Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 69 (1978)

Heft: 18

Artikel: Berechnung von Dipol- und Quadrupolfeldern in Magneten mit zylindrischen und konzentrischen Erregerwicklungen mit linear veränderlicher Stromdichte

Autor: Ašner, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-914940

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Berechnung von Dipol- und Quadrupolfeldern in Magneten mit zylindrischen und konzentrischen Erregerwicklungen mit linear veränderlicher Stromdichte

Von A. Ašner

537.811:621.318.3;

Es werden Ausdrücke zur Bestimmung von Dipol- und Quadrupolfeldern in Magneten mit zylindrischen und konzentrischen Sektorwicklungen mit linear veränderlicher Stromdichte abgeleitet; derartige Stromdichten treten beispielsweise in Wicklungen mit dünnen und hohen verseilten supraleitenden Kabelleitern auf. Numerische Auswertung und Vergleich mit Wicklungen konstanter Stromdichte führten zum gleichen Betrag des Magnetfeldes, wenn im Kabelleiter eine konstante Durchschnitts-Stromdichte angenommen wird.

On développe des expressions pour les champs dipolaires et quadrupolaires des aimants avec des enroulements cylindriques et concentriques à densité de courant linéaire, comme c'est p.ex. le cas dans des enroulements en câbles supraconducteurs minces et hauts. Une comparaison des résultats numériques avec des enroulements à densité de courant constante donne les mêmes valeurs de champ si on introduit une densité moyenne pour le conducteur en forme de cable.

1. Einleitung

In einem früheren Aufsatz [1][1]) sind Ausdrücke zur Berechnung von Magnetfeldmultipolen für zylindrische und konzentrische Sektorwicklungen mit konstanter Stromdichte abgeleitet worden. Mehrere klassische und supraleitende Magnete dieser Konzeption und Bauart sind seitdem entwickelt und erfolgreich erprobt worden [2; 3; 4]. Die konstante Stromdichte ist durch Anwendung kompakter Leiter oder Supraleiter mit geringen Abmessungen und durch eine relativ hohe Windungszahl erreicht worden.

Bei supraleitenden Magneten mit Schalenwicklungen mit vorzugsweise hohen Strömen und geringer Windungszahl werden trapezförmige, verseilte Kabelleiter verwendet, die eine veränderliche Stromdichte aufweisen. Diese proportional mit dem Wicklungsradius abfallende Stromdichte kommt zustande, indem der Kabelleiter aus einer Anzahl von Drähten mit konstantem Durchmesser um ein beispielsweise trapezförmiges zentrales Kupfer- oder Stahlband verseilt wird, damit der Geometrie des Wicklungssektors möglichst gut angepasst wird (Fig. 1). Die Stromdichte $j(r)$ kann dann angenähert werden als

$$j_r = j(2\,R_1 - r)/R_1 \tag{1}$$

wobei j der maximalen Stromdichte am Innenradius R_1 entspricht. Der Zweck der nachfolgenden Berechnungen ist nun zu bestimmen, ob durch die veränderliche Stromdichte etwa ein geringeres Magnetfeld in der Bohrung B_0 zu befürchten ist, als im Falle einer durchschnittlichen, jedoch über den trapezförmigen Kabelquerschnitt gleichmässig angenommenen konstanten Stromdichte j_0 erhalten wird, oder ob die in [1] abgeleiteten Gleichungen auch weiterhin ihre Gültigkeit bewahren.

Im vorliegenden Aufsatz werden nun analytische Formeln für die Berechnung der Magnetfeld-Multipole für den Fall eines Dipol- und Quadrupolmagneten gegeben, und zwar für das Bohrungsfeld, das Feld in der Wicklung und das durch eine konzentrische Eisenabschirmung erzeugte Feld. Die Resultate werden mit den Formeln für den Fall einer konstanten Stromdichte in der Wicklung verglichen [1]; es wird gezeigt, dass die gleichen Werte für das Dipol- und Quadrupolfeld in der Bohrung erhalten werden, vorausgesetzt, dass im Kabelleiter eine durchschnittliche, über den Querschnitt konstante Stromdichte vorhanden ist. Desgleichen erhält man praktisch die gleichen optimalen Winkel der einzelnen Schalenwicklungen, wobei eine Kompensierung der einzelnen Feldharmonischen erreicht wird.

2. Ableitung der Formeln für die Feldberechnung

Für die Berechnung der Magnetfeldkomponenten wird das gleiche polare Koordinatensystem wie in [1] vorausgesetzt. Fig. 2 zeigt einen unendlich lang angenommenen Wicklungssektor, der durch die Radien R_1 und R_2 sowie durch die Winkel α_1 und α_2 begrenzt ist.

Bei vorausgesetzter linearer Stromdichtenänderung erhält man für das Stromelement $\mathrm{d}I$ im Punkte $Q(r, \alpha)$

$$\mathrm{d}I = j\,r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\alpha = j\,\frac{2\,R_1 - r}{R_1}\,r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\alpha \tag{2}$$

und für das durch $\mathrm{d}I$ hervorgerufene Vektorpotential im Punkte $P(\varphi, \mathrm{y})$

$$\mathrm{d}A = \frac{j\,r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\alpha\,\mu_0}{4\,\pi}\,\ln\left[r^2 + \varrho^2 - 2\,r\varrho\cos(\alpha - \varphi)\right] \tag{3}$$

Die Komponenten des Magnetfeldes B_ϱ und B_φ sind folglich analog [1]

$$\mathrm{d}B_\varrho = \frac{1}{\varrho}\,\frac{\partial(\mathrm{d}A)}{\partial\varphi}\,;$$

$$B_\varrho = \frac{j\mu_0}{2\,\pi}\,\frac{2\,R_1 - r}{R_1}\,\frac{r^2\sin(\alpha - \varphi)}{r^2 + \varrho^2 - 2\,r\varrho\cos(\alpha - \varphi)}\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\alpha \tag{4}$$

[1]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

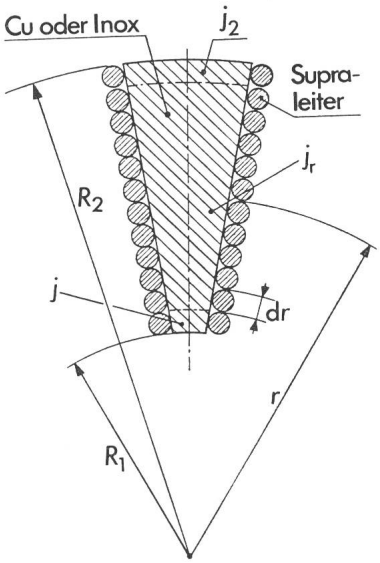


Fig. 1 **Anordnung der Supraleiter um einen trapezförmigen, verseilten Kabelleiter**

$$B_\varphi = -\frac{\mu_0 j}{\pi}\left\{\int_{R_1}^{R_2}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{r^2\cos(\alpha-\varphi) - r\varrho - \frac{1}{2R_1}\left[r^3\cos(\alpha-\varphi) - r^2\varrho\right]}{r^2+\varrho^2-2r\varrho\cos(\alpha-\varphi)}\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\alpha\right\} \tag{5}$$

Unter Anwendung der in [1] angegebenen Reihenentwicklung erhält man für $\varrho/r < 1$, d.h. für das Magnetfeld *innerhalb* der Bohrung:

$$\begin{aligned} B_\varrho &= \frac{\mu_0 j}{\pi}\left\{\int_{R_1}^{R_2}\int_{\alpha_2}^{\alpha_2} \frac{r^2\sin(\alpha-\varphi) - \frac{2}{R_1}r^3\sin(\alpha-\varphi)}{r^2+\varrho^2-2r\varrho\cos(\alpha-\varphi)}\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\alpha\right\} \\ &= \frac{\mu_0 j}{\pi}\int_{R_1}^{R_2}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\Bigg(\sin(\alpha-\varphi) + \frac{\varrho}{r}\sin 2(\alpha-\varphi) + \\ &\quad + \ldots\left(\frac{\varrho}{r}\right)^{n-1}\sin n(\alpha-\varphi) - \frac{1}{2}\Bigg[\frac{r}{R_1}\sin(\alpha-\varphi) + \\ &\quad + \frac{\varrho}{R_1}\sin 2(\alpha-\varphi) + \frac{\varrho^2}{rR_1}\sin 3(\alpha-\varphi) + \\ &\quad + \ldots\frac{\varrho^{n-1}}{R_1 r^{n-2}}\sin n(\alpha-\varphi)\Bigg]\Bigg)\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\alpha. \end{aligned} \tag{6}$$

Analog ergeben die Feldkomponenten $B_{\varrho S}$ und $B_{\varphi S}$, die durch Spiegelung des Strombelages an der konzentrischen Eisenabschirmung mit dem Radius R_S hervorgerufen werden

$$\begin{aligned} B_{\varrho S} &= \frac{\mu_0 j}{\pi}\int_{R_2'}^{R_1'}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} R_S^4\left[\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\varrho^{n+1}}{r'^{n+3}} - \right.\right. \\ &\quad \left.\left. - \frac{1}{2R_1'}\frac{\varrho^{n-1}}{r'^{n+2}}\right)\sin n(\alpha-\varphi)\right]\mathrm{d}r'\,\mathrm{d}\alpha \end{aligned} \tag{7}$$

und $B_{\varrho S}$ die entsprechende Formel mit negativem Vorzeichen und mit $\cos n(\alpha = \varphi)$ anstelle von $\sin n(\alpha = \varphi)$. Dabei gilt für die gespiegelten Radien und Stromdichten

$$r' = R_S^2/r;\ R_1' = R_S^2/R_1;\ R_2' = R_S^2/R_2 \tag{8}$$

$$j' = j(R_S/r')^4 \tag{9}$$

$$\mathrm{d}r = -r'^{-2}R_S^2\,\mathrm{d}r' \tag{10}$$

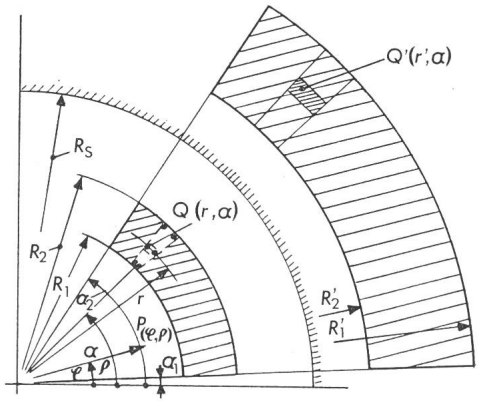


Fig. 2 **Zur Ableitung der Magnetfeldkomponenten von Sektorwicklungen mit linear veränderlicher Stromdichte**
R_1, R_2, R_1', R_2' Radien des reellen und gespiegelten Wicklungssektors mit den Winkeln α_1, α_2
R_S Radius der Eisenabschirmung
r, ϱ Radien
j Stromdichte am Innenradius des Sektors
α, φ Winkel

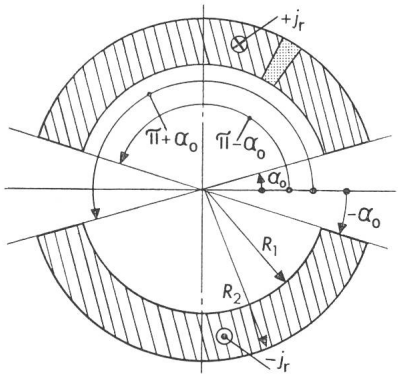


Fig. 3 **Dipolwicklung**
$\pm j_r$ veränderliche Stromdichte
α_0 Winkel der Sektorwicklung

2.1 Der Dipol

Für den Fall eines Dipoles (Fig. 3) mit der durch die Winkel $\pm\alpha_0$ und $\pi \pm \alpha_0$ begrenzten Sektorwicklung erhält man unter Anwendung der Gleichungen 6 und 7

für die Komponenten des Bohrungsfeldes

$$\begin{matrix} B_{\varrho 1} \\ B_{\varphi 1} \end{matrix} = \frac{4\mu_0 j}{\pi}\left\{(R_2 - R_1)\cos\alpha_0 \begin{matrix}\cos\varphi + \\ \sin\varphi -\end{matrix} \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\varrho^{2n}}{(2n+1)(2n-1)}\left[\frac{1}{R_1^{2n-1}} - \frac{1}{R_2^{2n-1}}\right]\cdot\cos(2n+1)\alpha_0 \begin{matrix}\cos(2n+1)\varphi \\ \sin(2n+1)\varphi\end{matrix}\right\} \tag{11}$$

$$\begin{matrix} B_{\varrho 2} \\ B_{\varphi 2} \end{matrix} = \frac{2\mu_0 j}{\pi}\left\{\frac{1}{2}\frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1}\cos\alpha_0 \begin{matrix}\cos\varphi \\ \sin\varphi\end{matrix} + \frac{\varrho^2}{3R_1}\ln\frac{R_2}{R_1}\cos 3\alpha_0 \begin{matrix}\cos 3\varphi \\ \sin 3\varphi\end{matrix} + \right.$$
$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\varrho^{2n+2}}{(2n+3)2nR_1}\left[\frac{1}{R_1^{2n}} - \frac{1}{R_2^{2n}}\right]\cos(2n+3)\alpha_0 \begin{matrix}\cos(2n+3)\varphi \\ \sin(2n+3)\varphi\end{matrix}\right\} \tag{12}$$

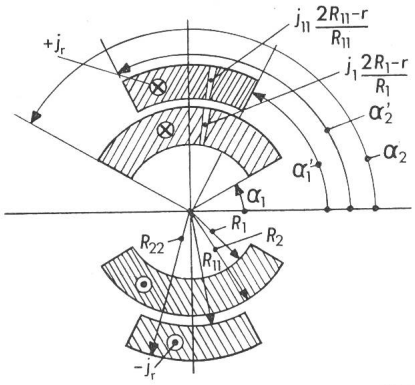


Fig. 4 Dipol mit Doppellagenwicklung
R_{11}, R_{22} Radien der äusseren Schale mit den Winkeln α_{11}, α_{22}

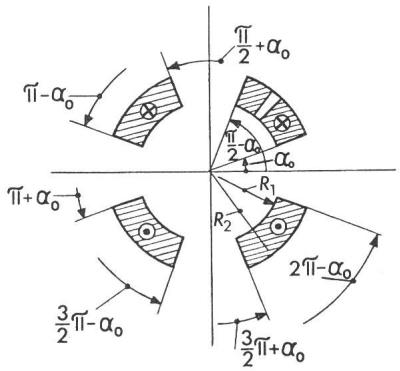


Fig. 5 Quadrupolwicklung

für die Komponenten der Spiegelung

$$\begin{matrix} B_{\varrho S} \\ B_{\varphi S} \end{matrix} \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} = \frac{4\,\mu_0 j}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\varrho^{2n-2}}{(2n+1)(2n-1)} \left[\frac{R^{2n+1} - R^{2n+1}}{R_S^{4n-2}} \right] - \frac{\varrho^{2n-2} R_1}{(2n-1)\,4n} \cdot \left[\frac{R_2^{2n} - R_1^{2n}}{R_S^{4n-2}} \right] \cos(2n-1)\alpha_0 \begin{matrix} \cos(2n-1)\varphi \\ \sin(2n-1)\varphi \end{matrix} \right\} \tag{13}$$

Bei Schalenwicklungen mit mehreren Sektoren (Fig. 4) können die Winkel α_1, α_2, α_{11}, α_{22} usw. derart gewählt bzw. optimiert werden, dass die störenden Sextupol-, Dekapol- und höheren Harmonischen des Magnetfeldes kompensiert werden, wobei für eine Wicklung mit m konzentrischen Schalen m Feldharmonische kompensiert werden können. Für den in Fig. 4 dargestellten Fall eines Dipoles mit zweifacher Schalenwicklung können die Sextupol- und Dekapolkomponenten eliminiert werden, falls folgende Bedingungen erfüllt sind:

Für den Fall einer *konstanten Stromdichte in der Wicklung* [1]

$$\underbrace{\left[\frac{1}{3}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{R_2^5 - R_1^5}{15\,R_S^6}\right]}_{k_1} \cos 3\alpha_1 + \underbrace{\left[\frac{1}{3}\left(\frac{1}{R_{11}} - \frac{1}{R_{22}}\right) + \frac{R_{22}^5 - R_{11}^5}{15\,R_S^6}\right]}_{k_2} \cos 3\alpha_2 = 0$$

$$\underbrace{\left[\frac{R_1^2}{15}\left(\frac{1}{R_1^3} - \frac{1}{R_2^3}\right) + \frac{R_1^2}{35\,R_S^{10}}(R_2^7 - R_1^7)\right]}_{k_3} \cos 5\alpha_1 + \underbrace{\left[\frac{R_1^2}{15}\left(\frac{1}{R_{11}^3} - \frac{1}{R_{22}^3}\right) + \frac{R_1^2}{35\,R_S^2}(R_{22}^7 - R_{11}^7)\right]}_{k_4} \cos 5\alpha_2 = 0 \tag{14}$$

Für den Fall einer *linear veränderlichen Stromdichte*

$$\underbrace{\left[\frac{1}{3}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) - \frac{1}{6\,R_1}\ln\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2^5 - R_1^5}{15\,R_S^6} - \frac{R_1}{24}\left(\frac{R_2^4 - R_1^4}{R_S^6}\right)\right]}_{k_1'} \cos 3\alpha_1' +$$

$$+ \underbrace{\left[\frac{1}{3}\left(\frac{1}{R_{11}} - \frac{1}{R_{22}}\right) - \frac{1}{6\,R_{11}}\ln\frac{R_{22}}{R_{11}} + \frac{R_{22}^5 - R_{11}^5}{15\,R_S^6} - \frac{R_{11}}{24}\left(\frac{R_{22}^4 - R_{11}^4}{R_S^6}\right)\right]}_{k_2'} \cos 3\alpha_2' = 0$$

$$\underbrace{\left[\frac{R_1^2}{15}\left(\frac{1}{R_1^3} - \frac{1}{R_2^3}\right) - \frac{R_1}{20}\left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2}\right) + \frac{R_1^2}{35\,R_S^{10}}(R_2^7 - R_1^7) - \frac{R_1^3}{60}\left(\frac{R_2^6 - R_1^6}{R_S^{10}}\right)\right]}_{k_3'} \cos 5\alpha_1' +$$

$$+ \underbrace{\left[\frac{R_1^2}{15}\left(\frac{1}{R_{11}^3} - \frac{1}{R_{22}^3}\right) - \frac{R_1^2}{20\,R_{11}}\left(\frac{1}{R_{11}^2} - \frac{1}{R_{22}^2}\right) + \frac{R_1^2}{35\,R_S^{10}}(R_{22}^7 - R_{11}^7) - \frac{R_{11}\,R_1^2}{60}\left(\frac{R_{22}^6 - R_{11}^6}{R_S^{10}}\right)\right]}_{k_4'} \cos 5\alpha_2' = 0 \tag{15}$$

2.2 Der Quadrupol

Für den Fall eines Quadrupoles mit den Winkeln der Sektorwicklung nach Fig. 5 erhält man

für die Komponenten des Bohrungsfeldes

$$\begin{matrix} B_\varrho & + \\ & = \\ B_\varphi & - \end{matrix} \frac{4\,\mu_0 j}{\pi} \left\{ \varrho \left[\ln \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_2 - R_1}{2\,R_1} \right] \begin{matrix} \cos 2\,\varphi \\ \sin 2\,\varrho \end{matrix} \cos 2\,\alpha_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varrho}{2\,n\,(4\,n-2)} \cdot \right.$$

$$\cdot \left[\left(\frac{\varrho}{R_1}\right)^{4n} - \left(\frac{\varrho}{R_2}\right)^{4n} \right] \begin{matrix} \cos(4\,n+2)\,\varphi \\ \sin(4\,n+2)\,\varphi \end{matrix} \cos(4\,n+2)\,\alpha_0 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varrho^{4n+5}}{(4\,n+3)\,(4\,n+6)} \cdot \tag{16}$$

$$\left. \cdot \left[\frac{1}{R_1^{4n+3}} - \frac{1}{R_2^{4n+3}} \right] \cos(4\,n+6)\,\alpha_0 \begin{matrix} \cos(4\,n+6)\,\varphi \\ \sin(4\,n+6)\,\varphi \end{matrix} \right\}$$

für die Komponenten der Spiegelung

$$\begin{matrix} B_{\varrho S} & + \\ & = \\ B_{\varphi S} & - \end{matrix} \frac{\mu_0 j}{\pi} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\varrho^{4n+1}}{(n+1)\,(2\,n+1)} \frac{R_2^{4n+4} - R_1^{4n+4}}{R_S^{8n+4}} - \frac{2\,\varrho^{4n+1}\,R_1}{(4\,n+3)\,(2\,n+1)} \frac{R_2^{4n+3} - R_1^{4n+3}}{R_S^{8n+4}} \right] \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \cos(4\,n+2)\,\alpha_0 \begin{matrix} \cos(4\,n+2)\,\varphi \\ \sin(4\,n+2)\,\varphi \end{matrix} \right\} \tag{17}$$

Für eine Quadrupolwicklung mit zwei Schalen können ähnlich wie beim Dipol die Winkel α_1, α_2, α_{11}, α_{22} optimiert werden, um die dritte und fünfte Feldharmonische zu kompensieren. Die entsprechenden Bedingungen sind:

für eine konstante Stromdichte [1]

$$\underbrace{\left\{ \frac{R_1}{4} \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^4 \right] + \frac{R_1^5}{24} \frac{R_2^8 - R_1^8}{R_S^{12}} \right\}}_{k_1} \cos 6\,\alpha_1 + \underbrace{\left\{ \frac{R_1}{4} \left[\left(\frac{R_1}{R_{11}}\right)^4 - \left(\frac{R_1}{R_{22}}\right)^4 \right] + \frac{R_1^5}{24} \frac{R_{22}^8 - R_{11}^8}{R_S^{12}} \right\}}_{k_2} \cos 6\,\alpha_2 = 0$$

$$\underbrace{\left\{ \frac{R_1}{24} \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^8 \right] + \frac{R_1^9}{60} \frac{R_2^{12} - R_1^{12}}{R_S^{20}} \right\}}_{k_3} \cos 10\,\alpha_1 + \underbrace{\left\{ \frac{R_1}{24} \left[\left(\frac{R_1}{R_{11}}\right)^8 - \left(\frac{R_2}{R_{11}}\right)^8 \right] + \frac{R_1^9}{60} \frac{R_{22}^{12} - R_{11}^{12}}{R_S^{20}} \right\}}_{k_4} \cos 10\,\alpha_2 = 0 \tag{18}$$

für eine linear veränderliche Stromdichte

$$\underbrace{\left\{ \frac{R_1}{4} \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^4 \right] + \frac{R_1^5}{24} \frac{R_2^8 - R_1^8}{R_S^{12}} - \frac{R_1^4}{18} \left(\frac{1}{R_1^3} - \frac{1}{R_2^3} \right) - \frac{R_1^6}{42} \frac{R_2^7 - R_1^7}{R_S^{12}} \right\}}_{k_1'} \cos 6\,\alpha_1' +$$

$$+ \underbrace{\left\{ \frac{R_1}{4} \left[\left(\frac{R_1}{R_{11}}\right)^2 - \left(\frac{R_1}{R_{22}}\right)^2 \right] + \frac{R_1^5}{24} \frac{R_{22}^8 - R_{11}^8}{R_S^{12}} - \frac{R_1^4}{18} \left(\frac{1}{R_{11}^3} - \frac{1}{R_{22}^3} \right) - \frac{R_1^6}{42} \frac{R_{22}^7 - R_{11}^7}{R_S^{12}} \right\}}_{k_2'} \cos 6\,\alpha_2' = 0$$

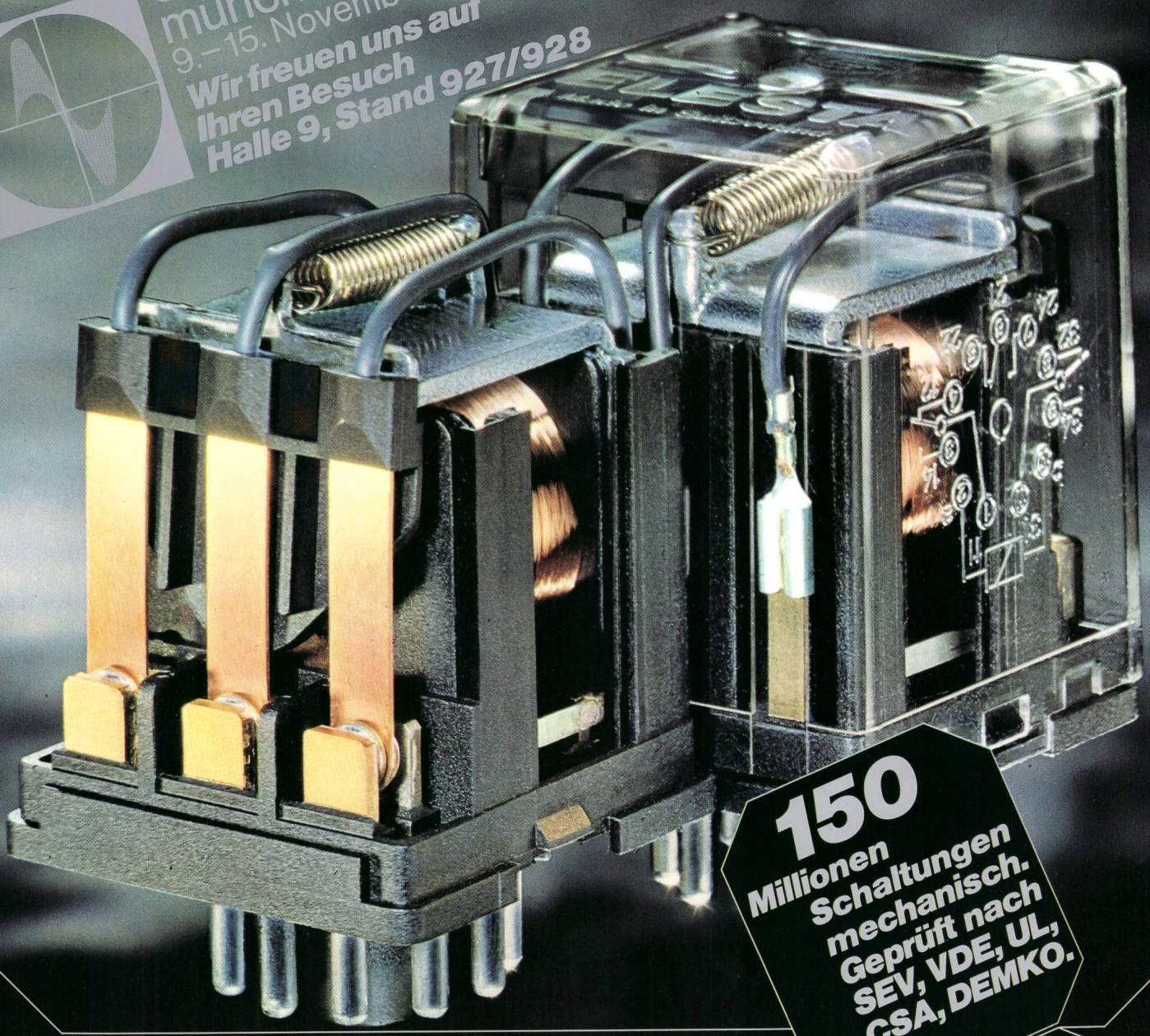
$$\underbrace{\left\{ \frac{R_1}{24} \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^8 \right] + \frac{R_1^9}{60} \frac{R_2^{12} - R_1^{12}}{R_S^{20}} - \frac{R_1^8}{70} \left(\frac{1}{R_1^7} - \frac{1}{R_2^7} \right) - \frac{R_1^{10}}{110} \left(\frac{R_2^{11} - R_1^{11}}{R_S^{20}} \right) \right\}}_{k_3'} \cos 10\,\alpha_1' +$$

$$+ \underbrace{\left\{ \frac{R_1}{24} \left[\left(\frac{R_1}{R_{11}}\right)^8 - \left(\frac{R_1}{R_{22}}\right)^8 \right] + \frac{R_1^9}{60} \frac{R_{22}^{12} - R_{11}^{12}}{R_S^{20}} - \frac{R_1^8}{70} \left(\frac{1}{R_{11}^7} - \frac{1}{R_{22}^7} \right) - \frac{R_1^{10}}{110} \left(\frac{R_{22}^{11} - R_{11}^{11}}{R_S^{20}} \right) \right\}}_{k_4'} \cos 10\,\alpha_2' = 0 \tag{19}$$

Sicherer schalten Sie mit ELESTA SKR-Relais!

Elesta SKR-Relais sind sicherer, denn wir haben 6 mechanische Ausfallursachen von herkömmlichen Relais eliminiert. Durch eine genaue Justierung garantieren wir einen gleichmässig hohen Kontaktdruck und damit eine maximale Kontaktsicherheit!

electronica 78
münchen
9.–15. November 1978
Wir freuen uns auf Ihren Besuch Halle 9, Stand 927/928



150 Millionen Schaltungen mechanisch. Geprüft nach SEV, VDE, UL, CSA, DEMKO.

Gratis Test-Muster SKR-Relais liegen für Sie bereit. Bitte anfordern.

ELESTA

Industrielle Elektronik mit Methode

Elesta AG Elektronik
CH-7310 Bad Ragaz
Telefon 085-9 02 02, Telex 74 298

Elesta Electronique SA
Rue Centrale 5
CH-1003 Lausanne
Téléphone 021-22 03 96, Télex 24165

ELESTA SKR-Relais sind sicherer!

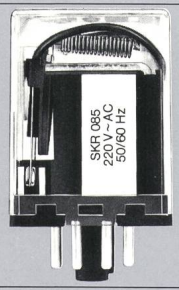
keine Schraubverbindungen
keine Bördelungen
keine Verstemmungen
nur 2 Lötverbindungen
nur 3 Nietungen
und insgesamt nur 6 Einzelkomponenten.

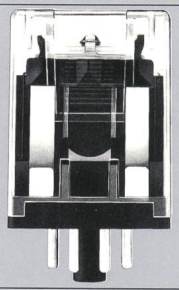
ELESTA SKR-Relais liefern wir mit:

einer mechanischen Lebensdauer von >150 Mio. Schaltungen
einer Schaltleistung (AC1) von 220 V AC/10 A, 380 V AC/4 A
einer Prüfspannung von 2500 V eff.
einer Spulenspannung von 12–220 V AC/DC +10% −20%
einer Prüfung nach SEV, VDE, CSA, UL und DEMKO-Vorschriften

SKR 085

ndustrielles Steckrelais
mit 2 Wechselkontakten
und Oktalsockel

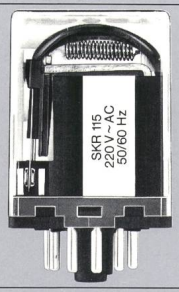


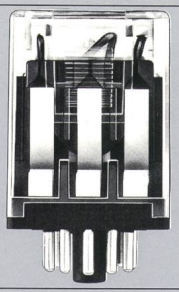


ZB 34 – Sockel für Löt- und AMP-Anschluss
ZB 46 – Sockel für Schraubanschluss

SKR 115

ndustrielles Steckrelais
mit 3 Wechselkontakten
und Submagnalsockel

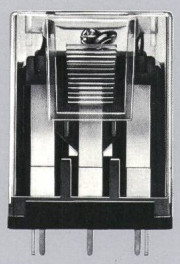




ZB 48 – Sockel für Löt- und AMP-Anschluss
ZB 66 – Sockel für Schraubanschluss

SKR 122

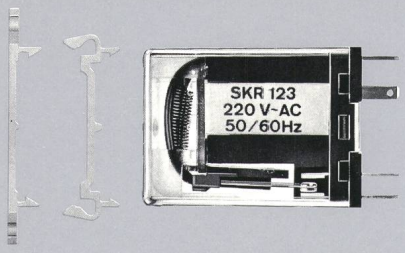
ndustrielles Relais
mit 3 Wechselkontakten
für gedruckte Schaltungen



ZKR 003 – Sockel für gedruckte Schaltungen
ZKR 004 – Sockel für Lötanschluss

SKR 123

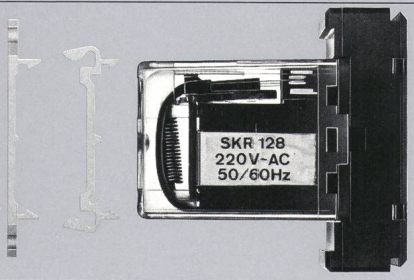
ndustrielles Relais
mit 3 Wechselkontakten
für Löt- und AMP-Anschluss



ZKR 001 – DIN-Schienenklammer
ZKR 002 – Relaishalter
ZKR 005 – Schraubplatte

SKR 128

ndustrielles Relais
mit 3 Wechselkontakten
für Schraubanschluss



ZKR 001 – DIN-Schienenklammer
ZKR 005 – Schraubplatte

ELESTA
Industrielle Elektronik mit Methode

Elesta AG Elektronik
CH-7310 Bad Ragaz
Telefon 085-9 02 02, Telex 74 298

Elesta Electronique SA
Rue Centrale 5
CH-1003 Lausanne
Téléphone 021-22 03 96, Télex 24165

1.10.09 D/4.78/ZM

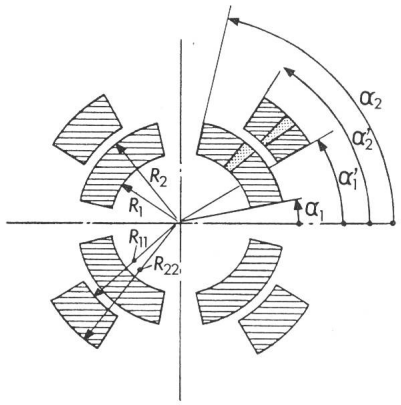


Fig. 6 Quadrupol mit Doppellagenwicklung

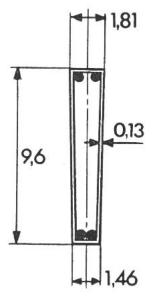


Fig. 7 Leiter für den supraleitenden Dipolmagneten des CERN
Masse in mm

Die Gleichungen 7, 12 und 17 gelten für den Fall einer ungesättigten Eisenabschirmung mit $\mu_r = \infty$. Für gesättigtes Eisen sind die entsprechenden Ausdrücke mit $(\mu_r - 1)/(\mu_r + 1)$ zu multiplizieren.

Vergleicht man nun Gl. 11 und 12 für die Hauptkomponenten des Bohrungsfeldes B_ϱ und B_φ mit den Gl. 17 und 18 des Aufsatzes [1] für konstante Stromdichte, wobei ein Vergleich der Grundharmonischen völlig genügt, so ergibt sich der Zusammenhang zwischen der linear veränderlichen Stromdichte j_r und der konstanten Stromdichte j_0.

Um in beiden Fällen das gleiche Bohrungsfeld B_ϱ und B_φ zu erhalten, muss für den Dipol eine äquivalente, über den trapezförmigen Leiterquerschnitt konstant angenommene Stromdichte j_0 wie folgt gewählt werden:

$$\frac{2\,\mu_0 j_0}{\pi}\,(R_2 - R_1) = \frac{2\,\mu_0 j}{\pi}\left[2\,(R_2 - R_1) - \frac{1}{2}\,\frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1}\right]$$

also $\quad j_0 = j(3\,R_1 - R_2)/2\,R_1 \qquad (20)$

Das gleiche Ergebnis wird durch eine Integration der konstanten bzw. der veränderlichen Stromdichten j_0 und j_r erhalten. Es ist somit erwiesen, dass Dipol- (und Quadrupol-)Wicklungen mit linear veränderlicher Stromdichte die gleichen Bohrungsfelder ergeben wie bei einer konstant angenommenen durchschnittlichen Stromdichte im Leiter nach Gl. 17 und 18 sowie 27 und 28 von [1].

3. Numerisches Beispiel

Als Beispiel soll die in Fig. 6 gezeigte Wicklungsanordnung des geplanten 5 m langen supraleitenden Dipolmagneten des CERN, Genf, untersucht werden. Ähnliche Magnete werden zurzeit für den Energieverdoppelungsbeschleuniger des Fermilabs in Batavia, USA, entwickelt [5].

Der Magnet soll mit einem aus 27 Drähten verseilten, trapezförmigen supraleitenden Kabel mit den Abmessungen nach Fig. 7 bewickelt werden. Die durchschnittliche Stromdichte im Kabel beträgt $j_0 = 3.5 \cdot 10^8$ A/m². In Wirklichkeit weist das Kabel eine lineare verteilte Stromdichte auf, mit dem Maximalwert von $j = 3.91 \cdot 10^8$ A/m² auf der inneren, schmalen Seite.

Unter Annahme einer ungesättigten Eisenabschirmung erhält man nach den beiden Berechnungsmethoden das gleiche Bohrungsfeld von $B_0 = 4.715$ T.

Für den Fall der konstanten Stromdichte $j_0 = 3.5 \cdot 10^8$ A/m² und der Koeffizienten nach Gl. 18 und 19 von $k_1 = 2.05273$, $k_2 = 1.2295$, $k_3 = 803.46$, $k_4 = 283.16$ ergeben sich die optimierten Winkel der Schalenwicklungen zu $\alpha_1 = 18.2°$, $\alpha_2 = 54°$. Bei linear veränderlicher Stromdichte mit $j = 3.91 \cdot 10^8$ A/m² und den Koeffizienten von $k_1' = 0.8973$, $k_2' = 0.5554$, $k_3' = 12.441$, $k_4' = 4.511$ erhält man für die optimierten Winkel $\alpha_1' = 18.0°$, $\alpha_2' = 54.0°$; der Unterschied ist folglich sehr gering.

Literatur

[1] *A. Ašner:* Berechnung und Anwendung von symmetrischen Multipolfeldern in zylindrischer Bohrung, erzeugt durch Sektorwicklungen konstanter Stromdichte. Bull. SEV 64(1973)7, S. 439...445.

[2] *A. Ašner:* Die neue supraleitende Quadrupollinse für den Strahltransport hochenergetischer Teilchen von mehreren 100 GeV der CERN. Bull. SEV 64(1973)17, S. 1031...1039.

[3] *C. Calmels* e.a.: Dipole supraconducteur «M.B.S.» (César). Saclay, Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay, Departement du Synchrotron Saturne, 1975.

[4] Isabelle. A proposal for construction of a proton-proton storage accelerator facility. BNL Report 50519. Upton/New York, Brookhaven National Laboratory, 1976.

[5] The energy doubler. A process report for the energy doubler, saver, collider Project. Batavia/Illinois, Fermi National Accelerator Laboratory, 1976.

Adresse des Autors

Dr. *A. Ašner,* Organisation Européenne pour la Recherche Nucléaire (CERN), 1211 Genève 23.