrôlée, et on détermine en outre les propriétés diélectriques du blindage.

## 1. Einleitung

Seit dem Bekanntwerden der Maxwellschen Gleichungen wurde das Problem der Wellenausbreitung längs elektrischen Leitungen intensiv untersucht [z.B. 1...4]<sup>1)</sup>, ohne dass exakte Lösungen des Mehrleiterproblems gefunden werden konnten. Für die Technik genügen fast immer Näherungsformeln, die ihrer Einfachheit halber auch bevorzugt werden. Sehr oft ist es schwierig oder gar nicht möglich, aus theoretischen Überlegungen Angaben über die Genauigkeit und Anwendbarkeit solcher Näherungen zu machen, so dass man gezwungen ist, Vergleiche mit Kontrollmessungen durchzuführen.

Bei der Untersuchung von schnellen Störimpulsen auf Netzkabeln stand eine Näherungsformel zur Berechnung der Fortpflanzungskonstanten harmonischer Wellen im Blickpunkt des Interesses. Diese Formel, deren Herleitung im folgenden skizziiert wird, musste auf ihre Anwendbarkeit auf typische Netzkabel geprüft werden. Zu diesem Zweck wurden Messungen an einem Kabel mit zwei Cu-Adern und PVC-Isolation durchgeführt (Fig. 1). Eine direkte Kontrolle der Näherungsformel war aber damit nicht möglich, da die dielektrischen Eigenschaften der Ummantelung handelsüblicher Netzkabel zuwenig genau bekannt sind. Diese Schwierigkeit konnte mit einem Optimierungsverfahren überwunden werden.

## 2. Theoretisches Modell des zweiadrigens Kabels

Die Maxwellschen Gleichungen bilden die physikalische Grundlage der Elektrodynamik. Sie lauten für ruhende Medien:

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial}{\partial t} (\mu \vec{H}) \quad (a)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon \vec{E}) + \vec{j} + \varrho \vec{v} \quad (b)$$

$$\text{div } (\epsilon \vec{E}) = \varrho \quad (c)$$

$$\text{div } (\mu \vec{H}) = 0 \quad (d)$$

<sup>1)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

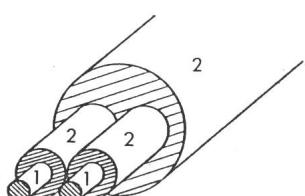


Fig. 1 Typisches Netzkabel

1 Kupfer 2 Weich-PVC

Setzt man homogene, isotrope, lineare Medien voraus, so sind  $\epsilon$  und  $\mu$  Konstanten. Diese Voraussetzungen sind bei Materialien, die zur Herstellung von Kabeln verwendet werden, fast immer gut erfüllt. Zudem gilt das Ohmsche Gesetz:  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ . Dabei ist auch  $\sigma$  eine Konstante. In allen hier interessierenden Fällen verändern sich die Materialien zeitlich so wenig, dass man auch zeitliche Konstanz der Materialkonstanten annehmen kann. Setzt man ferner voraus, dass  $\varrho$  räumlich konstant und  $\varrho \vec{v}$  räumlich und zeitlich konstant ist, so erhält man die bekannten Wellengleichungen:

$$\left( \Delta - \mu \sigma \frac{\partial}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{E} = 0 \quad (e)$$

$$\left( \Delta - \mu \sigma \frac{\partial}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{H} = 0 \quad (f)$$

Aus diesen Gleichungen gewinnt man zeitunabhängige Differentialgleichungen durch Separation der Zeit:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) \cdot T(t) \quad (g)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0(\vec{r}) \cdot T(t) \quad (h)$$

Die Zeitabhängigkeit  $T(t)$  ist üblicherweise durch die Quellen gegeben und kann bekanntlich in Fourierreihen oder Fourierintegrale entwickelt werden. Man kann deshalb folgenden Ansatz machen:

$$T(t) = T_0 e^{-j\omega t},$$

wobei ohne Einschränkung der Allgemeinheit  $T_0 = 1$  gesetzt werden kann. Damit bleiben die zeitunabhängigen Differentialgleichungen

$$(\Delta + k^2) \vec{E}_0(\vec{r}) = 0 \quad (e')$$

$$(\Delta + k^2) \vec{H}_0(\vec{r}) = 0 \quad (f')$$

$$\text{wobei } k^2 = \omega^2 \mu \left( \epsilon + j \frac{\sigma}{\omega} \right) \quad (i)$$

Untersucht man die Wellenausbreitung längs Leitungen, so hat man meistens näherungsweise zylindrische Symmetrie. Man wählt also ein zylindrisches Modell und legt eine Koordinatenachse parallel zur Zylinderachse. Ist diese Achse die  $z$ -Achse, so lässt sich auch die  $z$ -Abhängigkeit in den Gleichungen (e') und (f') separieren. Werden die Koordinaten in den zur  $z$ -Achse senkrechten Ebenen mit  $u, v$  bezeichnet, so gilt für  $\vec{E}_0$  (resp.  $\vec{H}_0$ ) der Ansatz

$$\vec{E}_0(u, v, z) = \vec{E}^*(u, v) \cdot Z(z)$$

Man erhält für die z-Abhängigkeit

$$Z(z) = Z_0 e^{j\gamma z} + Z_1 e^{-j\gamma z} \quad (k)$$

Für die komplexe Fortpflanzungskonstante  $\gamma$  schreibt man

$$\gamma = \beta + j\alpha \quad \text{mit} \quad \alpha \geq 0, \quad \beta \geq 0$$

Dabei ist  $\alpha$  die Dämpfungskonstante,  $\beta$  die Phasenkonstante.

In (k) bezeichnet damit der erste Summand eine Welle, die in positiver z-Richtung läuft, der zweite eine umgekehrt laufende Welle. Man kann deshalb ohne Einschränkung der Allgemeinheit  $Z_1 = 0$  und  $Z_0 = 1$  setzen.

Es bleiben anstelle der Wellengleichungen (e) und (f) die folgenden einfachen Differentialgleichungen:

$$(\Delta_{uv} + k^2 - \gamma^2) \vec{E}^*(u, v) = 0 \quad (e'')$$

$$(\Delta_{uv} + k^2 - \gamma^2) \vec{H}^*(u, v) = 0 \quad (f'')$$

Dabei bezeichnet  $\Delta_{uv}$  den ebenen Laplace-Operator in den Koordinaten  $u, v$ , und es gilt

$$\vec{E}(u, v, z, t) = \vec{E}^*(u, v) \cdot e^{j(\gamma z - \omega t)} \quad (l)$$

$$\vec{H}(u, v, z, t) = \vec{H}^*(u, v) \cdot e^{j(\gamma z - \omega t)} \quad (m)$$

Bei zylindrischer Symmetrie folgt ferner aus den Maxwell-Gleichungen, dass die Feldkomponenten  $E_u, E_v, H_u, H_v$  aus den z-Komponenten  $E_z, H_z$  abgeleitet werden können [4]. Es genügt also, (e'') und (f'') nur für die z-Komponenten zu lösen. Auf Zwei- und Mehrdrahtleitungen sind bekanntlich bei nicht sehr hohen Frequenzen nur die TM-Wellen von Bedeutung, d.h. es gilt  $H_z^*(u, v) = 0$ . Dies ist die triviale Lösung der Gleichung (f''), und es bleibt

$$(\Delta_{uv} + k^2 - \gamma^2) E_z^*(u, v) = 0 \quad (e'')$$

zu lösen.

Das Problem besteht nun vor allem darin, dass (e'') nur in homogenen Gebieten gilt, also im Falle zylindrischer Leitungsanordnungen nicht im ganzen Raum, sondern in begrenzten zylindrischen Bereichen. Im Falle eines zweiadrigen ummantelten Netzkabels hat man mindestens vier solche Bereiche (Fig. 2a).

Hat man die allgemeine Lösung von (e'') für jeden einzelnen dieser Bereiche gefunden, so müssen alle Lösungen ausgeschlossen werden, die an den Übergängen von zwei Bereichen die Maxwell-Gleichungen nicht erfüllen. Aus den Maxwell-Gleichungen in Integralform leitet man diese Randbedingungen ab [4]. Es sind die bekannten Aussagen über die Stetigkeit der Tangentialkomponenten von  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  an einer Trennfläche.

Die Erfüllung der Randbedingungen liefert eine transziente Gleichung für die Fortpflanzungskonstante  $\gamma$ . Diese Gleichung muss iterativ gelöst werden. Da mit der Anzahl der Trennflächen die Anzahl der Randbedingungen und damit der Rechenaufwand stark anwachsen, soll für den Fall des zweiadrigen Kabels eine Vereinfachung gemacht werden: die Ummantelung 3 sei so dick, dass nur ein kleiner Teil der Energie außerhalb der Ummantelung transportiert wird, eine Annahme, die für die meisten handelsüblichen Netzkabel genügend genau erfüllt ist. Damit kann das wesentlich einfache Modell nach Fig. 2b verwendet werden.

Zur Lösung von (e'') wird man versuchen,  $\Delta_{uv}$  mit dem Ansatz  $E_z^*(u, v) = U(u) \cdot V(v)$  zu separieren. Dies gelingt aber nur in wenigen Koordinatensystemen, wie z.B. karthesischen

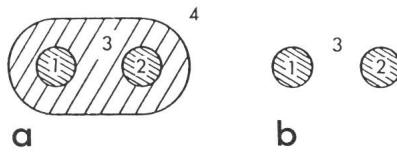


Fig. 2 Querschnitt durch das Netzkabel

a Kabel mit Aussenraum

b Vereinfachtes Modell

1, 2 Leiter (meist Kupfer)

3 Ummantlung (Isolation)

4 Aussenraum

Koordinaten, Polarkoordinaten. Andererseits ist man gezwungen, in jedem Gebiet ein Koordinatensystem  $(u, v)$  so zu wählen, dass die Berandung mit einer Koordinatenlinie ( $u$  bzw.  $v$  konstant) zusammenfällt. Nur so können die Randbedingungen ohne Schwierigkeiten mathematisch formuliert werden.

Bei kreisförmigen Drahtquerschnitten wird man also im Innern der Drähte Polarkoordinaten mit Zentrum auf der jeweiligen Drahtachse verwenden. Bekanntlich führt dies auf eine Besselsche Differentialgleichung für den Radialteil, während die Winkelabhängigkeit durch harmonische Funktionen gegeben ist. Zur Formulierung der Randbedingungen verwendet man außerhalb der Drähte ein Bipolarkoordinatensystem, in dem jedoch der Laplace-Operator nicht separierbar ist. Man muss also (e'') im Gebiet z.B. in Polarkoordinaten lösen und dann eine Koordinatentransformation vornehmen. Da dabei sehr grosse mathematische Schwierigkeiten entstehen, ist man gezwungen, gewisse zusätzliche Annahmen zu treffen, wie z.B. hohe Leitfähigkeit der Drähte, ferner Drahtradien und Drahtabstände viel kleiner als die Wellenlänge usw. [1...4]. Da diese Annahmen in der Praxis sehr gut erfüllt sind, erhält man damit genügend genaue Resultate.

Einen wesentlich einfacheren Weg zur Bestimmung der Fortpflanzungskonstanten  $\gamma$  hat A. Sommerfeld [4] angegeben: Vernachlässigt man alle Verluste, so erhält man an Stelle der TM-Welle eine TEM-Welle. Zur Lösung lässt sich eine konforme Abbildung verwenden. Die Koordinatenlinien des Bipolarkoordinatensystems sind gerade die  $\vec{E}$ - und  $\vec{H}$ -Feldlinien. Diese Resultate kann man als erste Näherung zur Bestimmung einer Näherungsformel für die Fortpflanzungskonstante  $\gamma$  verwenden:

$$\gamma \approx \omega \sqrt{\mu_a \epsilon_a} + \frac{j}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_a \mu_i}{(\epsilon_i + j \frac{\sigma}{\omega}) \mu_a}} \frac{1 + p^2}{1 - p^2} \frac{1}{r \ln(p)} \quad (n)$$

$$\omega = 2\pi f \quad \text{Kreisfrequenz}$$

$$p = \frac{r}{d + \sqrt{d^2 - r^2}}$$

$r$  Drahtradius

$2d$  Drahtabstand

$\epsilon_a, \mu_a$  Materialkonstanten der Kabelummantelung

$\epsilon_i, \mu_i, \sigma$  Materialkonstanten der Drähte

(n) ist gültig für hohe Leitfähigkeit  $\sigma$  der Drähte und nicht zu tiefe Frequenzen  $f$ . Für verlustbehaftete Kabelummantelung wird  $\epsilon_a$  komplex mit:  $\epsilon_a = \epsilon_a^*(1 + j \operatorname{tg} \delta)$ . Dabei soll der Verlustwinkel  $\delta$  nicht zu gross werden.

Berücksichtigt man die Abweichungen praktisch verwendeteter Kabel vom verwendeten Modell (endliche Ausdehnung

der Umhüllung, geometrische Abweichungen durch Fertigungstoleranzen, Inhomogenitäten usw.), so wird klar, dass einerseits eine genauere Bestimmung von  $\gamma$  [1] sinnlos ist, und dass andererseits keine sehr hohen Ansprüche an die Genauigkeit der Resultate gestellt werden können.

### **3. Unterschiede zwischen theoretischem Modell und praktischer Anordnung**

Zusammenfassend sollen alle Voraussetzungen angegeben werden, die dem verwendeten theoretischen Modell zugrunde liegen und bei der praktischen Anordnung nie exakt erfüllt sind:

#### **1. Die Maxwell-Gleichungen (a) bis (d) sind gültig, wenn**

- die Medien ruhen;
- keine zusätzlichen Kräfte vorhanden sind (Vernachlässigung der Gravitation).

#### **2. Zur Herleitung der Wellengleichungen (e), (f) wurde angenommen:**

- die Medien sind homogen, linear, isotrop;
- die Materialkonstanten innerhalb eines Mediums sind räumlich und zeitlich unveränderlich;
- die Raumladungsdichte  $\varrho$  verschwindet oder ist räumlich und zeitlich konstant.

#### **3. Das endgültige Modell setzt zusätzlich voraus:**

- zylindrische Symmetrie (und damit unendliche Leitungslänge, keine geometrischen Inhomogenitäten wie Änderung der Drahtdicke usw.),
- sinusförmige Anregung,
- nur Leitungswelle angeregt,
- Drahtabstand klein gegen Wellenlänge,
- hohe Leitfähigkeit der Drähte, niedrige Leitfähigkeit der Ummantelung (geringe Verluste),
- Querschnitt der beiden Drähte identisch und kreisförmig,
- dicke Ummantelung

Forderungen wie hohe Leitfähigkeit, dicke Ummantelung usw. sind ungenau. Sie bedeuten, dass die Resultate mit zunehmender Leitfähigkeit, zunehmender Dicke der Ummantelung usw. genauer werden. Wie genau die Resultate bei einer gegebenen Anordnung sind, kann aber nur in den seltensten Fällen angegeben werden, da der Aufwand für genauere Rechnungen meist zu gross wird. Die sinnvollste Prüfung der Resultate ist deshalb sicher der Vergleich mit Kontrollmessungen.

### **4. Vergleich von Theorie und Kontrollmessungen**

Der Sinn theoretischer Berechnungen liegt vor allem darin, für verschiedenartige Anordnungen Angaben über zu erwartende Resultate zu liefern, so dass man sich mühsame Messreihen ersparen kann. Da fast alle theoretischen Berechnungen mit Annahmen verknüpft sind, die praktisch nicht exakt erfüllt werden, sind zur Erhärtung der Theorie Kontrollmessungen nötig. Beim Vergleich theoretischer und experimenteller Daten ergeben sich dann stets Abweichungen, die durch Messfehler und Differenzen der verwendeten Modelle bedingt sind.

Eine weitere Schwierigkeit besteht oft darin, dass gewisse Parameter, wie die Materialkonstanten, in der Theorie als bekannt vorausgesetzt werden, praktisch aber oft zuwenig genau bekannt sind. Da Netzkabel nicht für hohe Frequenzen gebaut sind, ist wenig über ihr Verhalten und die Zuverlässigkeit der beschriebenen Theorie bekannt.

Zur Bestätigung der Theorie wurden Kontrollmessungen an einem zweidrigen, PVC-isolierten Kabel Td 2×0,75 der

Kabelwerke Cossigny durchgeführt. Es wurden Amplituden- und Phasengänge für die Kabellängen 5 m, 10 m, 20 m, 30 m und für den Frequenzbereich 1 MHz bis 250 MHz gemessen. Der Wellenwiderstand dieser Kabel beträgt im genannten Frequenzbereich ca. 100  $\Omega$ . Auf eine genaue Anpassung der Wellenwiderstände an den Enden der Leitung wurde aus verschiedenen Gründen verzichtet.

Über die dielektrischen Eigenschaften der Ummantelung im interessierenden Frequenzbereich standen nur sehr grobe Aussagen zur Verfügung, so dass eine direkte Anwendung der Theorie nicht möglich war, da eine Messung der erforderlichen Daten nicht in Frage kam. Zudem ist zu beachten, dass bei Fertigungsprozessen vor allem der Verlustwinkel so stark geändert werden kann, dass eine Messung des Verlustwinkels am Rohmaterial vor der Fertigung unbrauchbar wäre.

### **5. Anwendung der nichtlinearen Optimierung**

Es liegt nahe, die ungenau bekannten Größen als Parameter bei der theoretischen Berechnung zu verwenden und diese Parameter so lange zu variieren, bis alle Messwerte von den berechneten nur noch wenig abweichen. Um dies zu erreichen, kann man die bekannte Summe der Fehlerquadrate bilden:

$$\sum_{i=1}^m (F_{\text{mess } i} - F_{\text{th } i}(p_1, p_2, \dots, p_n))^2 = S(p_1, p_2, \dots, p_n) \quad (1)$$

$F_{\text{mess } i}$       i-ter Messwert  
 $F_{\text{th } i}$       i-ter berechneter Wert  
 $p_1, p_2, \dots, p_n$  Parameter

Die Summe der Fehlerquadrate  $S(p_1, p_2, \dots, p_n)$  ist eine Funktion der  $n$  Parameter  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . Die Aufgabe besteht nun darin, das absolute Minimum dieser Funktion zu suchen. Im allgemeinen wird  $S$  mehrere lokale Minima aufweisen, so dass diese Aufgabe ein recht heikles mathematisches und numerisches Problem darstellt.

Oft können die Parameter nicht beliebige Werte annehmen, da gewisse Nebenbedingungen erfüllt werden müssen. Zum Beispiel muss für die dielektrischen Eigenschaften von PVC sicher gelten

$$\varepsilon_{\text{PVC}} \geq \varepsilon_0, \quad |\delta| < \frac{\pi}{2}.$$

Ein Optimierungsprogramm, das derartige Minimierungsaufgaben lösen kann, ist in [8] beschrieben [siehe auch 9; 10; 11].

Es sei noch bemerkt, dass es in vielen Fällen günstig ist, die Summanden von  $S$  zu gewichten. Ist z. B. die Messgenauigkeit nicht für alle Messpunkte gleich, so kann man diesem Umstand durch eine geeignete Wahl von Gewichtsfaktoren Rechnung tragen.

Im untersuchten Falle kann man nach Formel (n) den Wert der Fortpflanzungskonstanten  $\gamma$  näherungsweise berechnen, wenn alle Voraussetzungen des theoretischen Modells genügend genau erfüllt sind. Dabei sind aber die dielektrischen Eigenschaften der Kabelummantelung, d. h. die komplexe Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon_a$ , unbekannt. Mit  $\varepsilon_a = \varepsilon_0 \varepsilon_r (1 + j \tan \delta)$  enthält die Formel (n) zwei reelle Parameter  $\varepsilon_r$  und  $\delta$ , somit  $\gamma = \gamma(\omega, \varepsilon_r, \delta)$ .

Es werde nun zunächst angenommen,  $\varepsilon_r$  und  $\delta$  seien im interessierenden Bereich frequenzunabhängig, und die Formel (n) sei gültig. Zur Kontrolle wurden Messungen der Spannungsamplituden am Leitungsanfang und am Leitungsende

sowie der Phasendifferenzen zwischen Leitungsanfang und -ende bei bestimmten Kreisfrequenzen  $\omega_k$  durchgeführt. Aus diesen Messwerten erhält man Werte für die Phasen- und Dämpfungskonstanten  $\beta$  und  $\alpha$ :

$$\gamma_{\text{mess } k} = \beta_{\text{mess } k} + j \alpha_{\text{mess } k}; \quad k = 1, 2, \dots, N$$

(N = Anzahl Messpunkte)

Anderseits liefert (n) für jeden Wert  $\omega_k$  die Fortpflanzungskonstante  $\gamma$  als Funktion der zwei reellen Parameter  $\varepsilon_r$  und  $\delta$ :

$$\gamma(\omega_k, \varepsilon_r, \delta) = \beta(\omega_k, \varepsilon_r, \delta) + j \alpha(\omega_k, \varepsilon_r, \delta)$$

Das Optimierungsprogramm soll nun  $\varepsilon_r$  und  $\delta$  so bestimmen, dass sowohl  $[\beta(\omega_k, \varepsilon_r, \delta) - \beta_{\text{mess } k}]$  als auch  $[\alpha(\omega_k, \varepsilon_r, \delta) - \alpha_{\text{mess } k}]$  für alle  $k$  möglichst klein werden. Dazu wird die Summe der Fehlerquadrate gebildet:

$$S(\varepsilon_r, \delta) = \sum_{k=1}^N [g_k (\beta(\omega_k, \varepsilon_r, \delta) - \beta_{\text{mess } k})^2 + h_k (\alpha(\omega_k, \varepsilon_r, \delta) - \alpha_{\text{mess } k})^2] \quad (2)$$

Mit den Gewichtsfaktoren  $g_k$  und  $h_k$  kann man sowohl die Messpunkte einzeln als auch Phasenwerte gegen Dämpfungswerte gewichten. Will man z.B. nicht die absoluten Fehler,

sondern die relativen Fehler minimieren, so erreicht man dies durch folgende Wahl der Gewichtsfaktoren  $g_k$  und  $h_k$ :

$$g_k = (\beta_{\text{mess } k})^{-2}, \quad h_k = (\alpha_{\text{mess } k})^{-2}$$

Die Wahl der Gewichtsfaktoren hat selbstverständlich einen bedeutenden Einfluss auf die Qualität der Resultate.

## 6. Messresultate und Auswertung

Die Funktion  $S(\varepsilon_r, \delta)$  konnte mit dem in [8] beschriebenen Programm minimiert werden. Um Anhaltspunkte über die Zuverlässigkeit dieses Verfahrens zu erhalten, wurde dasselbe Programm auf vier gleiche Messreihen der genannten Leitung mit den Längen 5 m, 10 m, 20 m, 30 m angewendet. Es ergaben sich folgende Werte:

Leitungslänge	5 m	10 m	20 m	30 m
optimierter Wert von $\varepsilon_r$	2.84	2.83	2.84	2.82
optimierter Wert von $\tan \delta$	0.0351	0.0315	0.0325	0.0309

Die Figuren 3 bis 6 zeigen die Amplitudengänge für diese Leitungslängen unter Annahme frequenzunabhängiger Werte von  $\varepsilon_r$  und  $\tan \delta$ . Zusätzlich sind darin die Amplitudengänge

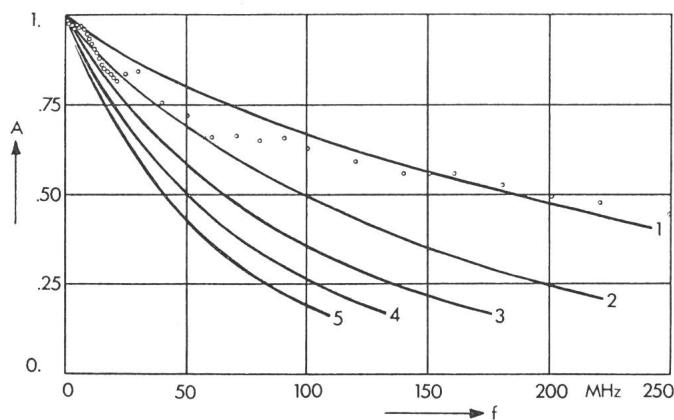


Fig. 3 Amplitudengang einer symmetrischen Doppeldrahtleitung  
Drahtquerschnitt  $0,75 \text{ mm}^2$ , Drahtabstand 3 mm, Länge 5 m  
Berechnete Kurven unter Annahme einer frequenzunabhängigen Dielektrizitätskonstanten der Kabelummantelung  $\varepsilon_r = \varepsilon_{r0} = 2,84$  und folgenden Verlustwinkeln:  
(1)  $\tan \delta_0 = 0,0351$ , (2)  $\tan \delta = 2 \tan \delta_0$ , (3)  $\tan \delta = 3 \tan \delta_0$   
(4)  $\tan \delta = 4 \tan \delta_0$ , (5)  $\tan \delta = 5 \tan \delta_0$   
Dabei sind  $\varepsilon_{r0}$  und  $\tan \delta_0$  die optimierten Werte.  
Die Messpunkte sind durch Kreise markiert

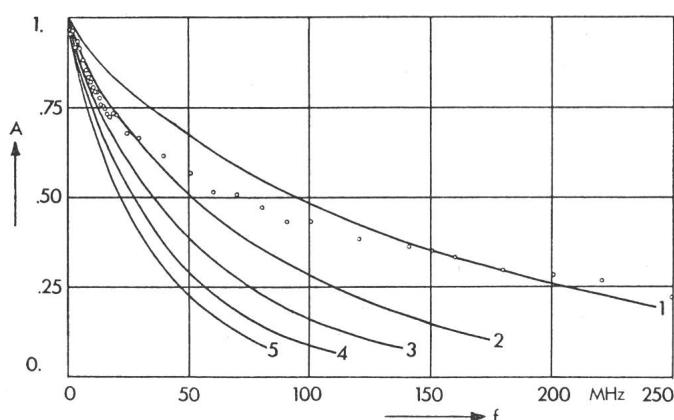


Fig. 4 Amplitudengang analog Fig. 3  
Jedoch für 10 m Leitungslänge,  $\varepsilon_{r0} = 2,83$ ,  $\tan \delta_0 = 0,0315$

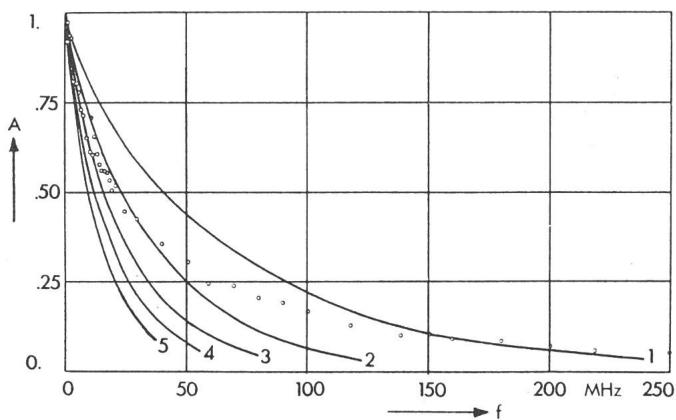


Fig. 5 Amplitudengang analog Fig. 3  
Jedoch für 20 m Leitungslänge,  $\varepsilon_{r0} = 2,84$ ,  $\tan \delta_0 = 0,0325$

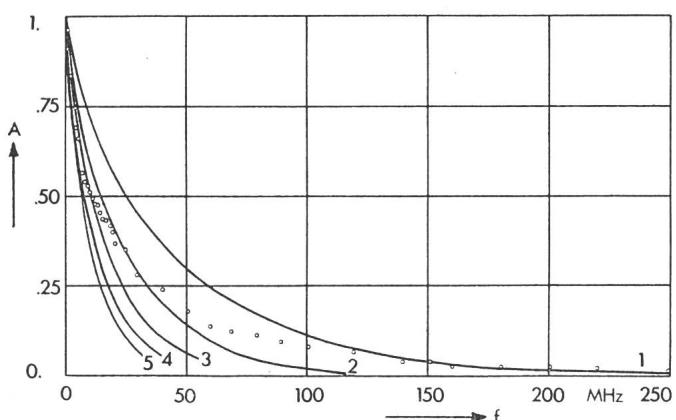


Fig. 6 Amplitudengang analog Fig. 3  
Jedoch für 30 m Leitungslänge,  $\varepsilon_{r0} = 2,82$ ,  $\tan \delta_0 = 0,0309$

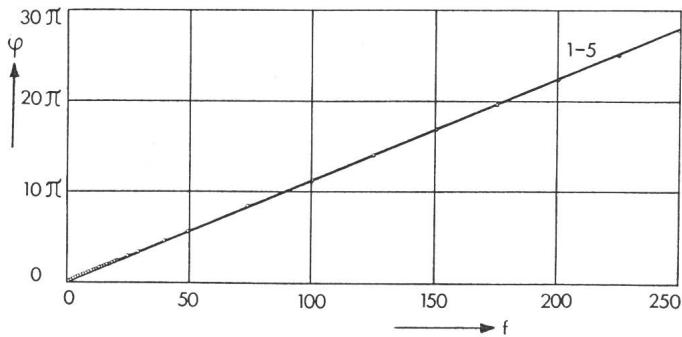


Fig. 7 Zu Fig. 4 gehöriger Phasengang

Die Kurven (1)...(5) fallen nahezu zusammen. Ebenso zeigen die zu den übrigen Figuren gehörigen Phasengänge optisch keine wesentlichen Unterschiede zeigen, wird in Fig. 7 nur die Phase bei 10 m angegeben.

bei 2-, 3-, 4- und 5fachem Verlustwinkel (Kurven 2 bis 5) und die gemessenen Werte angegeben. Da die zugehörigen Phasengänge optisch keine wesentlichen Unterschiede zeigen, wird in Fig. 7 nur die Phase bei 10 m angegeben.

Da die relative Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r$  vor allem die Ausbreitungsgeschwindigkeit beeinflusst, zeigt Fig. 7, dass die Annahme eines frequenzunabhängigen Wertes für  $\epsilon_r$  recht gut erfüllt ist. Die aus den verschiedenen Messreihen optimierten Werte von  $\epsilon_r$  weichen von ihrem linearen Mittelwert  $\bar{\epsilon}_r = 2.8325$  um weniger als 0,5 % ab, was einen Hinweis auf die Zuverlässigkeit dieser Werte gibt.

Anders steht es beim Verlustwinkel  $\delta$ . Vom Mittelwert  $\bar{\tan \delta} = 0.0325$  weicht vor allem der bei 5 m Leitungslänge erhaltene  $\tan \delta$  recht stark ab (8%). Zudem wird auch aus den Figuren 3...6 klar, dass  $\tan \delta$  bei Frequenzen um 1 MHz wesentlich höher liegt als bei Frequenzen über 100 MHz. Die Annahme der Frequenzunabhängigkeit von  $\tan \delta$  muss deshalb fallengelassen werden.

Man könnte durch geeignete Wahl des Frequenzgangs von  $\tan \delta$  erzwingen, dass der damit errechnete Amplitudengang exakt durch die einzelnen Messpunkte verläuft. Dies ist aber nicht sinnvoll. Vor allem in Figur 3 und 4 fällt ein wellenförmiger Verlauf der Messwerte auf, der offenbar nicht von einem frequenzabhängigen Verlustwinkel, sondern von Reflexionen an den Leitungsenden herrihrt. Da erwartet werden muss, dass die Reflexionskoeffizienten ebenfalls frequenzabhängig sind, besteht kaum eine Aussicht, durch Optimierung den Frequenzgang der Reflexionskoeffizienten und des Verlustwinkels zu bestimmen. Aus bekannten Messungen [5] lässt sich vermuten, dass die Frequenzabhängigkeit von  $\tan \delta$  näherungsweise logarithmisch angesetzt werden kann. Unter der Annahme reeller konstanter Reflexionskoeffizienten und eines logarithmischen Frequenzgangs von  $\tan \delta$  ( $\tan \delta = 0.158$  bei 1 MHz und  $\tan \delta = 0.03$  bei 250 MHz) errechnet man Fig. 8, die eine annehmbare Übereinstimmung der berechneten Kurve mit den Messwerten zeigt.

Es bleibt noch die Frage zu untersuchen, warum bei der kürzesten Leitung (5 m) der optimierte Wert für  $\tan \delta$  so stark von den übrigen abweicht. Eine Erklärung dafür ist in den Strahlungsverlusten zu suchen, die im theoretischen Modell vernachlässigt wurden. Dieses Modell setzt eine unendlich lange Anordnung voraus, vernachlässigt also die Effekte an

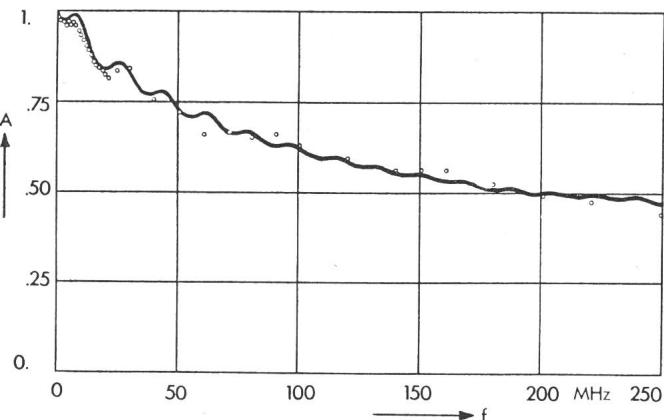


Fig. 8 Amplitudengang einer symmetrischen Doppeldrahtleitung

Gleiche Abmessungen und Dielektrizitätskonstante wie bei Fig. 3, jedoch unter Annahme des im Text angegebenen Frequenzgangs von  $\tan \delta$  und mit näherungsweiser Berücksichtigung der Reflexionen am Anfang und Ende der Leitung

den Leitungsenden. Im vorliegenden Fall ist hier ein Übergang von einem rotationssymmetrischen Feldgebiet (Koaxialkabel) in ein Feldgebiet ohne Rotationssymmetrie (Doppeldrahtleitung) zu finden. In der Gegend der Leitungsenden ist deshalb mit dem Auftreten von Strahlungsverlusten zu rechnen. Bei der Optimierung werden diese Verluste zu den dielektrischen Verlusten geschlagen, so dass ein zu hoher Wert für  $\tan \delta$  errechnet wird. Der so gemachte Fehler nimmt mit zunehmenden Leitungslängen ab, da die Strahlungsverluste vor allem an den Leitungsenden auftreten und daher nicht proportional zur Leitungslänge zunehmen. Aus den verschiedenen optimierten Werten für  $\tan \delta$  lässt sich grob abschätzen, dass, im untersuchten Falle, die Strahlungsverluste etwa so gross wie die dielektrischen Verluste von 1 m Kabel sind. Unter Verwendung grösserer und eventuell genauerer Messreihen dürfte es ohne weiteres möglich sein, mit dem dargestellten Verfahren zu zuverlässigen Aussagen über die Strahlungsverluste und die Frequenzabhängigkeit des Verlustwinkels  $\delta$  zu kommen.

Abschliessend sollen die optimierten Werte von  $\epsilon_r$  und  $\tan \delta$  mit Messungen an PVC der Firma BASF [5] verglichen werden. Der Vergleich ist allerdings problematisch, da diese Werte durch kleine Mengen von Verunreinigungen, Additiven oder Wasser (schon weniger als 0,1%) stark verändert werden [6]. Bei einer schwachen Temperaturabhängigkeit lauten die Messwerte bei 30 °C [5]:

$$\begin{aligned}\tan \delta &= 0.027; \quad \epsilon_r = 2.9 \text{ bei } 100 \text{ kHz} \\ \tan \delta &= 0.022; \quad \epsilon_r = 2.9 \text{ bei } 1 \text{ MHz} \\ \tan \delta &= 0.016; \quad \epsilon_r = 2.9 \text{ bei } 10 \text{ MHz} \\ \tan \delta &= 0.010; \quad \epsilon_r = 2.8 \text{ bei } 100 \text{ MHz} \\ \tan \delta &= 0.006; \quad \epsilon_r = 2.8 \text{ bei } 1 \text{ GHz}\end{aligned}$$

Das beschriebene Optimierungsverfahren liefert  $\epsilon_r \approx 2.83$  bei 1 MHz...250 MHz und Zimmertemperatur mit einer völlig befriedigenden Übereinstimmung. Dagegen stimmen die Messwerte von  $\tan \delta$  mit den optimierten Werten wenig überein.

In [7] wurden verschiedene Messungen der dielektrischen Eigenschaften von Hart- und Weich-PVC durchgeführt, aus denen hervorgeht, dass bei Weich-PVC – also auch für das Material der untersuchten Leitung – die Werte von  $\tan \delta$  bei 100 kHz und Raumtemperatur grösser als 0.1 sind, d.h. ca. 5mal grösser als die angegebenen Werte für Hart-PVC. Leider sind darin keine Messungen bei höheren Frequenzen gemacht worden. Es kann aber extrapoliert werden, dass ein logarith-

mischer Frequenzgang von  $\tan \delta$  mit  $\tan \delta = 0.15$  bei 1 MHz und  $\tan \delta = 0.03$  bei 250 MHz bei Raumtemperatur für das verwendete PVC recht gut stimmt.

Dies bedeutet, dass das Optimierungsverfahren es ermöglicht, die dielektrischen Eigenschaften der Ummantelung näherungsweise zu bestimmen und dass die Näherungsformel (n) das untersuchte zweiadrige Kabel auch bei hohen Frequenzen noch befriedigend beschreibt.

## 7. Zusammenfassung

Die Messung von Materialkonstanten ist oft mit grossen Schwierigkeiten verbunden. In vielen Fällen gestattet das gezeigte Optimierungsverfahren eine messtechnisch einfachere Bestimmung dieser Grössen mit Hilfe eines theoretischen Modells. Dieses Verfahren wurde zur Bestimmung der dielektrischen Eigenschaften der Ummantelung eines zweiadrigen Kabels im Frequenzbereich von 1...250 MHz angewendet. Die Dielektrizitätskonstante und der Frequenzgang des Verlustwinkels konnten näherungsweise bestimmt werden. Zudem ergab sich eine grobe Abschätzung der Strahlungsverluste der verwendeten Anordnung. Die Gültigkeit der verwendeten Näherungsformel (n) für die Fortpflanzungskonstante der Leitungswelle auf zweiadrigen Kabeln wird durch die Ergebnisse im untersuchten Frequenzbereich (1...250 MHz) bestätigt.

## Literatur

- [1] G. Mie: Elektrische Wellen an zwei parallelen Drähten. Annalen der Physik 4. Folge 370/2(1900)6, S. 201...249.
- [2] P. I. Kuznetsov and R. L. Stratovich: The propagation of electromagnetic waves in multiconductor transmission lines. Oxford a.o., Pergamon Press, 1964.
- [3a] R. W. Lorenz: Über Lecher-Wellen, Leitungs-Wellen und TEM-Wellen auf verlustbehafteten Mehrleitersystemen und die Bedeutung der Diffusionsgleichung zur Ermittlung der Leitungsbeläge. Frequenz 25(1971)7, S. 208...214.
- [3b] R. W. Lorenz: Die Berechnung der frequenzabhängigen Leitungsbelagsmatrizen von Systemen verlustbehafteter Leiter mit rundem Querschnitt. Frequenz 25(1971)8, S. 227...234.
- [3c] R. W. Lorenz: Die Frequenzabhängigkeit von Induktivität und Verlustwiderstand der Doppelleitung bei Gegentakt- und Gleichtakterregung. Frequenz 26(1972)1, S. 2...7.
- [3d] R. W. Lorenz: Die Frequenz- und Ortsabhängigkeit elektromagnetischer Feldstärkekomponenten der Leitungs-Wellen auf Doppelwellen. Frequenz 26(1972)2, S. 40...44.
- [4] A. Sommerfeld: Vorlesungen in theoretischer Physik. Band 3: Elektrodynamik. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft Geest und Portig, 1949.
- [5] G. Schreyer: Konstruieren mit Kunststoffen. Grundlagen und Eigenschaften, Konstruktionsprinzipien und Anwendungsbeispiele. 2 Teile. München, Hanser-Verlag, 1972.
- [6] L. J. Nass: Encyclopedia of PVC. 3 volumes. New York/Basel, Marcel Dekker, 1976/1977.
- [7] A. Hampe: Dielektrische Relaxation in vernetztem Polyvinylchlorid. Dissertation der Technischen Universität Berlin, 1975.
- [8] D. Rufer: Optimale Steuerung des Zweikörperproblems. Dissertation Nr. 5519 der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, 1975.
- [9] B. Kreko: Optimierung: Nichtlineare Modelle. Berlin, Deutscher Verlag der Wissenschaften VEB, 1974.
- [10] H. P. Künzi und W. Oettli: Nichtlineare Optimierung: Neuere Verfahren, Bibliographie. Berlin/Heidelberg/New York, Springer-Verlag, 1969.
- [11] H. P. Künzi und W. Krelle: Nichtlineare Programmierung. Heidelberger Taschenbücher Bd. 172. Berlin/Heidelberg/New York, Springer-Verlag, 1975.

## Adresse des Autors

Christian Hafner, wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Elektronik, ETH-Zentrum, 8092 Zürich.

## Literatur – Bibliographie

DK: 518 : 621.316.1 : 681.3.04 : 681.3.06

SEV-Nr. A 704

**Numerische Berechnung linearer Netzwerke und Systeme.** Von Hermann Kremer. Berlin/Heidelberg/New York, Springer Verlag, 1978; 8°, X/179 S. 29, Fig. Preis: kart. DM 48.-.

Das Buch hat zum Ziel, die bei der Computeranalyse linearer Netzwerke und Systeme im Frequenzbereich typischen Probleme in einer auf den Ingenieur bezogenen Form darzustellen. Bei der Darstellung der einzelnen Verfahren wird deshalb weitgehend auf eine strenge Beweisführung verzichtet. Stattdessen werden bei der Programmierung wichtige Gesichtspunkte in den Vordergrund gerückt.

An Vorkenntnissen werden die Grundlagen der linearen Algebra und der Netzwerktheorie vorausgesetzt. Im ersten Teil des Buches werden die rechnerischen Gesichtspunkte für die Knotenanalyse linearer Systeme vorgestellt. Es folgt dann ein Abschnitt über die Berechnung beliebiger Tormatrizen, ausgehend von der Knotenleitwertmatrix.

Im zweiten Teil wird die Lösung linearer Gleichungssysteme mit Schwerpunkt auf komplexen Systemen behandelt. Anschliessend werden iterative Verfahren zur Verbesserung der Lösungsgenauigkeit diskutiert. Auch Probleme der Skalierung linearer Gleichungssysteme und der Verträglichkeit einer Lösung mit Datenfehlern des linearen Gleichungssystems werden besprochen. Dann folgen kurze Abschnitte über die Analyse von Netzwerken mit einstellbaren Parametern, die Berechnung der Übertragungsgrössen und der Parameterempfindlichkeit eines Netzwerkes. Das Buch schliesst mit einem Ausblick auf weitere Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme. In einem Anhang findet man nochmals eine Auswahl der wichtigsten Verfahren in Form von getesteten FORTRAN-Unterprogrammen.

Der Text ist didaktisch gut aufgebaut und in sich abgeschlossen. Das Buch bildet deshalb eine gute Grundlage zur Einarbeitung in das Gebiet der numerischen Behandlung linearer Netzwerke und Systeme.

G. Fischer

SEV-Nr. A 705

**Aktuelle Physik.** Von Edgar Lüscher. München, Karl-Thiemig-Verlag, 1978. kl. 8°, VIII/136 S., 44 Fig., 5 Tab. – Thiemig-Taschenbücher, Band 67 – Preis: kart. DM 16.80.

Das Buch versucht, Interesse für die Physik zu erwecken. Der Autor bemüht sich, in leichtverständlicher Weise das Gebäude der Physik zu umreissen. Da technische Dinge im Leben der Menschen heute einen hohen Anteil einnehmen, ist dies äusserst verdankenswert. Schliesslich sollen Gegebenheiten, die für dieses Leben bestimmend sein können, nicht einfach erduldet werden, ohne zu versuchen, sie einigermassen zu verstehen.

Ausgehend von grundlegenden Überlegungen – Geographischer Weg der Physik, Wende im physikalischen Denken, Einteilung und weitere Massstäbe, grosse Ideen der Physik – behandelt der Autor das Gebiet der festen Materie. Über Materialkunde, Kristallbau, Bindungskräfte in Kristallen gelangen seine Ausführungen zur Darstellung der elektrischen Leitfähigkeit, der Halbleiter, Supraleiter und ihrer Anwendung in der Elektronik, in Energieübertragungsleitungen usw.

Das Kapitel Atome und Atomkerne vermittelt eine Übersicht über die Struktur der Atome, Physik des Atomkernes sowie die Kernspaltung und Fusion.

Leichtverständlich ist auch die Darstellung der Laserentwicklung. Deren Beschreibung reicht von den experimentellen Vorarbeiten durch Auguste Péro, Charles Fabry (1905) und besonders Albert Einstein (1917) zu der modernen Lasertechnik und zu den sich im vollen Fluss befindlichen Forschungen über Infrarot- und Ultravioletstrahlung von benachbarten Fixsternen.

Das Taschenbuch ist ideal für den Jugendlichen. Aber auch dem nicht speziell im «engeren» Kreis der Physik Tätigen kann das Buch – nicht zuletzt als Hilfe für eine Standortsbestimmung seines Weltbildes – bestens empfohlen werden. A. O. Wuillemin