

Zeitschrift:	Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses
Herausgeber:	Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen
Band:	69 (1978)
Heft:	10
Artikel:	Die optimale Regelung der mittels Umrichter gespeisten Asynchronmaschine
Autor:	eovsky, Z.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-914893

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Die optimale Regelung der mittels Umrichter gespeisten Asynchronmaschine

Von Z. Čeřovský

621.313.33 :: 621.3.07;

Die Arbeit beschäftigt sich mit den Eigenschaften einer Asynchronmaschine, die mit veränderlicher Frequenz und Spannung gespeist wird. Es wird die Formel für das Drehmoment abgeleitet, die einen anschaulichen Zusammenhang mit dem Impedanzdiagramm $Z = Z_1/\omega_1$ hat. Das Drehmoment ist von der Speisefrequenz und der Drehzahl unabhängig und ist proportional dem Quadrat des Statorstromes. Bei gegebenem Statorstrom ergibt die Rotorkreisfrequenz $\omega_2 = R_2/L_2$ das grösste Drehmoment.

Cet exposé concerne les propriétés d'une machine asynchrone alimentée sous une tension et à une fréquence variables. La formule établie pour le couple de rotation se trouve représentée dans le diagramme des impédances $Z = Z_1/\omega_1$. Le couple est indépendant de la fréquence d'alimentation et de la vitesse de rotation, mais proportionnel au carré du courant statorique. Pour un courant donné, la pulsation rotorique $\omega_2 = R_2/L_2$ correspond au couple de rotation maximal.

1. Einleitung

Die Vorteile der Asynchronmaschine liegen in der Tatsache, dass diese die einfachste elektrische Maschine ist. Eine langjährige Entwicklung hat sie zu hoher technischer und ökonomischer Vollkommenheit gebracht.

Die stabilen Betriebszustände einer Asynchronmaschine werden, falls die Maschine an einem starren Netz arbeitet, mit dem gut bekannten Kreisdiagramm beschrieben [1]¹). Es vermittelt in einfacher und übersichtlicher Art fast alle Informationen über die Betriebseigenschaften der Maschine. Konstante Impedanzen vorausgesetzt, ist diese Einfachheit dadurch gegeben, dass eine einzige Veränderliche, der Rotorschlupf, das Betriebsverhalten der Maschine eindeutig beschreibt.

In letzter Zeit hat die Asynchronmaschine auch in den drehzahlveränderlichen Antrieben ihre Anwendung gefunden [2; 3; 4]. Diese Entwicklung haben die modernen statischen Stromrichter ermöglicht. Dabei stellen die Verzerrungen in der Klemmenspannung, im Strom und im magnetischen Feld völlig neue Probleme [5; 6; 7; 8].

2. Betriebsverhalten bei Speisung mit veränderlicher Frequenz und Spannung: Impedanzdiagramm

Frequenz und Spannung eines Stromrichters, der eine Asynchronmaschine speist, sind in gewissen Grenzen voneinander unabhängig. Dadurch treten in der Beschreibung der Eigenschaften der Maschine mehrere Veränderliche auf. Aus dem bekannten Kreisdiagramm entsteht eine unendliche Menge von ganz allgemeinen Diagrammen, die für verschiedene Ab-

hängigkeiten $U_1 = f(\omega_1; I_1)$ gültig sind [z. B. 9]. Die Diagramme müssen keine Kreise bilden.

Für veränderliche Statorspannung U_1 , die man in die Realachse legt, für veränderliche Netzkreisfrequenz ω_1 und für veränderliche Rotorkreisfrequenz ω_2 , sind bei üblichen Voraussetzungen die Eigenschaften der Asynchronmaschine mit dem folgenden Gleichungssystem zwischen den komplexen Vektoren $I_1 I_2$ beschrieben.

$$(R_1 + j\omega_1 L_1) I_1 + j\omega_1 L_{12} I_2 = U_1 \quad (1)$$

$$j\omega_2 L_{21} I_1 + (R_2 + j\omega_2 L_2) I_2 = 0 \quad (2)$$

Aus diesen Gleichungen erhält man die Statorimpedanz Z_1 ; diese bezogen auf ω_1 ergibt

$$\begin{aligned} Z = \frac{U_1}{\omega_1 I_1} &= \frac{R_1}{\omega_1} - \frac{\omega_2 \sigma L_1 L_2}{R_2 + j\omega_2 L_2} + j \frac{R_2 L_1}{R_2 + j\omega_2 L_2} = \\ &= \frac{R_1}{\omega_1} + \omega_2 \frac{R_2 L_1 L_2 (1 - \sigma)}{R_2^2 + \omega_2^2 L_2^2} + j \frac{R_2^2 L_1 + \omega_2^2 \sigma L_1 L_2^2}{R_2^2 + \omega_2^2 L_2^2} \end{aligned} \quad (3)$$

mit $\sigma = 1 - L_{12} L_{21} / L_1 L_2$

Z stellt eine Funktion der zwei veränderlichen ω_1 und ω_2 dar (Fig. 1), wobei ω_1 nur im ersten Term vorkommt. Die beiden anderen Glieder stellen einen Kreis in Funktion von ω_2 dar, der unabhängig von ω_1 ist. Der geometrische Ort aller Z ist also eine Menge gleicher Kreise, deren Mittelpunkt sich in Abhängigkeit von ω_1 parallel zur Realachse verschiebt. Man sieht daraus den Vorteil der Darstellung von Z_1/ω_1 anstelle von $Z_1(\omega_1, \omega_2)$, das wesentlich unübersichtlicher ist. Für wichtige Punkte des Kreises Z bekommt man

$$Z(\omega_2 = 0) = Z(0) = R_1/\omega_1 + jL_1 \quad (4)$$

$$Z(\omega_2 \rightarrow \infty) = Z(\infty) = R_1/\omega_1 + j\sigma L_1 \quad (5)$$

$Z(0)$ entspricht dem Leerlauf. Die Ableitung ergibt

$$\frac{dZ}{d\omega_2}(0) = \frac{R_2 L_1 L_2 (1 - \sigma)}{(R_2 + j\omega_2 L_2)^2} \quad (6)$$

Im Punkt $\omega_2 = 0$ ergibt sie

$$\frac{dZ}{d\omega_2}(0) = \frac{L_1 L_2}{R_2} (1 - \sigma) \quad (7)$$

Die Ableitung für $\omega_2 = 0$ ist reell, was bedeutet, dass die Kreise für $\omega_2 = 0$ eine Parallele zur Realachse berühren. Ent-

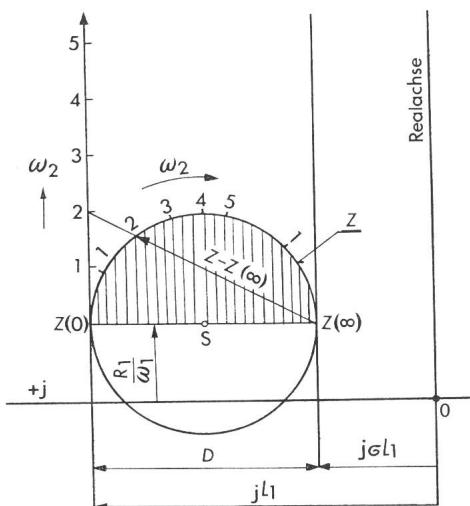


Fig. 1 Das Impedanzdiagramm $Z = Z_1/\omega_1$ der Asynchronmaschine

¹⁾ Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

sprechend ist die Strecke $\underline{Z}(0)$, $\underline{Z}(\infty)$ ein Durchmesser, unabhängig von ω_1 :

$$D = |\underline{Z}(0) - \underline{Z}(\infty)| = L_1(1 - \sigma) \quad (8)$$

Die Rotorkreisfrequenz, für welche $\operatorname{Re} \underline{Z}$ den Extremwert erreicht, erhält man aus der Bedingung $d \operatorname{Re} \underline{Z} / d\omega_2 = 0$ zu

$$\omega_2 = \pm R_2 / L_2 \quad (9)$$

3. Das elektromagnetische Drehmoment und das Impedanzdiagramm

Das Moment kann ausgedrückt werden als

$$\mathbf{T} = pm_1 \Phi_1 \times \mathbf{I}_1$$

wo p Polpaarzahl und m_1 die Phasenzahl ist. Für die magnetische Flussverkettung gilt

$$\Phi_1 = -j(\mathbf{U}_1 - R_1 \mathbf{I}_1) / \omega_1 \quad (10)$$

Es ist also

$$\mathbf{T} = pm_1 \left(\frac{-j\mathbf{U}_1 + jR_1 \mathbf{I}_1}{\omega_1} \right) \times \mathbf{I}_1 \quad (11)$$

Bildet man die beiden Vektorprodukte, so erhält man das senkrecht zur Stromrichtung und zur Flussverkettung stehende elektromagnetische Moment der Maschine

$$T = pm_1 |\mathbf{I}_1|^2 \left[\frac{(\mathbf{U}_1 \cdot \mathbf{I}_1)}{\omega_1 |\mathbf{I}_1|^2} - \frac{R_1}{\omega_1} \right]$$

wo $(\mathbf{U}_1 \cdot \mathbf{I}_1)$ ein Skalarprodukt ist.

$$\text{Da } \underline{Z} = \frac{\mathbf{U}_1}{\omega_1 \mathbf{I}_1} = \frac{\mathbf{U}_1 \mathbf{I}_1^*}{\omega_1 |\mathbf{I}_1|^2} \quad (12)$$

wo \mathbf{I}_1^* der konjugiert komplexe Zeiger zu \mathbf{I}_1 ist, kann man für T schreiben

$$T = pm_1 |\mathbf{I}_1|^2 [\operatorname{Re} \underline{Z} - R_1 / \omega_1] \quad (13)$$

Der Ausdruck $[\operatorname{Re} \underline{Z} - R_1 / \omega_1]$ hat eine sehr einfache geometrische Darstellung. Es handelt sich um die Entfernung der Punkte des Impedanzkreises in Fig. 1 vom Durchmesser $\underline{Z}(0)$, $\underline{Z}(\infty)$. Aus Gl. (3) erhält man

$$[\operatorname{Re} \underline{Z} - R_1 / \omega_1] = \omega_2 \frac{R_2 L_1 L_2 (1 - \sigma)}{R_2^2 + \omega_2^2 L_2^2}$$

und damit für das Drehmoment

$$T = pm_1 \omega_2 \frac{R_2 L_1 L_2 (1 - \sigma)}{R_2^2 + \omega_2^2 L_2^2} |\mathbf{I}_1|^2 \quad (14)$$

Mit $|\mathbf{I}_1| = \text{konst}$ bekommt man für $\omega_2 = R_2 / L_2$ das Maximum des elektromagnetischen Momentes. Aus Gl. (14) gehen für das Moment folgende Schlussfolgerungen hervor:

– Das elektromagnetische Drehmoment ist bei konstantem ω_2 von der Speisefrequenz und der Drehzahl unabhängig.

– Es ist bei konstantem ω_2 dem Quadrat des Statorstromes proportional. Diese Tatsache ist für viele Antriebe, besonders für Bahnzwecke, sehr wichtig.

– Der Koeffizient der Proportionalität zwischen dem Moment und dem Quadrat des Statorstromes ist von der Rotorkreisfrequenz ω_2 , von den Parametern der Maschine und von der Sättigung des magnetischen Kreises der Maschine abhängig

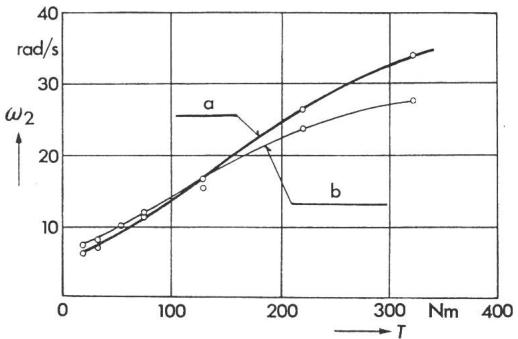


Fig. 2 Gemessene (a) und berechnete (b) optimale Rotorkreisfrequenz $\omega_2 = R_2 / L_2$ für eine 12,5-kW-Maschine

– Diesen Koeffizienten kann man anschaulich auf dem Impedanzkreis darstellen. Es handelt sich um die Entfernung der Punkte des Impedanzkreises vom Durchmesser $\underline{Z}(0)$, $\underline{Z}(\infty)$. Bei konstanten Maschinenparametern hängt die Lage der Punkte auf dem Kreis nur von der Rotorkreisfrequenz ab.

– Es existiert eine Rotorkreisfrequenz $\omega_2 = R_2 / L_2$, bei der dieser Koeffizient maximal ist. In diesem Falle arbeitet die Maschine mit einem maximalen Drehmoment bei gegebenem Statorstrom. Da sich die Rotorfrequenz verhältnismässig gut als der Unterschied zwischen der Statorfrequenz und Rotor-drehfrequenz messen lässt, kann sie als massgebende Grösse für die Konzeption des Regelsystems dienen.

– Das Kippmoment ist ein Fachausdruck, der nur für eine bestimmte Speisefrequenz und Spannung gilt. Die Asynchronmaschine kann in allen Drehzahlen mit grösserem Drehmoment kurzzeitig arbeiten, als ihr Kippmoment ist, sofern der Stromrichter die dazu nötige Spannung und Frequenz liefert.

– Ebenso gilt ein bestimmtes Kurzschlussdrehmoment nur für eine bestimmte Speisefrequenz und Spannung. Eine stehende Maschine kann in Wirklichkeit ein Drehmoment entwickeln, das proportional dem Quadrat des Statorstromes ist, mit einem Koeffizienten der Proportionalität, der nur von der Rotorkreisfrequenz ω_2 und den Parametern der Maschine abhängt. Wenn die stehende Maschine mit einer niedrigen Frequenz z.B. $\omega_1 = \omega_2 = R_2 / L_2$ gespeist wird, ist der Koeffizient der Proportionalität der grössstmöglichen. Die stehende Maschine kann dann ein grosses Drehmoment mit verhältnismässig kleinem Strom entwickeln. Wenn dagegen eine stehende Maschine mit einer hohen Netzkreisfrequenz gespeist wird, ist der Koeffizient der Proportionalität niedrig.

– Bei $\omega_2 = \text{konst}$. ist die Abhängigkeit des Drehmomentes vom Statorstrom der Asynchronmaschine quadratisch wie bei einem Reihenschluss-Gleichstrommotor. Wie bei diesem geht die Abhängigkeit in eine fast lineare über bei steigender magnetischer Sättigung. Das Drehmoment ist nur durch die Erwärmung der Maschine und durch die mechanische Festigkeit begrenzt. Die Begrenzung durch die Kommutierung des Gleichstrommotors wird bei der Asynchronmaschine in den statischen Stromrichter übertragen.

4. Regelung auf optimale Rotorkreisfrequenz bei konstanter Permeabilität

Die Eigenschaften der Maschine bei der Regelung auf $\omega_2 = \text{konst} = R_2 / L_2$ kann man aus den Gleichungen (1) und (2) ableiten. Praktische Werte für $\omega_2 = R_2 / L_2$ sind in Fig. 2 an einem Beispiel zu finden.

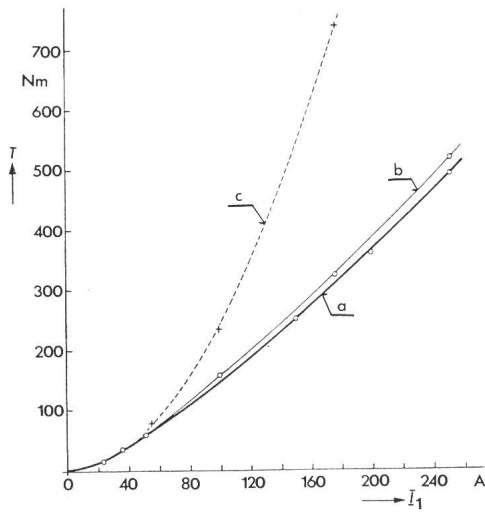


Fig. 3 Gemessene (a) und berechnete (b, c) Abhängigkeit des Drehmomentes vom Statorstrom einer 65-kW-Asynchronmaschine, die auf $\omega_2 = R_2/L_2$ geregelt wird
 (b) veränderliche Permeabilität
 (c) konstante Permeabilität

Für die Statorspannung erhält man

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j\omega_1 L_1 \underline{I}_1 [1 - 1/2(1+j)(1-\sigma)] \quad (15a)$$

Der Rotorstrom gibt

$$\underline{I}_2 = -\frac{1+j}{2} \frac{L_{21}}{L_2} \underline{I}_1 \quad (15b)$$

Für die magnetische Verkettung des Stators folgt aus Gl. (10)

$$\underline{\Phi}_1 = L_1 \underline{I}_1 [1 - 1/2(1+j)(1-\sigma)] \quad (16)$$

$$|\underline{\Phi}_1| = |\underline{I}_1| L_1 \sqrt{\frac{1+\sigma_2}{2}} \quad (17)$$

Aus diesen Gleichungen geht hervor:

– Die Statorspannung ändert sich proportional dem Statorstrom und hat zwei Teile. Der eine kompensiert den Statorwiderstandsabfall, der zweite ist die mit der magnetischen Statorverkettung induzierte Spannung, die proportional der Speisefrequenz ist.

– Der Rotorstrom ist proportional dem Statorstrom. Diese Tatsache verursacht die grundsätzliche Ähnlichkeit zur Reihenschluss-Gleichstrommaschine.

– Bei der Asynchronmaschine, die so geregelt wird, dass die Rotorkreisfrequenz $\omega_2 = \text{konst} = R_2/L_2$ ist, ist die magnetische Statorverkettung veränderlich und proportional dem Statorstrom, analog einer Reihenschluss-Gleichstrommaschine. Die Anlaufdrehmomente können bei beiden Maschinenarten mit verhältnismässig kleinen Strömen erreicht werden. Beim Anlauf, d.h. bei kleiner Statorfrequenz, kann die vergrösserte magnetische Induktion keine schädlichen Wirkungen verursachen.

– Für das Drehmoment bekommt man aus (14) für $\omega_2 = R_2/L_2$

$$T = 1/2 p m_1 |\underline{I}_1|^2 L_1 (1 - \sigma) \quad (18)$$

Die Bedeutung dieses Ausdrückes wurde bereits diskutiert.

5. Regelung auf die optimale Rotorkreisfrequenz unter Berücksichtigung einer veränderlichen Permeabilität

Alle angegebenen Formeln behalten ihre Gültigkeit auch bei einer Maschine mit veränderlicher Permeabilität, sofern man sich der Tatsache bewusst ist, dass die Induktivitäten veränderlich sind, d.h. mit steigender magnetischer Sättigung kleiner werden.

Die optimale Rotorkreisfrequenz wächst somit mit steigender magnetischer Sättigung, wie Fig. 2 zeigt, wo ausgerechnete und gemessene Grössen verglichen werden. In Fig. 3 ist das Drehmoment in Abhängigkeit vom Statorstrom einer Asynchronmaschine für eine elektrische Strassenbahn mit den Nenndaten 65 kW, 350 V, 139 A, 95 Hz, 2790 U/min dargestellt. Der Übergang aus einem quadratischen zu einem fast linearen Verlauf ist gut sichtbar.

Die Versuche, die an der erwähnten Maschine durchgeführt wurden, haben gezeigt, dass die Erwärmung des Statorkupfers um 140 °C bei einer Belastung von 190 % T_n bei 1415 U/min und $\omega_2 = R_2/L_2$ 15,5 min betrug. Beim Betrieb mit konstantem nominalem Φ_1 beträgt die entsprechende zulässige Zeit nur 4,9 min.

6. Zusammenfassung

Die Asynchronmaschine, die mit einem Stromrichter gespeist wird, hat alle Vorteile einer Gleichstrommaschine. Gleichzeitig beseitigt sie die Hauptnachteile der mechanischen Kommutierung. Die Regelung der Maschine auf minimalen Strom ($\omega_2 = R_2/L_2$) ist vorteilhaft sowohl für den Stromrichter als auch bezüglich der Statorverluste und der Erwärmung der Maschine.

Literatur

- [1] H. Jordan, V. Klima und K. P. Kovács: Asynchronmaschinen. Funktion, Theorie, Technisches. Braunschweig, Vieweg, 1975.
- [2] D. Naunin: Der Einfluss der Läuferfrequenz auf das Drehmomentverhalten von frequenzgesteuerten Asynchronmaschinen. Bull. SEV 61(1970)3, S. 118...123.
- [3] K. Heumann und K.-G. Jordan: Das Verhalten des Käfigläufermotors bei veränderlicher Speisefrequenz und Stromregelung. AEG-Mitt. 54(1964)1/2, S. 107..116.
- [4] Z. Čerovský: Optimale Regelung der Spannung eines Asynchronmotors, der mit einer veränderlichen Frequenz gespeist wird. Elektrotechnicky Obzor 62(1973)5, S. 282...288.
- [5] B. Heller und V. Hamata: Harmonic field effects in induction machines. Prague, Academia Publishing House, 1977.
- [6] J. Racz: Betrachtungen zu Oberwellenproblemen an Asynchronmotoren bei Stromrichterspeisung. IX. Internationales Kolloquium, Technische Hochschule Ilmenau, Oktober 1964. Elektromotorische Antriebe, S. 11...25.
- [7] H. Kleinrath: Das elektromechanische Verhalten der stromrichtergespeisten Asynchronmaschine. Arch. Elektrotechn. 57(1976)–, S. 297...306.
- [8] G. W. McLean, G. F. Nix und S. R. Alwash: Performance and design of induction motors with square-wave excitation. Proc. IEE 116(1969)8, p. 1405...1411.
- [9] Z. Čerovský: Properties of an asynchronous machine supplied by a variable frequency and a voltage proportional to frequency and current. Acta Technica ČSAV 18(1973)3, p. 277...291.

Adresse des Autors

Ing. Zdeněk Čerovský CSc., Institut für Elektrotechnik ČSAV, Václavské náměstí 55, CS-Praha.